CENGAGE Learning

Principios de transferencia de calor

Séptima edición

Frank Kreith • Raj M. Manglik • Mark S. Bohn

Séptima Edición

Principios de
TRANSFERENCIA DE CALOR

Séptima Edición

Principios de TRANSFERENCIA DE CALOR

Frank Kreith
Professor Emeritus, University of Colorado at Boulder, Boulder, Colorado

Raj M. Manglik
Professor, University of Cincinnati, Cincinnati, Ohio

Mark S. Bohn
Former Vice President, Engineering Rentech, Inc., Denver, Colorado

Traducción:
Ing. Javier León Cárdenas
Profesor de Ciencias Básicas
Escuela Superior de Ingeniería Química e Industrias Extractivas
Instituto Politécnico Nacional

Revisión técnica:
Ing. Enrique Muñoz Díaz
Director de las carreras de Ingeniería Mecánica (IMA e IME)
Escuela de Diseño Ingeniería y Arquitectura
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Ciudad de México

Oscar G. Filio, B.Eng., M.Sc.
Ph.D. Candidate, Dept. of Electrical and Computer Engineering
Bell Centre for Information Engineering
The University of Western Ontario
CINVESTAV- IPN

CENGAGE Learning™

Australia • Brasil • Corea • España • Estados Unidos • Japón • México • Reino Unido • Singapur

CENGAGE Learning™

Principios de transferencia de calor
Séptima edición
Frank Kreith / Raj M. Manglik / Mark S. Bohn

Presidente de Cengage Learning Latinoamérica:
Fernando Valenzuela Migoya

Gerente editorial para Latinoamérica:
Patricia La Rosa

Gerente de procesos para Latinoamérica:
Claudia Islas Licona

Gerente de manufactura para Latinoamérica:
Raúl D. Zendejas Espejel

Coordinadora de producción editorial:
Abril Vega Orozco

Coordinador de manufactura:
Rafael Pérez González

Editores:
Sergio R. Cervantes González
Omar Ramírez Rosas

Diseño de portada:
Mariana Sierra Enríquez

Imagen de portada:
© Aprescindere | Dreamstime.com
© Cammeraydave | Dreamstime.com
© Les Cunliffe | Dreamstime.com
© Leung Cho Pan | Dreamstime.com
© Mario Savoia | Dreamstime.com
© Nicholas Piccillo | Dreamstime.com

Composición tipográfica:
Editec S.A. de C.V.

© D.R. 2012 por Cengage Learning Editores, S.A. de C.V., una Compañía de Cengage Learning, Inc.
Corporativo Santa Fe
Av. Santa Fe, núm. 505, piso 12
Col. Cruz Manca, Santa Fe
C.P. 05349, México, D.F.
Cengage Learning™ es una marca registrada usada bajo permiso.

DERECHOS RESERVADOS. Ninguna parte de este trabajo, amparado por la Ley Federal del Derecho de Autor, podrá ser reproducido, transmitido, almacenado o utilizado en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea gráfico, electrónico o mecánico, incluyendo, pero sin limitarse a lo siguiente: fotocopiado, reproducción, escaneo, digitalización, grabación en audio, distribución en internet, distribución en redes de información o almacenamiento y recopilación en sistemas de información, a excepción de lo permitido en el Capítulo III, Artículo 27 de la Ley Federal del Derecho de Autor, sin el consentimiento por escrito de la Editorial.

Traducido del libro **Principles of Heat Transfer, Seventh Edition.**
Frank Kreith / Raj M. Manglik / Mark S. Bohn
Publicado en ingles por Cengage Learning ©2011
ISBN: 978-0-495-66770-4

Datos para catalogación bibliográfica:
Frank Kreith / Raj M. Manglik / Mark S. Bohn
Principios de transferencia de calor
Séptima edición
ISBN: 978-607-481-822-2

Visite nuestro sitio en:
http://latinoamerica.cengage.com

Impreso en México
1 2 3 4 5 6 7 15 14 13 12

Para nuestros estudiantes
alrededor de todo el mundo

PREFACIO

Cuando un libro de texto que se ha sido estudiado por más de un millón de estudiantes en todo el mundo llega a su séptima edición, es natural preguntar: ¿qué ha motivado a los autores a revisar el libro? El esquema básico de cómo enseñar el tema de transferencia de calor, que fue promovido por el autor principal en su primera edición, publicado hace 60 años ya ha sido aceptado universalmente por virtualmente todos los autores subsiguientes de libros de transferencia de calor. De esta manera, la organización de este libro en esencia ha permanecido intacta al paso de los años, pero datos experimentales recientes y, en particular el advenimiento de la tecnología computacional, han hecho necesaria la reorganización, adiciones e integración de métodos numéricos y computacionales de solución en el libro.

La necesidad de una nueva edición la alentaron principalmente los siguientes factores: 1) Cuando un estudiante comienza a leer un capítulo de un libro de texto que cubre material que es nuevo para él o ella, es útil destacar el tipo de puntos que serán importantes. Por tanto, al inicio de cada capítulo hemos introducido un resumen de los puntos clave que se cubrirán de tal forma que el estudiante pueda reconocer estos puntos cuando los aborde. Esperamos que esta técnica pedagógica ayude a los estudiantes en su aprendizaje de un tema intrincado como lo es la transferencia de calor. 2) Un aspecto importante en el aprendizaje de la ciencia de la ingeniería es la conexión con las aplicaciones prácticas y el modelado apropiado de sistemas o dispositivos asociados. Por tanto, en esta edición en varios capítulos se han agregado aplicaciones recientes, ejemplos ilustrativos de modelado y más correlaciones predictivas actuales de vanguardia. 3) En la sexta edición se utilizó MathCAD como el método de computación para resolver problemas reales de ingeniería. Durante los 10 años desde que se publicó la sexta edición, la enseñanza y utilización de MatchCAD se ha remplazado por MATLAB en el capítulo sobre análisis numérico así como para los problemas ilustrativos en aplicaciones del mundo real de transferencia de calor en otros capítulos. 4) Una vez más, desde una perspectiva pedagógica para la evaluación del aprendizaje del estudiante, se consideró importante preparar problemas generales que prueben su habilidad para asimilar los conceptos principales de un capítulo. Por tanto, hemos proporcionado un conjunto de Preguntas de repaso de concepto que requieren que el estudiante demuestre su habilidad para comprender los conceptos nuevos relacionados con un área específica de la transferencia de calor. Estas preguntas de repaso están disponibles en el sitio web del libro en el *Student Companion Site* en www.cengage.com/engineering. Las soluciones de las preguntas concepto de repaso están disponibles para maestros en el mismo sitio en la red. 5) Además, si bien la sexta edición contiene muchos problemas de tarea para los estudiantes, hemos incorporado algunos problemas adicionales que tratan de manera directa temas de interés actual como el programa espacial y la energía renovable.

El libro está diseñado para un curso de un semestre sobre transferencia de calor a nivel de los últimos semestres de una carrera. Sin embargo, se ha contemplado

cierta flexibilidad. Las secciones marcadas con asteriscos se pueden omitir sin perder la continuidad de la presentación. Si se omiten todas las secciones marcadas con un asterisco, el material en el libro se puede cubrir en un curso de tres meses. Para un curso completo de un semestre, el maestro puede seleccionar cinco o seis de estas secciones y así enfatizar sus propias áreas de interés y experiencia.

Al autor principal también le gustaría mostrar su agradecimiento al profesor Raj M. Manglik, quien ayudó en la tarea de actualizar y renovar la sexta edición para ponerla al día para los estudiantes del siglo XXI. A su vez, Raj Manglik está muy agradecido por la oportunidad de participar en la autoría de esta edición revisada, que continuará proporcionando a los estudiantes en todo el mundo una experiencia de aprendizaje atractiva de la transferencia de calor. Aunque el Dr. Mark Bohn decidió no participar en la séptima edición, deseamos expresar nuestra gratitud por su contribución anterior. Además, los autores reconocen las contribuciones de los revisores de la sexta edición quienes han hecho comentarios y sugerencias para la actualización que condujo a la nueva edición del libro: B. Rabi Baliga, McGill University; F. C. Lai, University of Oklahoma; S. Mostafa Ghiaasiaan, Georgia Tech; Michael Pate, Iowa State University y Forman A. Williams, University of California, San Diego. Los autores también desean agradecer a Hilda Gowans, Senior Developmental Editor for Engineering at Cengage Learning, quien nos ha apoyado y alentado en toda la preparación de la nueva edición. A un nivel más personal, Frank Kreith expresa su apreciación a su asistente, Bev Weiler, quien ha apoyado su trabajo de muchas formas tangibles e intangibles y a su esposa, Marion Kreith, cuya paciencia con el tiempo empleado en escribir libros ha sido de ayuda invaluable. A Raj Manglik le gustaría agradecer a sus estudiantes de postgrado, Prashant Pratel, Rohit Gupta y Deepak S. Kalaikadal por las soluciones computacionales y algoritmos en el libro. Además, le gustaría expresar su profunda gratitud a su esposa, Vandana Manglik, por su ánimo paciente durante las largas horas necesarias para terminar este proyecto y a sus hijos, Aditi y Animaesh, por su afecto y comprensión para ceder parte de nuestro tiempo compartido.

CONTENIDO

Capítulo 1 Modos básicos de transferencia de calor 2

1.1 Relación entre la transferencia de calor y la termodinámica 3
1.2 Dimensiones y unidades 7
1.3 Conducción de calor 9
1.4 Convección 17
1.5 Radiación 21
1.6 Sistemas de transferencia de calor combinados 23
1.7 Aislamiento térmico 45
1.8 Transferencia de calor y ley de conservación de la energía 51
Referencias 58
Problemas 58
Problemas de diseño 68

Capítulo 2 Conducción de calor 70

2.1 Introducción 71
2.2 Ecuación de conducción 71
2.3 Conducción de calor en régimen permanente en geometrías simples 78
2.4 Superficies extendidas 95
2.5* Conducción en régimen constante multidimensional 105
2.6 Conducción de calor inestable o transitoria 116
2.7* Gráficas para conducción de calor transitoria 134
2.8 Comentarios finales 150
Referencias 150
Problemas 151
Problemas de diseño 163

Capítulo 3 Análisis numérico de la conducción de calor 166

3.1 Introducción 167
3.2 Conducción en régimen permanente unidimensional 168
3.3 Conducción inestable unidimensional 180

3.4* Conducción bidimensional en régimen permanente y no permanente 195
3.5* Coordenadas cilíndricas 215
3.6* Límites irregulares 217
3.7 Comentarios finales 221
Referencias 221
Problemas 222
Problemas de diseño 228

Capítulo 4 Análisis de transferencia de calor por convección 230

4.1 Introducción 231
4.2 Transferencia de calor por convección 231
4.3 Fundamentos de la capa límite 233
4.4 Ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía para flujo laminar sobre una placa plana 235
4.5 Ecuaciones adimensionales de la capa límite y parámetros de similitud 239
4.6 Evaluación de los coeficientes de transferencia de calor por convección 243
4.7 Análisis dimensional 245
4.8* Solución analítica para el flujo laminar de capa límite sobre una placa plana 252
4.9* Análisis integral aproximado de la capa límite 261
4.10* Analogía entre la cantidad de movimiento y la transferencia de calor en flujo turbulento sobre una superficie plana 267
4.11 Analogía de Reynolds para flujo turbulento sobre superficies planas 273
4.12 Capa límite mezclada 274
4.13* Condiciones de frontera especiales y flujo a alta velocidad 277
4.14 Comentarios finales 282
Referencias 283
Problemas 284
Problemas de diseño 294

Capítulo 5 Convección natural 296

5.1 Introducción 297
5.2 Parámetros de similitud para convección natural 299
5.3 Correlación empírica para varias formas geométricas 308
5.4* Cilindros, discos y esferas rotatorias 322
5.5 Convección forzada y natural combinadas 325
5.6* Superficies con aletas 328

5.7 Comentarios finales 333
Referencias 338
Problemas 340
Problemas de diseño 348

Capítulo 6 Convección forzada dentro de tubos y conductos 350

6.1 Introducción 351
6.2* Análisis de la convección forzada laminar en un tubo largo 360
6.3 Correlaciones para convección forzada laminar 370
6.4* Analogía entre la transferencia de calor y la cantidad de movimiento en flujo turbulento 382
6.5 Correlaciones empíricas para la convección forzada turbulenta 386
6.6 Optimización de la transferencia de calor y enfriamiento de dispositivos electrónicos 395
6.7 Comentarios finales 406
Referencias 408
Problemas 411
Problemas de diseño 418

Capítulo 7 Convección forzada sobre superficies exteriores 420

7.1 Flujo sobre cuerpos abultados 421
7.2 Cilindros, esferas y otras formas abultadas 422
7.3* Lechos empacados 440
7.4 Paquetes de tubos en flujo transversal 444
7.5* Paquetes de tubos con aletas en flujo transversal 458
7.6* Chorros libres 461
7.7 Comentarios finales 471
Referencias 473
Problemas 475
Problemas de diseño 482

Capítulo 8 Intercambiadores de calor 484

8.1 Introducción 485
8.2 Tipos básicos de intercambiadores de calor 485
8.3 Coeficiente global de transferencia de calor 494
8.4 Diferencia de temperatura media logarítmica 498
8.5 Eficiencia de un cambiador de calor 506
8.6* Optimización de la transferencia de calor 516
8.7* Intercambiadores de calor a microescala 524

8.8 Comentarios finales 525
Referencias 527
Problemas 529
Problemas de diseño 539

Capítulo 9 Transferencia de calor por radiación 540

9.1 Radiación térmica 541
9.2 Radiación de cuerpo negro 543
9.3 Propiedades de radiación 555
9.4 Factor de forma en la radiación 571
9.5 Recintos con superficies negras 581
9.6 Recintos con superficies grises 585
9.7* Inversión matricial 591
9.8* Propiedades de radiación de gases y vapores 602
9.9 Radiación combinada con convección y conducción 610
9.10 Comentarios finales 614
Referencias 615
Problemas 616
Problemas de diseño 623

Capítulo 10 Transferencia de calor con cambio de fase 624

10.1 Introducción a la ebullición 625
10.2 Ebullición en estanque 625
10.3 Ebullición en convección forzada 647
10.4 Condensación 660
10.5* Diseño de un condensador 670
10.6* Tubos de calentamiento 672
10.7* Congelación y fusión 683
Referencias 688
Problemas 691
Problemas de diseño 696

Apéndice 1 Sistema internacional de unidades A3

Apéndice 2 Tablas de datos A6
Propiedades de sólidos A7
Propiedades termodinámicas de líquidos A14
Fluidos de transferencia de calor A23

Metales líquidos A24
Propiedades termodinámicas de gases A26
Propiedades diversas y función de error A37
Ecuaciones de correlación para las propiedades físicas A45

Apéndice 3 Programas de cómputo para resolver matrices tridiagonales A50
Solución de un sistema tridiagonal de ecuaciones A50

Apéndice 4 Códigos de cómputo para transferencia de calor A56

Apéndice 5 Bibliografía sobre transferencia de calor A57

Índice I1

NOMENCLATURA

Símbolo	Cantidad	Sistema internacional de unidades	Sistema inglés de unidades
a	velocidad del sonido	m/s	ft/s
a	aceleración	m/s^2	ft/s^2
A	área; A_c área de sección transversal; A_p, área proyectada de un cuerpo normal a la dirección de flujo; A_q, área a través de la cual el flujo de calor es q; A_s, área superficial; A_o, área superficial exterior; A_i, área superficial interior	m^2	ft^2
b	amplitud o ancho	m	ft
c	calor específico; c_p, calor específico a presión constante; c_v, calor específico a volumen constante	J/kg K	Btu/lb_m °F
C	constante		
C	capacidad térmica	J/K	Btu/°F
C	tasa horaria de capacidad de calor en el capítulo 8; C_c, tasa horaria de capacidad de calor de fluido más frío en un cambiador de calor; C_h, tasa horaria de capacidad de calor de fluido más caliente en un cambiador de calor	W/K	Btu/h °F
C_D	coeficiente de rozamiento total		
C_f	coeficiente de fricción superficial; C_{fx}, valor local de C_f a la distancia x del borde de ataque; $\overline{C}_f$, valor promedio de C_f definido por la ecuación (4.31)		
d, D	diámetro; D_H, diámetro hidráulico; D_o, diámetro exterior; D_i, diámetro interior	m	ft
e	base de los logaritmos naturales o neperianos		
e	energía interna por masa unitaria	J/kg	Btu/lb_m
E	energía interna	J	Btu
E	poder emisor de un cuerpo radiante; E_b, poder emisor de un cuerpo negro	W/m^2	Btu/h ft^2

(*Continúa*)

Símbolo	Cantidad	Sistema internacional de unidades	Sistema inglés de unidades
E_λ	poder emisor monocromático por micra a la longitud de onda λ	W/m^2 μm	Btu/h ft^2 micra
$\mathscr{E}$	eficiencia de un intercambiador de calor definida (8.22)		
f	factor de fricción de Darcy para flujo a través de un tubo o conducto, definida por la ecuación (6.13)		
f	coeficiente de fricción para flujo sobre bancos de tubos definido por la ecuación (7.37)		
F	fuerza	N	lb_f
F_T	factor de temperatura definido por la ecuación (9.119)		
F_{1-2}	factor de forma geométrica para la radiación de un cuerpo negro a otro		
$\mathscr{F}_{1-2}$	forma geométrica y factor de emisividad para la radiación de un cuerpo gris a otro		
g	aceleración debida a la gravedad	m/s^2	ft/s^2
g_c	factor de conversión dimensional	1.0 kg m/N s^2	32.2 ft lb_m/lb_f s^2
G	gasto másico por área unitaria ($G = \rho U_\infty$)	kg/m^2 s	lb_m/h ft^2
G	irradiación incidente sobre una superficie unitaria en un tiempo unitario	W/m^2	Btu/h ft^2
h	entalpía por masa unitaria	J/kg	Btu/lb_m
h_c	coeficiente local de transferencia de calor por convección	W/m^2 K	Btu/h ft^2°F
$\bar{h}$	coeficiente combinado de transferencia de calor $\bar{h} = \bar{h}_c + \bar{h}_r$; h_b, coeficiente de transferencia de calor de un líquido en ebullición, definido por la ecuación (10.1); $\bar{h}_c$, coeficiente promedio de transferencia de calor por convección; $\bar{h}_r$, coeficiente promedio de transferencia de calor por radiación	W/m^2 K	Btu/h ft^2°F
h_{fg}	calor latente de condensación o evaporación	J/kg	Btu/lb_m
i	ángulo entre la dirección de los rayos solares y la normal a la superficie	rad	grados
i	corriente eléctrica	amp	amp
I	intensidad de radiación	W/sr	Btu/h sr
I_λ	intensidad por longitud de onda unitaria	W/sr μm	Btu/h sr micra
J	radiosidad	W/m^2	Btu/h ft^2

Símbolo	Cantidad	Sistema internacional de unidades	Sistema inglés de unidades
k	conductividad térmica; k_s, conductividad térmica de un sólido; k_f, conductividad térmica de un fluido	W/m K	Btu/h ft °F
K	conductancia térmica; K_k, conductancia térmica para transferencia de calor por conducción; K_c, conductancia térmica para transferencia de calor por convección; K_r, conductancia térmica para transferencia de calor por radiación	W/K	Btu/h °F
l	longitud, general	m	ft o in
L	longitud a lo largo de una trayectoria de flujo de calor o longitud característica de un cuerpo	m	ft o in
L_f	calor latente de solidificación	J/kg	Btu/lb_m
$\dot{m}$	flujo másico	kg/s	lb_m/s o lb_m/h
M	masa	kg	lb_m
$\mathcal{M}$	peso molecular	gm/gm-mol	lb_m/lb-mol
N	número en general; número de tubos, etcétera		
p	presión estática; p_c, presión crítica; p_A, presión parcial del componente A	N/m^2	psi, lb_f/ft^2, o atm
P	perímetro mojado	m	ft
q	tasa de flujo de calor; q_k, tasa de flujo de calor por conducción; q_r, tasa de flujo de calor por radiación; q_c, tasa de flujo de calor por convección; q_b, tasa de flujo de calor por ebullición nucleada	W	Btu/h
$\dot{q}_G$	tasa de generación de calor por volumen unitario	W/m^3	Btu/h ft^3
q''	flujo térmico	W/m^2	Btu/h ft^2
Q	cantidad de calor	J	Btu
$\dot{Q}$	gasto volumétrico de flujo de fluido	m^3/s	ft^3/h
r	radio; r_H, radio hidráulico; r_i, radio interno; r_o, radio externo	m	ft or in.
R	resistencia térmica; R_c, resistencia térmica a la transferencia de calor por convección; R_k, resistencia térmica a la transferencia de calor por conducción; R_r, resistencia térmica a la transferencia de calor por radiación	K/W	h °F/Btu
R_e	resistencia eléctrica	ohm	ohm

(*Continúa*)

Símbolo	Cantidad	Sistema internacional de unidades	Sistema inglés de unidades
$\mathcal{R}$	constante del gas perfecto	8.314 J/K kg-mol	1545 ft lb_f/lb-mol °F
S	factor de forma para flujo de calor por conducción		
S	espaciamiento	m	ft
S_L	distancia entre líneas centro de tubos en filas longitudinales adyacentes	m	ft
S_T	distancia entre líneas centro de tubos en filas transversales adyacentes	m	ft
t	espesor	m	ft
T	temperatura; T_b, temperatura de la masa de un fluido; T_f, temperatura media de película; T_s, temperatura superficial; T_∞, temperatura de un fluido alejado de la fuente o disipador de calor; T_m, temperatura media de la masa de un fluido fluyendo en un conducto; T_{sv}, temperatura de vapor saturado; T_{sl}, temperatura de un líquido saturado; T_{fr}, temperatura de congelación; T_l, temperatura de líquido; T_{as}, temperatura adiabática de pared	K o °C	R o °F
u	energía interna por masa unitaria	J/kg	Btu/lb_m
u	velocidad promedio con respecto al tiempo en la dirección x; u', componente x de fluctuación instantánea de la velocidad; $\overline{u}$, velocidad promedio	m/s	ft/s o ft/h
U	coeficiente global de transferencia de calor	W/m^2 K	Btu/h ft^2 °F
U_∞	velocidad de corriente libre	m/s	ft/s
v	volumen específico	m^3/kg	ft^3/lb_m
v	velocidad promedio con respecto al tiempo en la dirección y; v', componente y de fluctuación instantánea de la velocidad	m/s	ft/s o ft/h
V	volumen	m^3	ft^3
w	velocidad promedio con respecto al tiempo en la; dirección z; w', componente z de fluctuación instantánea de la velocidad	m/s	ft/s
w	ancho	m	ft o in
$\dot{W}$	tasa de salida de trabajo	W	Btu/h
x	distancia desde el borde de ataque; x_c, distancia desde el borde de ataque donde el flujo se vuelve turbulento	m	ft

Símbolo	Cantidad	Sistema internacional de unidades	Sistema inglés de unidades
x	coordenada	m	ft
x	calidad		
y	coordenada	m	ft
y	distancia desde un límite sólido medida en dirección normal a la superficie	m	ft
z	coordenada	m	ft
Z	relación de tasas horarias de capacidad térmica en intercambiadores de calor		
	Letras griegas		
α	absorbencia para radiación; α_λ, absorbencia monocromática a longitud de onda λ		
α	difusividad térmica $= k/\rho c$	m^2/s	ft^2/s
β	coeficiente de temperatura de dilatación volumétrica	1/K	1/R
β_k	coeficiente de temperatura de conductividad térmica	1/K	1/R
γ	relación de calores específicos, c_p/c_v		
Γ	fuerza sobre un cuerpo por masa unitaria	N/kg	lb_f/lb_m
Γ_c	flujo másico de condensado por amplitud unitaria para un tubo vertical	kg/s m	lb_m/h ft
δ	espesor de la capa límite; δ_h, espesor hidrodinámico de la capa límite; δ_{th}, espesor térmico de la capa límite	m	ft
Δ	diferencia entre valores		
ε	fracción de vacíos en un lecho empacado		
ε	emisividad para radiación; ε_λ, emisividad monocromática a longitud de onda λ; ε_ϕ, emisividad en la dirección de ϕ		
ε_H	difusividad térmica de remolinos	m^2/s	ft^2/s
ε_M	difusividad de la cantidad de movimiento de remolinos	m^2/s	ft^2/s
ζ	relación de espesores de la capa límite térmica a la hidrodinámica, δ_{th}/δ_h		

(*Continúa*)

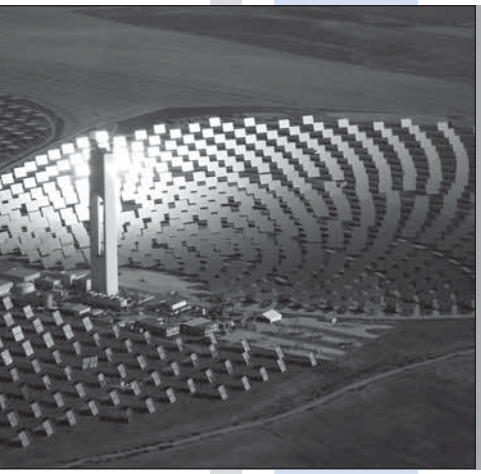
Símbolo	Cantidad	Sistema internacional de unidades	Sistema inglés de unidades
η_f	eficiencia de las aletas		
□	tiempo	s	h o s
λ	longitud de onda; λ_{max}, longitud de onda a la que el poder emisor $E_{b\lambda}$ es un máximo	μm	micra
λ	calor latente de vaporización	J/kg	Btu/lb_m
μ	viscosidad absoluta	N s/m^2	lb_m/ft s
ν	viscosidad cinemática, μ/ρ	m^2/s	ft^2/s
ν_r	frecuencia de radiación	1/s	1/s
ρ	densidad másica, $1/\nu$; ρ_l, densidad de líquido; ρ_v, densidad de vapor	kg/m^3	lb_m/ft^3
ρ	reflectancia de la radiación		
τ	esfuerzo cortante; τ_s, esfuerzo cortante en la superficie; τ_w, esfuerzo cortante en la pared de un tubo o un conducto	N/m^2	lb_f/ft^2
τ	transmisividad de la radiación		
σ	constante de Stefan-Boltzmann	W/m^2 K^4	Btu/h ft^2 R^4
σ	tensión superficial	N/m	lb_f/ft
ϕ	ángulo	rad	rad
ω	velocidad angular	rad/s	rad/s
ω	ángulo sólido	sr	estereorradián
	Números adimensionales		
Bi	número de Biot = $\bar{h}L/k_s$ o $\bar{h}r_o/k_s$		
Fo	módulo de Fourier = $a\theta/L^2$ o $a\theta/r_o^2$		
Gz	número de Graetz = $(\pi/4)$RePr(D/L)		
Gr	número de Grashof = $\beta_g L^3 \Delta T/\nu^2$		
Ja	número de Jakob = $(T_\infty - T_{sat})c_{pl}/h_{fg}$		
M	número de Mach = U_∞/a		
Nu_x	número de Nusselt local a una distancia x del borde de ataque, $h_c x/k_f$		
$\overline{Nu}_L$	número de Nusselt promedio para una placa, $\bar{h}_c L/k_f$		
$\overline{Nu}_D$	número de Nusselt promedio para un cilindro, $\bar{h}_c D/k_f$		

Símbolo	Cantidad
Pe	número de Peclet = RePr
Pr	número de Prandtl = $c_p\mu/k$ o $\nu/\propto$
Ra	número de Rayleigh = GrPr
Re_L	número de Reynolds = $U_\infty \rho L/\mu$;
$Re_x = U_\infty \rho x/\mu$	valor local de Re a una distancia x del borde de ataque
$Re_D = U_\infty \rho D/\mu$	número de Reynolds de diámetro
$Re_b = D_b G_b/\mu_l$	número de Reynolds de burbuja
θ	módulo de Fourier límite = $\overline{h}^2 a\theta/k_s^2$
St	número de Stanton = $\overline{h}c/\rho U_\infty cp$ o $\overline{Nu}$/RePr
	Diversos
$a > b$	a mayor que b
$a < b$	a menor que b
$\propto$	signo proporcional
$\simeq$	signo de aproximadamente igual a
∞	signo de infinito
Σ	signo de sumatoria

Séptima Edición

Principios de
TRANSFERENCIA DE CALOR

CAPÍTULO 1



Estación de energía solar común con sus redes o campos de heliostatos y la torre de energía solar en el primer plano; este sistema comprende todos los modos de transferencia de calor, por radiación, conducción y convección, incluyendo ebullición y condensación.

Fuente: Fotografía cortesía de Abengoa Solar.

Modos básicos de transferencia de calor

Conceptos y análisis que se deben aprender

El calor, en esencia, se transporta, o se "mueve", mediante un gradiente de temperatura, *fluye o se transfiere* de una región de alta temperatura a una de baja temperatura. La comprensión de este proceso y sus diferentes mecanismos requiere que se conecten los principios de la termodinámica y del flujo de fluidos con los de la transferencia de calor. Este último tiene su propio conjunto de conceptos y definiciones; en este capítulo se introducen los principios fundamentales entre ellos, junto con sus descripciones matemáticas y algunas aplicaciones comunes en ingeniería. Después de estudiar el capítulo usted podrá:

- Aplicar la relación básica entre la termodinámica y la transferencia de calor.
- Modelar los conceptos de modos o mecanismos diferentes de transferencia de calor para aplicaciones prácticas en la ingeniería.
- Utilizar la analogía entre flujo de calor y flujo de corriente eléctrica, así como entre la resistencia térmica y la eléctrica, en análisis en ingeniería.
- Identificar la diferencia entre modos de transferencia de calor en régimen permanente y transitorio.

1.1 Relación entre transferencia de calor y termodinámica

Siempre que existe un gradiente de temperatura en un sistema, o cuando se ponen en contacto dos sistemas con temperaturas diferentes, se transfiere energía. El proceso mediante el cual tiene lugar el transporte de energía se conoce como *transferencia de calor*. Lo que se transporta, denominado calor, no se puede observar o medir de manera directa. Sin embargo, sus efectos se pueden identificar y cuantificar mediante mediciones y análisis. El flujo de calor, al igual que la realización de trabajo, es un proceso mediante el cual se cambia la energía interna de un sistema.

La rama de la ciencia que trata sobre la relación entre el calor y otras formas de energía, incluyendo el trabajo mecánico en particular, se denomina *termodinámica*. Sus principios, como todas las leyes de la naturaleza, se apoyan en observaciones y se han generalizado en leyes que se consideran válidas para todos los procesos que ocurren en la naturaleza, debido a que no se han encontrado excepciones. Por ejemplo, la primera ley de la termodinámica establece que la energía no se puede crear ni destruir, sólo se transforma de una forma a otra y rige de manera cuantitativa todas las transformaciones de energía, pero no impone restricciones en la dirección de la transformación. Sin embargo, se sabe por experiencia que no es posible que un proceso tenga por resultado sólo la transferencia neta de calor de una región con una temperatura mayor a una región a una temperatura menor. Este enunciado de certeza experimental se conoce como la segunda ley de la termodinámica.

Todos los procesos de transferencia de calor comprenden el intercambio y/o la conversión de energía. Por tanto, deben obedecer la primera ley de la termodinámica así como la segunda. Por consiguiente, a primera vista, podría ser tentador suponer que los principios de la transferencia de calor se pueden deducir a partir de las leyes básicas de la termodinámica. Esta conclusión, sin embargo, sería errónea, debido a que la termodinámica clásica está restringida principalmente al estudio de los estados de equilibrio, incluyendo estados mecánicos, químicos y térmicos; por tanto es, por derecho propio, de poca ayuda al determinar cuantitativamente las transformaciones que ocurren por la falta de equilibrio en procesos de ingeniería. Puesto que el flujo de calor es el resultado de un desequilibrio de temperatura, su tratamiento cuantitativo se debe apoyar en otras ramas de la ciencia. El mismo razonamiento se aplica a otros tipos de procesos de transporte como la transferencia y la difusión de masa.

Limitaciones de la termodinámica clásica La termodinámica clásica estudia los estados de sistemas desde un punto de vista macroscópico y no formula hipótesis acerca de la estructura de la materia. Para realizar un análisis termodinámico es necesario describir el estado de un sistema en términos de las características generales, como presión, volumen y temperatura, que se pueden medir directamente y que no comprenden suposiciones especiales con respecto a la estructura de la materia. Estas variables (o propiedades termodinámicas) son importantes para el sistema como una entidad sólo cuando son uniformes en todo éste, es decir, cuando el sistema está en equilibrio. Así pues, la termodinámica clásica no tiene que ver con los detalles de un proceso, sino más bien con los estados de equilibrio y con las relaciones entre ellos. Los procesos que se utilizan en un análisis termodinámico son procesos idealizados concebidos para obtener información sobre los estados de equilibrio.

El ejemplo esquemático del motor de un automóvil que se muestra en la figura 1.1 ilustra las distinciones entre análisis termodinámico y el de transferencia de calor. Si bien la ley básica de la conservación de la energía se aplica a los dos, desde un punto de vista termodinámico, la cantidad de calor transferido durante un proceso simplemente es igual a la diferencia entre el cambio en energía del sistema y el trabajo realizado. Es evidente que en este tipo de análisis no se considera el mecanismo del flujo de calor ni el tiempo requerido para transferirlo. Simplemente se prescribe cuánto calor se debe suministrar a o rechazar de un sistema durante un proceso entre estados finales especificados sin considerar sí, o cómo, esto se puede efectuar. La cuestión de cuánto tiempo tomaría transferir una cantidad de calor especificada, por medio de mecanismos o modos diferentes de transferencia de calor y sus procesos (los dos en términos de espacio y tiempo) mediante los cuales ocurren, aunque son de mucha importancia práctica, no suelen aparecer en el análisis termodinámico.

Transferencia de calor en ingeniería Desde un punto de vista ingenieril, el problema clave es la determinación de la *tasa de transferencia de calor para una diferencia de*

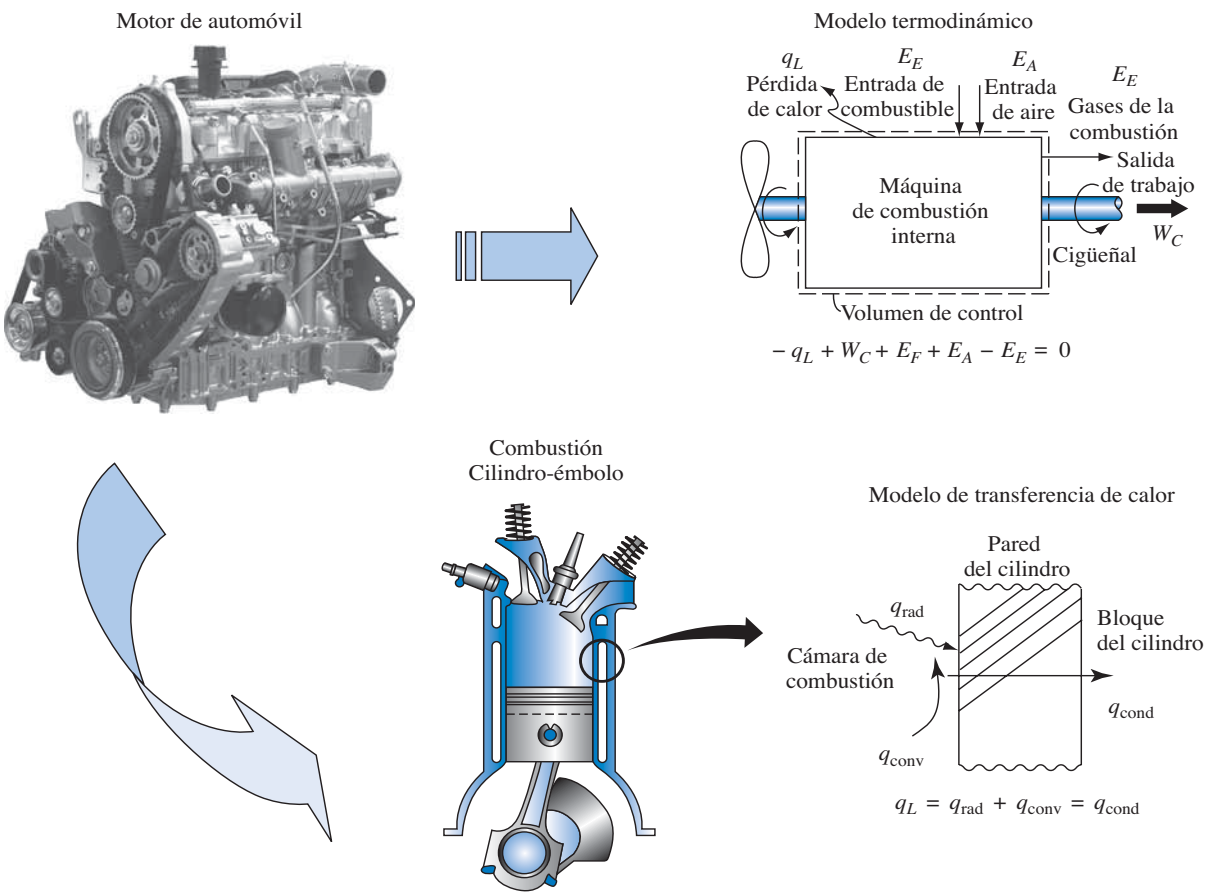


FIGURA 1.1 Modelo termodinámico clásico y modelo de transferencia de calor de un motor (de combustión interna de encendido por chispa) de un automóvil común.

Fuente: Fotografía de un motor de automóvil, cortesía de Ajancso/shutterstock.

temperatura especificada. Para estimar el costo, posibilidad y tamaño del equipo necesario para transferir una cantidad de calor especificada en un tiempo dado, se debe efectuar un análisis de transferencia de calor. Las dimensiones de calderas, calentadores, refrigeradores e intercambiadores de calor dependen no sólo de la cantidad de calor que se debe transmitir, sino también de la tasa a la que el calor se transferirá ante las condiciones dadas. El funcionamiento exitoso de los componentes de un equipo como los álabes de una turbina o las paredes de una cámara de combustión, depende de la posibilidad de poder enfriar ciertas partes metálicas removiendo de manera continua calor de una superficie a un ritmo rápido. Un análisis de transferencia de calor también se debe realizar en el diseño de máquinas eléctricas, transformadores y cojinetes para evitar condiciones que ocasionen sobrecalentamiento y daño del equipo. La lista parcial en la tabla 1.1, da una muestra de la importancia extensiva de la transferencia de calor y de sus diferentes aplicaciones prácticas. Estos ejemplos muestran que casi todas las ramas de la ingeniería enfrentan problemas de transferencia de calor, que no se pueden solucionar sólo mediante razonamiento termodinámico, sino que requieren de un análisis basado en la ciencia de la transferencia de calor.

En la transferencia de calor, al igual que en otras ramas de la ingeniería, la solución exitosa de un problema requiere que se hagan suposiciones e idealizaciones. Es casi imposible describir con exactitud los fenómenos físicos y a fin de expresar un problema en forma de una ecuación que se pueda resolver, es necesario hacer aproximaciones. Por ejemplo, en los cálculos de circuitos eléctricos se suele suponer que los valores de las resistencias, capacitancias e inductancias son independientes de la corriente que fluye a través de ellos. Esta suposición simplifica el análisis pero en ciertos casos *puede* limitar severamente la precisión de los resultados.

TABLA 1.1 Importancia y aplicaciones prácticas diversas de la transferencia de calor

Industria química, petroquímica y de proceso: intercambiadores de calor, reactores, recalentadores, etcétera.

Generación y distribución de energía: calderas, condensadores, torres de enfriamiento, calentadores de agua de alimentación, enfriamiento del transformador, enfriamiento del cable de transmisión, etcétera.

Aviación y exploración espacial: enfriamiento de álabes de turbinas de gas, blindajes de calor de vehículos, enfriamiento de motores/toberas de cohetes, trajes espaciales, generación de energía en el espacio, etcétera.

Máquinas eléctricas y equipo electrónico: enfriamiento de motores, generadores, computadoras y dispositivos microelectrónicos, etcétera.

Manufactura y procesamiento de materiales: procesamiento de metales, tratamiento térmico, procesamiento de materiales compuestos, crecimiento de cristales, micromaquinado, maquinado láser, etcétera.

Transporte: enfriamiento de motores, radiadores automotrices, control del clima, almacenamiento móvil de alimentos, etcétera.

Fuego y combustión.

Cuidado de la salud y aplicaciones biomédicas: calentadores de sangre, almacenamiento de órganos y tejidos, hipotermia, etcétera.

Calefacción, ventilación y acondicionamiento de aire: acondicionadores de aire, calentadores de agua, chimeneas, enfriadores, refrigeradores, etcétera.

Cambios climáticos y medioambientales.

Sistema de energía renovable: colectores de placas planas, almacenamiento de energía térmica, enfriamiento de módulos PV, etcétera.

Es importante tomar en cuenta las suposiciones, idealizaciones y aproximaciones hechas en el curso de un análisis cuando se interpreten los resultados finales. En ocasiones si no se cuenta con información suficiente sobre las propiedades físicas es necesario utilizar aproximaciones de ingeniería para resolver un problema. Por ejemplo, en el diseño de partes de máquinas que funcionen a temperaturas elevadas, puede ser necesario estimar el límite proporcional o la resistencia a la fatiga del material a partir de datos a baja temperatura. Para asegurar un funcionamiento satisfactorio de una parte específica, el diseñador debe aplicar un factor de seguridad a los resultados obtenidos en el análisis. También se requieren aproximaciones similares en los problemas de transferencia de calor. Las propiedades físicas como la conductividad térmica o la viscosidad cambian con la temperatura, pero si se seleccionan valores promedio adecuados, los cálculos se pueden simplificar de manera considerable sin introducir un error apreciable en el resultado final. Cuando se transfiere calor de un fluido a una pared, como en una caldera, se forma una incrustación después de una operación continua y se reduce la tasa del flujo de calor. Para asegurar una operación satisfactoria durante un periodo prolongado, se debe aplicar un factor de seguridad para considerar esta contingencia.

Cuando sea necesario hacer una suposición o aproximación en la solución de un problema, el ingeniero debe confiar en su ingenio y experiencia. No existen guías simples para la solución de problemas nuevos o inexplorados y una suposición válida para un problema puede no serlo en otro. Sin embargo, la experiencia ha demostrado que el primer requerimiento para hacer suposiciones o aproximaciones sólidas en ingeniería es un entendimiento físico completo y detallado del problema. En el campo de la transferencia de calor, esto significa estar familiarizado no sólo con las leyes y mecanismos físicos del flujo de calor, sino también con las leyes y mecanismos de la mecánica de fluidos, la física y las matemáticas.

La transferencia de calor se puede definir como la transmisión de energía de una región a otra como resultado de una diferencia de temperatura entre ellas. Como existen diferencias de temperatura en todo el universo, los fenómenos de flujo de calor son tan universales como los asociados con las atracciones gravitacionales. Sin embargo, a diferencia de la gravedad el flujo de calor no se rige por una relación única sino más bien por una combinación de varias leyes físicas independientes.

Mecanismos de transferencia de calor En las obras sobre transferencia de calor se reconocen por lo general tres modos distintos de transmisión de calor: por conducción, por radiación y por convección. Hablando de manera estricta, sólo la conducción y la radiación se deben clasificar como procesos de transferencia de calor, debido a que sólo estos dos mecanismos dependen para su operación de la simple existencia de una diferencia de temperatura. El último de los tres, la convección, no cumple estrictamente con la definición de transferencia de calor ya que su operación también depende del transporte mecánico de masa. Pero como en la convección también se realiza transmisión de energía de regiones de temperatura mayor a regiones de temperatura menor, el término "transferencia de calor por convección" se ha aceptado generalmente.

En las secciones 1.3 a 1.5, se analizarán las ecuaciones básicas que rigen cada uno de los tres modos de transferencia de calor. El objetivo principal es obtener una perspectiva amplia del campo sin adentrarse en los detalles y, por tanto, se considerarán casos simples. Aunque se debe enfatizar que en la mayoría de las situaciones naturales el calor se transfiere no por uno, sino por varios mecanismos que operan simultáneamente. De aquí, en la sección 1.6 se mostrará cómo combinar las relaciones simples en situaciones cuando ocurren de manera simultánea varios modos de transferencia de calor y en la sección 1.7 se mostrará cómo reducir el flujo de calor empleando aislantes. Y por último, en la sección 1.8 se ilustrará cómo utilizar las leyes de la termodinámica en los análisis de transferencia de calor.

1.2 Dimensiones y unidades

Antes de continuar con el desarrollo de los conceptos y principios que rigen la transmisión o flujo de calor, es imperativo repasar las dimensiones y unidades principales mediante las cuales se cuantifican sus variables descriptivas. Es importante no confundir el significado de los términos ***unidades*** y ***dimensiones***. Las ***dimensiones*** son nuestros conceptos básicos de mediciones como longitud, tiempo y temperatura. Por ejemplo, la distancia entre dos puntos es una dimensión denominada longitud. Las ***unidades*** son los medios para expresar las dimensiones de manera numérica, por ejemplo, metro o pie de longitud; segundo u hora de tiempo. Antes de poder realizar cálculos numéricos, las dimensiones se deben cuantificar en unidades.

En todo el mundo se utilizan varios sistemas de unidades distintos. El sistema SI (Système internationale d´unites) se ha adoptado por la International Organization for Standarization y lo recomiendan la mayoría de las organizaciones normativas estadounidenses. Por tanto, en este libro utilizaremos principalmente el sistema SI de unidades. Sin embargo, en Estados Unidos el sistema de unidades inglés aún es de uso común. Así pues, es importante poder cambiar de un conjunto de unidades a otro. Para tener la capacidad de comunicarse con ingenieros que aún tienen el hábito de utilizar el sistema inglés, en varios ejemplos y problemas de ejercicio en el libro se empleará el sistema inglés.

Las unidades SI básicas son las de longitud, tiempo y temperatura. La unidad de fuerza, el Newton, se obtiene a partir de la segunda ley del movimiento de Newton, que establece que la fuerza es proporcional a la rapidez de cambio con respecto al tiempo de la cantidad de movimiento. Para una masa dada, la ley de Newton se puede escribir en la forma

$$F = \frac{1}{g_c} ma \tag{1.1}$$

donde F es la fuerza, m es la masa, a es la aceleración y g_c es una constante cuyo valor numérico y unidades dependen de las unidades seleccionadas para F, m y a.

En el sistema SI la unidad de fuerza, el newton, se define como

$$1 \text{ newton} = \frac{1}{g_c} \times 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2$$

Así pues, se observa que

$$g_c = 1 \text{ kg m/newton s}^2$$

En el sistema inglés se tiene la relación

$$1 \text{ lb}_f = \frac{1}{g_c} \times 1 \text{ lb} \times g \text{ ft/s}^2$$

El valor numérico de la constante de conversión g_c se determina mediante la aceleración impartida a 1 lb masa por una l lb fuerza, o

$$g_c = 32.174 \text{ ft lb}_m/\text{lb}_f \text{ s}^2$$

El peso de un cuerpo, W, se define como la fuerza ejercida en el cuerpo por la gravedad. Por tanto,

$$W = \frac{g}{g_c} m$$

donde g es la aceleración local debida a la gravedad. El peso tiene las dimensiones de una fuerza y 1 kg_{masa} pesará 9.8 N a nivel del mar.

Se debe observar que g y g_c no son cantidades similares. La aceleración gravitacional g depende de la ubicación y la altitud, en tanto que g_c es una constante cuyo valor depende del sistema de unidades. Una de las grandes conveniencias del sistema SI es que g_c es numéricamente igual a uno y, por tanto, no se requiere que se muestre de manera específica. Por otro lado, en el sistema inglés la omisión de g_c afectará la respuesta numérica y, por tanto, es imperativo que se incluya y se muestre claramente en el análisis, en especial en cálculos numéricos.

Con las unidades fundamentales de metro, kilogramo, segundo y kelvin, las unidades tanto para la fuerza como para la energía o calor son unidades derivadas. Para cuantificar el calor, la tasa de transferencia de calor, su flujo y su temperatura, las unidades empleadas según la convención internacional se muestran en la tabla 1.2, donde también se dan sus contrapartes en unidades inglesas junto con sus respectivos factores de conversión, en reconocimiento del hecho de que esas unidades aún prevalecen en la práctica en Estados Unidos. El joule (newton–metro) es la única unidad de energía en el sistema SI y el watt (joule por segundo) es la unidad correspondiente de potencia. Por otra parte, en el sistema de unidades en ingeniería, la Btu (unidad térmica británica) es la unidad de calor o energía, que se define como la energía requerida para aumentar 1°F la temperatura de 1 lb de agua a 60 °F y a una atmósfera de presión.

La unidad de temperatura SI es el kelvin, pero el uso de la escala de temperatura Celsius está muy difundido y en general se considera adecuado. El kelvin se basa en la escala termodinámica, en donde el cero en la escala Celsius (0 °C) corresponde a la temperatura de congelación del agua y es equivalente es 273.15 K en la escala termodinámica. Sin embargo, observe que las diferencias de temperatura son numéricamente equivalentes en K y °C ya que 1 K es igual a 1 °C.

En el sistema de unidades inglés, la temperatura suele expresarse en grados Fahrenheit (°F) o, en la escala de temperatura termodinámica, en grados Rankine (°R). Aquí, 1 K es igual a 1.8 °R y se dan los factores de conversión para otras escalas de temperatura

$$°C = \frac{°F - 32}{1.8}$$

TABLA 1.2 Dimensiones y unidades de calor y temperatura

Cantidad	Unidades SI	Unidades inglesas	Conversión
Q, cantidad de calor	J	Btu	$1\ J = 9.4787 \times 10^{-4}$ Btu
q, velocidad de transferencia de calor	J/s o W	Btu/h	1 W = 3.4123 Btu/h
q'', flujo de calor	W/m^2	$Btu/h \cdot ft^2$	$1\ W/m^2 = 0.3171\ Btu/h \cdot ft^2$
T, temperatura	K [K] = [°C] + 273.15	°R o °F [R] = [°F] + 459.67	T°C = (T°F–32)/1.8 T K = T°R/1.8

EJEMPLO 1.1 Un muro de ladrillos de mampostería de una casa tiene una temperatura superficial interior de 55 °F y una temperatura superficial exterior de 45 °F. El muro tiene un espesor de 1 ft y debido a la diferencia de temperatura, la pérdida de calor a través del muro por pie cuadrado es 3.4 $Btu/h \cdot ft^2$. Exprese la pérdida de calor en unidades SI. Además, calcule el valor de esta pérdida de calor para una superficie de 100 ft^2

durante un periodo de 24 h si la casa se calienta por un calentador de resistencia eléctrica y el costo de la electricidad es 10 ¢/kWh.

SOLUCIÓN La tasa de la pérdida de calor por superficie unitaria en unidades SI es

$$q'' = 3.4\left(\frac{\text{Btu}}{\text{ft}^2\text{h}}\right) \times 0.2931\left(\frac{\text{W}}{\text{Btu/h}}\right) \times \frac{1}{0.0929}\left(\frac{\text{ft}^2}{\text{m}^2}\right) = 10.72[\text{W/m}^2]$$

La pérdida de calor total hacia el entorno por el área superficial especificada del muro de la casa en 24 horas es

$$Q = 3.4\left(\frac{\text{Btu}}{\text{ft}^2\text{h}}\right) \times 100(\text{ft}^2) \times 24(\text{h}) = 8160\ [\text{Btu}]$$

Esto se puede expresar en unidades SI como

$$Q = 8160 \times 0.2931 \times 10^{-3}\left(\frac{\text{kWh}}{\text{Btu}}\right) = 2.392\ [\text{kWh}]$$

Y a 10 ¢/kW·h, el costo es igual a ≈ 24 ¢ por la pérdida de calor en 24 h.

1.3 Conducción de calor

Siempre que exista un gradiente de temperatura en un medio sólido, el calor fluirá de la región de mayor temperatura a la de menor temperatura. La velocidad a la que el calor se transfiere por conducción, q_k, es proporcional al gradiente de temperatura dT/dx por el área A a través de la que se transfiere el calor:

$$q_k \propto A\frac{dT}{dx}$$

En esta relación, $T(x)$ es la temperatura local y x es la distancia en la dirección del flujo de calor. La velocidad real del flujo de calor depende de la conductividad térmica k, que es una propiedad física del medio. Entonces para la conducción a través de un medio homogéneo, la tasa de transferencia de calor es

$$q_k = -kA\frac{dT}{dx} \tag{1.2}$$

El signo de menos es consecuencia de la segunda ley de la termodinámica, que requiere que el flujo de calor *debe* fluir en dirección de una temperatura mayor a una menor. Como se ilustra en la figura 1.2 en la página siguiente, el gradiente de temperatura será negativo si la temperatura disminuye al aumentar los valores de x. Por tanto, si el calor transferido en la dirección x positiva debe ser una cantidad positiva, se debe insertar un signo negativo en el lado derecho de la ecuación (1.2).

La ecuación (1.2) define la conductividad térmica y se denomina ley de la conducción de Fourier en honor al científico francés J. B. J. Fourier, que la propuso en 1822. La conductividad térmica en la ecuación (1.2) es una propiedad del material que indica la cantidad de calor que fluirá por tiempo unitario a través de un área

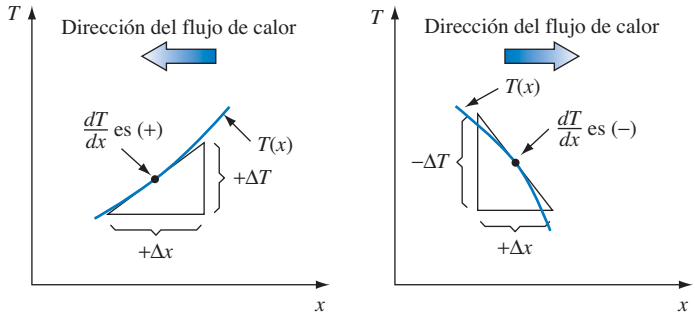


FIGURA 1.2 Convención de signos para el flujo de calor por conducción.

unitaria cuando el gradiente de temperatura es unitario. En el sistema SI, como se repasó en la sección 1.2, el área está en metros cuadrados (m^2), la temperatura en kelvine (K), x está en metros (m) y la tasa de flujo de calor en watts (W). Por tanto, la conductividad térmica tiene las unidades de watts por metro por kelvine (W/m K). En el sistema inglés, que aún se emplea mucho por ingenieros en Estados Unidos, el área se expresa en pies cuadrados (ft^2), x en pies (ft), la temperatura en grados Fahrenheit (°F) y la tasa de flujo de calor en Btu/h. Así pues, k, tiene las unidades Btu/h ft °F. La constante de conversión para k entre los sistemas SI e inglés es

$$1 \text{ W/m K} = 0.578 \text{ Btu/h ft °F}$$

La tabla 1.3 contiene las órdenes de magnitud de la conductividad térmica de varios tipos de materiales. Si bien, en general, la conductividad térmica varía con la temperatura, en muchos problemas de ingeniería la variación es lo suficientemente pequeña como para ignorarla.

TABLA 1.3 Conductividades térmicas de algunos metales, sólidos no metálicos, líquidos y gases

	Conductividad térmica a 300 K (540 °R)	
Material	**W/m K**	**Btu/h ft °F**
Cobre	399	231
Aluminio	237	137
Acero al carbono, 1% C	43	25
Vidrio	0.81	0.47
Plásticos	0.2–0.3	0.12–0.17
Agua	0.6	0.35
Etileno glicol	0.26	0.15
Aceite para motores	0.15	0.09
Freón (líquido)	0.07	0.04
Hidrogeno	0.18	0.10
Aire	0.026	0.02

1.3.1 Paredes planas

En el caso simple de flujo de calor unidimensional en régimen permanente a través de una pared plana, el gradiente de temperatura y el flujo de calor no varían con el tiempo, y el área de sección transversal a lo largo de la trayectoria del flujo de calor es uniforme. Entonces las variables en la ecuación (1.1) se pueden separar y la ecuación resultante es

$$\frac{q_k}{A}\int_0^L dx = -\int_{T_{\text{caliente}}}^{T_{\text{fría}}} k\,dT = -\int_{T_1}^{T_2} k\,dT$$

Los límites de integración se pueden verificar inspeccionando la figura 1.3, donde la temperatura en la cara izquierda ($x = 0$) es uniforme en T_{caliente} y la temperatura en la cara derecha ($x = L$) es uniforme en $T_{\text{fría}}$.

Si k es independiente de T, después de integrar se obtiene la expresión siguiente para la tasa de conducción de calor a través de la pared:

$$q_k = \frac{Ak}{L}(T_{\text{caliente}} - T_{\text{fría}}) = \frac{\Delta T}{L/Ak} \tag{1.3}$$

En esta ecuación AT, la diferencia entre la temperatura mayor T_{caliente} y la temperatura menor $T_{\text{fría}}$ es el potencial propulsor que ocasiona el flujo de calor. La cantidad L/Ak es equivalente a una resistencia térmica R_k que la pared opone al flujo de calor por conducción:

$$R_k = \frac{L}{Ak} \tag{1.4}$$

Existe una analogía entre los sistemas de flujo de calor y los circuitos eléctricos DC. Como se muestra en la figura 1.3 el flujo de corriente eléctrica i, es igual al potencial de voltaje $E_1 - E_2$, dividido entre la resistencia eléctrica, R_e, en tanto que la tasa de flujo de calor, q_k, es igual al potencial de temperatura $T_1 - T_2$ dividido entre la resis-

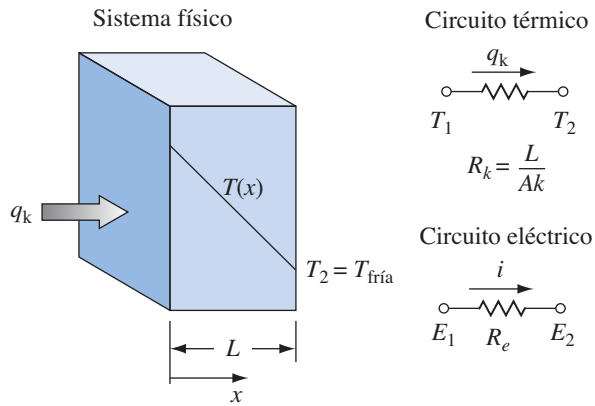


FIGURA 1.3 Distribución de temperatura para conducción en régimen permanente a través de una pared plana y analogía entre circuitos térmico y eléctrico.

tencia térmica R_k. Esta analogía es una herramienta útil, en especial para visualizar situaciones más complejas, que se analizarán en capítulos posteriores. El recíproco de la resistencia térmica se conoce como la conductancia térmica *Kk*, definida por

$$K_k = \frac{Ak}{L} \tag{1.5}$$

El matemático y físico francés Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) y el físico alemán más joven Georg Ohm (1789-1854, descubridor de la ley de Ohm que es la base fundamental de la teoría de circuitos eléctricos) fueron contemporáneos de oficio. Se cree que el tratado matemático de Ohm, publicado en *Die Galvanische Kette, Mathematisch Bearbeitet* (El circuito galvánico investigado matemáticamente) en 1827, se inspiró y basó en el trabajo de Fourier, que había desarrollado la ecuación de régimen para describir el flujo de calor en un medio conductor. Así pues, el tratamiento análogo del flujo de calor y electricidad, en términos de un circuito eléctrico con una resistencia eléctrica entre una diferencia de temperatura, no es sorprendente.

La relación k/L en la ecuación (1.5), la conductancia térmica por área unitaria, se denomina *conductancia térmica unitaria* para *flujo de calor* por conducción, en tanto que el recíproco, L/k, se denomina *resistencia térmica unitaria*. El subíndice k indica que el mecanismo de transferencia es por conducción. La conductancia térmica tiene unidades de watts por diferencia de temperatura en kelvine (Btu/h °F en el sistema inglés) y la resistencia térmica tiene unidades de kelvine por watt (h °F/Btu en el sistema de ingeniería). Los conceptos de resistencia y conductancia son útiles en el análisis de sistemas térmicos donde ocurren de manera simultánea varios modos de transferencia de calor.

Para muchos materiales, la conductividad térmica se puede aproximar como una función lineal de la temperatura sobre intervalos de temperatura limitados:

$$k(T) = k_0(1 + \beta_k T) \tag{1.6}$$

donde β_k es una constante empírica y k_0 es el valor de la conductividad a una temperatura de referencia. En esos casos, la integración de la ecuación (1.2) da

$$q_k \frac{k_0 A}{L}\left[(T_1 - T_2) + \frac{\beta_k}{2}(T_1^2 - T_2^2)\right] \tag{1.7}$$

o

$$q_k = \frac{k_{\text{av}} A}{L}(T_1 - T_2) \tag{1.8}$$

donde k_{av} es el valor de k a la temperatura promedio $(T_1 + T_2)/2$.

La distribución de temperatura para una constante térmica ($\beta_k = 0$) y para conductividades térmicas que aumentan ($\beta_k > 0$) y disminuyen ($\beta_k < 0$) con la temperatura se muestran en la figura 1.4.

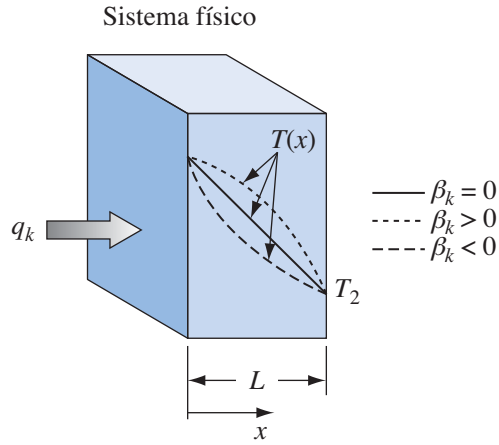


FIGURA 1.4 Distribución de la temperatura por conducción a través de una pared plana con conductividad térmica constante y variable.

EJEMPLO 1.2 Calcule la resistencia térmica y la tasa de transferencia de calor a través de una hoja de vidrio de ventana ($k = 0.81$ W/m K) de 1 m de altura, 0.5 m de ancho y 0.5 cm de espesor, si la temperatura de la superficie exterior es 24 °C y la temperatura de la superficie interior es 24.5 °C.

SOLUCIÓN En la figura 1.5 se muestra un diagrama esquemático del sistema. Suponga que existe un estado en régimen permanente y que la temperatura es uniforme sobre las superficies interior y exterior. La resistencia térmica a la conducción R_k de acuerdo con la ecuación (1.4) es

$$R_k = \frac{L}{kA} = \frac{0.005 \text{ m}}{0.81 \text{ W/m K} \times 1 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}} = 0.0123 \text{ K/W}$$

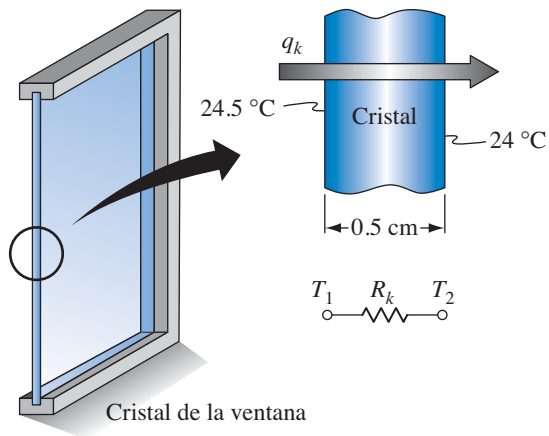


FIGURA 1.5 Transferencia de calor por conducción a través del cristal de una ventana.

La tasa de pérdida de calor de la superficie interior hacia la exterior se obtiene con la ecuación (1.3):

$$q_k = \frac{T_1 - T_2}{R_k} = \frac{(24.5 - 24.0)\ ^\circ\text{C}}{0.0123\ \text{K/W}} = 40\ \text{W}$$

Observe que una diferencia de temperatura de 1°C es igual a una diferencia de temperatura de 1 K. Por tanto, °C y K se pueden emplear de manera indistinta cuando se indican las diferencias de temperatura. Sin embargo si se implica un nivel de temperatura se debe recordar que cero en la escala Celsius (0 °C) es equivalente a 273.13K en la escala de temperatura termodinámica o de temperatura absoluta y

$$T(\text{K}) = T(^\circ\text{C}) + 273.15$$

1.3.2 Conductividad térmica

De acuerdo con la ley de Fourier, ecuación (1.2), la conductividad térmica se define como

$$k \equiv \frac{q_k/A}{|dT/dx|}$$

En los cálculos en ingeniería por lo general se utilizan valores de la conductividad térmica medidos de manera experimental, aunque para gases a temperaturas moderadas la teoría cinética de los gases se puede emplear para predecir los valores experimentales de manera precisa. También se han propuesto teorías para calcular las conductividades térmicas para otros materiales, pero en el caso de líquidos y sólidos, las teorías no son adecuadas para predecir la conductividad térmica con una precisión satisfactoria [1, 2].

En la tabla 1.3 se encuentran los valores de la conductividad térmica para varios materiales. Observe que los mejores conductores son los metales puros y los peores son los gases. Entre ellos se encuentran las aleaciones, los sólidos no metálicos y los líquidos.

El mecanismo de la conducción térmica en un gas se puede explicar a un nivel molecular a partir de los conceptos básicos de la teoría cinética de los gases. La energía cinética de una molécula está relacionada con su temperatura. Las moléculas en una región a alta temperatura tienen velocidades mayores que las que se encuentran en una región a baja temperatura. Pero las moléculas están en movimiento aleatorio continuo y conforme chocan unas con otras intercambian energía así como cantidad de movimiento. Cuando una molécula se mueve de una región a mayor temperatura a una a menor temperatura, transporta energía cinética de la parte a temperatura mayor a la parte a temperatura menor del sistema. Al chocar con otras moléculas más lentas, cede parte de esta energía y aumenta la energía de las moléculas con un contenido de energía menor. De esta manera, la energía térmica se transfiere de regiones de temperatura mayor a regiones de temperatura menor en un gas por la acción molecular.

De acuerdo con la descripción simplificada anterior, entre más rápido se muevan las moléculas, más rápido transportarán energía. En consecuencia, la propiedad de transporte que se ha denominado conductividad térmica dependerá de la temperatura del gas. Un tratamiento analítico un tanto simplificado (por ejemplo, consulte [3]) indica que la conductividad térmica de un gas es proporcional a la raíz cuadrada

de la temperatura absoluta. A presiones moderadas el espacio entre moléculas es grande comparado con el tamaño de una molécula; por tanto, la conductividad térmica es independiente de la presión. Las curvas de la figura 1.6*a*) muestran cómo las conductividades térmicas de algunos gases comunes varían con la temperatura.

El mecanismo básico de la conducción de energía en líquidos es cualitativamente similar al de los gases. Sin embargo, las condiciones moleculares en los líquidos son más difíciles de describir y los detalles de los mecanismos de conducción en líquidos no son del todo conocidos. Las curvas en la figura 1.6*b*) muestran la conductividad térmica de algunos líquidos no metálicos como una función de la temperatura. Para la mayoría de los líquidos, la conductividad térmica disminuye con el aumento de temperatura, pero el agua es una excepción notable. La conductividad térmica de los líquidos es insensible a la presión, excepto cerca del punto crítico. Como regla general, la conductividad térmica de los líquidos disminuye con el aumento en el peso molecular. Para fines ingenieriles, los valores de la conductividad térmica de los líquidos se obtienen de tablas como una función de la temperatura en el estado saturado. En el apéndice 2 se presentan datos de conductividad térmica para varios líquidos comunes. Los líquidos metálicos tienen conductividades mucho mayores que los líquidos no metálicos y sus propiedades se dan por separado en las tablas 25 a 27 del apéndice 2.

De acuerdo con las teorías actuales, los materiales sólidos consisten en electrones libres y átomos en una disposición periódica reticular. Así pues, la energía térmica se puede conducir mediante dos mecanismos; migración de electrones y vibración reticular. Estos dos efectos son aditivos, pero en general, el transporte realizado por

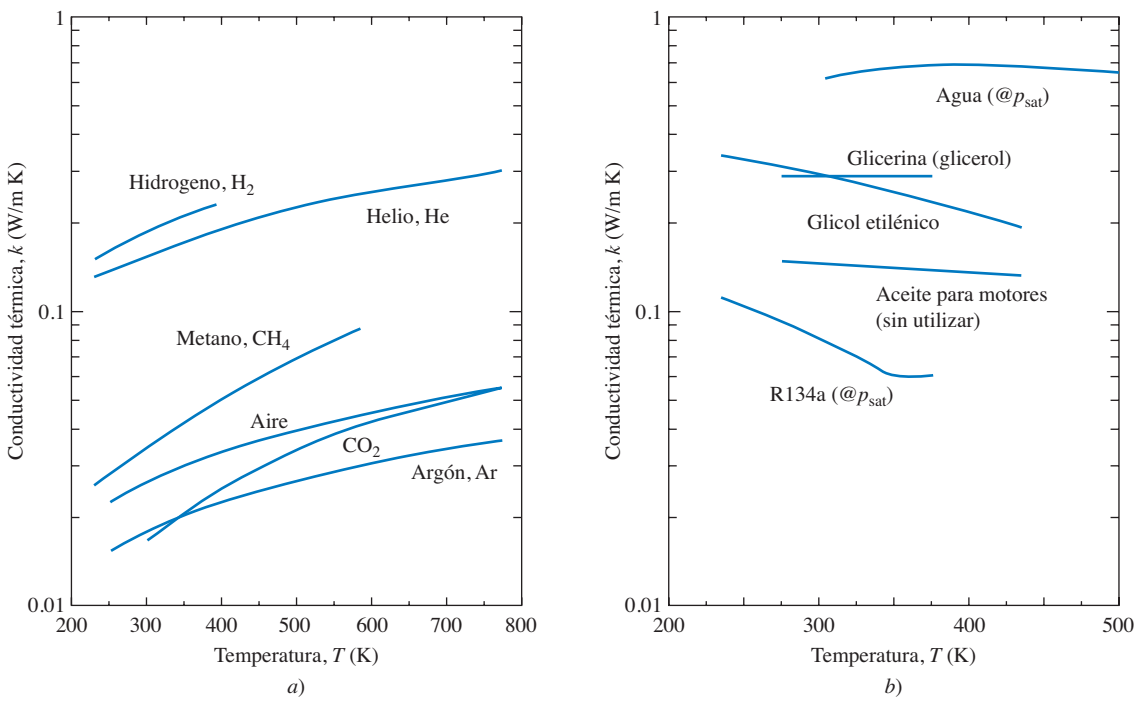


FIGURA 1.6. Variación de la conductividad térmica con la temperatura de fluidos comunes: *a*) gases y *b*) líquidos.

Fuentes de los datos de propiedades: *ASHRAE Handbook* 2005, Union Carbide (glicol etilénico) y Dow Chemicals (glicerina o glicerol).

los electrones es más efectivo que el transporte debido a la energía vibracional en la estructura reticular. Como los electrones transportan una carga eléctrica de una manera similar a la forma en la que transportan energía térmica de una región a temperatura mayor a una menor, los buenos conductores eléctricos también suelen ser buenos conductores de calor, mientras que los buenos aislantes eléctricos son conductores de calor deficientes. En sólidos no metálicos, hay poco o ningún transporte y, por tanto, la conductividad se determina principalmente por vibración reticular. En consecuencia, estos materiales tienen una conductividad térmica menor que los metales. En la figura 1.7 se muestran algunas conductividades térmicas de algunos metales y aleaciones comunes.

Los aislantes térmicos [4] son un grupo importante de materiales sólidos para el diseño de la transferencia de calor. Estos materiales son sólidos, pero su estructura contiene espacios de aire que son lo suficientemente pequeños para suprimir el movimiento gaseoso y así aprovechan la baja conductividad térmica de los gases

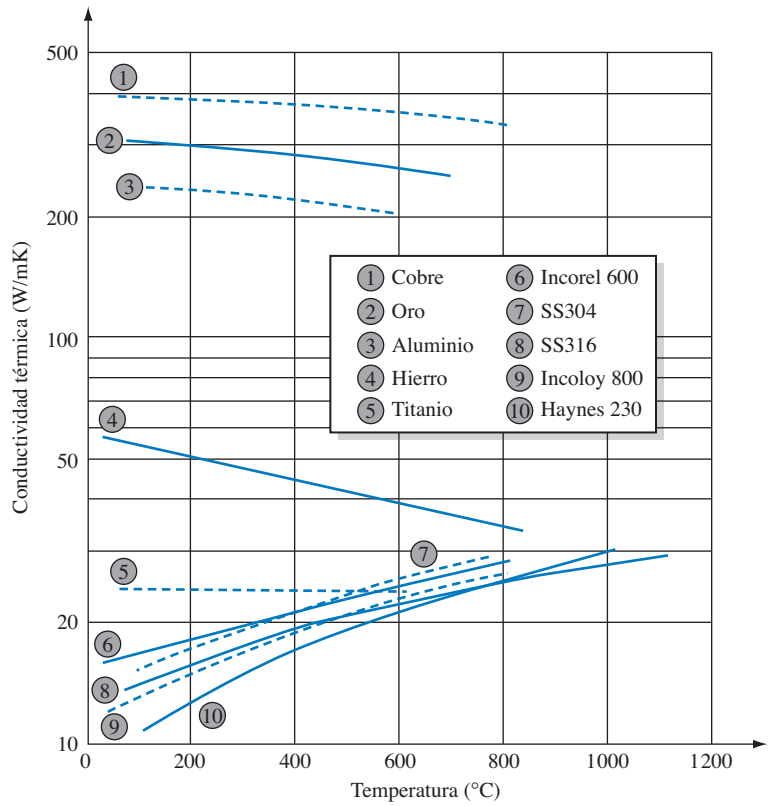


FIGURA 1.7 Variación de la conductividad térmica con la temperatura para elementos y aleaciones metálicas comunes.

Fuentes: Aluminum, Copper, Gold, Iron, and Titanium: Y.S. Touloukian, R.W. Powell, C.Y. Ho and P.G. Klemens, Thermophysical Properties of Matter, Vol. 1, Thermal Conductivity Metallic Elements and Alloys, IFI>Plenum, New York, 1970. Stainless Steel 304 and 316: D. Pecjner and I.M. Bernstein, Handbook of Stainless Steels. McGraw-Hill, New York, 1977. Inconel 600 and Incoloy 800: Huntington Alloys, Huntigton Alloys Handbook, Fifth Ed. 1970. Haynes 230: Haynes International, Haynes Alloy No. 230 (Inconel e Incoloy son marcas registradas de Huntington Alloys, Inc. Haynes es una marca registrada de Haynes International).

para reducir la transferencia de calor. Si bien suele hablarse de una conductividad térmica para aislantes térmicos, en realidad, el transporte a través de un aislante se compone de conducción así como de radiación a través de los intersticios llenos con gas. El aislamiento térmico se analizará con más detalle en la sección 1.7. En la tabla 11 del apéndice 2 se encuentran los valores comunes de la conductividad efectiva de varios materiales aislantes.

1.4 Convección

El modo de transferencia de calor por convección en realidad consiste en dos mecanismos que operan de manera simultánea. El primero es la transferencia de energía generada por el movimiento molecular, es decir, el modo conductivo. Superpuesta a este modo se encuentra la transferencia de energía por el movimiento macroscópico de fracciones de fluido. El movimiento de fluido es un resultado de fracciones de fluido, donde cada una consiste en una gran cantidad de moléculas, que se mueven por la acción de una fuerza externa. Esta fuerza extraña puede ser el resultado de un gradiente de densidad, como en la convección natural, o por una diferencia de presión generada por una bomba o un ventilador, o posiblemente por una combinación de las dos.

En la figura 1.8 se muestra una placa a una temperatura superficial T_s y un fluido a una temperatura T_∞ que fluye paralelo a la placa. Como resultado de las fuerzas viscosas la velocidad del fluido será cero en la pared y aumentará a U_∞ como se muestra. Dado que el fluido no se mueve en la interfaz, el calor se transfiere en esa ubicación sólo por conducción. Si se conociera el gradiente de temperatura y la conductividad térmica en esta interfaz, se podría evaluar la tasa de transferencia de calor empleando la ecuación (1.2):

$$q_c = -k_{\text{fluido}} A \left| \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{\text{en } y=0} \tag{1.9}$$

Pero el gradiente de temperatura en la interfaz depende de la tasa a la que el movimiento macroscópico así como el microscópico del fluido transporta el calor de la interfaz. En consecuencia, el gradiente de temperatura en la interfaz fluido-placa depende de la naturaleza del campo de flujo, en particular de la velocidad de corriente libre U_∞.

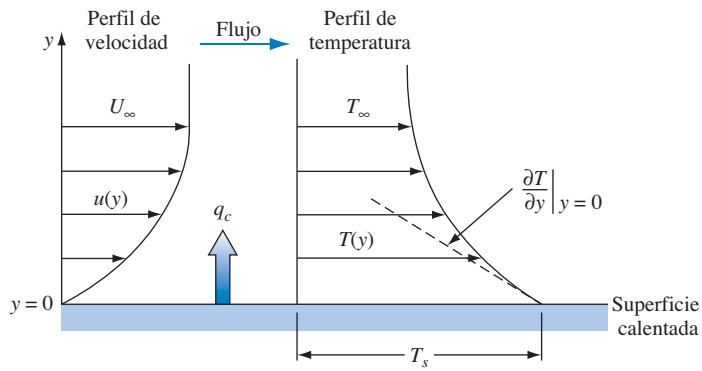


FIGURA 1.8 Perfil de velocidad y temperatura para transferencia de calor por convección de una placa calentada con flujo sobre su superficie.

La situación es muy similar en la convección natural. La diferencia principal es que en la convección forzada la velocidad lejos de la superficie se aproxima al valor de corriente libre impuesto por una fuerza externa, en tanto que en la convección natural la velocidad al principio aumenta con el aumento de la distancia desde la superficie de transferencia de calor y después disminuye, como se muestra en la figura 1.9. La razón de este comportamiento es que la acción de la viscosidad disminuye rápidamente con la distancia desde la superficie, mientras que la diferencia de densidad disminuye lentamente. Sin embargo, con el tiempo la fuerza de flotación también disminuye conforme la densidad del fluido se aproxima al valor del fluido circundante no calentado. Esta interacción de fuerzas ocasionará que la velocidad alcance un máximo y luego tiende a cero lejos de la superficie calentada. Los campos de temperatura en la convección natural y forzada tienen formas similares y en los dos casos el mecanismo de transferencia de calor en la interfaz fluido-sólido es la conducción.

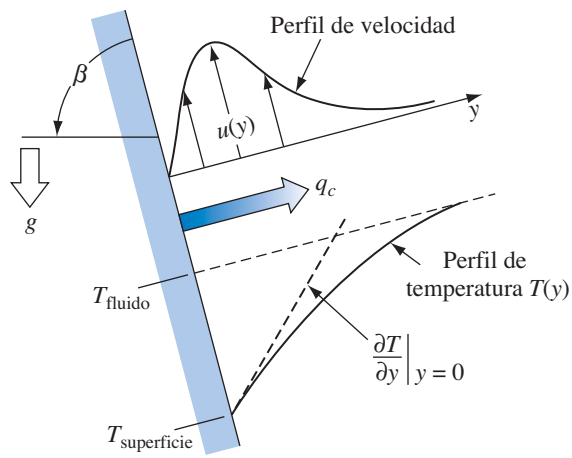


FIGURA 1.9 Distribución de velocidad y temperatura para convección natural sobre una placa plana, calentada e inclinada a un ángulo β con respecto a la horizontal.

El análisis anterior indica que la transferencia de calor por convección depende de la densidad, viscosidad y velocidad del fluido así como de sus propiedades térmicas (conductividad térmica y calor específico). Mientras que en la convección forzada la velocidad suele imponerse en el sistema por una bomba o un ventilador y se puede especificar directamente, en la convección natural la velocidad depende de la diferencia de temperatura entre la superficie y el fluido, el coeficiente de dilatación térmica del fluido (que determina el cambio de densidad por diferencia de temperatura unitaria) y el campo de fuerza del cuerpo, que en sistemas ubicados en la tierra es simplemente la fuerza gravitacional.

En capítulos posteriores se desarrollarán métodos para relacionar el gradiente de temperatura en la interfaz con las condiciones de flujo externas, pero por ahora se utilizará un enfoque más simple para calcular la tasa de transferencia de calor por convección, como se muestra a continuación.

Independientemente de los detalles del mecanismo, la tasa de transferencia de calor por convección entre una superficie y un fluido se puede calcular a partir de la relación

$$q_c = \bar{h}_c A \Delta T \tag{1.10}$$

donde q_c = tasa de transferencia de calor por convección, W (Btu/h)
A = área de transferencia de calor, m² (ft²)
ΔT = diferencia entre la temperatura superficial T_s y una temperatura del fluido T_∞ en una ubicación especificada (suele estar alejada de la superficie, K (°F)
$\bar{h}_c$ = coeficiente de transferencia de calor por convección promedio sobre el área A (con frecuencia denominado coeficiente superficial de transferencia de calor o coeficiente de transferencia de calor por convección, W/m² K (Btu/h ft² °F)

La relación expresada por la ecuación (1.10) la propuso originalmente el científico británico Isaac Newton en 1701. Los ingenieros han utilizado esta ecuación durante muchos años, aunque es una definición de $\bar{h}_c$ en lugar de una ley de convección fenomenológica. La evaluación del coeficiente de transferencia de calor por convección es difícil debido a que la convección es un fenómeno muy complejo. Los métodos y técnicas disponibles para efectuar una evaluación cuantitativa de $\bar{h}_c$ se presentan en capítulos posteriores. En este punto es suficiente observar que el valor numérico de $\bar{h}_c$ en un sistema depende de la geometría de la superficie, de la velocidad así como de las propiedades físicas del fluido y a menudo incluso de la diferencia de temperatura ΔT. En vista del hecho de que estas cantidades no necesariamente son constantes sobre una superficie, el coeficiente de transferencia de calor por convección también puede variar de un punto a otro. Por esta razón, se debe distinguir entre un coeficiente de transferencia de calor por convección local y uno promedio. El coeficiente local h_c se define mediante

$$dq_c = h_c\, dA(T_s - T_\infty) \tag{1.11}$$

en tanto que el coeficiente promedio $\bar{h}_c$ se puede definir en términos del valor local por

$$\bar{h}_c = \frac{1}{A}\iint_A h_c\, dA \tag{1.12}$$

En la mayoría de las aplicaciones en ingeniería, el interés es en los valores promedio. Los valores comunes del orden de magnitud de los coeficientes de transferencia de calor promedio que se encuentran en la práctica ingenieril se dan en la tabla 1.4.

Utilizando la ecuación (1.10), se puede definir la *conductancia térmica para transferencia de calor por convección* K_c como

$$K_c = \bar{h}_c A \qquad \text{(W/K)} \tag{1.13}$$

TABLA 1.4 Orden de magnitud de coeficientes de transferencia de calor por convección $\bar{h}_c$

	Coeficiente de transferencia de calor por convección	
Fluido	**W/m² K**	**Btu/h ft² °F**
Aire, convección libre	6–30	1–5
Vapor o aire sobrecalentado, convección forzada	30–300	5–50
Aceite, convección forzada	60–1 800	10–300
Agua, convección forzada	300–18 000	50–3 000
Agua, en ebullición	3 000–60 000	500–10 000
Vapor, condensándose	6 000–120 000	1 000–20 000

y la *resistencia térmica a la transferencia de calor por convección* R_c, que es igual al recíproco de la conductancia, como

$$R_c = \frac{1}{\bar{h}_c A} \qquad \text{(K/W)} \tag{1.14}$$

EJEMPLO 1.3 Calcule la tasa de transferencia de calor por convección natural entre un techo de un cobertizo con un área de 20×20 m y el aire ambiental, si la temperatura superficial del techo es 27 °C, la del aire es −3 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio es 10 W/m^2 K (consulte la figura 1.10).

SOLUCIÓN Suponga que existe un estado en régimen permanente y que la dirección del flujo de calor es del aire al techo. Entonces la tasa de transferencia de calor por convección del aire al techo está dada por la ecuación (1.10):

$$\begin{aligned} q_c &= \bar{h}_c A_{\text{techo}}(T_{\text{aire}} - T_{\text{techo}}) \\ &= 10\ (\text{W/m}^2\ \text{K}) \times 400\ \text{m}^2(-3 - 27)\ ^\circ\text{C} \\ &= -120\ 000\ \text{W} \end{aligned}$$

Observe que al utilizar la ecuación (1.10), inicialmente se supuso que la transferencia de calor sería del aire al techo. Pero como el flujo de calor con esta suposición resulta en una cantidad negativa, la *dirección del flujo de calor es en realidad del techo al aire*. Por supuesto, esto se podría deducir al principio aplicando la segunda ley de la termodinámica, que establece que el calor siempre fluye de una temperatura mayor a una menor si no hay una intervención externa. Pero como se verá en una sección posterior, no siempre se pueden emplear argumentos termodinámicos al inicio de los problemas de transferencia de calor ya que en muchas situaciones reales la temperatura superficial no se conoce.

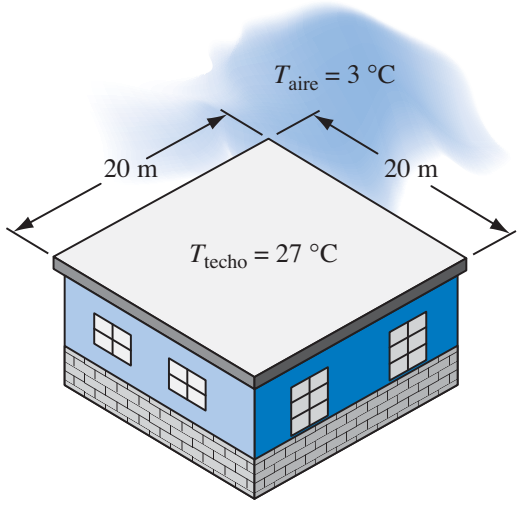


FIGURA 1.10 Bosquejo del cobertizo para el análisis de la temperatura del techo del ejemplo 1.3.

1.5 Radiación

La cantidad de energía que sale de una superficie como calor radiante depende de la temperatura absoluta y de la naturaleza de la superficie. Un radiador perfecto, al cual se le refiere como *cuerpo negro*,* emite energía radiante de su superficie a una tasa dada por

$$q_r = \sigma A_1 T_1^4 \tag{1.15}$$

La tasa de transferencia de calor q_r estará en watts si el área superficial A, está en metros cuadrados y la temperatura superficial T_1 está en kelvine; σ es una constante dimensional con un valor de 5.67×10^{-8} (W/m^2 K^4). En el sistema inglés, la tasa de flujo de calor estará en Btu por hora si el área superficial está en pies cuadrados, la temperatura superficial está en grados Rankine (°R) y σ es 0.1714×10^{-8} (Btu/h ft^2 °R^4). La constante σ es la constante de Stefan-Boltzmann; nombrada así en honor de dos científicos austriacos, J. Stefan, quien en 1879 descubrió la ecuación (1.15) de manera experimental y L. Boltzmann, quien en 1884 la derivó en forma teórica.

Al analizar la ecuación (1.15) se observa que cualquier superficie de un cuerpo negro con una temperatura mayor que el cero absoluto irradia calor a una tasa proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta. En tanto que la tasa de la emisión de calor radiante es independiente de las condiciones de los alrededores, una transferencia *neta* de calor radiante requiere una diferencia en la temperatura superficial de cualesquiera dos cuerpos entre los que tiene lugar el intercambio. Si el cuerpo negro irradia en un recinto (consulte la figura 1.11) que también es negro (es decir, absorbe toda la energía radiante que incide en él), la tasa neta de transferencia de calor radiante está dada por

$$q_r = A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \tag{1.16}$$

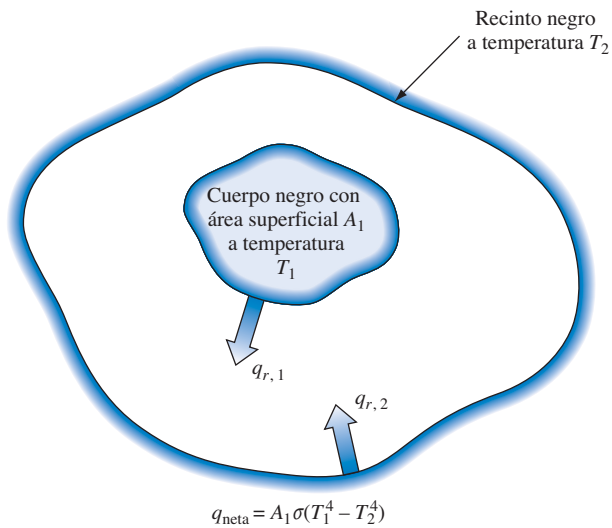


FIGURA 1.11 Diagrama esquemático de la radiación entre el cuerpo 1 y el recinto 2.

* Un análisis detallado del significado de estos términos se da en el capítulo 9.

donde T_2 es la temperatura superficial del recinto en kelvine.

Los cuerpos reales no cumplen con las especificaciones de un radiador ideal, sino que emiten radiación a una tasa menor que los cuerpos negros. Si emiten radiación a una temperatura igual a la de un cuerpo negro (una fracción constante de emisión de un cuerpo negro en cada longitud de onda) se denominan cuerpos grises. Un cuerpo gris A_1 a T_1 emite radiación a una tasa de $\varepsilon_1 \sigma A_1 T_1^4$ y la tasa de transferencia de calor entre un cuerpo gris a una temperatura T_1 y un recinto negro circundante a T_2 es

$$q_r = A_1 \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \tag{1.17}$$

donde ε_1 es la emisividad de la superficie gris y es igual a la relación entre la emisión de la superficie gris y la emisión de un radiador perfecto a la misma temperatura.

Si ninguno de los dos cuerpos es un radiador perfecto y si los dos cuerpos tienen una relación geométrica dada entre sí, la transferencia neta de calor por radiación entre ellos está dada por

$$q_r = A_1 \mathcal{F}_{1-2} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \tag{1.18}$$

donde $\mathcal{F}_{1-2}$ es un módulo adimensional que modifica la ecuación para radiadores perfectos para tomar en cuenta las emitancias y geometrías relativas de los cuerpos reales. Los métodos para calcular $\mathcal{F}_{1-2}$ se abordarán en el capítulo 9.

En muchos problemas de ingeniería, la radiación se combina con otros modos de transferencia de calor. La solución de esos problemas a menudo se puede simplificar empleando una conductancia térmica K_r, o una resistencia térmica R_r, para la radiación. La definición de K_r es similar a la de K_k, la conductancia térmica para la conducción. Si la transferencia de calor por radiación se escribe

$$q_r = K_r (T_1 - T_2') \tag{1.19}$$

la conductancia por radiación, por comparación con la ecuación (1.12), está dada por

$$K_r = \frac{A_1 \mathcal{F}_{1-2} \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{T_1 - T_2'} \text{ W/K (Btu/h °F)} \tag{1.20}$$

Entonces la conductancia para radiación térmica unitaria, o *coeficientes de transferencia de calor por radiación*, $\bar{h}_r$, es

$$\bar{h}_r = \frac{K_r}{A_1} = \frac{\mathcal{F}_{1-2} \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{T_1 - T_2'} \text{ W/m}^2 \text{ K (Btu/h ft}^2 \text{ °F)} \tag{1.21}$$

donde T_2' es cualquier temperatura de referencia conveniente, cuya elección con frecuencia se rige por la ecuación de convección, que se analiza a continuación. De manera similar, la *resistencia térmica unitaria para radiación* es

$$R_r = \frac{T_1 - T_2'}{A_1 \mathcal{F}_{1-2} \sigma (T_1^4 - T_2^4)} \text{ K/W (°F h/Btu)} \tag{1.22}$$

EJEMPLO 1.4 Una barra larga, cilíndrica, de dos cm de diámetro y calentada eléctricamente se instala en un horno de vacío, como se muestra en la figura 1.12. La superficie de la barra de calefacción tiene una emisividad de 0.9 y se mantiene a 1 000 K, mientras que las paredes del horno son negras y están a 800 K. Calcule la tasa neta a la que se pierde calor de la barra por longitud unitaria y el coeficiente de transferencia de calor por radiación.

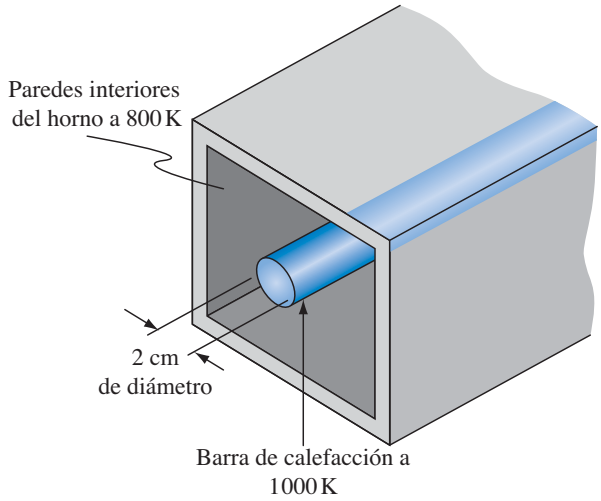


FIGURA 1.12 Diagrama esquemático de un horno de vacío con barra de calefacción para el ejemplo 1.4.

SOLUCIÓN Suponga que se ha alcanzado un estado en régimen permanente. Además, observe que dado que las paredes del horno rodean por completo la barra de calefacción, toda la energía radiante emitida por la superficie de la barra se intercepta por las paredes del horno. Así pues, para un recinto negro, se puede aplicar la ecuación (1.17) y la pérdida neta de calor de la barra de superficie A_1 es

$$q_r = A\varepsilon\sigma(T_1^4 - T_2^4) = \pi D_1 L\varepsilon\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

$$= \pi(0.02\text{ m})(1.0\text{ m})(0.9)\left(5.67 \times 10^{-8}\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}\right)(1000^4 - 800^4)(\text{K}^4)$$

$$= 1893\text{ W}$$

Observe que a fin de que exista un estado en régimen permanente, la barra de calefacción debe disipar energía eléctrica a una tasa de 1 893 W y que la tasa de pérdida de calor a través de las paredes del horno debe ser igual a la tasa de entrada eléctrica al sistema, es decir, a la barra.

De la ecuación (1.17), $\mathcal{F}_{1-2} = \varepsilon_1$, y, por tanto, el coeficiente de transferencia de calor por radiación, de acuerdo con su definición en la ecuación (1.21), es

$$h_r = \frac{\varepsilon_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{T_1 - T_2} = 151\text{ W/m}^2\text{ K}$$

Aquí, se utilizó T_2 como la temperatura de referencia T_2'.

1.6 Sistemas de transferencia de calor combinados

En las secciones anteriores se analizaron por separado los tres mecanismos de transferencia de calor. Sin embargo, en la práctica el calor suele transferirse mediante varios de los mecanismos básicos que suceden de manera simultánea. Por ejemplo, en el invierno,

el calor se transfiere del techo de una casa al entorno más frío no sólo por convección, sino también por radiación, en tanto que la transferencia de calor a través del techo de la superficie interior a la exterior es por conducción. La transferencia de calor entre los cristales dobles de una ventana sucede por convección y radiación actuando en paralelo, mientras que la transferencia a través de los cristales simples es por conducción con cierta radiación pasando directamente por medio de todo el sistema de la ventana. En esta sección, se examinan los problemas de transferencia de calor combinados. Se plantearán y resolverán estos problemas dividiendo la trayectoria de transferencia de calor en secciones que se puedan conectar en serie, al igual que un circuito eléctrico, con el calor transferido en cada sección por uno o más mecanismos actuando en paralelo. En la tabla 1.5 se resumen las relaciones básicas para la ecuación de la tasa de cada uno de los tres mecanismos de transferencia de calor básicos como ayuda para establecer los circuitos térmicos para resolver problemas de transferencia de calor combinados.

1.6.1 Paredes planas en serie y paralelo

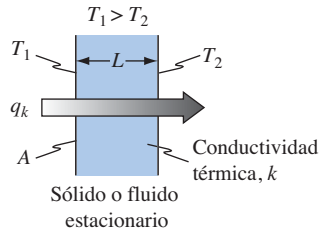
Si el calor se conduce a través de varias paredes planas con buen contacto térmico, como a través de una pared de capas múltiples de un edificio, la tasa de conducción de calor es la misma a través de todas las secciones. Sin embargo, como se muestra

TABLA 1.5 Los tres modos de transferencia de calor

Transferencia de calor por conducción unidimensional a través de un medio estacionario

$$q_k = \frac{kA}{L}(T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_k}$$

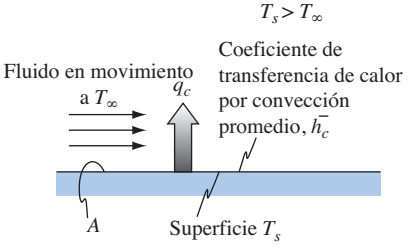
$$R_k = \frac{L}{kA}$$



Transferencia de calor por convección de una superficie a un fluido en movimiento

$$q_c = \bar{h}_c A(T_s - T_\infty) = \frac{T_s - T_\infty}{R_c}$$

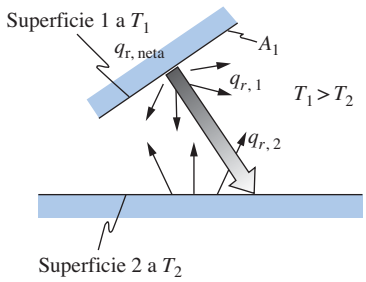
$$R_c = \frac{1}{\bar{h}_c A}$$



Transferencia neta de calor por radiación de la superficie 1 a la superficie 2

$$q_r = A_1 \mathcal{F}_{1-2} \sigma (T_1^4 - T_2^4) = \frac{T_2 - T_2}{R_r}$$

$$R_r = \frac{T_1 - T_2}{A_1 \mathcal{F}_{1-2} \sigma (T_1^4 - T_2^4)}$$



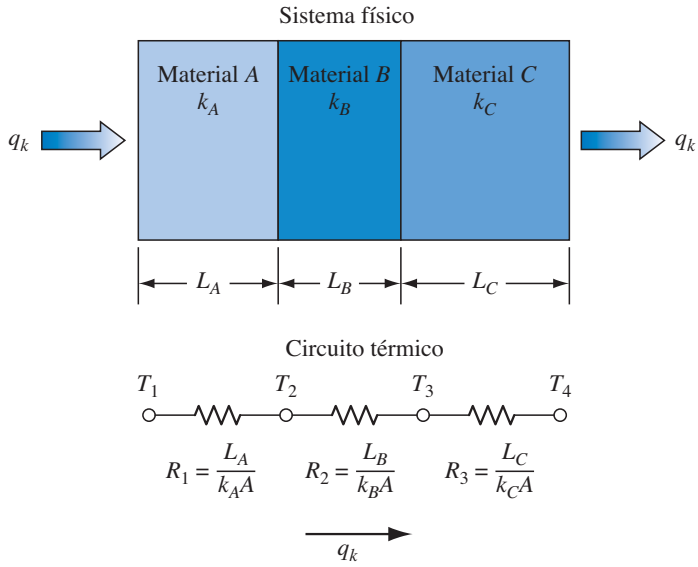


FIGURA 1.13 Conducción a través de un sistema de tres capas en serie.

en la figura 1.13 para un sistema de tres capas, los gradientes de temperatura en las capas son diferentes. La tasa de conducción de calor a través de cada capa es q_k y con la ecuación (1.2) se obtiene

$$q_k = \left(\frac{kA}{L}\right)_A (T_1 - T_2) = \left(\frac{kA}{L}\right)_B (T_2 - T_3) = \left(\frac{kA}{L}\right)_C (T_3 - T_4) \tag{1.23}$$

Eliminando las temperaturas intermedias T_2 y T_3 en la ecuación (1.23), q_k se puede expresar en la forma

$$q_k = \frac{T_1 - T_4}{(L/kA)_A + (L/kA)_B + (L/kA)_C}$$

De manera similar, para N capas en serie se tiene

$$q_k = \frac{T_1 - T_{N+1}}{\sum_{n=1}^{n=N} (L/kA)_n} \tag{1.24}$$

donde T_1 es la temperatura de superficie exterior de la capa 1 y T_{N+1} es la temperatura de superficie exterior de la capa N. Utilizando la definición de resistencia térmica de la ecuación (1.4), la ecuación (1.24) se convierte en

$$q_k = \frac{T_1 - T_{N+1}}{\sum_{n=1}^{n=N} R_{k,n}} = \frac{\Delta T}{\sum_{n=1}^{n=N} R_{k,n}} \tag{1.25}$$

donde ΔT es la diferencia global de temperatura, a menudo denominada potencial de temperatura. La tasa de flujo de calor es proporcional al potencial de temperatura.

EJEMPLO 1.5 Calcule la tasa de pérdida de calor de una pared de un horno por área unitaria. La pared consiste en una capa interior de acero de 0.5 cm de espesor ($k = 40$ W/m K) y de una capa exterior de ladrillos de circonio de 10 cm de espesor ($k = 2.5$ W/m K), como se muestra en la figura 1.14. La temperatura de la superficie interior es 900 K y la temperatura de la superficie exterior es 460 K. ¿Cuál es la temperatura en la interfaz?

SOLUCIÓN Suponga que existe un estado en régimen permanente, ignore los efectos en las esquinas y bordes de la pared; suponga también que las temperaturas superficiales son uniformes. El sistema físico y el circuito térmico correspondiente son similares a los de la figura 1.13, pero sólo se presentan dos capas o paredes. La tasa de pérdida de calor por área unitaria se puede calcular con la ecuación (1.24):

$$\frac{q_k}{A} = \frac{(900 - 460)\ \text{K}}{(0.005\ \text{m})/(40\ \text{W/m K}) + (0.1\ \text{m})/(2.5\ \text{W/m K})}$$

$$= \frac{440\ \text{K}}{(0.000125 + 0.04)(\text{m}^2\ \text{K/W})} = 10\,965\ \text{W/m}^2$$

La temperatura de la interfaz T_2 se obtiene de

$$\frac{q_k}{A} = \frac{T_1 - T_2}{R_1}$$

Despejando T_2 da

$$T_2 = T_1 - \frac{q_k}{A_1}\frac{L_1}{k_1}$$

$$= 900\ \text{K} - \left(10\,965\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)\left(0.00125\ \frac{\text{m}^2\ \text{K}}{\text{W}}\right)$$

$$= 898.6\ \text{K}$$

Observe que la caída de temperatura a través de la pared interior de acero sólo es de 1.4 K debido a que la resistencia térmica de la pared es pequeña comparada con la resistencia de los ladrillos, a través de los cuales la caída de temperatura es muchas veces mayor.

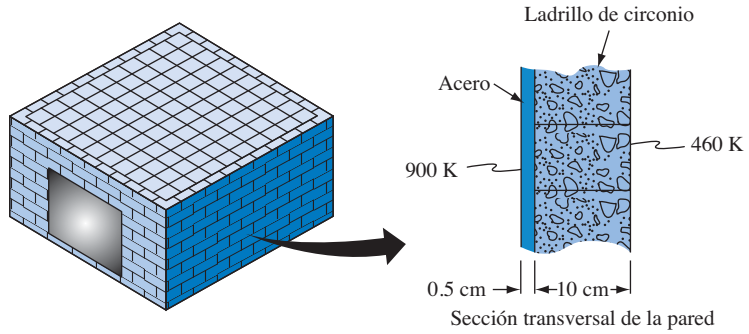


FIGURA 1.14 Diagrama esquemático de la pared del horno para el ejemplo 1.5.

La analogía entre sistemas de flujo de calor y circuitos eléctricos ya se analizó. La resistencia por contacto o en la interfaz se puede integrar en el enfoque del circuito térmico. El siguiente ejemplo ilustra el procedimiento.

EJEMPLO 1.6 Dos placas grandes de aluminio ($k = 240$ W/m K), cada una de 1 cm de espesor, con rugosidad superficial de 10 μm se colocan en contacto con una presión de 10^5 N/m^2 en aire, como se muestra en la figura 1.15. Las temperaturas en las superficies exteriores son 395 °C y 405 °C. Calcule *a*) el flujo de calor y *b*) la caída de temperatura debida a la resistencia por contacto.

SOLUCIÓN *a*) La tasa de flujo de calor por área unitaria q'', a través de la pared doble es

$$q = \frac{T_{s1} - T_{s3}}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{\Delta T}{(L/k)_1 + R_i + (L/k)_2}$$

De la tabla 1.6 la resistencia por contacto R_i es 2.75×10^{-4} m^2 K/W en tanto que cada una de las otras dos resistencias es igual a

$$(L/k) = (0.01 \text{ m})/(240 \text{ W/m K}) = 4.17 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ K/W}$$

De aquí, el flujo de calor es

$$q'' = \frac{(405 - 395)°\text{C}}{(4.17 \times 10^{-5} + 2.75 \times 10^{-4} + 4.17 \times 10^{-5})\text{m}^2 \text{ K/W}}$$

$$= 2.79 \times 10^4 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

La caída de temperatura en cada sección de este sistema unidimensional es proporcional a la resistencia. La fracción de la resistencia por contacto es

$$R_i \Big/ \sum_{n=1}^{3} R_n = 2.75/3.584 = 0.767$$

De aquí 7.67 °C de la caída de temperatura total de 10 °C es el resultado de la resistencia por contacto.

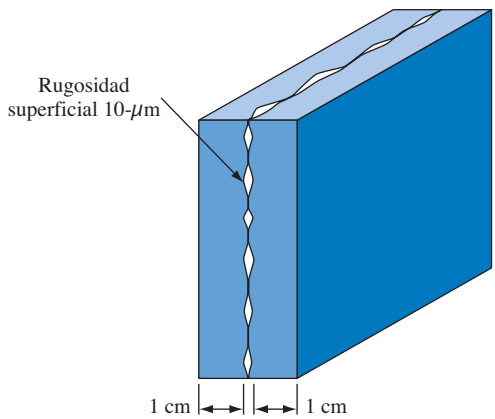


FIGURA 1.15 Diagrama esquemático de la interfaz entre las placas para el ejemplo 1.6.

La conducción puede ocurrir en una sección con dos materiales diferentes en paralelo. Por ejemplo, en la figura 1.6 se muestra la sección transversal de una losa con dos materiales diferentes de áreas A_A y A_B en paralelo. Si las temperaturas sobre las caras izquierda y derecha son uniformes en T_1 y T_2, se puede analizar el problema en términos del circuito térmico que se muestra a la derecha de los sistemas físicos. Dado que el calor se conduce a través de dos materiales a lo largo de trayectorias separadas entre el mismo potencial, la tasa total de flujo de calor es la suma de los flujos a través de A_A y A_B:

$$\begin{aligned} q_k &= q_1 + q_2 \\ &= \frac{T_1 - T_2}{(L/kA)_A} + \frac{T_1 - T_2}{(L/kA)_B} = \frac{T_1 - T_2}{R_1R_2/(R_1 + R_2)} \end{aligned} \tag{1.26}$$

Observe que el área total de transferencia de calor es la suma de A_A y A_B y que la resistencia total es igual al producto de las resistencias individuales dividido entre su suma, como en cualquier circuito en paralelo.

Una aplicación más compleja del enfoque del circuito térmico se ilustra en la figura 1.17, donde el calor se transfiere a través de una estructura compuesta que comprende resistencias térmicas en serie y en paralelo. Para este sistema la resistencia de la capa intermedia, R_2, se convierte en

$$R_2 = \frac{R_BR_C}{R_B + R_C}$$

y la tasa de flujo de calor es

$$q_k = \frac{\Delta T_{\text{global}}}{\sum_{n=1}^{n=3} R_n} \tag{1.27}$$

donde N = número de capas en serie (tres)
R_n = resistencia térmica de la *n-ésima* capa
ΔT_{global} = diferencia de temperatura a través de dos superficies externas

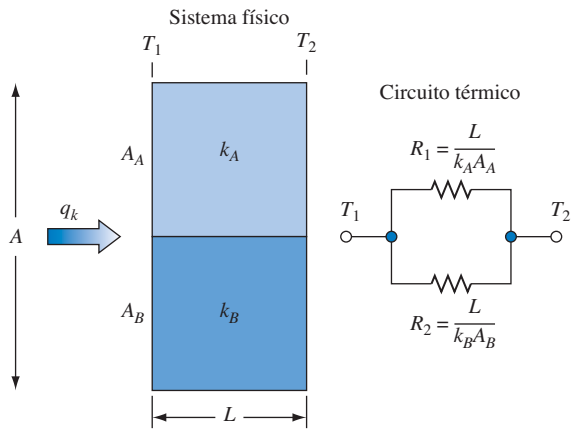


FIGURA 1.16 Conducción de calor a través de una sección de una pared con dos trayectorias en paralelo.

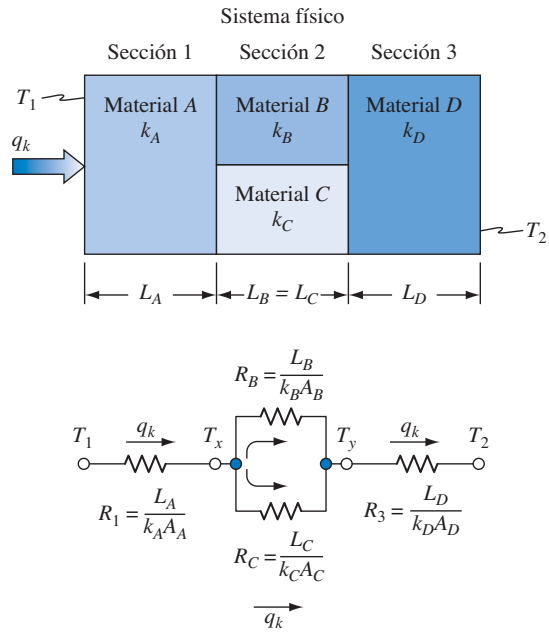


FIGURA 1.17 Conducción a través de una pared que consiste en trayectorias térmicas en serie y en paralelo.

Por analogía con las ecuaciones (1.4) y (1.5), la ecuación (1.27) también se puede emplear para obtener una conductancia global entre las dos superficies exteriores:

$$K_k = \left(\sum_{n=1}^{n=N} R_n \right)^{-1} \tag{1.28}$$

EJEMPLO 1.7 Una capa de ladrillo refractario de 2 in (k_b = 1.0 Btu/h ft °F) se coloca entre dos placas de acero de 1/4 in de espesor (k_s = 30 Btu/h ft °F). Las caras del ladrillo adyacente a las placas son rugosas y tienen un contacto sólido a sólido de sólo 30 por ciento del área total, con una altura promedio de las asperezas de 1/32 in. Si las temperaturas superficiales de las placas de acero son 200 y 800 °F, respectivamente, determine la tasa de flujo de calor por área unitaria.

SOLUCIÓN Primero se idealiza el sistema real suponiendo que las asperezas de la superficie están distribuidas como se muestra en la figura 1.18 en la página siguiente. Se observa que la pared compuesta es simétrica con respecto al plano central y, por tanto, sólo se considera la mitad del sistema. Entonces la conductancia unitaria global para la mitad de la pared compuesta es, según la ecuación (1.28),

$$K_k = \frac{1}{R_1 + [R_4 R_5/(R_4 + R_5)] + R_3}$$

a partir del análisis del circuito térmico.

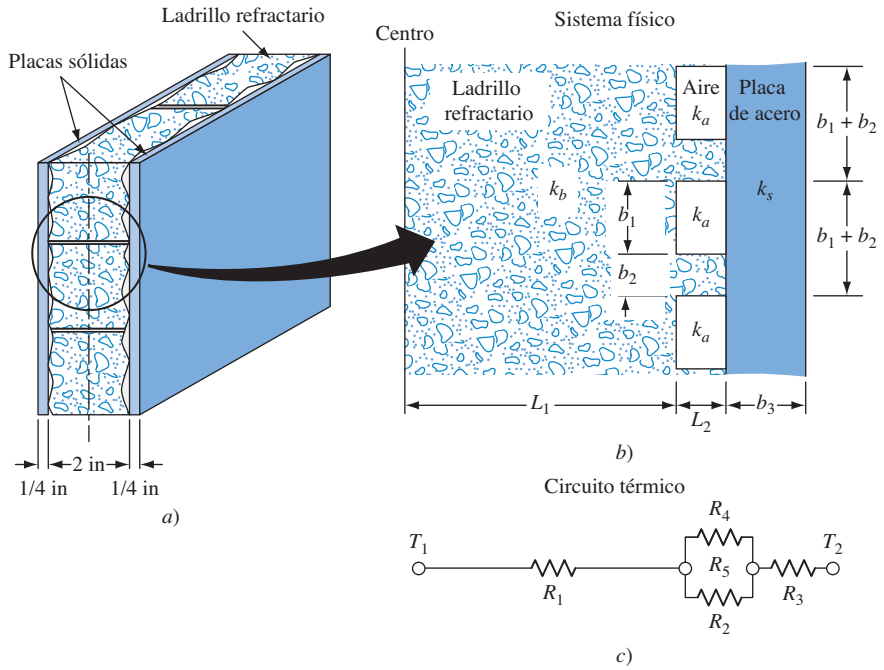


FIGURA 1.18 Circuito térmico para la pared compuesta en serie-paralelo del ejemplo 1.7. $L_1 = 1$ in; $L_2 = 1/32$ in; $L_3 = 1/4$ in; T_1 es en el centro.

La resistencia térmica de la placa de acero R_3 es, con base en un área unitaria de la pared, igual a

$$R_3 = \frac{L_3}{k_s} = \frac{(1/4 \text{ in})}{(12 \text{ in/ft})(30 \text{ Btu/h °F ft})} = 0.694 \times 10^{-3} \simeq 0.69 \times 10^{-3} (\text{Btu/h ft}^2 \text{ °F})^{-1}$$

La resistencia térmica de las asperezas del ladrillo R_4 es, con base en un área unitaria de la pared, igual a

$$R_4 = \frac{L_2}{0.3k_b} = \frac{(1/32 \text{ in})}{(12 \text{ in/ft})(0.3)(1 \text{ Btu/h °F ft})} = 8.68 \times 10^{-3} (\text{Btu/h ft}^2 \text{ °F})^{-1}$$

Como el aire está atrapado en compartimentos muy pequeños, los efectos de la convección son pequeños y se supondrá que el calor fluye a través del aire por conducción. A una temperatura de 300 °F, la conductividad del aire k_a es de aproximadamente 0.02 Btu/h ft °F. Entonces R_5, la resistencia térmica del aire atrapado entre las asperezas, es, con base en un área unitaria, igual a

$$R_5 = \frac{L_2}{0.7k_a} = \frac{(1/32 \text{ in})}{(12 \text{ in/ft})(0.02 \text{ Btu/h °F ft})} = 186 \times 10^{-3} \text{ (Btu/h ft}^2 \text{ °F)}^{-1}$$

Los factores 0.3 y 0.7 en R_4 y R_5, respectivamente, representan el porcentaje del área total de las dos trayectorias de flujo de calor por separado.

La resistencia térmica total para las dos trayectorias, R_4 y R_5, en paralelo, es

$$R_2 = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{(8.7)(187) \times 10^{-6}}{(8.7 + 187) \times 10^{-3}} = 8.29 \times 10^{-3} \text{ (Btu/h ft}^2 \text{ °F)}^{-1}$$

La resistencia térmica de la mitad del ladrillo sólido, R_1, es

$$R_1 = \frac{L_1}{k_b} = \frac{(1 \text{ in})}{(12 \text{ in/ft})(1 \text{ Btu/h °F ft})} = 83.3 \times 10^{-3} \text{ (Btu/h ft}^2 \text{ °F)}^{-1}$$

y la conductancia unitaria global es

$$K_k = \frac{1/2 \times 10^3}{83.3 + 8.3 + 0.69} = 5.4 \text{ Btu/h ft}^2 \text{ °F}$$

Al examinar los valores de las diversas resistencias térmicas se observa que el acero presenta una resistencia insignificante, en tanto que la sección de contacto aunque sólo tiene un espesor de 1/32 in, contribuye con 10% de la resistencia total. De acuerdo con la ecuación (1.27), la tasa de flujo de calor por área unitaria es

$$\frac{q}{A} = K_k \Delta T = \left(5.4 \frac{\text{Btu}}{\text{h ft}^2 \text{ °F}}\right)(800 - 200)(\text{°F}) = 3\,240 \text{ Btu/h ft}^2$$

1.6.2 Resistencia por contacto

En muchas aplicaciones prácticas, cuando dos superficies conductoras diferentes se ponen en contacto, como se muestra en la figura 1.19 en la siguiente página, se presenta una resistencia térmica en la interfaz de los sólidos. El montaje de disipadores de calor en módulos microelectrónicos o de chips IC, y la colocación de aletas a superficies tubulares en evaporadores y condensadores para sistemas de aire acondicionado, son ejemplos en los cuales esta situación es de importancia. La resistencia en la interfaz, a menudo denominada *resistencia térmica por contacto*, se desarrolla cuando dos materiales no se ajustan estrechamente y entre ellos queda atrapada una capa delgada de fluido. Al examinar una vista ampliada del contacto entre las dos superficies se observa que los sólidos sólo se tocan en picos en la superficie y que los valles en las superficies de acoplamiento están ocupados por un fluido (posiblemente aire), por un líquido o un vacío.

La resistencia en la interfaz es principalmente una función de la rugosidad superficial, de la presión que mantiene en contacto las dos superficies, del fluido en la interfaz y de la temperatura de ésta. En la interfaz, el mecanismo de transferencia de calor es complejo. La conducción de calor tiene lugar a través de los puntos de contacto del sólido, mientras que el calor se transfiere por convección y radiación a través del fluido interfacial atrapado.

Si el flujo de calor a través de dos superficies sólidas en contacto es q/A y la diferencia de temperatura a través del espacio libre que separa los dos sólidos es ΔT_i, la resistencia en la interfaz R_i se define mediante

$$R_i = \frac{\Delta T_i}{q/A} \tag{1.29}$$

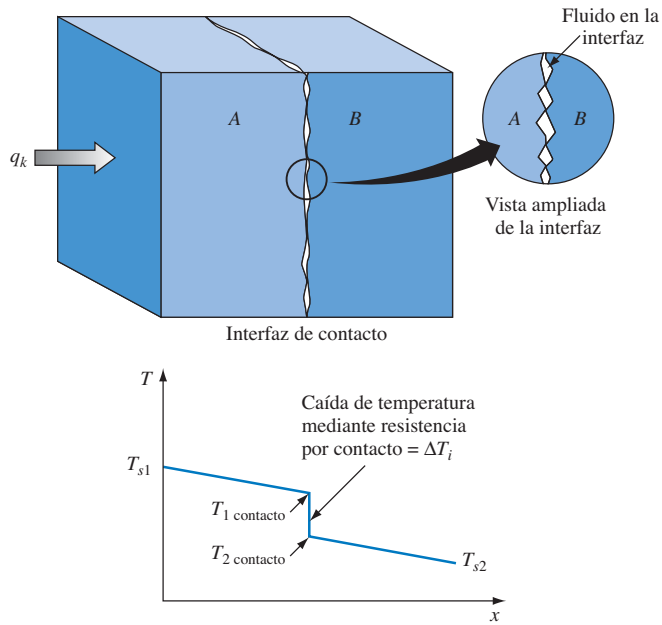


FIGURA 1.19 Diagrama esquemático que muestra el contacto físico entre dos losas sólidas *A* y *B* y el perfil de temperatura a través de los sólidos y la interfaz de contacto.

Cuando dos superficies están en contacto térmico perfecto, la resistencia en la interfaz tiende a cero y no hay diferencia de temperatura a través de la interfaz. Para contacto térmico imperfecto, ocurre una diferencia de temperatura en la interfaz, como se muestra en la figura 1.19.

En la tabla 1.6 se muestra la influencia de la presión de contacto en la resistencia térmica por contacto entre superficies metálicas en condiciones de vacío. Es aparente que un aumento en la presión puede reducir la resistencia por contacto de manera apreciable. Como se muestra en la tabla 1.7, el fluido interfacial también afecta la resistencia térmica. Al poner un líquido viscoso como la glicerina en la interfaz reduce la resistencia por contacto entre dos superficies de aluminio en un factor de 10 a una presión dada.

Se han efectuado numerosas mediciones de la resistencia por contacto en la interfaz entre superficies metálicas disimilares, pero no se han determinado correla-

TABLA 1.6 Intervalo aproximado de la resistencia térmica por contacto para interfaces metálicas en condiciones de vacío [5]

	Resistencia, R_i(m^2 K/W $\times$ 10^4)	
Material en la interfaz	**Presión de contacto 100 kN/m^2**	**Presión de contacto 10 000 kN/m^2**
Acero inoxidable	6–25	0.7–4.0
Cobre	1–10	0.1–0.5
Magnesio	1.5–3.5	0.2–0.4
Aluminio	1.5–5.0	0.2–0.4

TABLA 1.7 Resistencia por contacto térmico para una interfaz de aluminio-aluminio con fluidos interfaciales diferentes [5]

Fluido interfacial	Resistencia, R_i(m² K/W)
Aire	2.75×10^{-4}
Helio	1.05×10^{-4}
Hidrógeno	0.720×10^{-4}
Aceite de silicona	0.525×10^{-4}
Glicerina	0.265×10^{-4}

[a] 10 μm a una presión de contacto de 10^5 N/m².

ciones satisfactorias. Cada situación se debe tratar por separado. Fletcher [6] elaboró un compendio de los resultados de muchas condiciones y materiales diferentes. En la figura 1.20 se muestran algunos resultados experimentales para la resistencia por contacto entre superficies metálicas base disimilares a presión atmosférica como una función de la presión de contacto.

Se han hecho esfuerzos para reducir la resistencia por contacto colocando una hoja metálica suave, grasa o un líquido viscoso en la interfaz entre los materiales en

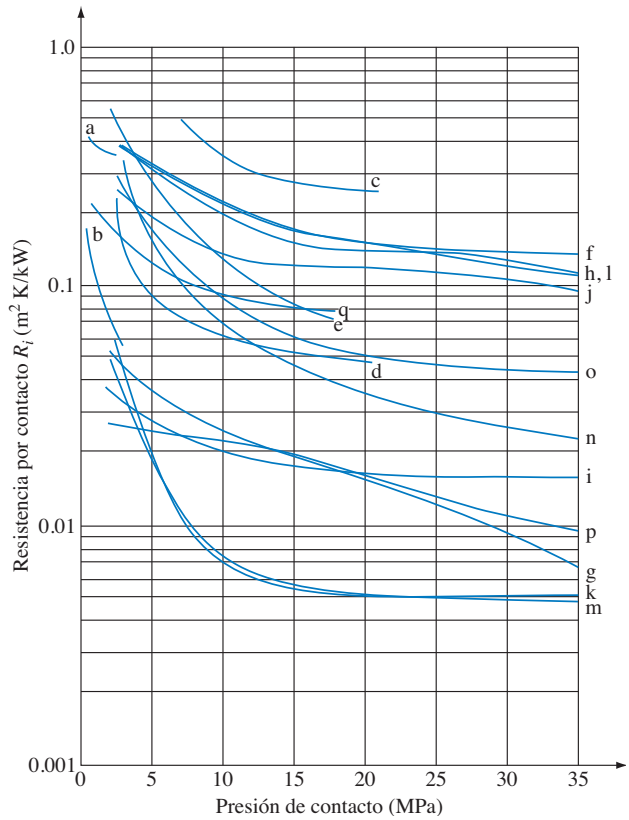


FIGURA 1.20 Resistencias por contacto entre superficies metálicas limpias disimilares. Los bloques metálicos sólidos en aire a una presión absoluta de 1 atmósfera (consulte las leyendas en la siguiente página).

Leyendas de la figura 1.20

Curva en la figura 1.20	Material	Acabado	Rugosidad rms (μm)	Temperatura (°C)	Condición	Dispersión de datos
a	Acero inoxidable 416 Aluminio 7025 (75S)T6	Pulido	0.76–1.65	93	Flujo de calor del acero inoxidable al aluminio	± 26%
b	Aluminio 7025 (75S)T6 a Acero inoxidable	Pulido	1.65–0.76	93–204	Flujo de calor del aluminio al acero inoxidable	± 30%
c	Acero inoxidable Aluminio		19.94–29.97	20	Limpia	
d	Acero inoxidable Aluminio		1.02–2.03	20	Limpia	
e	Acero Bessemer Latón de fundición	Pulido	3.00–3.00	20	Limpia	
f	Acero Ct-30	Fresado	7.24–5.13	20	Limpia	
g	Acero Ct-30	Pulido	1.98–1.52	20	Limpia	
h	Acero Ct-30 Aluminio	Fresado	7.24–4.47	20	Limpia	
i	Acero Ct-30 Aluminio	Pulido	1.98–1.35	20	Limpia	
j	Acero Ct-30 Cobre	Fresado	7.24–4.42	20	Limpia	
k	Acero Ct-30 Cobre	Pulido	1.98–1.42	20	Limpia	
l	Latón Aluminio	Fresado	5.13–4.47	20	Limpia	
m	Latón Aluminio	Pulido	1.52–1.35	20	Limpia	
n	Latón Cobre	Fresado	5.13–4.42	20	Limpia	
o	Aluminio Cobre	Fresado	4.47–4.42	20	Limpia	
p	Aluminio Cobre	Pulido	1.35–1.42	20	Limpia	
q	Uranio Aluminio	Pulido		20	Limpia	

Fuente: Tomada de *Heat Transfer and Fluid Flow Data Books,* F. Kreith ed., Genium Pub., Comp., Schenectady, NY, 1991, con permiso.

contacto. Este procedimiento puede reducir la resistencia por contacto como se muestra en la tabla 1.7, pero no hay una manera de predecir el efecto de manera cuantitativa. Con frecuencia se utilizan pastas de alta conductividad para montar componentes electrónicos a disipadores de calor. Estas pastas llenan los intersticios y reducen la resistencia térmica en la interfaz del componente y el disipador de calor.

EJEMPLO 1.8 Un instrumento que se utiliza para estudiar el agotamiento del ozono cerca de los polos se coloca en una placa grande de duraluminio de 2 cm de espesor. Para simplificar este análisis el instrumento se puede considerar como una placa de acero inoxidable de 1 cm de espesor con una base cuadrada de 10 × 10 cm, como se muestra en la figura 1.21. La rugosidad de la interfaz del acero y el duraluminio es entre 20 y 30 rms (μm). Cuatro tornillos de sujeción en las esquinas ejercen una presión promedio de 1 000 psi. La parte superior y los lados de los instrumentos están aislados térmicamente. Un circuito integrado colocado entre el aislamiento y la superficie superior de la placa de acero inoxidable genera calor. Si este calor se debe transferir a la superficie inferior del duraluminio, que se estima que está a una temperatura de 0 °C, determine la tasa de disipación máxima permisible del circuito si su temperatura no debe exceder 40 °C.

SOLUCIÓN Como la parte superior y los lados del instrumento están aislados, todo el calor generado por el circuito debe fluir hacia abajo. El circuito térmico tendrá tres resistencias: el acero inoxidable, el contacto y el duraluminio. Utilizando las conductividades térmicas de la tabla 10 del apéndice 2, las resistencias térmicas de las placas metálicas se calculan con la ecuación 1.4:

Acero inoxidable:

$$R_k = \frac{L_{ss}}{Ak_{ss}} = \frac{0.01\ \text{m}}{0.01\ \text{m}^2 \times 144\ \text{W/m K}} = 0.07\ \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Duraluminio:

$$R_k = \frac{L_{A1}}{Ak_{A1}} = \frac{0.02\ \text{m}}{0.01\ \text{m}^2 \times 164\ \text{W/m K}} = 0.012\ \frac{K}{\text{W}}$$

La resistencia por contacto se obtiene de la figura 1.20. La presión de contacto de 1 000 psi es igual a 7×10^6 N/m^2 o 7 MPa. Para esa presión la resistencia por contacto unitaria dada por la línea c en la figura 1.20 es 0.5 m^2 K/kW. De aquí,

$$R_i = 0.5\ \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{kW}} \times 10^{-3}\ \frac{\text{kW}}{\text{W}} \times \frac{1}{0.01\ \text{m}^2} = 0.05\ \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

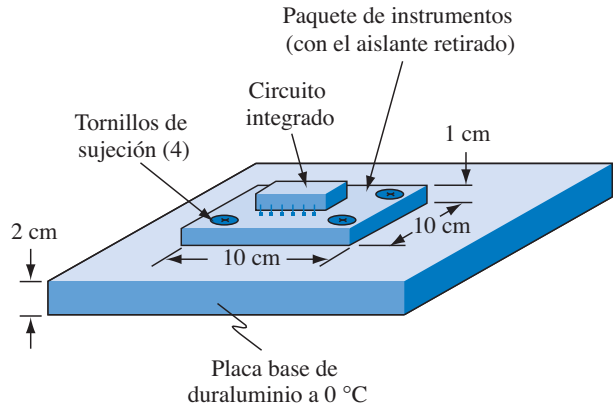
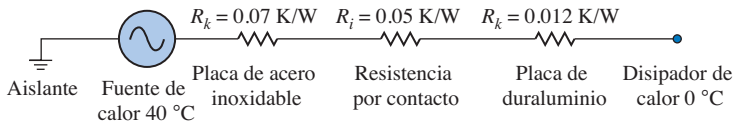


FIGURA 1.21 Bosquejo esquemático del instrumento para la medición del ozono.

El circuito térmico es



La resistencia total es 0.132 K/W y, por tanto, la tasa máxima permisible de disipación de calor es

$$q_{\text{máx}} = \frac{\Delta T}{R_{\text{total}}} = \frac{40 \text{ K}}{0.132 \text{ K/W}} = 303 \text{ W}$$

De aquí, la tasa máxima permisible de disipación de calor es aproximadamente de 300 W. Observe que si las superficies estuvieran lisas (1−2 μm rms), la resistencia por contacto de acuerdo con la curva *a* de la figura 1.20 sería casi de sólo 0.03 K/W y la disipación de calor se podría aumentar a 357 W sin exceder el límite superior de temperatura.

En la mayoría de los problemas al final del capítulo no se considera la resistencia en la interfaz, si bien existe hasta cierto punto cuando las superficies sólidas están mecánicamente unidas. Por tanto, siempre se debe tener en cuenta la existencia de la resistencia en la interfaz y de la diferencia de temperatura resultante a través de la interfaz. En particular en superficies rugosas y a presiones de unión bajas, la caída de presión a través de la interfaz puede ser significativa y no se puede ignorar. El tema de la resistencia de interfaz es complejo y no existe una sola teoría o conjunto de datos empíricos que describan con precisión la resistencia de interfaz para superficies de importancia en ingeniería. El lector debe consultar las referencias 6-9 donde se encuentran análisis detallados de este tema.

1.6.3 Convección y conducción en serie

En la sección anterior se estudió la conducción a través de paredes compuestas cuando se especifican las temperaturas superficiales en los dos lados. Sin embargo, el problema más común que se encuentra en la práctica de la ingeniería es el calor que se transfiere entre dos fluidos a temperaturas especificadas separados por una pared. En esa situación las temperaturas superficiales no se conocen, pero se pueden calcular si se conocen los coeficientes de transferencia de calor por convección en los dos lados de la pared.

La transferencia de calor por convección se puede integrar con facilidad en un circuito térmico. De la ecuación (1.4), la resistencia térmica para la transferencia de calor por convección es

$$R_c = \frac{1}{\bar{h}_c A}$$

En la figura 1.22 se muestra una situación en la que el calor se transfiere entre dos fluidos separados por una pared. De acuerdo con el circuito térmico que se muestra

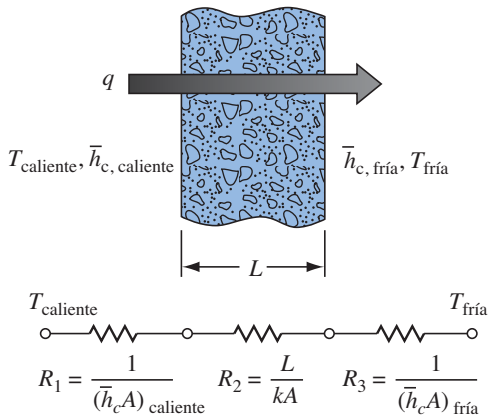


FIGURA 1.22 Circuito térmico con conducción y convección en serie.

abajo del sistema físico, la tasa de transferencia de calor del fluido caliente a temperatura $T_{caliente}$ al fluido frío a temperatura $T_{fría}$ es

$$q = \frac{T_{caliente} - T_{fría}}{\sum_{n=1}^{n=3} R_i} = \frac{\Delta T}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{1.30}$$

donde $R_1 = \dfrac{1}{(\bar{h}_c A)_{caliente}}$

$$R_2 = \frac{L}{kA}$$

$$R_3 = \frac{1}{(\bar{h}_c A)_{fría}}$$

EJEMPLO 1.9 Un muro de ladrillos de 0.1 m de espesor ($k = 0.7$ W/m K) está expuesto a un viento frío a 270 K con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 40 W/m^2 K. En el otro lado el aire está en calma a 330 K, con un coeficiente de transferencia de calor por convección natural de 10 W/m^2 K. Calcule la tasa de transferencia de calor por área unitaria (es decir, el flujo de calor).

SOLUCIÓN Las tres resistencias son

$$R_1 = \frac{1}{\bar{h}_{c,\text{caliente}} A} = \frac{1}{(10\ \text{W/m}^2\ \text{K})(1\ \text{m}^2)} = 0.10\ \text{K/W}$$

$$R_2 = \frac{L}{kA} = \frac{(0.1\ \text{m})}{(0.7\ \text{W/m K})(1\ \text{m}^2)} = 0.143\ \text{K/W}$$

$$R_3 = \frac{1}{\bar{h}_{c,\text{fría}} A} = \frac{1}{(40\ \text{W/m}^2\ \text{K})(1\ \text{m}^2)} = 0.025\ \text{K/W}$$

y de la ecuación (1.30) la tasa de transferencia de calor por área unitaria es

$$\frac{q}{A} = \frac{\Delta T}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(330 - 270)\ \text{K}}{(0.10 + 0.143 + 0.025)\ \text{K/W}} = 223.9\ \text{W}$$

El enfoque empleado en el ejemplo 1.9 también se puede utilizar para paredes compuestas y en la figura 1.23 se muestra la estructura, la distribución de temperatura y el circuito equivalente para una pared con tres capas y convección en las dos superficies.

1.6.4 Convección y radiación en paralelo

En muchos problemas de ingeniería una superficie pierde o recibe energía térmica por convección y radiación de manera simultánea. Por ejemplo, el techo de una casa calentada desde el interior está a una temperatura mayor que la del aire ambiente y, por tanto, pierde calor por convección así como por radiación. Como los dos flujos de calor emanan del mismo potencial, es decir, del techo, actúan en paralelo. De manera similar, los gases en una cámara de combustión contienen partículas que emiten y absorben radiación. En consecuencia, la pared de la cámara de combustión recibe calor por convección así como por radiación. En la figura 1.24 se ilustra la transferencia de calor concurrente de una superficie a sus alrededores por convección

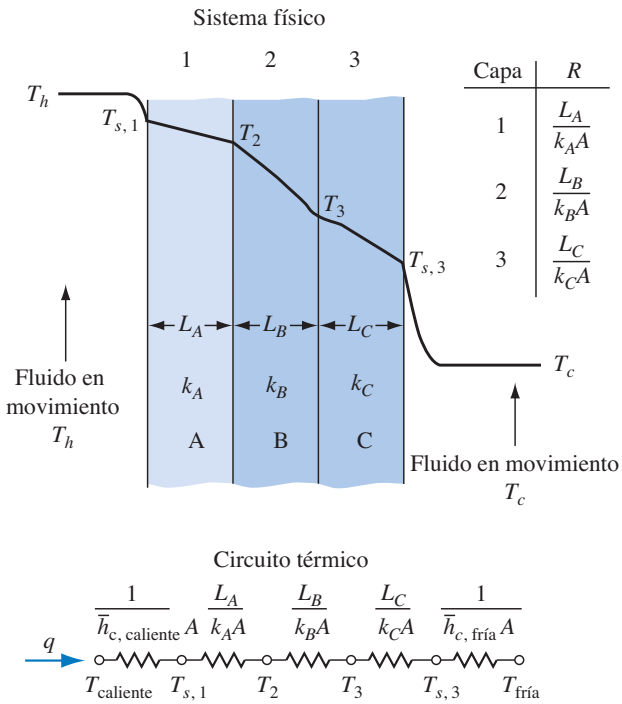


FIGURA 1.23 Diagrama esquemático y circuito térmico para una pared compuesta de tres capas con convección sobre las dos superficies exteriores.

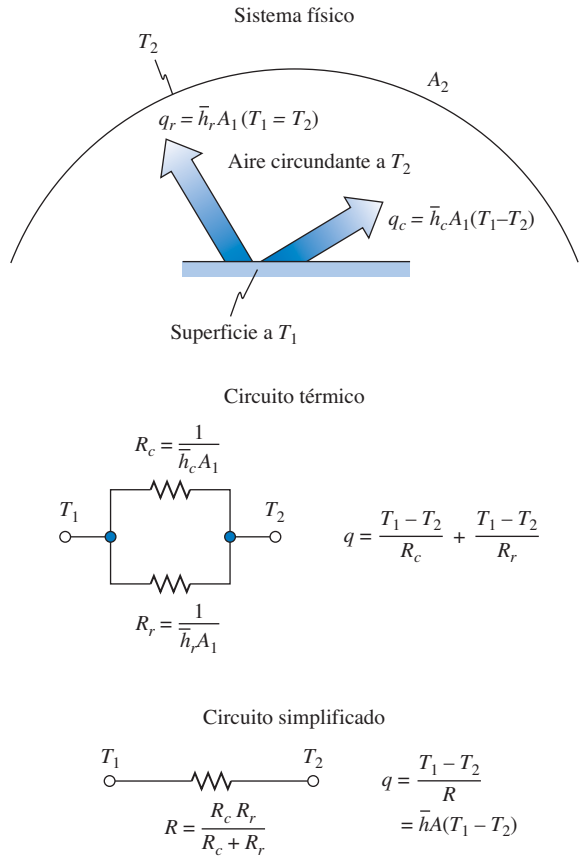


FIGURA 1.24 Circuito térmico con convección y radiación actuando en paralelo.

y radiación. La tasa total de transferencia de calor es la suma de las tasas de flujo de calor por convección y radiación, o

$$\begin{aligned} q &= q_c + q_r \\ &= \bar{h}_c A(T_1 - T_2) + \bar{h}_r A(T_1 - T_2) \\ &= (\bar{h}_c + \bar{h}_r) A(T_1 - T_2) \end{aligned} \tag{1.31}$$

donde $\bar{h}_c$ es el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio entre el área A_1 y el aire ambiente a T_2, y, como se mostró antes, el coeficiente de transferencia de calor por radiación entre A_1 y los alrededores a T_2 es

$$\bar{h}_r = \frac{\varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{T_1 - T_2} \tag{1.32}$$

El análisis de la transferencia de calor combinada, en especial en los límites de una geometría complicada o en conducción en estado no permanente, con frecuencia se puede simplificar utilizando un coeficiente de transferencia de calor efectivo que combina la convección y la radiación. El coeficiente de transferencia

de calor combinado (o en forma abreviada coeficiente de transferencia de calor) se define como

$$\bar{h} = \bar{h}_c + \bar{h}_r \tag{1.33}$$

El coeficiente de transferencia de calor combinado especifica la tasa total promedio de flujo de calor entre una superficie, un fluido adyacente y los alrededores por área superficial unitaria y la diferencia de temperatura unitaria entre la superficie y el fluido. Sus unidades son W/m^2 K.

EJEMPLO 1.10 Un tubo de 0.5 m de diámetro ($\varepsilon = 0.9$) que transporta vapor tiene una temperatura superficial de 500 K (consulte la figura 1.25). El tubo está ubicado en una habitación a 300 K y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie del tubo y el aire en la habitación es de 20 W/m^2 K. Calcule el coeficiente de transferencia de calor combinado y la tasa de pérdida de calor por metro lineal de tubo.

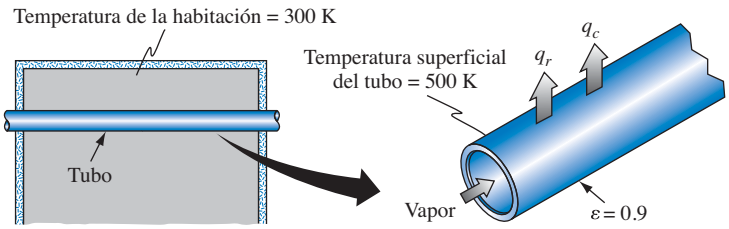


FIGURA 1.25 Diagrama esquemático del tubo de vapor del ejemplo 1.10.

SOLUCIÓN Este problema se puede idealizar como un objeto pequeño (el tubo) dentro de un recinto negro grande (la habitación). Observando que

$$\frac{T_1^4 - T_2^4}{T_1 - T_2} = (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)$$

el coeficiente de transferencia de calor por radiación es, de acuerdo con la ecuación (1.33),

$$\bar{h}_r = \sigma\varepsilon(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2) = 13.9 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

El coeficiente de transferencia de calor combinado es, de acuerdo con la ecuación (1.33),

$$\bar{h} = \bar{h}_c + \bar{h}_r = 20 + 13.9 = 33.9 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

y la tasa de pérdida de calor por metro es

$$q = \pi D L \bar{h}(T_{\text{tubo}} - T_{\text{aire}}) = (\pi)(0.5 \text{ m})(1 \text{ m})(33.9 \text{ W/m}^2 \text{ K})(200 \text{ K}) = 10\,650 \text{ W}$$

1.6.4 Coeficiente global de transferencia de calor

Con anterioridad se señaló que un problema común de la transferencia de calor es determinar la tasa de flujo de calor entre dos fluidos, gaseosos o líquidos, separados por una pared (consulte la figura 1.26). Si la pared es plana y el calor se transfiere

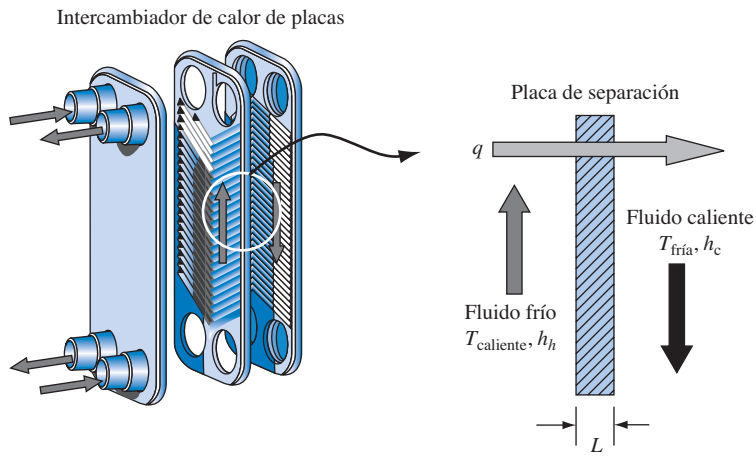


FIGURA 1.26 Transferencia de calor por convección entre dos corrientes de fluido en un intercambiador de calor de placas.

sólo por convección en los dos lados, la tasa de transferencia de calor en términos de las dos temperaturas de los fluidos está dada por la ecuación (1.30):

$$q = \frac{T_{\text{caliente}} - T_{\text{fría}}}{(1/\bar{h}_c A)_{\text{caliente}} + (L/kA) + (1/\bar{h}_c A)_{\text{fría}}} = \frac{\Delta T}{R_1 + R_2 + R_3}$$

En la ecuación (1.30) la tasa de flujo de calor está expresada sólo en términos de un potencial de temperatura global y de las características de transferencia de calor de las secciones individuales en la trayectoria del flujo de calor. A partir de estas relaciones es posible evaluar de manera cuantitativa la importancia de cada resistencia térmica individual en la trayectoria. Al examinar las órdenes de magnitud de los términos individuales en el denominador, con frecuencia revela un medio para simplificar un problema. Cuando un término domina cuantitativamente, en ocasiones es permisible ignorar el resto. Para adquirir experiencia en la aplicación de las técnicas para determinar las resistencias y conductancias térmicas individuales, se presentarán numerosos ejemplos de esas aproximaciones. Sin embargo, existen ciertos tipos de problemas, muy notables en el diseño de intercambiadores de calor, en donde es conveniente simplificar la escritura de la ecuación (1.30) combinando las resistencias o conductancias individuales del sistema térmico en una cantidad denominada conductancia unitaria global, transmitancia global o coeficiente global de transferencia de calor U. El uso de un coeficiente global es conveniente para la notación y es importante no perder de vista el significado de los factores individuales que determinan el valor numérico de U.

Al escribir la ecuación (1.30) en términos de un coeficiente global se obtiene

$$q = UA\Delta T_{\text{total}} \tag{1.34}$$

donde

$$UA = \frac{1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1}{R_{\text{total}}} \tag{1.35}$$

El coeficiente global U se puede apoyar en cualquier área elegida. El área seleccionada se convierte en particularmente importante en la transferencia de calor a través de las paredes de tubos en un cambiador de calor y para evitar confusiones siempre se debe establecer el área base de un coeficiente global. En capítulos posteriores se presentará información adicional acerca del coeficiente global de transferencia de calor U, en particular en el capítulo 8.

También se puede obtener un coeficiente global de transferencia de calor en términos de resistencias individuales en el circuito térmico cuando el calor se transfiere por convección y radiación a y/o de una o las dos superficies de la pared. En general, la radiación no será de importancia cuando el fluido es un líquido, pero puede tener un papel importante en la convección a/o de un gas cuando las temperaturas son altas o cuando el coeficiente de transferencia de calor por convección es pequeño, por ejemplo, en la convección natural. La integración de la radiación en un coeficiente global de transferencia de calor se ilustra a continuación.

En el diagrama esquemático de la figura 1.27 se muestra la transferencia de calor de los productos calientes de la combustión en la cámara de un motor de un cohete a través de una pared que está enfriada por aire en el exterior por convección. En la primera sección de este sistema, el calor se transfiere por convección y radiación en paralelo. De aquí, la tasa de flujo de calor hacia la superficie interior de la pared es la suma de los dos flujos de calor

$$\begin{aligned} q &= q_c + q_r \\ &= \bar{h}_c A(T_g - T_{sg}) + \bar{h}_r A(T_g - T_{sg}) \\ &= (\bar{h}_{c1} + \bar{h}_{r1}) A(T_g - T_{sg}) = \frac{T_g - T_{sg}}{R_1} \end{aligned} \tag{1.36}$$

donde T_g = temperatura del gas caliente en el interior
T_{sg} = temperatura de la superficie caliente de la pared

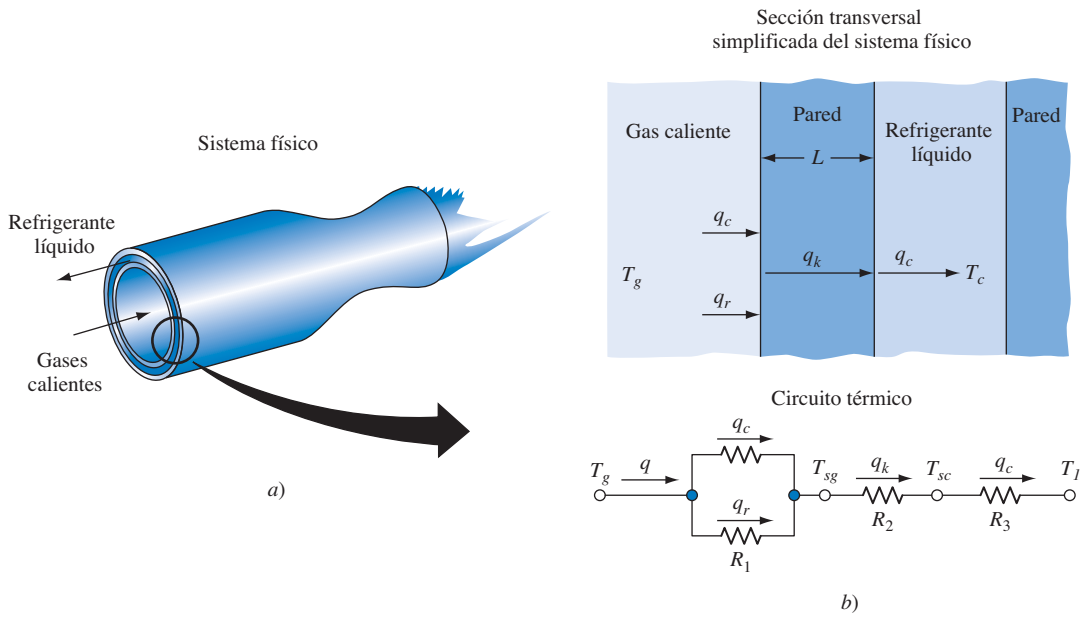


FIGURA 1.27 Transferencia de calor de los gases de la combustión a un refrigerante líquido en un motor de cohete.

$$\bar{h}_{r1} = \frac{\sigma(T_g^4 - T_{sg}^4)}{T_g - T_{sg}} = \text{coeficiente de transferencia de calor por radiación en la primera sección } (\varepsilon \text{ se supone unitaria})$$

$\bar{h}_{c1}$ = coeficiente de transferencia de calor por convección del gas a la pared

$$R_1 = \frac{1}{(h_r + \bar{h}_{c1})A} = \text{resistencia térmica combinada de la primera sección}$$

En el estado en régimen permanente, el calor se conduce a través de la coraza, la segunda sección del sistema, a la misma tasa que a la superficie y

$$q = q_k = \frac{kA}{L}(T_{sg} - T_{sc}) = \frac{T_{sg} - T_{sc}}{R_2} \tag{1.37}$$

donde T_{sc} = temperatura superficial en la pared en el lado del refrigerante
R_2 = resistencia térmica de la segunda sección

Después de pasar por la pared, el calor fluye a través de la tercera sección del sistema por convección al refrigerante. La tasa de flujo de calor en el tercer y último paso es

$$q = q_c = \bar{h}_{c3}A(T_{sc} - T_l) = \frac{T_{sc} - T_l}{R_3} \tag{1.38}$$

donde T_l = temperatura del refrigerante líquido
R_3 = resistencia térmica en la tercera sección del sistema

Debe observarse que el símbolo $\bar{h}_c$ denota el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio en general, pero los valores numéricos de los coeficientes de convección en la primera, $\bar{h}_{c1}$, y la tercera, $\bar{h}_{c3}$, sección del sistema dependen de muchos factores y serán, en general, diferentes. También observe que las áreas de las tres secciones de flujo de calor no son iguales, pero que dado que la pared es muy delgada, el cambio en el área de flujo de calor es tan pequeño que en este sistema se puede ignorar.

En la práctica, a menudo sólo se conocen las temperaturas del gas caliente y del refrigerante. Si se eliminan las temperaturas intermedias mediante la adición algebraica de las ecuaciones (1.36), (1.37) y (1.38), la tasa de flujo de calor es

$$q = \frac{T_g - T_l}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{\Delta T_{\text{total}}}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{1.39}$$

donde la resistencia térmica de las tres secciones conectadas en serie o etapas de flujo de calor en el sistema están definidas en las ecuaciones (1.36), (1.37) y (1.38).

EJEMPLO 1.11 En el diseño de un intercambiador de calor para una aplicación en una aeronave (figura 1.28 en la página siguiente), la temperatura máxima en la pared de estado en régimen permanente no debe exceder 800 K. Para las condiciones tabuladas a continuación, determine la resistencia térmica unitaria máxima permisible por metro cuadrado de la pared metálica que separa el gas caliente del frío.

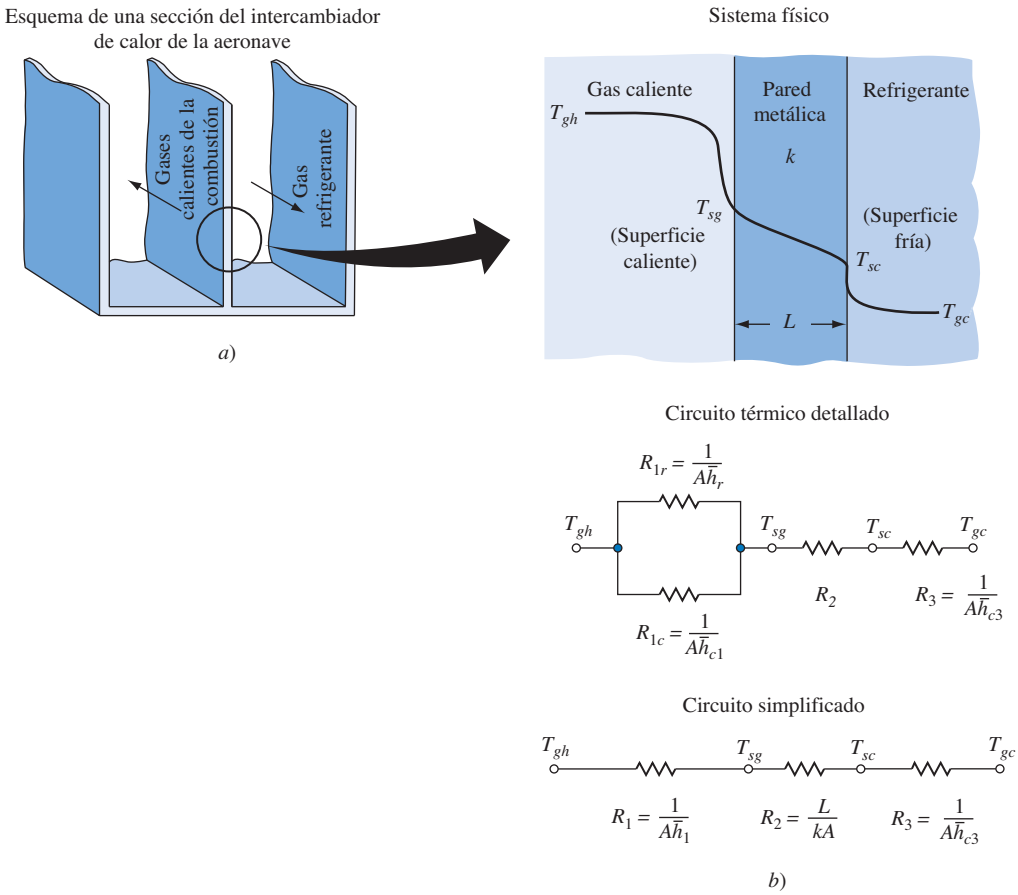


FIGURA 1.28 Sistema físico y circuito térmico para el ejemplo 1.11.

Temperatura del gas caliente = $T_{gh} = 1\,300$ K
Coeficiente de transferencia de calor en el lado caliente = $\bar{h}_1 = 200$ W/m² K
Coeficiente de transferencia de calor en el lado frío = $\bar{h}_3 = 400$ W/m² K
Temperatura del refrigerante = $T_{gc} = 300$ K

SOLUCIÓN En el estado en régimen permanente se puede escribir

la relación $\frac{q}{A}$ del gas caliente al lado caliente de la pared = $\frac{q}{A}$ del gas caliente a través de la pared al gas frío.

Utilizando la nomenclatura de la figura 1.28, se obtiene

$$\frac{q}{A} = \frac{T_{gh} - T_{sg}}{R_1} = \frac{T_{gh} - T_{gc}}{R_1 + R_2 + R_3}$$

donde T_{sg} es la temperatura de la superficie caliente. Al sustituir los valores numéricos de las resistencias térmicas unitarias y temperaturas se produce

$$\frac{300 - 800}{1/200} = \frac{1300 - 300}{1/200 + R_2 + 1/400}$$
$$\frac{1300 - 800}{0.005} = \frac{1300 - 300}{R_2 + 0.0075}$$

Despejando R_2 da

$$R_2 = 06025 \text{ m}^2 \text{ K/W}$$

Así, una resistencia térmica unitaria mayor que 06025 m^2 K/W en la pared aumentaría la temperatura de la pared interior por arriba de 800 K. Este valor puede imponer un límite superior en el espesor de la pared.

1.7 Aislamiento térmico

Existen muchas situaciones en el diseño en ingeniería cuando el objetivo es reducir el flujo de calor. Ejemplos de esos casos incluyen el aislamiento de edificios para minimizar la pérdida de calor en el invierno, una botella térmica para mantener caliente el té o el café y una chamarra para evitar la pérdida excesiva de calor de un esquiador. Todos estos ejemplos requieren el uso de aislamiento térmico.

Los materiales de aislamiento térmico deben tener una conductividad térmica baja. En la mayoría de los casos, esto se logra atrapando aire o algún otro gas dentro de cavidades pequeñas en un sólido, pero en ocasiones se puede producir el mismo efecto llenando el espacio a través del cual se debe reducir el flujo de calor con partículas sólidas y atrapando aire entre las partículas. Estos tipos de materiales de aislamiento térmico utilizan la conductividad inherentemente baja de un gas para inhibir el flujo de calor. Sin embargo, como los gases son fluidos, el calor también se puede transferir por convección natural dentro de las bolsas de aire y por radiación entre las paredes sólidas del recinto. Por tanto, la conductividad de los materiales aislantes no es en realidad una propiedad del material, sino más bien el resultado de una combinación de mecanismos de flujo de calor. La conductividad térmica del aislamiento es un valor efectivo, k_{ef}, que cambia no sólo con la temperatura, sino también con la presión y las condiciones ambientales, por ejemplo, la humedad. El cambio de k_{ef} con la temperatura puede ser muy pronunciado, en especial a temperaturas elevadas cuando la radiación tiene un papel significativo en el proceso global de transferencia de calor.

Los diferentes tipos de materiales aislantes en esencia se pueden clasificar en las tres categorías amplias siguientes:

1. *Fibrosos*. Los materiales fibrosos consisten en partículas de filamentos de baja densidad de pequeño diámetro que se pueden verter en un espacio libre como "relleno suelto" o formados en tableros, bloques o mantas. Los materiales fibrosos tienen una porosidad muy alta (−90%). La lana mineral es un material fibroso común para aplicaciones a temperaturas menores a 700 °C y con frecuencia se utiliza fibra de vidrio para temperaturas menores a 200 °C. Para protección térmica a temperaturas entre 700 y 1 700 °C se pueden emplear fibras refractarias como la alúmina (Al_2O_3) o la sílice (SiO_2).

2. *Celular*. Los aislantes celulares son materiales de celdas cerradas o abiertas que suelen tener la forma de tableros extendidos flexibles o rígidos. Sin embargo, también se les puede dar forma o rociar en el lugar para lograr las formas geométricas deseadas. El aislamiento celular tiene la ventaja de tener una baja densidad, capacidad térmica baja y resistencia a la compresión relativamente buena. Algunos ejemplos son el poliuretano y la espuma de poliestireno expandido.
3. *Granular*. El aislamiento granular consiste en hojuelas o partículas pequeñas de materiales inorgánicos aglomerados en formas prefabricadas o utilizadas como polvos. Algunos ejemplos son polvo de perlita, sílice diatómaceo y vermiculita.

Para su uso a temperaturas criogénicas, los gases en materiales celulares se pueden condensar o congelar para crear un vacío parcial, lo que mejora la efectividad del aislamiento. El aislamiento fibroso y granular se puede evacuar para eliminar la convección y conducción, disminuyendo así de manera apreciable la conductividad efectiva. En la figura 1.29 se muestran los intervalos de la conductividad térmica efectiva para aislamiento evacuado y no evacuado, así como el producto de la conductividad térmica por la densidad volumétrica, que en ocasiones es importante en el diseño.

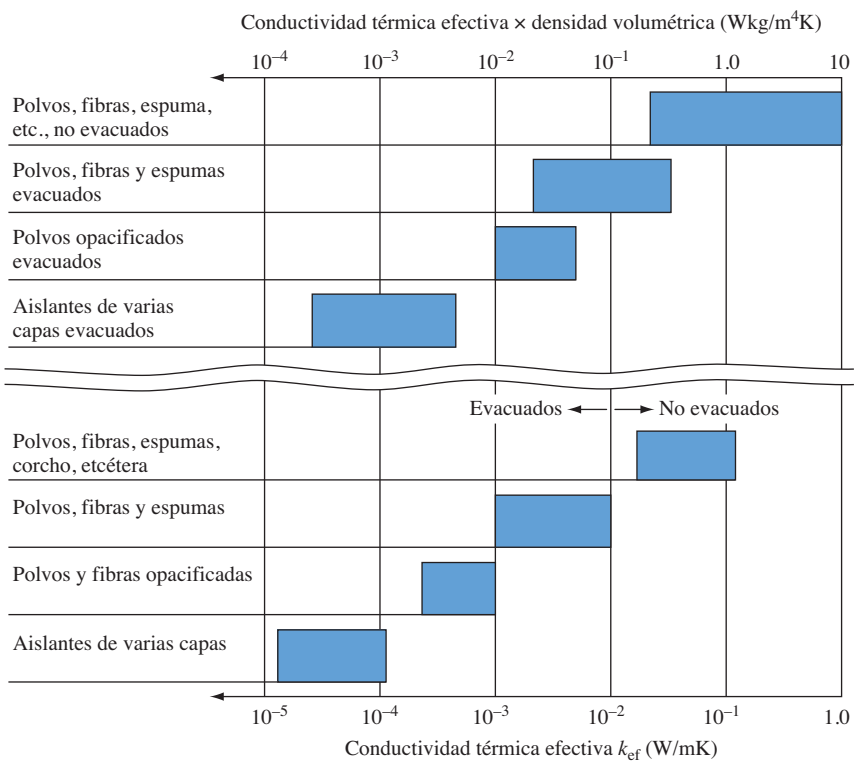


FIGURA 1.29 Intervalos de conductividades térmicas de aislantes térmicos y productos de la conductividad térmica por la densidad volumétrica.

Además de estos tres tipos de materiales de aislamiento térmico, el aislamiento también se puede lograr utilizando hojas reflejantes. En este enfoque. dos o más hojas delgadas de metal con emitancia baja se colocan paralelas entre sí para reflejar la radiación de regreso a su fuente. Un ejemplo es la botella térmica, en la que el espacio entre las superficies reflejantes se evacúa para suprimir la conducción y la convección, dejando la radiación como el único mecanismo de transferencia de calor. El aislamiento reflejante se estudiará en el capítulo 9.

La propiedad más importante que se debe considerar al seleccionar un material aislante es la conductividad térmica efectiva, pero la densidad, el límite superior de temperatura, la rigidez estructural, la degradación, la estabilidad química y, por supuesto, el costo también son factores importantes. Las propiedades físicas de los materiales aislantes las suelen proporcionar el fabricante del producto o se pueden obtener de manuales. Por desgracia, los datos con frecuencia están muy limitados, en especial a temperaturas elevadas. En esos casos, es necesario extrapolar la información disponible y después, utilizar un factor de seguridad en el diseño final.

En la figura 1.30 se muestran los intervalos de las conductividades térmicas efectivas para varios materiales aislantes fibrosos y celulares comunes para bajas temperaturas. El valor inferior es para bajas temperaturas y el valor superior para temperaturas en el límite superior del uso permisible. Todos los valores son para materiales nuevos. El poliuretano y el poliestireno por lo general pierden entre 20 y 50% de su cualidad

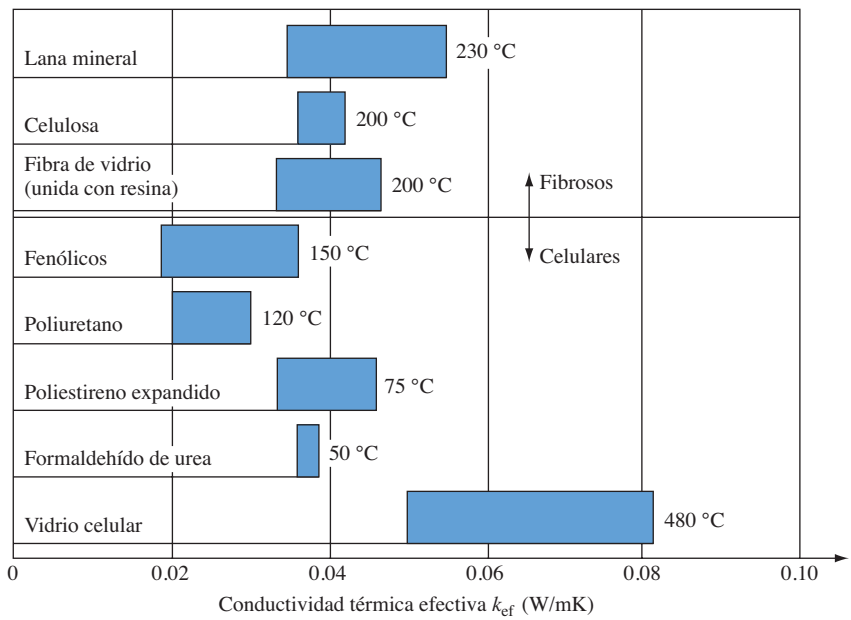


FIGURA 1.30 Intervalos de conductividad térmica efectiva para aislantes fibrosos y celulares comunes. A la derecha de los aislantes se encuentran las temperaturas de uso máximo aproximadas.

Fuente: Adaptada de *Handbook of Applied Thermal Design,* E.C. Guyer, ed., McGraw-Hill, 1989.

aislante durante el primer año de su uso. Algunos otros materiales aumentan su conductividad térmica efectiva como resultado de la absorción de humedad en un entorno a alta humedad o pérdida de vacío. Observe que con excepción del vidrio celular, los materiales aislantes celulares son plásticos que son baratos y de peso ligero, es decir, tienen densidades en el orden de 30 kg/m^3. Todos los materiales celulares son rígidos y se pueden obtener prácticamente con cualquier forma deseada.

Para aplicaciones a alta temperatura se emplean materiales refractarios, los que se encuentran en forma de ladrillos y pueden soportar temperaturas hasta de 1 700 °C. Las conductividades térmicas efectivas varían de 1.5 W/m K para la arcilla refractaria hasta casi 2.5 W/m K para el circonio. Los tipos de aislamiento de relleno suelto tienen conductividades térmicas mucho menores, como se muestra en la figura 1.31, pero la mayoría de ellos sólo se puede utilizar a temperaturas menores de aproximadamente 900 °C. Estos materiales tienden a "asentarse", lo que ocasiona problemas potenciales en lugares de difícil acceso.

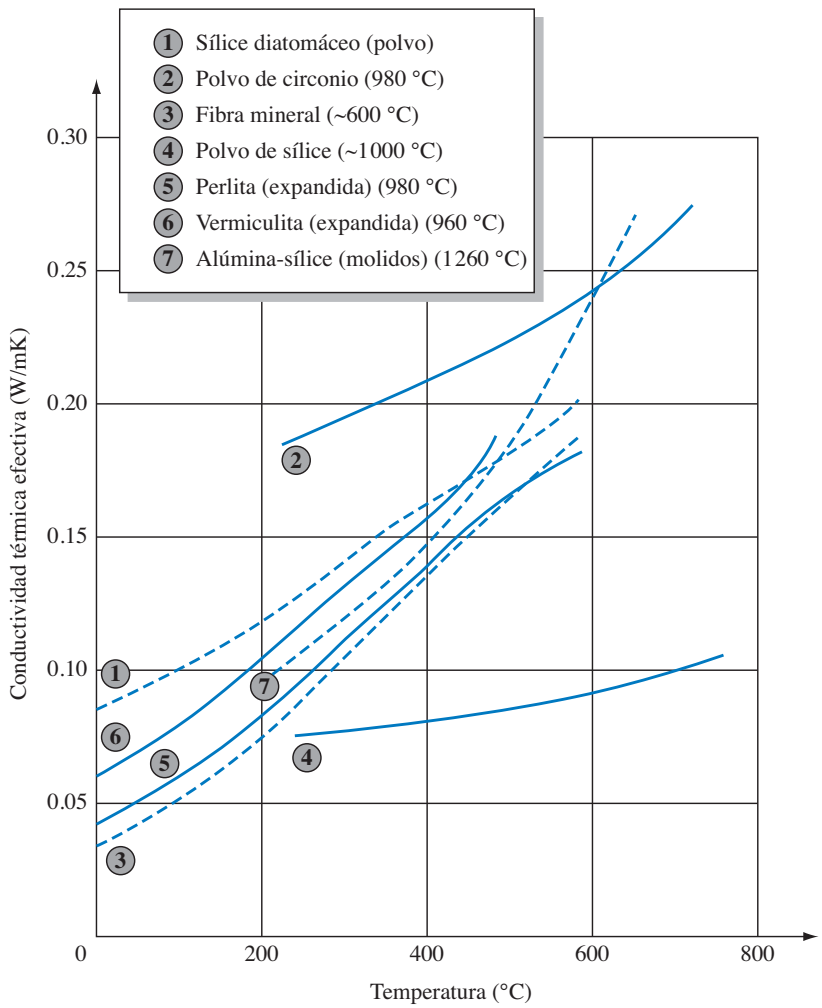


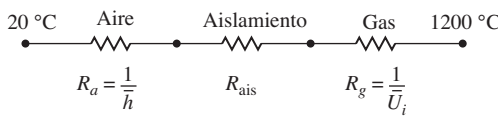
FIGURA 1.31 Conductividad térmica efectiva contra temperatura de algunos aislantes de alta temperatura. La temperatura útil máxima se indica entre paréntesis.

EJEMPLO 1.12 La puerta de un horno de gas industrial tiene un área superficial de 2×4 m y se aislará para reducir la pérdida de calor a un valor no mayor que 1 200 W/m^2. En la figura 1.32 se muestra el esquema de la puerta. La superficie interior es una placa de Inconel 600 de 3/8 in de espesor y la superficie exterior es una placa de acero inoxidable 316 de 1/4 in. Entre estas placas metálicas se colocará un material aislante con un espesor apropiado. La temperatura efectiva del gas dentro del horno es 1 200 °C y el coeficiente de transferencia de calor global entre el gas y la puerta es $U_i = 20$ W/m^2 K. El coeficiente de transferencia de calor entre la superficie exterior de la puerta y los alrededores cuya temperatura es 20 °C es $\bar{h} = 5$ W/m^2 K. Seleccione un material aislante adecuado y dimensione su espesor.

SOLUCIÓN De la figura 1.7 se estima que la conductividad térmica de las placas metálicas es aproximadamente de 43 W/m K. Las resistencias térmicas de las dos placas metálicas son aproximadamente de

$$R = L/k \sim \frac{0.625 \text{ in.}}{43 \text{ W/m K}} \times \frac{1 \text{ m}}{39.4 \text{ in.}} \sim 3.7 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ K/W}$$

Estas resistencias son insignificantes en comparación con las otras tres resistencias que se muestran en el circuito térmico simplificado siguiente:



La caída de temperatura entre el gas y la superficie interior de la puerta en el flujo de calor especificado es:

$$\Delta T = \frac{q/A}{U} = \frac{1\,200 \text{ W/m}^2}{20 \text{ W/m}^2 \text{ K}} = 60 \text{ K}$$

De aquí, la temperatura del Inconel será de casi 1 140 °C. Esto es aceptable dado que no se aplica una carga estructural apreciable.

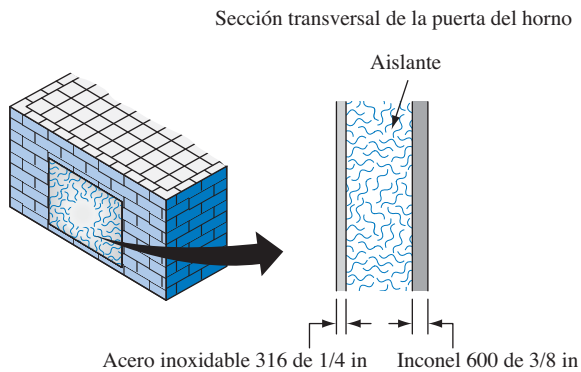


FIGURA 1.32 Sección transversal de la pared compuesta del horno de gas del ejemplo 1.12.

De la figura 1.31 se observa que sólo las virutas de alúmina-sílice pueden soportar la temperatura máxima en la puerta. Sólo se dispone de datos de conductividad térmica entre 300 y 650 °C. La tendencia de los datos sugiere que a temperaturas mayores cuando la radiación se vuelve el mecanismo dominante, el aumento de k_{ef} con T será más pronunciado. Se debe seleccionar el valor de 650 °C (0.27 W/m K) y luego aplicar un factor de seguridad al espesor del aislamiento.
La caída de temperatura en la superficie exterior es

$$\Delta T = \frac{1200 \text{ W/m}^2}{5 \text{ W/m}^2 \text{ K}} = 240 \text{ °C}$$

De aquí, ΔT a través del aislamiento es 1 180 °C − (240 + 60) °C = 880 K. El espesor del aislamiento para $k = 0.27$ W/m K es:

$$L = \frac{k \Delta T}{q/A} = \frac{0.27 \text{ W/m K} \times 880 \text{ K}}{1200 \text{ W/m}^2} = 0.2 \text{ m}$$

En vista de la incertidumbre, en el valor de k_{ef} y de la posibilidad de que el aislamiento se haga más compacto con el uso, un diseño prudente sería incrementar al doble el valor del espesor del aislamiento. El aislamiento adicional también reduciría la temperatura de la superficie exterior de la puerta por razones de seguridad, comodidad y facilidad de operación.

En la práctica de la ingeniería, en especial para materiales de construcción, el aislamiento a menudo se caracteriza por un término denominado *valor R*. La diferencia de temperatura dividida entre el valor R da la tasa de transferencia de calor por área unitaria. Para una placa o losa grande de material:

$$\text{valor } R = \frac{\text{espesor}}{\text{conductividad térmica promedio efectiva}}$$

El valor R por lo general se da en unidades inglesas de h ft² °F/Btu. Por ejemplo, el valor R de un placa de fibra de vidrio de 3.5 in de espesor ($k_{ef} = 0.035$ Btu/h ft °F de la tabla 11 del apéndice 2) es igual a

$$\frac{(3.5 \text{ in.}) \text{ h ft °F}}{0.035 \text{ Btu}} \times \frac{\text{ft}}{12 \text{ in}} = 8.3 \frac{\text{h °F ft}^2}{\text{Btu}}$$

Los valores R también se pueden asignar a estructuras compuestas, como ventanas con cristales dobles o paredes construidas de madera con aislamiento entre los puntales.

En algunos casos el valor R se da con base en "por pulgada". Entonces sus unidades son h ft² °F/Btu in. En el ejemplo anterior, el valor R por pulgada de fibra de vidrio es 8.3/3.5 ~ 2.4 h ft² °F/Btu in. Observe que el valor R por pulgada es igual a $1/12k$ cuando la conductividad térmica se da en unidades de Btu/h ft °F. Se debe tener cuidado al emplear los datos del fabricante de los valores R debido a que se puede dar el valor por pulgada aunque la propiedad se puede denominar simplemente valor R. Al examinar las unidades dadas de la propiedad debe ser evidente qué valor R es el que se da.

1.8 Transferencia de calor y ley de conservación de la energía

Al analizar un sistema, además de las ecuaciones de la tasa de transferencia de calor a menudo se utiliza la primera ley de la termodinámica, o ley fundamental de conservación de la energía. Si bien, como ya se mencionó, sólo mediante un análisis termodinámico no se puede predecir la tasa a la que ocurrirá la transferencia en términos del grado de desequilibrio térmico, se deben obedecer las leyes básicas de la termodinámica (tanto la primera como la segunda). Así pues, cualquier ley física que se deba satisfacer por un proceso o un sistema proporciona una ecuación que se puede utilizar para el análisis. Ya se utilizó la segunda ley de la termodinámica para indicar la dirección del flujo de calor. Ahora se demostrará cómo se puede aplicar la primera ley de la termodinámica en el análisis de problemas de transferencia de calor.

1.8.1 Primera ley de la termodinámica

La primera ley de la termodinámica establece que la energía no se puede crear ni destruir, sino que se puede transformar de una forma a otra o ser transferida como calor o trabajo. Para aplicar la ley de la conservación de la energía, primero se necesita identificar un volumen de control. Un *volumen de control* es una región fija en el espacio limitada por una *superficie de control* a través de la cual el calor, el trabajo y la masa pueden pasar. El requerimiento de conservación de la energía para un sistema abierto en una forma útil para el análisis de la transferencia de calor es:

> *La tasa a la cual las energías térmica y mecánica entran en un volumen de control, más la tasa a la que la energía se genera dentro de ese volumen menos la tasa a la cual las energías térmica y mecánica salen del volumen de control, deben ser iguales a la tasa a la que la energía se almacena dentro de este volumen.*

Si la suma del flujo de entrada y la generación de energía excede el flujo de salida, habrá un aumento en la cantidad de energía almacenada en el volumen de control, en tanto que cuando el flujo de salida sobrepasa al flujo de entrada y a la generación habrá una disminución en el almacenamiento de energía. Pero cuando no hay generación y la tasa del flujo de entrada de energía es igual a la tasa del flujo de salida, existe un estado en régimen permanente y no hay un cambio en la energía almacenada en el volumen de control.

Con referencia a la figura 1.33 de la página siguiente, los requerimientos de la conservación de la energía se pueden expresar en la forma

$$(e\dot{m})_{\text{entrada}} + q + \dot{q}_G - (e\dot{m})_{\text{salida}} - W_{\text{salida}} = \frac{\partial E}{\partial t} \tag{1.39}$$

donde $(e\dot{m})_{\text{entrada}}$ es la tasa de flujo de entrada de energía, $(e\dot{m})_{\text{salida}}$ es la tasa de flujo de salida de energía, q es la tasa *neta* de transferencia de calor hacia el volumen de control ($q_{\text{entrada}} - q_{\text{salida}}$), W_{salida} es la tasa neta de salida de trabajo, ($\dot{q}_G$) es la tasa de generación de energía dentro del volumen de control y $\partial E/\partial t$ es la tasa de almacenamiento de energía dentro del volumen de control.

La energía específica transportada por el flujo másico, e, a través de la superficie puede contener formas de energía potencial y cinética así como térmica (interna), pero para la mayoría de los problemas de transferencia de calor los términos de energía potencial y cinética son insignificantes. Los términos del flujo de entrada y del

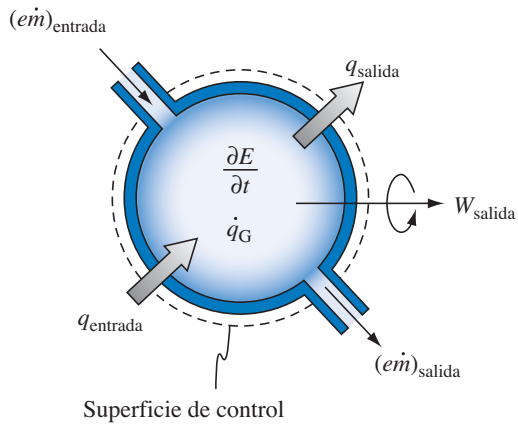


FIGURA 1.33 Volumen de control para la primera ley de la termodinámica de la conservación de la energía.

flujo de salida de energía también pueden incluir interacciones de trabajo, pero estos fenómenos son de importancia sólo en procesos de flujo a velocidad extremadamente alta.

Observe que los términos de la tasa de flujo de entrada y del flujo de salida son fenómenos superficiales y, por tanto, son proporcionales al área superficial. El término de la generación de energía interna $\dot{q}_G$ se encuentra cuando otra forma de energía (como la energía química, eléctrica o nuclear) se convierte en energía térmica dentro del volumen de control. El término de la generación es, por tanto, un fenómeno volumétrico y su tasa es proporcional al volumen dentro de la superficie de control. El almacenamiento de energía es un fenómeno volumétrico asociado con la energía interna de la masa en el volumen de control, pero el proceso de la generación de energía es muy distinto del proceso de almacenamiento de energía, aunque los dos contribuyen a la tasa de almacenamiento de energía.

La ecuación (1.39) se puede simplificar cuando no hay transporte de masa a través del límite. Un sistema así se denomina *sistema cerrado* y para esas condiciones la ecuación (1.39) se convierte en

$$q + \dot{q}_G - W_{\text{salida}} = \frac{\partial E}{\partial t} \tag{1.39}$$

donde el lado derecho representa la tasa de almacenamiento de energía o la tasa de aumento en energía interna. Observe que E es la energía interna total almacenada en el sistema y es igual al producto de la energía interna específica por la masa del sistema.

1.8.2 Conservación de la energía aplicada al análisis de transferencia de calor

Los dos ejemplos siguientes demuestran el uso de la ley de la conservación de la energía en el análisis de transferencia de calor. El primer ejemplo es un problema en estado en régimen permanente en el que el término del almacenamiento es cero, en tanto que el segundo ejemplo demuestra el procedimiento analítico para un problema en el que ocurre almacenamiento de energía interna. Esto último se denomina *transferencia de calor transitoria* y en el capítulo siguiente se presenta un análisis más detallado de esos casos.

EJEMPLO 1.13 Una casa tiene un techo horizontal, plano e impermeabilizado con alquitrán negro. La superficie inferior del techo está bien aislada, en tanto que la superficie superior está expuesta al aire ambiente a 300 K a través de un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2 K. Calcule la temperatura de equilibrio del techo para las condiciones siguientes: *a*) un día despejado y soleado con un flujo de radiación solar incidente de 500 W/m^2 y el ambiente a una temperatura efectiva de 50 K y *b*) una noche despejada con una temperatura ambiente de 50 K.

SOLUCIÓN En la figura 1.34 se muestra un bosquejo esquemático del sistema. El volumen de control es el techo. Suponga que no hay obstrucciones entre el techo, denominado superficie 1 y el ambiente, denominado superficie 2 y que las dos superficies son negras. El ambiente se comporta como un cuerpo negro debido a que absorbe toda la radiación emitida por el techo y no refleja ninguna.

El calor se transfiere por convección entre el aire ambiente y el techo; por radiación entre los rayos solares y el techo y entre el techo y el cielo. Este es un sistema cerrado en equilibrio térmico. Como no hay generación, almacenamiento o salida de trabajo, el requerimiento de la conservación de la energía se puede expresar mediante la relación conceptual siguiente:

tasa de transferencia de calor por radiación solar *al* techo	+	tasa de transferencia de calor por convección *al* techo	=	tasa de transferencia de calor por radiación *del* techo al cielo abierto

De forma analítica, esta relación se puede formular en la forma

$$A_1 q_{r,\text{sol}\to\text{techo}} + \bar{h}_c A_1 (T_{\text{aire}} - T_{\text{techo}}) = A_1 q_{r,\text{techo}\to\text{cielo abierto}}$$

Cancelando el área del techo A_1 y sustituyendo la relación de Stefan-Boltzmann [ecuación (1.17)] para la radiación neta del techo al cielo abierto se obtiene

$$q_{r,\text{sol}\to 1} + \bar{h}_c (300 - T_{\text{techo}}) = \sigma (T_{\text{techo}}^4 - T_{\text{cielo}}^4)$$

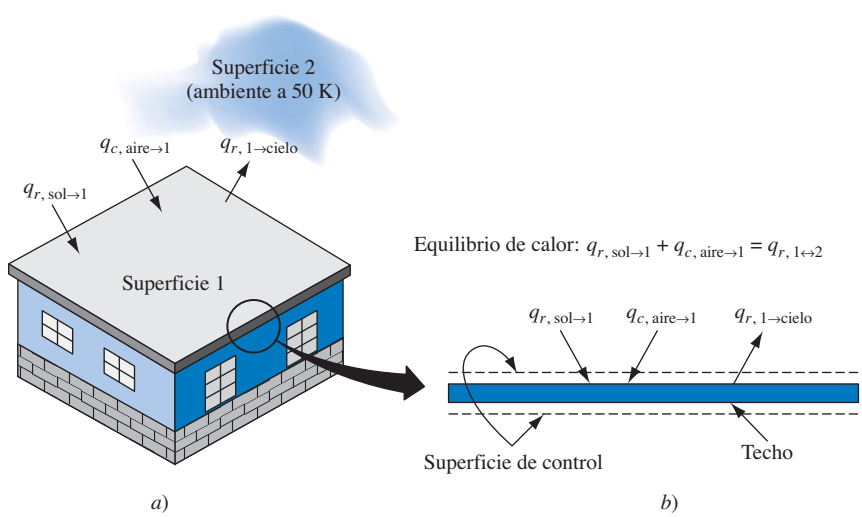


FIGURA 1.34 Transferencia de calor por convección y radiación para el techo del ejemplo 1.13

a) Cuando la radiación solar hacia el techo, $q_{r,\ \text{sol}\to 1}$, es 500 W/m^2 y T_{cielo} es 50 K, se obtiene

$$500\ \text{W/m}^2 + (10\ \text{W/m}^2\ \text{K})(300 - T_{\text{techo}})(\text{K}) = (5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\ \text{K}^4)(T_{\text{techo}}^4 - 50^4)(\text{K}^4)$$

Resolviendo mediante prueba y error para la temperatura del techo, se obtiene

$$T_{\text{techo}} = 303\ \text{K} = 30\ ^\circ\text{C}$$

Observe que el término de la convección es negativo debido a que el sol calienta el techo a una temperatura mayor que la del aire ambiente, tal que el techo no se calienta, sino que se enfría por convección al aire.

b) De noche el término $Q_{r,\ \text{sol}\to 1} = 0$ y se obtiene, al sustituir los datos numéricos en la relación de la conservación de la energía,

$$\bar{h}_c(T_{\text{aire}} - T_{\text{techo}}) = \sigma(T_{\text{techo}}^4 - T_{\text{cielo}}^4)$$

o

$$(10\ \text{W/m}^2\ \text{K})(300 - T_{\text{techo}})(\text{K}) = (5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\ \text{K}^4)(T_{\text{techo}}^4 - 50^4)(\text{K}^4)$$

Resolviendo esta ecuación para T_{techo} da

$$T_{\text{techo}} = 270\ \text{K} = -3\ ^\circ\text{C}$$

De noche el techo está más frío que el aire ambiente y la convección ocurre del aire al techo, que se calienta en el proceso. También observe que las condiciones en la noche y durante el día se supone que son permanentes y que el cambio de una condición en régimen permanente a la otra requiere un periodo de transición en el que la energía almacenada en el techo cambia y la temperatura del techo también cambia. Esta energía almacenada aumenta durante las horas de la mañana y disminuye durante la tarde después de la puesta del sol, pero estos periodos no se consideraron en este ejemplo.

EJEMPLO 1.14

Un alambre delgado de cobre de diámetro D y longitud L tiene una resistencia eléctrica de ρ_e por longitud unitaria. El alambre está inicialmente en un estado en régimen permanente a una temperatura ambiente T_{aire}. En el tiempo $t = 0$, se pasa una corriente eléctrica i a través del alambre. La temperatura del alambre comienza a aumentar debido a la generación interna de calor eléctrico, pero al mismo tiempo se pierde calor del alambre por convección a través de un coeficiente de convección $\bar{h}_c$ al aire ambiente.

Formule una ecuación para determinar el cambio en temperatura con el tiempo en el alambre, suponiendo que la temperatura del alambre es uniforme. Esta es una buena suposición ya que la conductividad térmica del cobre es muy grande y el alambre es delgado. En el capítulo 2 se aprenderá cómo calcular la distribución de temperatura radial transitoria si la conductividad es pequeña.

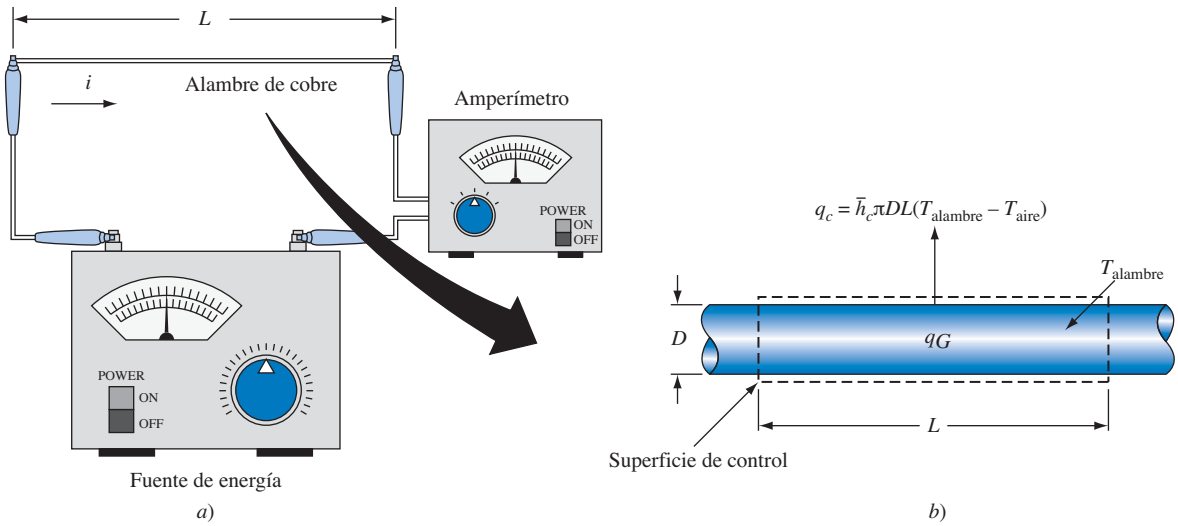


FIGURA 1.35 Diagrama esquemática del sistema eléctrico de generación de calor del ejemplo 1.14.

SOLUCIÓN El bosquejo en la figura 1.35 muestra el alambre y el volumen de control. Se supondrá que las pérdidas por radiación son insignificantes tal que la tasa neta de flujo de calor por convección q_c es igual a la tasa de pérdida de calor del alambre, q_{salida}:

$$q_{\text{salida}} = \bar{h}_c A_{\text{sup}} (T_{\text{alambre}} - T_{\text{aire}}) = \bar{h}_c \pi DL(T_{\text{alambre}} - T_{\text{aire}})$$

La tasa de generación de energía (o disipación eléctrica) en el volumen de control del alambre es

$$\dot{q}_G = i^2 R_e = i^2 \rho_e L$$

donde $R_e = \rho_e L$, la resistencia eléctrica.

La tasa de almacenamiento de energía interna en el volumen de control es

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{d[(\pi D^2/4) Lc\rho T_{\text{alambre}}(t)]}{dt}$$

donde c es el calor específico y ρ es la densidad del material del alambre.

Aplicando la relación de la conservación de la energía para un sistema cerrado [ecuación (1.39)] al problema en turno da

$$\dot{q}_G - q_{\text{salida}} = \frac{\partial E}{\partial t}$$

ya que no hay salida de trabajo y q_{entrada} es cero.

Sustituyendo las relaciones apropiadas para los tres términos de energía en la ley de la conservación de la energía se obtiene la ecuación diferente

$$i^2 \rho_e L - (\bar{h}_c \pi DL)(T_{\text{alambre}} - T_{\text{aire}}) = \left(\frac{\pi D^2}{4} Lc\rho\right) \frac{dT_{\text{alambre}}(t)}{dt}$$

Si el calor específico y la densidad son constantes, la solución para esta ecuación para la temperatura del alambre como una función del tiempo, $T(t)$, se convierte en

$$T_{\text{alambre}}(t) - T_{\text{aire}} = C_1(1 - e^{-C_2 t})$$

donde $$C_1 = \frac{i^2 \rho_e}{\bar{h}_c \pi D}$$

$$C_2 = \frac{4\bar{h}_c}{c\rho D}$$

observe que cuando $t \to \infty$, el segundo término en el lado derecho tiende a C_1 y $dT_{\text{alambre}}/dt \to 0$. Esto significa físicamente que *la temperatura del alambre ha alcanzado un nuevo valor de equilibrio* que se puede evaluar a partir de la relación de conservación en estado en régimen permanente $q_{\text{salida}} = \dot{q}_G$ o

$$(T_{\text{alambre}} - T_{\text{aire}})\bar{h}_c \pi D L = i^2 \rho_e L$$

La termodinámica sola, es decir, la ley de la conservación de la energía, podría predecir las diferencias en la energía interna almacenada en el volumen de control entre los dos estados de equilibrio en $t = 0$ y $t \to \infty$, pero no podría anticipar la tasa a la que ocurre el cambio, para ese cálculo es necesario emplear el análisis de la tasa de transferencia de calor que ya se explicó antes.

1.8.3 Condiciones de frontera

Existen muchas situaciones en las que el requerimiento de la conservación de la energía se aplica a la superficie de un sistema. En estos casos, la superficie de control no contiene masa y el volumen que comprende tiende a cero, como se muestra

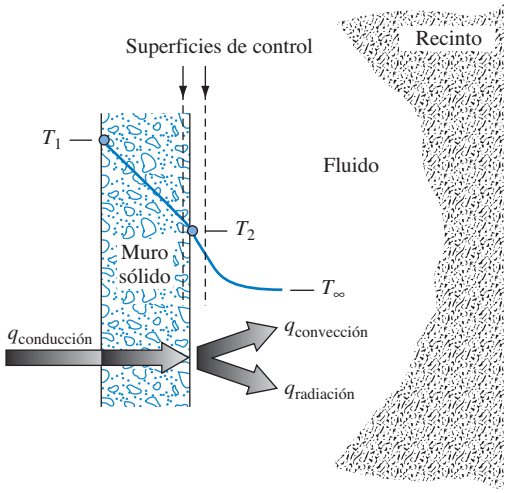


FIGURA 1.36 Aplicación a la superficie de un sistema de la ley de la conservación de la energía

en la figura 1.36. En consecuencia, no puede haber almacenamiento o generación de energía y el requerimiento de conservación se reduce a

$$q_{\text{neta}} = q_{\text{entrada}} - q_{\text{salida}} = 0 \tag{1.40}$$

Es importante observar que en esta forma es válida la ley de la conservación para un estado en régimen permanente así como para condiciones transitorias y que el flujo de calor de entrada y de salida puede ocurrir mediante varios mecanismos de transferencia de calor en paralelo. Las aplicaciones de la ecuación (1.40) a muchas situaciones físicas diferentes se ilustran más adelante.

1. Lea cuidadosamente el problema y pregúntese usted, *en sus propias palabras,* qué se conoce acerca del sistema, qué información se puede obtener de fuentes como tablas de propiedades, manuales o apéndices y cuáles son las incógnitas para las que se debe encontrar una respuesta.
2. Trace un diagrama esquemático del sistema, incluyendo los límites que se emplearán en la aplicación de las leyes de conservación. Identifique los procesos de transferencia de calor relevantes y bosqueje un circuito térmico para el sistema. Las figuras 1.18 y 1.27, por ejemplo, son buenas representaciones de este procedimiento.
3. Establezca todas las suposiciones de simplificación que considere apropiadas para la solución del problema y marque las que necesitarán verificarse después de obtener una respuesta. Ponga atención en particular a si el sistema está en un estado en régimen permanente o no permanente. Además, compile las propiedades físicas necesarias para analizar el sistema y proporcione las fuentes de donde las obtuvo.
4. Analice el problema mediante las leyes de conservación apropiadas y ecuaciones de tasas, utilizando, cuando sea posible, su visión e intuición en los procesos. Conforme adquiera más experiencia, consulte de nuevo el circuito térmico y modifíquelo, si es apropiado. Efectúe los cálculos numéricos paso a paso de manera que pueda verificar con facilidad sus resultados mediante un análisis del orden de magnitud.
5. Haga comentarios sobre los resultados que haya obtenido y explique cualesquiera puntos cuestionables, en particular cuando se apliquen a las suposiciones originales. Luego resuma las conclusiones clave al final.

Este método de análisis se ha demostrado ampliamente en los problemas de ejemplo en las secciones anteriores (en particular los ejemplos 1.11 a 1.13) y su repaso en el contexto de los cinco pasos enumerados antes sería instructivo. Además, conforme progrese en sus estudios de transferencia de calor en los capítulos subsiguientes de este libro, el procedimiento destacado antes será más significativo y quizá desee consultarlo cuando empiece a analizar y diseñar sistemas térmicos más complejos.

Por último, tenga en cuenta que el tema de transferencia de calor está en un estado constante de evolución y se aconseja que un ingeniero siga la bibliografía actual sobre el tema (con frecuencia, son útiles los artículos de autores reconocidos) a fin de mantenerse actualizado. Las publicaciones periódicas más importantes que presentan averiguaciones en transferencia de calor se listan en el apéndice 5. Además de las publicaciones periódicas, el ingeniero encontrará útil consultar de vez en cuando manuales y monografías que resuman periódicamente el estado actual del conocimiento.

Referencias

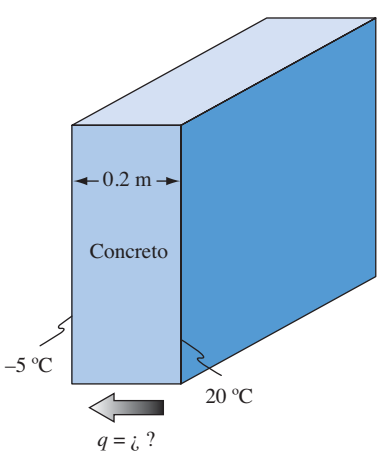
1. P.G. Klemens, "Theory of the Thermal Conductivity of Solids", en *Thermal Conductivity*, R. P. Tye, ed., vol. 1, Academic Press, Londres, 1969.
2. E. McLaughlin, "Theory of the Thermal Conductivity of Fluids", en *Thermal Conductivity*, R. P. Tye, ed., vol. 2 Academic Press, Londres, 1969.
3. W. G. Vincenti y C. H. Kruger Jr., *Introduction to Physical Gas Dynamics*, Wiley, Nueva York, 1965.
4. J.F. Mallory, *Thermal Insulation*, Reinhold, Nueva York, 1969.
5. E. Fried, "Thermal Conduction Contribution to Heat Transfer at Contacts", *Thermal Conductivity*, R.P. Tye, ed., vol. 2. Academic Press, Londres, 1969.
6. L.S. Fletcher, "Imperfect Metal-to-Metal Contact", sec. 502.5, en *Heat Transfer and Flow Data Books*, F. Kreith, ed., Genium, Schenectady, Nueva York, 1991.

Problemas

Los problemas para este capítulo están organizados por tema como se muestra a continuación.

Tema	Número de problema
Conducción	1.1 –1.11
Convección	1.12–1.21
Radiación	1.22–1.29
Conducción en serie y paralelo	1.30–1.35
Convección y conducción en serie y paralelo	1.36–1.43
Convección y radiación en paralelo	1.44–1.53
Combinaciones de conducción, convección y radiación	1.54–1.56
Transferencia y conservación de energía	1.57–1.58
Dimensiones y unidades	1.59–1.65
Modos de transferencia de calor	1.66–1.72

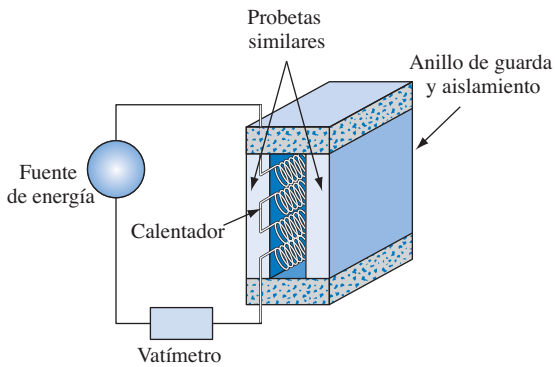
1.1 La superficie exterior de una pared de concreto de 0.2 m de espesor se mantiene a una temperatura de −5 °C, en tanto que la superficie interior se mantiene a 20 °C. La conductividad térmica del concreto es 1.2 W/m K. Determine la pérdida de calor a través de una pared de 10 m de longitud y 3 m de altura.



1.2 El peso del aislamiento en una aeronave puede ser más importante que el espacio requerido. Demuestre analíticamente que el aislamiento más ligero para una pared plana con resistencia térmica especificada es el aislamiento que tiene el menor producto de la densidad por la conductividad térmica.

1.3 Se construirá la pared de un horno con ladrillos que tienen dimensiones estándar de 9×4.5×3 in. Se dispone de dos tipos de materiales. Uno tiene una temperatura máxima útil de 1 900 °F y una conductividad térmica de 1 Btu/h ft °F y el otro tiene un límite máximo de temperatura de 1 600 °F y una conductividad térmica de 0.5 Btu/h ft °F. Los ladrillos cuestan lo mismo y se pueden colocar de cualquier manera, pero se quiere diseñar la pared más económica para un horno con una temperatura de 1 900 °F en el lado caliente y de 400 °F en el lado frío. Si la cantidad máxima de transferencia de calor permisible es 300 Btu/h por cada pie cuadrado de área, determine la configuración más económica utilizando los ladrillos disponibles.

1.4 Para medir la conductividad térmica, se colocan dos probetas similares de 1 cm de espesor en el dispositivo que se muestra en el bosquejo siguiente. Se suministra corriente eléctrica al calentador protegido de 6×6 cm y un vatímetro muestra que la disipación de energía es 10 W. Termopares colocados en las superficies caliente y fría muestran temperaturas de 322 K y 300 K, respectivamente. Calcule la conductividad térmica del material a la temperatura media en Btu/h ft °F y en W/m K.

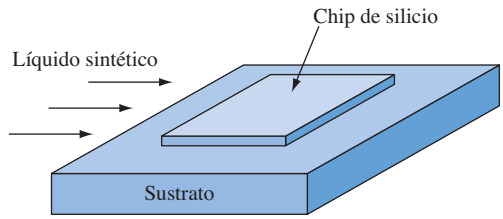


1.5 Para determinar la conductividad térmica de un material estructural, se sometió a un flujo de calor uniforme de 800 Btu/h ft^2, una losa de 6 in de espesor de este material, al tiempo que los termopares insertados en la pared a intervalos de 2 in se leyeron durante cierto periodo. Después de que el sistema había alcanzado el equilibrio, un operador registró las lecturas de los termopares que se muestran a continuación para dos condiciones ambientales diferentes:

Distancia desde la superficie (in)	Temperatura (°F)
Prueba 1	
0	100
2	150
4	206
6	270
Prueba 2	
0	200
2	265
4	335
6	406

Con base en estos datos, determine una expresión aproximada para la conductividad térmica como una función de la temperatura entre 100 y 400 °F.

1.6 Un chip cuadrado de silicio de 7×7 mm y 0.5 mm de espesor se monta sobre un sustrato plástico como se muestra en el siguiente bosquejo. La superficie superior del chip se enfría por medio de un líquido sintético que fluye sobre él. Los circuitos electrónicos en la parte inferior del chip generan calor a una tasa de 5 W que se debe transferir a través del chip. Estime la diferencia de temperatura en estado en régimen permanente entre las superficies frontal y posterior del chip. La conductividad térmica del silicio es 150 W/m K.



1.7 Se quiere diseñar un depósito para mantener alimentos perecederos fríos antes de su transporte a las tiendas de abarrotes. El depósito tiene un área superficial efectiva de 20 000 ft^2 expuesta a una temperatura del aire ambiente de 90 °F. El aislamiento de las paredes del depósito ($k = 0.1$ Btu/h ft °F) es de 3 in de espesor. Determine la tasa a la que el calor se debe remover (Btu/h) del depósito para mantener los alimentos a 40 °F.

1.8 Con un énfasis cada vez mayor en la conservación de energía, la pérdida de calor de edificios se ha convertido en una preocupación importante. Las áreas superficiales exteriores comunes y factores R (área × resistencia térmica) para una casa pequeña son:

Elemento	Área (m^2)	Factores R (m^2 K/W)
Paredes	150	2.0
Cielo raso	120	2.8
Piso	120	2.0
Ventanas	20	0.1
Puertas	5	0.5

a) Calcule la tasa de pérdida de calor de la casa cuando la temperatura interior es 22 °C y la exterior es de −5 °C. *b*) Sugiera maneras y medios para reducir la pérdida de calor y demuestre cuantitativamente el efecto de incrementar al doble el aislamiento de la pared y de sustituir las ventanas con doble cristal (resistencia térmica = 0.2 m^2 K/W) con el de tipo sencillo en la tabla anterior.

1.9 Se transfiere calor a una tasa de 0.1 kW a través de aislamiento de lana de vidrio (densidad = 100 kg/m^3) de 5 cm de espesor y 2 m^2 de área. Si la superficie caliente está a 70 °C, determine la temperatura de la superficie fría.

1.10 Un medidor de flujo de calor en la pared exterior (fría) de un edificio de concreto indica que la pérdida de calor a través de una pared de 10 cm de espesor es 20

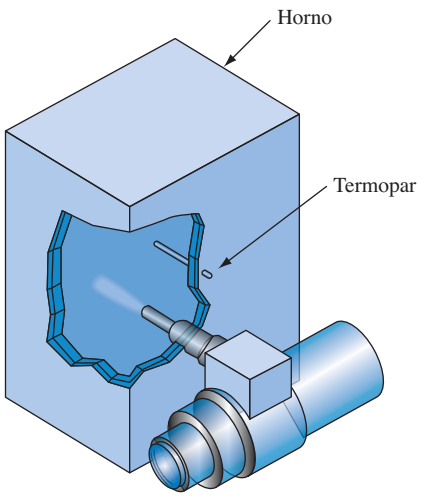
W/m². Si un termopar en la superficie interior de la pared indica una temperatura de 22 °C, en tanto que otro, en la superficie exterior, muestra 6 °C, calcule la conductividad térmica del concreto y compare su resultado con el valor dado en el apéndice 2, tabla 11.

1.11 Calcule la pérdida de calor a través de un ventana de cristal de 1×3 m de 7 mm de espesor si la temperatura de la superficie interior es 20 °C y la temperatura de la superficie exterior es 17 °C. Haga un comentario sobre el efecto posible de la radiación en su respuesta.

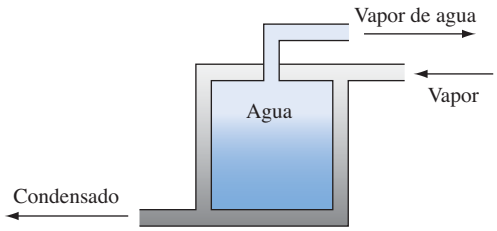
1.12 Si la temperatura del aire exterior en el problema 1.11 es −2 °C, calcule el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie exterior de la ventana y el aire, suponiendo que la radiación es insignificante.

1.13 Utilizando la tabla 1.4 como guía, elabore una tabla similar que muestre los órdenes de magnitud de las resistencias térmicas de un área unitaria para la convección entre una superficie y varios fluidos.

1.14 Un termopar (alambre de 0.8 mm de diámetro) utilizado para medir la temperatura del gas inmóvil en un horno da una lectura de 165 °C. Sin embargo, se sabe que la tasa de flujo de calor radiante por metro de longitud de las paredes calientes del horno al termopar de alambre es 1.1 W/m y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el alambre y el gas es 6.8 W/m² K. Con esta información, estime la temperatura verdadera del gas. Formule sus suposiciones e indique las ecuaciones utilizadas.



1.15 En un recipiente se evapora lentamente agua a una temperatura de 77 °C. El agua está en un recipiente a baja presión rodeado por vapor, como se muestra en el bosquejo siguiente. El valor se condensa a 107 °C. El coeficiente de transferencia de calor global entre el agua y el vapor es 1 100 W/m² K. Calcule el área superficial del recipiente que se requeriría para evaporar el agua a una tasa de 0.01 kg/s.

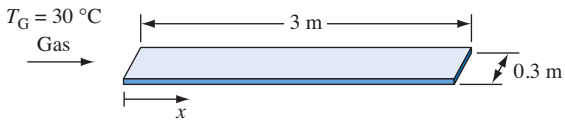


1.16 La tasa de transferencia de calor de aire caliente por convección a 100 °C fluyendo sobre un lado de una placa plana con dimensiones de 0.1 por 0.5 m se determina que es 125 W cuando la superficie de la placa se mantiene a 30 °C. ¿Cuál es el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio entre la placa y el aire?

1.17 El coeficiente de transferencia de calor para un gas que fluye sobre una placa plana delgada de 3 m de longitud y 0.3 m de ancho varía con la distancia desde el borde de ataque de acuerdo con

$$h_c(x) = 10x^{-1/4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\,\text{K}}$$

Si la temperatura de la placa es 170 °C y la temperatura del gas es 30 °C, calcule: *a*) el coeficiente de transferencia de calor promedio, *b*) la tasa de transferencia de calor entre la placa y el gas y *c*) el flujo de calor local a 2 m desde el borde de ataque.



1.18 Un fluido criogénico está almacenado en un recipiente esférico de 0.3 m de diámetro en un ambiente de aire en calma. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie exterior del recipiente y el aire es 6.8 W/m² K, la temperatura del aire es 27 °C y la temperatura de la superficie de la esfera es −183 °C, determine la tasa de transferencia de calor por convección.

1.19 Una computadora de alta velocidad está ubicada en una habitación con temperatura controlada a 26 °C. Cuando la máquina funciona, su tasa de generación de calor interno se estima que es de 800 W. La temperatura de la superficie externa de la computadora se debe mantener a un valor menor que 85 °C. El coeficiente de transferencia de calor para la superficie de la computadora se estima que es de 10 W/m² K. ¿Qué área superficial

se necesitará para asegurar el funcionamiento seguro de esta máquina? Haga un comentario sobre las maneras para reducir esta área.

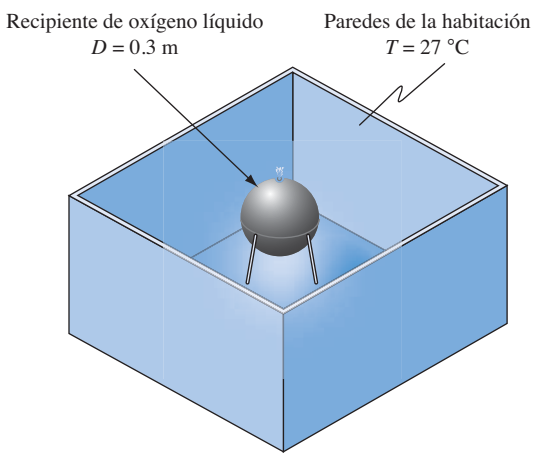
1.20 A fin de evitar la quemadura por congelación de los esquiadores en los elevadores de silla, el reporte del clima en la mayoría de las áreas de esquí da tanto la temperatura del aire como la temperatura de congelación del viento. La temperatura del aire se mide con un termómetro que no se afecta por el viento. Sin embargo, la tasa de pérdida de calor de un esquiador aumenta con la velocidad del viento y la temperatura de congelación del viento es la temperatura que resultaría en la misma tasa de pérdida de calor en aire en calma cuando ocurre a la temperatura medida del aire con el viento prevaleciente.

Suponga que la temperatura interior de una capa de piel de 3 mm de espesor con una conductividad térmica de 0.35 W/m K es 35 °C y que la temperatura del aire es −20 °C. Ante condiciones ambientales en calma el coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior de la piel es aproximadamente de 20 W/m^2 K (consulte la tabla 1.4), pero en un viento de 40 mph aumenta a 75 W/m^2 K. *a*) Si las quemaduras por congelación pueden ocurrir cuando la temperatura de la piel disminuye a aproximadamente 10 °C, ¿aconsejaría al esquiador que se ponga un pasamontañas? *b*) ¿Cuál es la caída de temperatura de la piel debida al viento?

1.21 Utilizando la información del problema 1.20, estime la temperatura ambiente del aire que ocasionaría quemaduras por congelación en un día en calma en las colinas de esquiar.

1.22 Dos placas grandes paralelas con condiciones superficiales que se aproximan a las de un cuerpo negro se mantienen a 1 500 °F y 500 °F, respectivamente. Determine la tasa de transferencia de calor por radiación entre las placas en Btu/h ft^2 y el coeficiente de transferencia de calor por radiación en Btu/h ft^2 °F y en W/m^2 K.

1.23 Un recipiente esférico de 0.3 m de diámetro, está ubicado en una habitación grande cuyas paredes están a 27 °C (consulte el bosquejo). Si el recipiente se utiliza para almacenar oxígeno líquido a −183 °C y tanto la superficie del recipiente de almacenamiento como las paredes de la habitación son negras, calcule la tasa de transferencia de calor por radiación para el oxígeno líquido en watts y en Btu.



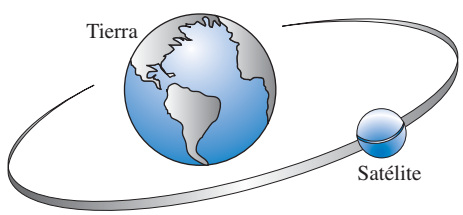
1.24 Repita el problema 1.23 pero suponiendo que la superficie del recipiente de almacenamiento tiene una absorbencia (igual a la emitancia) de 0.1. Después determine la tasa de evaporación del oxígeno líquido en kilogramos por segundo y en libras por hora, suponiendo que la convección se puede ignorar. El calor de vaporización del oxígeno a −183 °C es 213.3 kJ/kg.

1.25 Determine la tasa de emisión de calor radiante en watts por metro cuadrado de un cuerpo negro a: *a*) 150 °C, *b*) 600 °C y *c*) 5 700 °C.

1.26 El Sol tiene un radio de 7×10^8 m y se aproxima a un cuerpo negro con una temperatura superficial de aproximadamente 5 800 K. Calcule la tasa total de radiación del Sol y el flujo de radiación emitida por metro cuadrado de área superficial.

1.27 Una esfera gris pequeña que tiene una emisividad de 0.5 y una temperatura superficial de 1 000 °F está ubicada en el interior de un recinto de cuerpo negro que tiene una temperatura de 100 °F. Para este sistema calcule: *a*) la tasa neta de transferencia de calor por radiación por unidad de área superficial de la esfera, *b*) la conductancia térmica por radiación en Btu/h °F si el área superficial de la esfera es 0.1 ft^2, *c*) la resistencia térmica por radiación entre la esfera y sus alrededores, *d*) la relación de la resistencia térmica a la radiación a la resistencia térmica para convección si el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la esfera y sus alrededores es 2.0 Btu/h ft^2 °F, *e*) la tasa total de transferencia de calor de la esfera a los alrededores y *f*) el coeficiente de transferencia de calor combinado para la esfera.

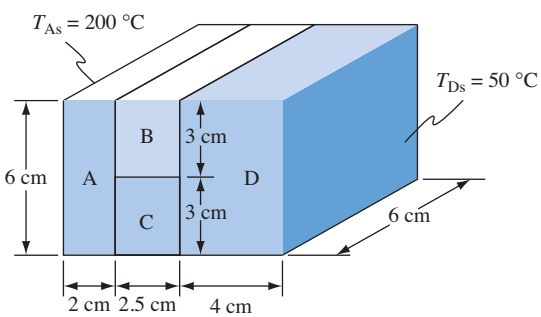
1.28 Un satélite de comunicaciones esférico de 2 m de diámetro, se coloca en órbita alrededor de la Tierra. El satélite genera 1 000 W de energía interna de un generador nuclear pequeño. Si la superficie del satélite tiene una emitancia de 0.3 y está protegido contra la radiación solar por la Tierra, estime su temperatura superficial. ¿Cuál sería la temperatura si el satélite con un absorbencia de 0.2 estuviera en órbita en la cual estaría expuesto a la radiación solar? Suponga que el Sol es un cuerpo negro a 6 700 K y formule sus suposiciones.



1.29 Un alambre largo de 0.03 in de diámetro con una emisividad de 0.9 está colocado en un espacio grande con aire inmóvil a 20 °F. Si el alambre está a 1 000 °F, calcule la tasa neta de la pérdida de calor. Analice sus suposiciones.

1.30 Con frecuencia se recomienda vestir capas de ropa en clima frío debido a que los espacios de aire inmóvil entre las capas mantienen cálido al cuerpo. La explicación de esto es que la pérdida de calor del cuerpo es menor. Compare la tasa de la pérdida de calor para una sola capa de lana de 3/4 in de espesor ($k = 0.020$ Btu/h ft °F) con tres capas de 1/4 in de espesor separadas por espacios de aire de 1/16 in. La conductividad térmica del aire es 0.014 Btu/h ft °F.

1.31 Una sección de una pared compuesta con las dimensiones que se muestran a continuación tiene temperaturas uniformes de 200 °C y 50 °C sobre las superficies izquierda y derecha, respectivamente. Si las conductividades térmicas de los materiales de la pared son: $k_A = 70$ W/m K, $k_B = 60$ W/m K, $k_C = 40$ W/m K y $k_D = 20$ W/m K,



determine la tasa de transferencia de calor a través de esta sección de la pared y las temperaturas en las interfaces.

1.32 Repita el problema 1.31, incluyendo una resistencia por contacto de 0.1 K/W en cada una de las interfaces.

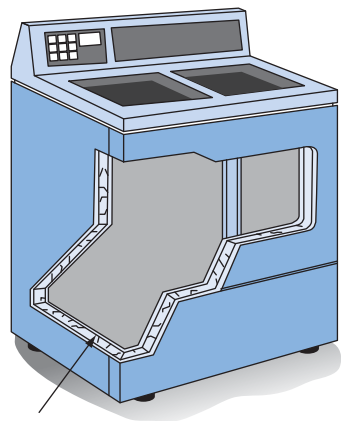
1.33 Repita el problema 1.32, pero suponiendo que en vez de temperaturas superficiales, las temperaturas dadas son las del aire a la izquierda y a la derecha de la pared y que los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies izquierda y derecha son 6 y 10 W/m^2 K, respectivamente.

1.34 Se introdujeron clavos de acero dulce a través de una pared sólida de madera que consiste en dos capas, cada una de 2.5 cm de espesor, como refuerzo. Si el área total de la sección transversal de los clavos es 0.5% del área de la pared, determine la conductancia térmica unitaria de la pared compuesta y el porcentaje del flujo total de calor que pasa a través de los clavos cuando la diferencia de temperatura a través de la pared es 25 °C. Ignore la resistencia por contacto entre las capas de madera.

1.35 Calcule la tasa de transferencia de calor a través de la pared compuesta del problema 1.34. Si la diferencia de temperatura es 25 °C y la resistencia por contacto entre las placas de madera es 0.005 m^2 K/W.

1.36 Se transfiere calor a través de una pared plana del interior de una habitación a 22 °C al aire exterior a −2 °C. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior son 12 y 28 W/m^2 K, respectivamente. La resistencia térmica de un área unitaria de la pared es 0.5 m^2 K/W. Determine la temperatura en la superficie exterior de la pared y la tasa de flujo de calor a través de la pared por área unitaria.

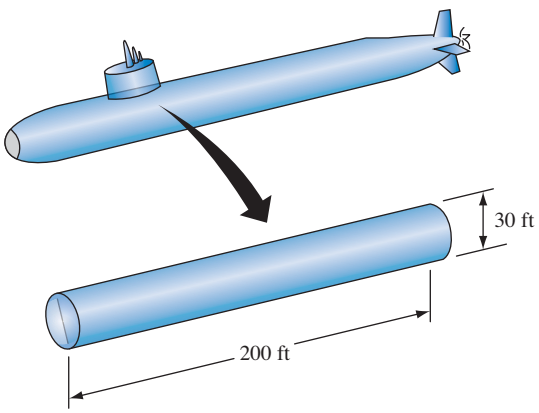
1.37 ¿Cuánto aislamiento de fibra de vidrio ($k = 0.0035$ W/m K) se necesita para garantizar que la temperatura exterior de un horno de cocina no sobrepase 43 °C? La temperatura máxima del horno que se debe mantener por el tipo convencional de control termostático es 290 °C, la temperatura de la cocina puede variar de 15 °C a 33 °C y el coeficiente de transferencia de calor promedio entre la superficie del horno y la cocina es 12 W/m^2 K.



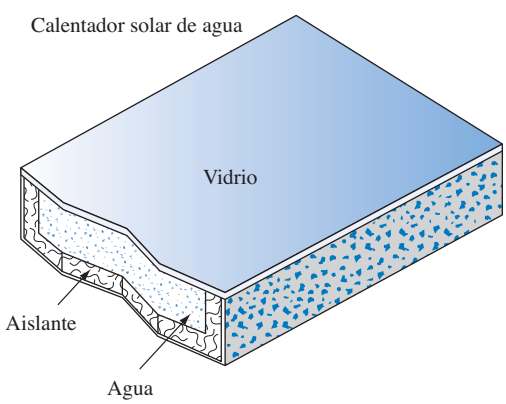
1.38 Un cambiador de calor consistirá en una placa de cobre de 3/8 in de espesor. Los coeficientes de transferencia de calor en los dos lados de la placa son 480 y 1 250 Btu/h ft^2 °F, que corresponden a temperaturas del fluido de 200 y 90 °F, respectivamente. Suponiendo que la conductividad térmica de la pared es 220 Btu/h ft °F, *a*) calcule las temperaturas superficiales en °F y *b*) calcule el flujo de calor en Btu/h ft^2.

1.39 Se va a diseñar un submarino que proporcione una temperatura cómoda no menor que 70 °F para la tripulación. El submarino se puede idealizar como un cilindro de 30 ft de diámetro y 200 ft de longitud, como se muestra en el bosquejo siguiente. El coeficiente de transferencia de calor combinado en el interior es de casi 2.5 Btu/h ft^2 °F, en tanto que en el exterior el coeficiente de transferencia de calor se estima que varía de aproximadamente 10 Btu/h ft^2 °F (detenido) a 150 Btu/h ft^2 °F (máxima

velocidad). Para las construcciones de pared siguientes, determine el tamaño mínimo (en kilowatts) de la unidad de calefacción requerida si la temperatura del agua de mar varía de 34 a 55 °F durante la operación. Las paredes del submarino son: *a*) aluminio de 1/2 in, *b*) acero inoxidable de 3/4 in con una capa de 1 in de espesor de aislamiento de fibra de vidrio en el interior y *c*) de construcción emparedada con una capa de 3/4 in de espesor de acero inoxidable, una capa de 1 in de espesor de aislamiento de fibra de vidrio y una capa de 1/4 in de espesor de aluminio en el interior. ¿Qué conclusiones puede obtener?

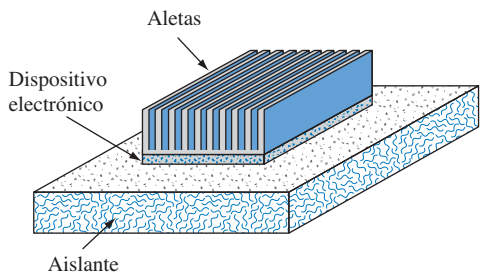


1.40 Un calentador solar simple consiste en una placa plana de vidrio abajo de la cual hay una bandeja poco profunda llena con agua, de manera que el agua está en contacto con la placa de vidrio arriba de ella. La radiación solar pasa a través del vidrio a una tasa de 1.56 Btu/h ft². El agua está a 200 °F y el aire circundante está a 80 °F. Si los coeficientes de transferencia de calor entre el agua y el vidrio y entre el vidrio y el aire son 5 Btu/h ft² °F y 1.2 Btu/h ft² °F, respectivamente, determine el tiempo requerido para transferir 100 Btu por pie cuadrado de superficie al agua en la bandeja. La superficie inferior de la bandeja se puede suponer que está aislada.



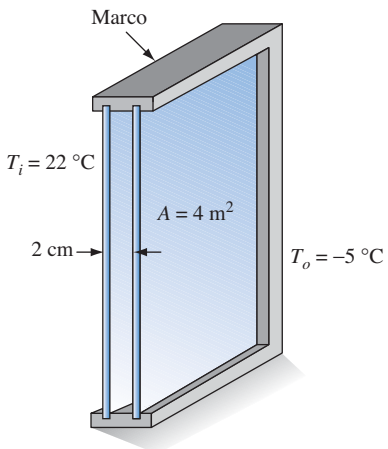
1.41 La pared compuesta de un refrigerador consiste en un panel de corcho de 2 in intercalado entre una capa de 1/2 in de espesor de roble y una capa de 1/32 in de espesor de un revestimiento de aluminio en la superficie interior. Los coeficientes de transferencia de calor por convección promedio en la pared interior y exterior son 2 y 1.5 Btu/h ft² °F, respectivamente. *a*) Trace el circuito térmico. *b*) Calcule las resistencias individuales de los componentes de esta pared compuesta y las resistencias en las superficies. *c*) Calcule el coeficiente de transferencia de calor global a través de la pared. *d*) Para una temperatura del aire de 30 °F en el interior del refrigerador y 90 °F fuera, calcule la tasa de transferencia de calor por área unitaria a través de la pared.

1.42 Un dispositivo electrónico que genera internamente 600 mW de calor tiene una temperatura máxima permisible de operación de 70 °C. Se tiene que enfriar en aire a 25 °C colocando aletas de aluminio con una área superficial total de 12 cm². El coeficiente de transferencia de calor por convección entre las aletas y el aire es 20 W/m² K. Estime la temperatura de operación cuando las aletas están colocadas de tal manera que *a*) existe resistencia por contacto de aproximadamente 50 K/W entre la superficie del dispositivo y el conjunto de aletas y *b*) no hay resistencia por contacto (en este caso, la construcción del dispositivo es más costosa). Comente sobre las opciones de diseño.

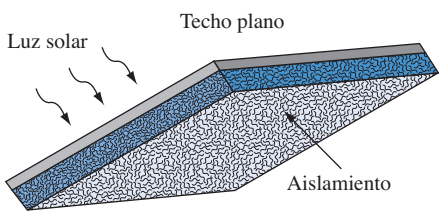


1.43 Para reducir los requerimientos de calefacción de una casa, los códigos modernos de construcción en muchas partes del país requieren el uso de recubrimiento en ventanas en los dos lados del cristal o con doble cristal. Algunas de estas ventanas, denominadas cristales térmicos, tienen un espacio evacuado entre los dos vidrios en tanto que otras mantienen aire entre ellas. *a*) Considere una ventana con doble cristal con las dimensiones que se muestran en el bosquejo siguiente. Si esta ventana tiene aire estancado atrapado entre los dos cristales y los coeficientes de transferencia

de calor por convección en las superficies interior y exterior son 4 W/m² K y 15 W/m² K, respectivamente, calcule el coeficiente global de transferencia de calor para el sistema. *b*) Si la temperatura del aire interior es de 22 °C y la temperatura del aire exterior es de −5 °C, compare la pérdida de calor a través de la ventana con doble cristal de 4 m² con la pérdida de calor a través de una ventana con cristal simple. Comente sobre el efecto del marco de la ventana en este resultado. *c*) Si el área total de la ventana de una casa calentada por medio de calentadores de resistencia eléctrica a un costo de $0.10/kWh es 80 m². ¿Qué costo adicional puede justificar para las ventanas con cristal doble si la diferencia de temperatura promedio durante los seis meses del invierno cuando se requiere la calefacción es de aproximadamente 15 °C?



1.44 Un techo plano se puede modelar como una placa plana aislada en la parte inferior y expuesta a la luz solar. Si el calor radiante que recibe el techo del sol es 600 W/m², el coeficiente de calor por convección entre el techo y el aire es 12 W/m² K y la temperatura del aire es 27 °C, determine la temperatura del techo para los dos casos siguientes: *a*) La pérdida de calor por radiación al espacio es insignificante. *b*) El techo es negro ($\varepsilon = 1.0$) e irradia al espacio, que se supone que es un cuerpo negro a 0 K.

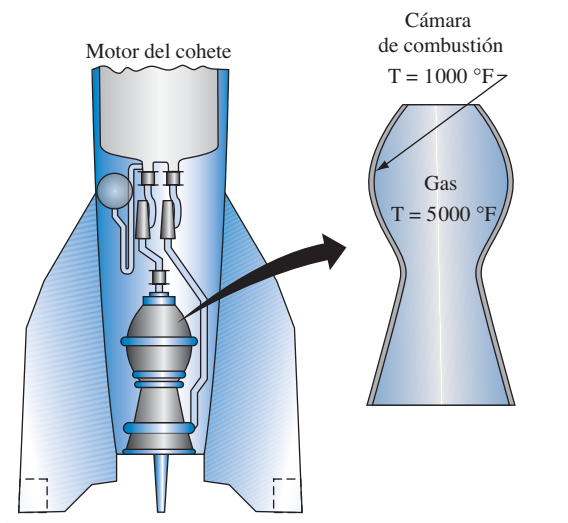


1.45 Una placa de cobre plana, horizontal, de 3 mm de espesor, de 1 m de longitud y de 0.5 m de ancho, está expuesta al aire a 27 °C a la radiación solar. Si la tasa total de radiación solar absorbida es 300 W y los coeficientes de transferencia de calor por radiación y convección combinados en las superficies superior e inferior son 20 y 15 W/m² K, respectivamente, determine la temperatura de equilibrio de la placa.

1.46 Un horno pequeño con un área superficial de 3 ft² está ubicado en una habitación en la que las paredes y el aire están a una temperatura de 80 °F. La superficie exterior del horno está a 300 °F y la transferencia neta de calor por radiación entre la superficie del horno y los alrededores es 2 000 Btu/h. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio entre el horno y el aire circundante es 2.0 Btu/h ft² °F, calcule: *a*) la transferencia de calor neta entre el horno y los alrededores en Btu/h, *b*) la resistencia térmica en la superficie por radiación y convección, respectivamente, en h °F/Btu y *c*) el coeficiente de transferencia de calor combinado en Btu/h ft² °F.

1.47 Un tubo de vapor de 200 mm de diámetro pasa por un sótano grande. La temperatura de la pared del tubo es de 500 °C, en tanto que la del aire ambiente en la habitación es de 20 °C. Determine la tasa de transferencia de calor por convección y radiación por longitud unitaria de tubo de vapor si la emisividad de la superficie del tubo es 0.8 y el coeficiente de transferencia de calor por convección natural se ha determinado que es de 10 W/m² K.

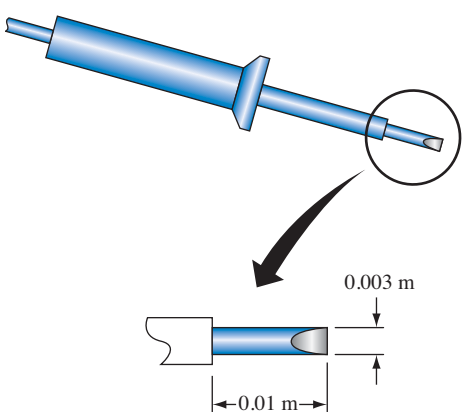
1.48 La pared interior de la cámara de combustión de un motor de un cohete recibe 50 000 Btu/h ft² por radiación de un gas a 5 000 °F. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre el gas y la pared es de 20 Btu/h ft² °F. Si la pared interior de



la cámara de combustión está a una temperatura de 1 000 °F, determine: *a*) la resistencia térmica total de un área unitaria de la pared en h ft² °F/Btu y *b*) el flujo de calor. También dibuje el circuito térmico.

1.49 El techo plano de una casa absorbe un flujo de radiación solar de 600 W/m². El lado interior del techo está bien aislado, en tanto que el exterior pierde calor por radiación y convección al aire ambiente a 20 °C. Si la emitancia del techo es 0.80 y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el techo y el aire es 12 W/m² K, calcule *a*) la temperatura superficial de equilibrio del techo y *b*) la relación de la pérdida de calor por convección a radiación. ¿Se puede ignorar una u otra de éstas pérdidas? Explique su respuesta.

1.50 Determine el requerimiento de energía de un cautín en el que la punta se mantiene a 400 °C. La punta del cautín es un cilindro de 3 mm de diámetro y 10 mm de longitud. La temperatura del aire circundante es 20 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio sobre la punta es de 20 W/m² K. Al inicio la punta está muy pulida, por lo que su emitancia es muy baja.



1.51 La punta del cautín del problema 1.50 se oxida con el tiempo y su emitancia de cuerpo gris aumenta a 0.8. Suponiendo que los alrededores están a 20 °C, determine el requerimiento de energía para el cautín.

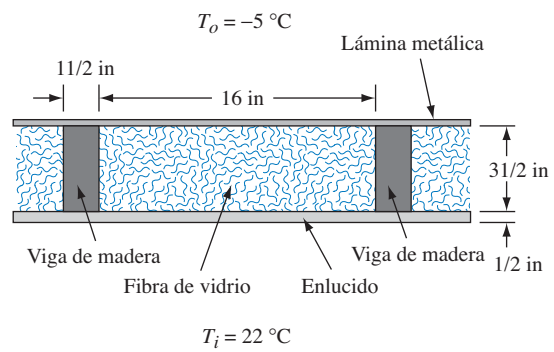
1.52 Algunos fabricantes de automóviles actualmente trabajan en un monoblock cerámico que pueda funcionar sin sistema de enfriamiento. Idealice el motor como un sólido rectangular de 45 × 30 × 30 cm. Suponga que a potencia máxima de salida el motor consume 5.7 L de combustible por hora, el calor emitido por el combustible es 9.29/kWhr por litro y la eficiencia neta del motor (salida de trabajo útil entre la entrada total de calor) es 0.33. Si el monoblock es de aluminio con una emisividad de cuerpo gris de 0.9, el compartimento del motor opera a 150 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es 30 W/m² K, determine la temperatura superficial promedio del monoblock. Comente sobre los aspectos prácticos del concepto.

1.53 Un tubo que transporta vapor sobrecalentado en un sótano a 10 °C tiene una temperatura superficial de 150 °C. La pérdida de calor del tubo ocurre por radiación ($\varepsilon = 0.6$) y por convección natural ($\bar{h}c = 25$ W/m² K). Determine el porcentaje de la pérdida total de calor mediante estos dos mecanismos.

1.54 Para una pared de un horno, dibuje el circuito térmico, determine la tasa de flujo de calor por área unitaria y estime la temperatura de la superficie exterior si *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección es 15 W/m² K, *b*) la tasa de flujo de calor por radiación de los gases calientes y partículas de hollín a 2 000 °C a la superficie de la pared interior es 45 000 W/m², *c*) la conductancia térmica unitaria de la pared (la temperatura superficial interior es de aproximadamente 850 °C) es 250 W/m² K y *d*) hay convección de la superficie exterior.

1.55 Dibuje el circuito térmico para la transferencia de calor a través de una ventana con recubrimiento en los dos lados del cristal. Identifique cada uno de los elementos del circuito. Incluya la radiación solar hacia la ventana y al espacio interior.

1.56 El cielo raso de una casa está construido con vigas de madera con aislamiento de fibra de vidrio entre ellas. El interior del cielo raso está recubierto con una capa de enlucido y el exterior consiste de una capa delgada de lámina metálica. La sección transversal del cielo raso con sus dimensiones es la siguiente:

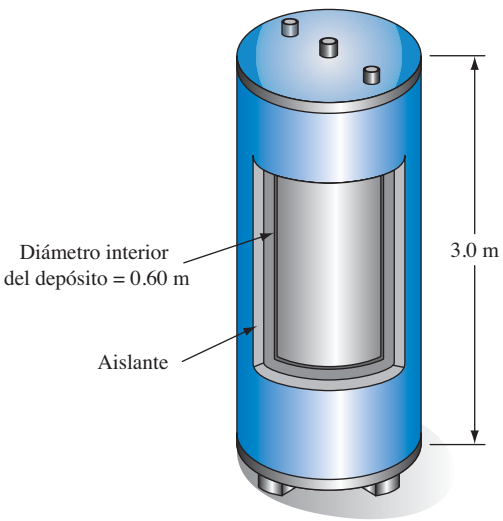


a) El factor *R* describe la resistencia térmica del aislamiento y se define por

$$R - factor = L/k_{ef} = \Delta T/(q/A)$$

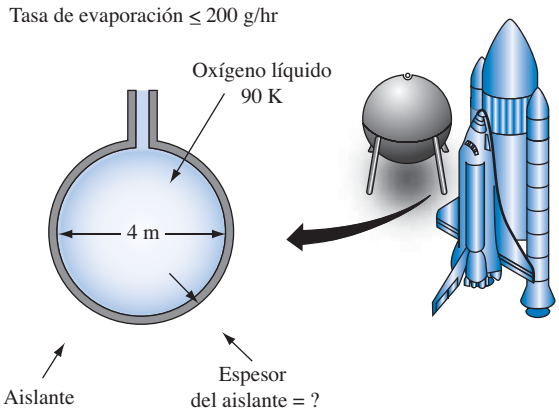
Calcule el factor R para este tipo de cielo raso y compare su valor con el correspondiente a un espesor similar de fibra de vidrio. ¿Por qué son diferentes? *b*) Estime la tasa de transferencia de calor por metro cuadrado a través del cielo raso si la temperatura interior es 22 °C y la temperatura exterior es −5 °C.

1.57 El propietario de una casa quiere reemplazar el calentador de agua eléctrico. En la tienda disponen de dos modelos. El más barato cuesta $280 y no tiene aislamiento entre las paredes interior y exterior. Debido a la convección natural, el espacio entre las paredes interior y exterior tiene una conductividad efectiva de tres veces la del aire. El modelo más costoso cuesta $310 y tiene aislamiento de fibra de vidrio en el espacio libre entre las paredes. Los dos modelos miden 3 m de altura y tienen forma cilíndrica con un diámetro de la pared interior de 0.60 m y un espacio libre de 5 cm. El aire circundante está a 25 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección en el exterior es 15 W/m^2 K. El agua caliente en el interior del depósito produce una temperatura en la pared interior de 60 °C.



Si la energía cuesta 6 ¢/k Wh, estime el tiempo que tomará para pagar la inversión adicional por el calentador de agua más costoso. Formule sus suposiciones.

1.58 El oxígeno líquido (LOX) para el transbordador espacial se puede almacenar a 90 K antes del despegue en un recipiente esférico de 4 m de diámetro. Para reducir la pérdida de oxígeno, la esfera está aislada con un superaislante desarrollado en el U.S. National Institute of Standards and Technology´s Cryogenic Division; el superaislante tiene una conductividad térmica efectiva de 0.00012 W/m K. Si la temperatura exterior es 20 °C en promedio y el LOX tiene un calor de vaporización de 213 J/g, calcule el espesor del aislamiento requerido para la evaporación del LOX a una tasa menor de 200 g/h.

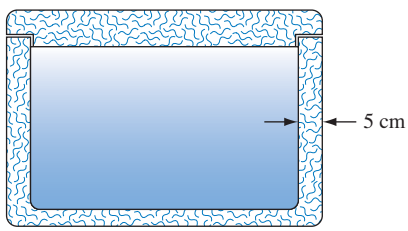


1.59 El coeficiente de transferencia de calor entre una superficie y un líquido es 10 Btu/h ft^2. ¿Cuántos watts por metro cuadrado se transferirán en este sistema si la diferencia de temperatura es 10 °C?

1.60 La conductividad térmica del aislamiento de fibra de vidrio a 68 °F es 0.02 Btu/h ft °F. ¿Cuál es su valor en unidades SI?

1.61 La conductividad térmica de la plata a 212 °F es 238 Btu/h ft °F. ¿Cuál es su conductividad en unidades SI?

1.62 Una hielera (consulte el bosquejo) se construirá de espuma de poliestireno ($k = 0.033$ W/m K). Si la pared de la hielera es de 5 cm de espesor, calcule su valor R en ft^2 °F/Btu in.



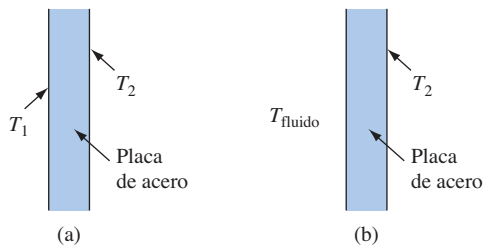
1.63 Estime los valores R para un tablero de fibra de vidrio de 2 pulgadas de espesor y para una capa de espuma de poliuretano de 1 pulgada de espesor. Luego, compare sus productos respectivos de la conductividad por la densidad, si la densidad de la fibra de vidrio es 50 kg/m^3 y la del poliuretano es 30 kg/m^3. Utilice las unidades dadas en la figura 1.30.

1.64 Un fabricante en Estados Unidos quiere vender un sistema de refrigeración a un cliente en Alemania. La medida estándar de la capacidad de refrigeración empleada en Estados Unidos es la tonelada (T); una capacidad de 1 tonelada significa que la unidad puede producir aproximadamente 1 T de hielo por día o que tiene una capacidad de remoción de calor de 12 000 Btu/h. La capacidad del sistema estadounidense se tiene que garantizar en 3 T. ¿Cuál sería esa garantía en unidades SI?

1.65 Con referencia al problema 1.64, ¿cuántos kilogramos de hielo puede producir una unidad de refrigeración de 3 toneladas en un periodo de 24 horas? El calor de fusión del agua es 330 kJ/kg.

1.66 Explique una característica fundamental que distingue la conducción de la convección y la radiación.

1.67 Explique con sus propias palabras *a*) ¿cuál es el modo de transferencia de calor a través de una placa de

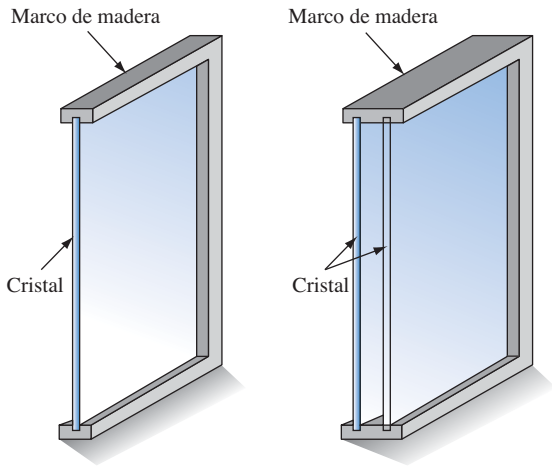


acero grande que tiene sus superficies a temperaturas especificadas? *b*) ¿Cuáles son los modos cuando la temperatura en una superficie de la placa de acero no se especifica, sino que la superficie está expuesta a un fluido a una temperatura especificada?

1.68 ¿Cuáles son los modos importantes de transferencia de calor de una persona sentada inmóvil en una habitación? ¿Qué pasa si la persona está sentada cerca de una chimenea crepitante?

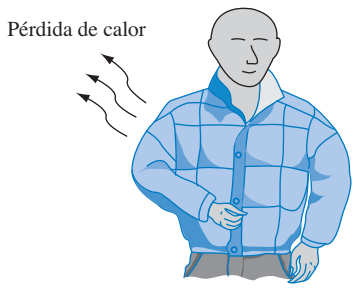
1.69 Considere el enfriamiento: *a*) de una computadora personal con una CPU separada y *b*) una computadora portátil. El funcionamiento confiable de estas máquinas depende de su enfriamiento efectivo. Identifique y explique brevemente todos los modos de transferencia de calor implicados en el proceso de enfriamiento.

1.70 Describa y compare los modos de pérdida de calor a través de las ventanas de cristal sencillo y doble que se muestran en el bosquejo siguiente.

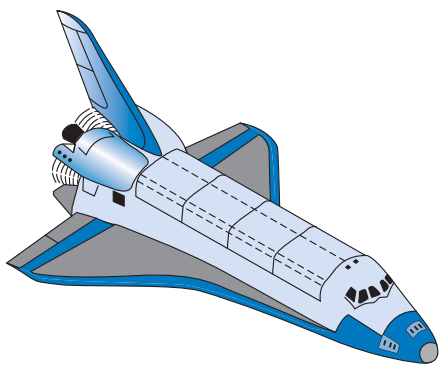


Ventana de cristal sencillo Ventana de cristal doble

1.71 Una persona con una chamarra gruesa está parada en un viento frío. Describa los modos de transferencia de calor que determinan la pérdida de calor del cuerpo de la persona.



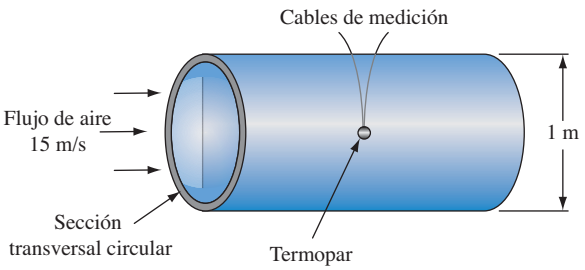
1.72 Explique los modos de transferencia de calor que determinan la temperatura de equilibrio del transbordador espacial *Endeavour* cuando está en órbita. ¿Qué sucede cuando reingresa a la atmósfera de la Tierra?



Problemas de diseño

1.1 **Paquete aislante óptimo para calderas** (capítulo 1) Para aislar superficies a alta temperatura es económico utilizar dos capas de aislamiento. La primera capa se coloca próxima a la superficie caliente y es adecuada para alta temperatura. Es costosa y suele ser un aislante relativamente malo. La segunda capa se coloca en contacto con la primera y es más barata, pero es un buen aislante, aunque no soportará altas temperaturas. En esencia, la primera capa protege a la segunda proporcionándole apenas una capacidad aislante tal que la segunda capa sólo está expuesta a temperaturas moderadas. Con los materiales aislantes disponibles comercialmente, diseñe la combinación óptima de esos dos materiales para aislar una superficie plana a 1 000 °C del aire ambiente a 20 °C. Su objetivo es reducir la tasa de transferencia de calor a 0.1% de la que se tendría sin ningún aislante, para lograr tener una temperatura superficial que sea segura al personal y para minimizar el costo del paquete aislante.

1.2 **Error en la lectura de radiación por medio de un termopar** (capítulos 1 y 9) Diseñe una instalación de un termopar para medir la temperatura del aire que fluye a una velocidad de 15 m/s en un conducto de 1 m de diámetro. El aire está a aproximadamente 1 000 °C y las paredes del conducto están a 200 °C. Seleccione un tipo de termopar que se podría emplear y después determine la precisión de medición del termopar de la temperatura del aire. Elabore una gráfica del error de medición contra la temperatura del aire y explique el resultado. Consulte la tabla 1.4 para estimar los coeficientes de transferencia de calor por convección.

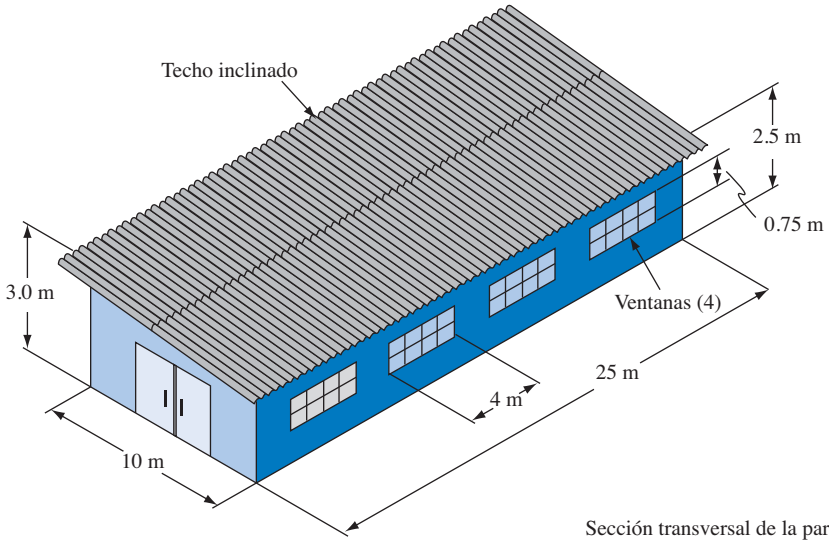


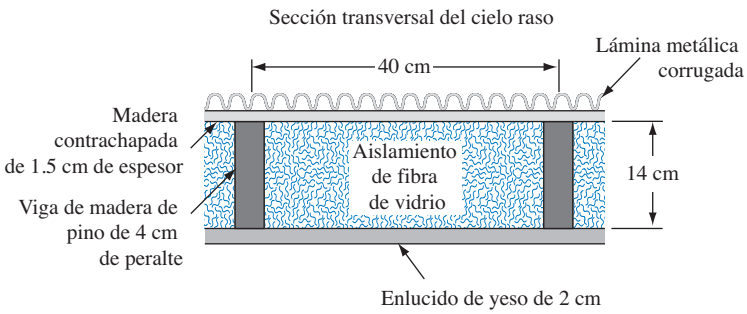
Este es un problema de varios pasos; después de estudiar la convección y la radiación, mejorará este diseño para reducir el error de medición orientando el termopar y sus cables de prueba de manera diferente y utilizando blindaje contra la radiación.

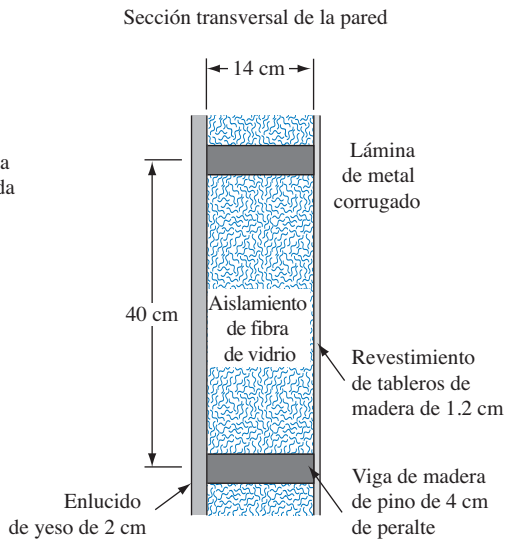
1.3 **Carga de calefacción en una fábrica** (capítulos 1, 4 y 5) Diseñe un sistema de calefacción para una fábrica pequeña en Denver, Colorado. Este es un problema de varios pasos que se continuará en los capítulos siguientes. En el primer paso, debe determinar la carga de calefacción en el edificio, es decir, la tasa a la que el edificio pierde calor en el invierno, si la temperatura interior se debe mantener a 20 °C. A fin de compensar la pérdida de calor, después se le pedirá diseñar un calentador adecuado que pueda proporcionar una tasa de transferencia de calor igual a la carga de calefacción del edificio. En la figura se muestra un diagrama esquemático del edificio y los detalles de construcción para las paredes y cielos rasos. Se puede obtener información adicional en el *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE.

Para el objetivo de este análisis, se puede suponer que la temperatura ambiente en Denver es igual o mayor que −10 °C 97% del tiempo. Además, la infiltración de aire a través de ventanas y puertas se puede suponer que es de aproximadamente 0.2 veces el volumen del edificio por hora. Para la estimación inicial de la carga de calefacción, puede emplear valores promedio para los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre las superficies interior y exterior de la tabla 1.4. Observe que para este diseño, la temperatura exterior adopta las condiciones peores posibles y, si el calentador puede mantener la temperatura ante estas condiciones, también podrá cumplir con condiciones menos severas.

Después de terminar el diseño inicial, examine los resultados y elabore un reporte para el arquitecto y el propietario del edificio, destacando cómo se podría mejorar el diseño térmico. Observe en especial cualesquiera áreas donde puedan ocurrir pérdidas de calor excesivas. Después de estudiar los capítulos 4 y 5, se le pedirá repetir los cálculos de la pérdida de calor y que calcule el coeficiente de transferencia de calor a partir de la información presentada en estos capítulos.

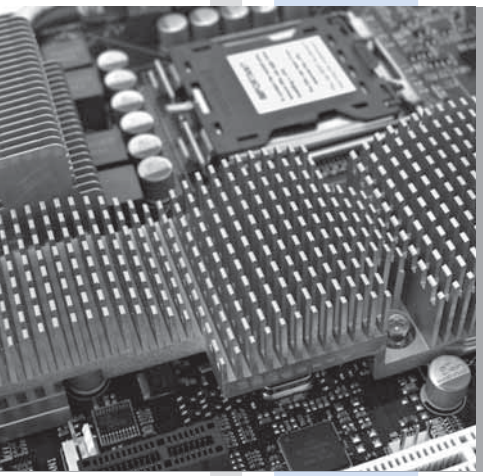






Problema de diseño 1.3

CAPÍTULO 2



Configuración común de disipadores de calor rectangulares de aletas rectas montados en el hardware de una computadora/ microprocesador para su enfriamiento electrónico.

Fuente: Cortesía de Hardware Canucks.

Conducción de calor

Conceptos y análisis que se deben aprender

La transferencia de calor por conducción es un proceso de *difusión*, en donde la energía térmica se transfiere de un extremo caliente de un medio (usualmente sólido) a su extremo frío por medio de un intercambio de energía intermolecular. El modelado del proceso de conducción de calor requiere que se aplique la termodinámica de la conservación de la energía junto con la ley de conducción de calor de Fourier. Las descripciones matemáticas resultantes suelen estar en forma de ecuaciones diferenciales ordinarias así como parciales. Al considerar aplicaciones en ingeniería diferentes que representen situaciones para conducción de calor en régimen permanente así como dependientes del tiempo (o transitorias), al estudiar este capítulo aprenderá:

- Cómo deducir la ecuación de conducción en sistemas coordenados diferentes tanto para condiciones en régimen permanente como transitorio.
- Cómo obtener distribuciones de temperatura en régimen permanente en geometrías conductoras simples con y sin generación de calor.
- Cómo desarrollar la formulación matemática de condiciones límites con aislamiento, flujo de calor constante, convección superficial y cambios especificados en la temperatura superficial.
- Cómo aplicar el concepto de capacitancia térmica concentrada (condiciones ante las cuales la resistencia interna en un cuerpo conductor se pueden ignorar) en la transferencia de calor transitoria.
- Cómo utilizar las gráficas para la conducción de calor transitoria para obtener la distribución de temperatura como una función del tiempo en geometrías simples.
- Cómo obtener la distribución de temperatura y la tasa de pérdida o ganancia de calor de superficies extendidas, también denominadas *aletas* y emplearlas en aplicaciones comunes.

2.1 Introducción

El calor fluye a través de un sólido por un proceso que se denomina *difusión térmica*, o simplemente *difusión* o *conducción*. En este modo, el calor se transfiere mediante un mecanismo submicroscópico complejo en el que los átomos interactúan por choques elásticos e inelásticos para propagar la energía de regiones de mayor temperatura a regiones de menor temperatura. Desde un punto de vista ingenieril no hay necesidad de ahondar en las complejidades de los mecanismos moleculares, debido a que la tasa de propagación de calor se puede predecir mediante la ley de Fourier, que incorpora las características mecánicas del proceso en una propiedad física conocida como *conductividad térmica*.

Si bien la conducción también ocurre en líquidos y gases, en fluidos es poco común que sea un mecanismo de transporte dominante, una vez que el calor comienza a fluir en un fluido, incluso si no se aplica una fuerza externa, se establecen los gradientes de densidad y se ponen en movimiento corrientes convectivas. En la convección, la energía térmica es por tanto transportada en una escala macroscópica así como en una escala microscópica y las corrientes de convección por lo general son más efectivas para transportar calor que la conducción sola, donde el movimiento está limitado al transporte microscópico de energía.

La transferencia de calor por conducción se puede modelar y describir con facilidad de manera matemática. Las relaciones físicas gobernantes asociadas son ecuaciones diferenciales parciales, que son susceptibles a solucionarse mediante métodos clásicos [1]. Famosos matemáticos, incluyendo Laplace y Fourier, pasaron parte de sus vidas buscando y tabulando soluciones útiles para problemas de conducción de calor. Sin embargo, el enfoque analítico para la conducción está limitado a formas geométricas relativamente simples y a condiciones de frontera que sólo pueden aproximar la situación en problemas reales de ingeniería. Con el advenimiento de computadoras de alta velocidad, la situación cambió drásticamente y ocurrió una revolución en el campo de la transferencia de calor por conducción. La computadora hizo posible resolver, con relativa facilidad, problemas complejos que se aproximan cercanamente a las condiciones reales. Como resultado, el enfoque analítico casi ha desaparecido de la escena ingenieril. No obstante el enfoque analítico es importante como fundamento para el capítulo siguiente, en el que se mostrará cómo resolver problemas de conducción mediante métodos numéricos.

2.2 Ecuación de conducción

En esta sección se deduce la ecuación general de conducción. Una solución de esta ecuación, sujeta a condiciones iniciales y de frontera dados, produce la distribución de temperatura en un sistema sólido. Una vez que se conoce la distribución de temperatura, la tasa de transferencia de calor en el modo de conducción se puede evaluar aplicando la ley de Fourier [ecuación (1.2)].

La ecuación de conducción es una expresión matemática de la conservación de energía en una sustancia sólida. Para deducir esta ecuación se efectúa un equilibrio de energía en un volumen elemental de material en el que el calor se transfiere sólo por conducción. La transferencia de calor por radiación ocurre en un sólido sólo si el material es transparente o translúcido.

El equilibrio de energía incluye la posibilidad de generación de calor en el material. La generación de calor en un sólido puede ser el resultado de reacciones químicas, de corrientes eléctricas que pasan a través del material o de reacciones nucleares. En la figura 2.1 se ilustran ejemplos comunes, entre los que se incluyen: *a*) un elemento de una celda de combustible de óxido sólido planar (SOFC) que tiene una reacción química en la interfaz electrolito-electrodo, *b*) un cable eléctrico portador de corriente y *c*) un elemento de combustible nuclear esférico para un reactor nuclear de cama granular. En la forma general de la ecuación de conducción también se toma en cuenta el almacenamiento de energía interna. Consideraciones termodinámicas demuestran que cuando la energía interna de un material aumenta, su temperatura también. Por tanto un material sólido experimenta un aumento neto en energía almacenada cuando su temperatura aumenta con el tiempo. Si la temperatura del material permanece constante, no se almacena energía y se dice que prevalecen las condiciones en régimen permanente.

Los problemas de transferencia de calor se clasifican de acuerdo con las variables que influyen en la temperatura. Si la temperatura es una función del tiempo, el problema se clasifica como *inestable* o *transitorio*. Si la temperatura es indepen-

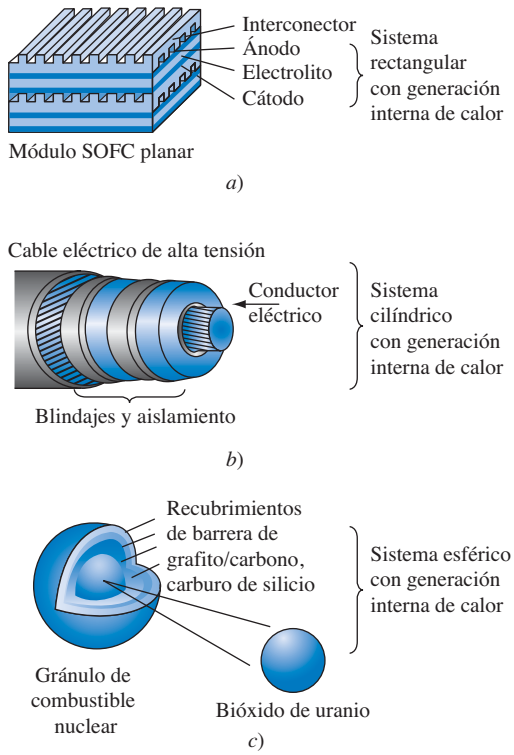


FIGURA 2.1 Ejemplos de sistemas conductores de calor con generación interna de calor: *a*) elemento electrolito-electrodo de una celda de combustible de óxido sólido (SOFC) con reacciones electroquímicas, *b*) cable blindado y aislado portador de corriente eléctrica y *c*) gránulo esférico de combustible nuclear recubierto para un reactor nuclear de cama granular de nueva generación propuesto para generación de energía.

diente del tiempo, se denomina problema en *estado permanente*. Si la temperatura es una función de una sola coordenada espacial, se dice que el problema es *unidimensional*. Si es una función de dos o tres dimensiones coordenadas, el problema es *bi* o *tridimensional*, respectivamente. Si la temperatura es una función del tiempo y de sólo una coordenada espacial, el problema se clasifica como *unidimensional y transitorio*.

2.2.1 Coordenadas rectangulares

Para ilustrar el enfoque analítico, primero se deducirá la ecuación de conducción para un sistema coordenado rectangular unidimensional, como se muestra en la figura 2.2. Se supondrá que la temperatura en el material es una función sólo de la coordenada x y del tiempo; es decir, $T = T(x, t)$ y la conductividad k, la densidad ρ y el calor específico c del sólido son constantes.

El principio de conservación de la energía para el volumen de control, área superficial A y espesor Δx, de la figura 2.2 se puede establecer como sigue:

$$\begin{array}{ccc} \text{tasa de conducción de calor hacia el volumen de control} & & \text{tasa de conducción de calor hacia fuera del volumen de control} \\ + & = & + \\ \text{tasa de generación de calor dentro del volumen de control} & & \text{tasa de almacenamiento de energía dentro del volumen de control} \end{array} \tag{2.1}$$

Se utilizará la ley de Fourier para expresar los dos términos de conducción y definir el símbolo $\dot{q}_G$ como la tasa de generación de energía por volumen unitario dentro del volumen de control. Luego la ecuación en palabras (ecuación 2.1) se puede expresar en forma matemática:

$$-kA\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_x + \dot{q}_G A\,\Delta x = -kA\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x+\Delta x} + \rho A\,\Delta x c\,\frac{\partial T(x+\Delta x/2,\,t)}{\partial t} \tag{2.2}$$

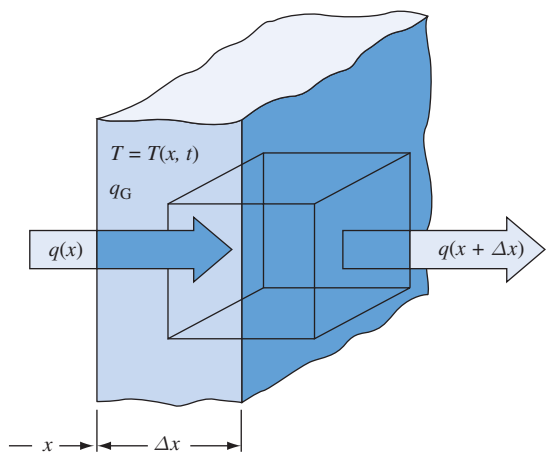


FIGURA 2.2 Volumen de control para conducción unidimensional en coordenadas rectangulares.

Dividiendo la ecuación (2.2) entre el volumen de control $A\ \Delta x$ y reacomodando términos, se obtiene

$$k\frac{(\partial T/\partial x)_{x+\Delta x} - (\partial T/\partial x)_x}{\Delta x} + \dot{q}_G = \rho c\frac{\partial T(x + \Delta x/2, t)}{\partial t} \tag{2.3}$$

En el límite cuando $\Delta x \to 0$, el primer término en el lado izquierdo de la ecuación (2.3) se puede expresar en la forma

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x+dx} = \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_x + \frac{\partial}{\partial x}\left(\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_x\right)dx = \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_x + \left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_x dx \tag{2.4}$$

El lado derecho de la ecuación (2.3) se puede desarrollar en una serie de Taylor como

$$\frac{\partial T}{\partial t}\left[\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right), t\right] = \left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_x + \left.\frac{\partial^2 T}{\partial x\,\partial T}\right|_x \frac{\Delta x}{2} + \ldots$$

Entonces la ecuación (2.2) se convierte, al orden de Δx,

$$k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dot{q}_G = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.5}$$

Físicamente, el primer término en el lado izquierdo representa la *tasa neta de conducción de calor* hacia el volumen de control por volumen unitario. El segundo término en el lado izquierdo es la *tasa de generación de energía por volumen unitario* dentro del volumen de control. El lado derecho representa la *tasa de incremento en energía interna* dentro del volumen de control por volumen unitario. Cada término tiene dimensiones de energía por tiempo y volumen unitarios con unidades de (W/m^3) en el sistema SI y de ($Btu/h\ ft^3$) en el sistema inglés.

La ecuación (2.5) se aplica sólo al flujo de calor unidimensional debido a que se dedujo con base en la suposición de que la distribución de temperatura es unidimensional. Si ahora se remueve esta restricción y se supone que la temperatura es una función de las tres coordenadas así como del tiempo, es decir, $T = T(x, y, z, t)$, aparecerán términos similares al primero en la ecuación (2.5) pero representando la tasa neta de conducción por volumen unitario en las direcciones y y z. Entonces la forma tridimensional de la ecuación de conducción se convierte en (consulte la figura 2.3)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}_G}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.6}$$

donde α es la *difusividad térmica*, que es un grupo de propiedades del material definido como

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \tag{2.7}$$

La difusividad térmica tiene unidades de (m^2/s) en el sistema SI y (ft^2/s) en el sistema inglés. En el apéndice 2 se encuentran los valores numéricos de la conductividad térmica, densidad, calor específico y difusividad térmica para varios materiales.

Soluciones para la ecuación general de conducción en la forma de la ecuación (2.6) se pueden obtener sólo para formas geométricas simples y condiciones de frontera

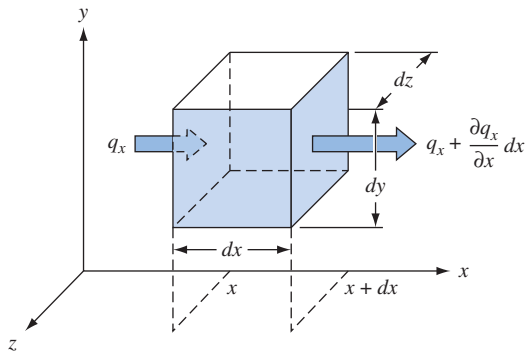


FIGURA 2.3 Volumen de control diferencial para conducción tridimensional en coordenadas rectangulares.

fácilmente especificadas. Sin embargo, como se muestra en el capítulo siguiente, se pueden obtener soluciones mediante métodos numéricos muy fácilmente para formas complejas y condiciones de frontera realistas; este procedimiento se utiliza en la práctica actual de la ingeniería en la mayoría de los problemas de conducción. No obstante, una compresión básica de las soluciones analíticas es importante al escribir programas de cómputo y en el resto de este capítulo se examinarán problemas en los que ciertas suposiciones de simplificación pueden eliminar algunos de los términos de la ecuación (2.6) y reducir la complejidad de la solución.

Si la temperatura de un material no es una función de tiempo, el sistema está en régimen permanente y no almacena energía. La forma en régimen permanente de una ecuación de conducción tridimensional en coordenadas rectangulares es

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}_G}{k} = 0 \tag{2.8}$$

Si el sistema está en régimen permanente y no se genera calor internamente, la ecuación de conducción se simplifica aún más a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \tag{2.9}$$

La ecuación (2.9) se conoce como *ecuación de Laplace*, en honor del matemático francés Pierre Laplace y se presenta en una variedad de áreas, además de en la transferencia de calor, por ejemplo, en la difusión de masa o en campos electromagnéticos. Por tanto a la operación de obtener las segundas derivadas del potencial en un campo se le ha dado el símbolo abreviado ∇^2, denominado *operador laplaciano*. Para el sistema coordenado rectangular la ecuación (2.9) se convierte en

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \nabla^2 T = 0 \tag{2.10}$$

Como el operador ∇^2 es independiente del sistema coordenado, la forma anterior será de utilidad particular cuando se quiera estudiar la conducción en coordenadas cilíndricas y esféricas.

2.2.2 Forma adimensional

La ecuación de conducción en la forma de la ecuación (2.6) es dimensional, pero con frecuencia es más conveniente expresar esta ecuación en una forma donde cada término sea adimensional. En el desarrollo de esa ecuación se identificarán grupos adimensionales que gobiernan el proceso de conducción de calor. Se inicia definiendo una temperatura adimensional como la relación

$$\theta = \frac{T}{T_r} \tag{2.11}$$

una coordenada adimensional x como la relación

$$\xi = \frac{x}{L_r} \tag{2.12}$$

y un tiempo adimensional como la relación

$$\tau = \frac{t}{t_r} \tag{2.13}$$

donde los símbolos T_r, L_r y t_r representan una temperatura, una longitud y un tiempo de referencia, respectivamente. Si bien la elección de las cantidades de referencia en ocasiones es arbitraria, los valores seleccionados deben ser físicamente significativos. La elección de grupos adimensionales varía de un problema a otro, pero la forma de los grupos adimensionales debe estar estructurada tal que limiten las variables adimensionales entre extremos convenientes, como cero y uno. Por tanto, el valor para L_r se debe seleccionar como la dimensión x máxima del sistema para el que se busca la distribución de temperatura. De manera similar, una relación adimensional de diferencias de temperaturas que varíe entre cero y la unidad a menudo se prefiere a una relación de temperaturas absolutas.

Si las definiciones de la temperatura adimensional, de la coordenada x y del tiempo se sustituyen en la ecuación (2.5), se obtiene la ecuación de conducción en la forma no dimensional

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2} + \frac{\dot{q}_G L_r^2}{kT_r} = \frac{L_r^2}{\alpha t_r}\frac{\partial\theta}{\partial\tau} \tag{2.14}$$

El recíproco del grupo adimensional $(L_r^2/\alpha t_r)$ se denomina *número de Fourier*, designado con el símbolo Fo:

$$\text{Fo} = \frac{\alpha t_r}{L_r^2} = \frac{(k/L_r)}{(\rho c L_r/t_r)} \tag{2.15}$$

En un sentido más fundamental y físico, el número de Fourier, nombrado en honor del matemático y físico francés Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), es la relación de la tasa de transferencia de calor por conducción a la tasa de almacenamiento de energía en el sistema. Esto es evidente del segundo lado derecho expandido de la ecuación (2.15) y es un grupo adimensional importante en problemas de conducción transitoria y se encontrará con frecuencia. La elección del tiempo y la longitud de referencia en el número de Fourier depende del problema específico, pero la forma básica siempre es una difusividad térmica multiplicada por el tiempo y dividida entre el cuadrado de una longitud característica.

El otro grupo adimensional que aparece en la ecuación (2.14) es una relación de la generación interna de calor por tiempo unitario con respecto a la conducción de calor a través del volumen por tiempo unitario. Se utilizará el símbolo $\dot{Q}_G$ para representar este número adimensional de generación de calor:

$$\dot{Q}_G = \frac{\dot{q}_G L_r^2}{kT_r} \tag{2.16}$$

Ahora la forma unidimensional de la ecuación de conducción expresada en forma adimensional se convierte en

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \dot{Q}_G = \frac{1}{\text{Fo}} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \tag{2.17}$$

Si prevalece el estado en régimen permanente, el lado derecho de la ecuación (2.17) se vuelve cero.

2.2.3 Coordenadas cilíndricas y esféricas

La ecuación (2.6) se dedujo para un sistema coordenado rectangular. Si bien los términos de generación y almacenamiento de energía son independientes del sistema coordenado, los términos de conducción de calor dependen de la geometría y por tanto del sistema coordenado. La dependencia en el sistema coordenado utilizado para formular el problema se puede remover remplazando los términos de conducción de calor con el operador laplaciano.

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}_G}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.18}$$

La forma diferencial de este operador es diferente para cada sistema coordenado.

Para un problema tridimensional transitorio general en las coordenadas cilíndricas que se muestran en la figura 2.4, $T = T(r, \phi, z)$ y $\dot{q}_G = \dot{q}_G(r, \phi, z, t)$. Si el operador laplaciano se sustituye en la ecuación (2.18), la forma general de la ecuación de conducción en coordenadas cilíndricas se convierte en

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}_G}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.19}$$

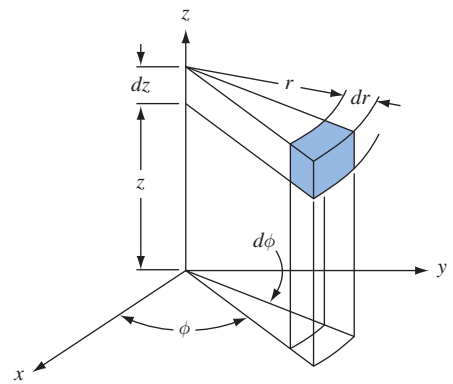


FIGURA 2.4 Sistema coordenado cilíndrico para la ecuación general de conducción.

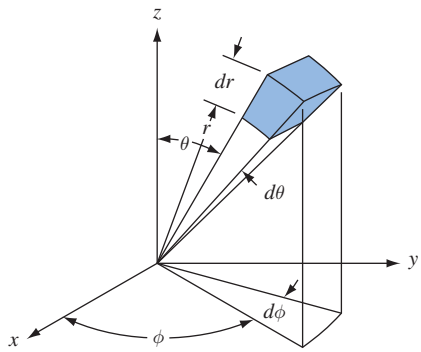


FIGURA 2.5 Sistema coordenado esférico para la ecuación general de conducción.

Si el flujo de calor en una forma cilíndrica sólo es en la dirección radial, $T = T(r, t)$, la ecuación de conducción se reduce a

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{q}_G}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.20}$$

Además, si la distribución de temperatura no varía con el tiempo, la ecuación de conducción se transforma en

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{q}_G}{k} = 0 \tag{2.21}$$

En este caso la ecuación para la temperatura contiene sólo una variable individual r y es por tanto una ecuación diferencial ordinaria.

Cuando no hay generación interna de energía y la temperatura es una función sólo del radio, la ecuación de conducción de estado en régimen permanente para coordenadas cilíndricas es

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0 \tag{2.22}$$

Para coordenadas esféricas, como se muestra en la figura 2.5, la temperatura es una función de las tres coordenadas espaciales, r, θ, ϕ y del tiempo t, es decir, $T = T(r, \theta, \phi, t)$, Entonces la forma general de la ecuación de conducción en coordenadas esféricas es

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\text{sen}^2\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\text{sen}\theta\,\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\text{sen}\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\dot{q}_G}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.23}$$

2.3 Conducción de calor en régimen permanente en geometrías simples

En esta sección se mostrará cómo obtener soluciones para las ecuaciones de conducción deducidas en la sección anterior para configuraciones geométricas relativamente simples con y sin generación interna de calor.

2.3.1 Pared plana con y sin generación de calor

En el primer capítulo se vio que la distribución de temperatura para conducción permanente unidimensional a través de una pared es lineal. Se puede verificar este resultado simplificando el caso más general expresado por la ecuación (2.6). Para régimen permanente $\partial T/\partial t = 0$ y como T sólo es una función de x, $\partial T/\partial y = 0$ y $\partial T/\partial z = 0$. Además, si no hay generación interna, $\dot{q}_G = 0$, la ecuación (2.6) se reduce a

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \tag{2.24}$$

Integrando esta ecuación diferencial ordinaria dos veces se obtiene la distribución de temperatura

$$T(x) = C_1x + C_2 \tag{2.25}$$

Para una pared con $T(x = 0) = T_1$ y $T(x = L) = T_2$, se obtiene

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L}x + T_1 \tag{2.26}$$

La relación anterior concuerda con la distribución lineal de temperatura deducida integrando la ley de Fourier, $q_k = -kA(dT/dx)$.

A continuación se considera un problema similar, pero con generación de calor en todo el sistema, como se muestra en la figura 2.6. Si la conductividad térmica es constante y la generación de calor es uniforme, la ecuación (2.5) se reduce a

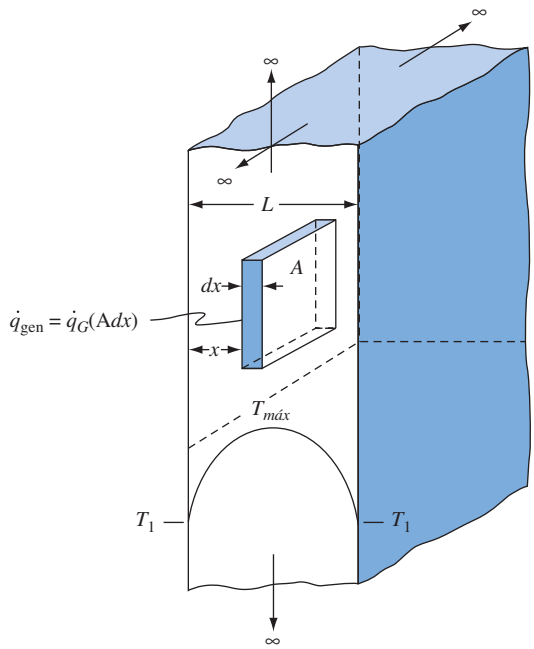


FIGURA 2.6 Conducción en una pared plana con generación uniforme de calor. La distribución es para el caso $T_1 = T_2$ (consulte la ecuación 2.33).

$$k\frac{d^2T(x)}{dx^2} = -\dot{q}_G \tag{2.27}$$

Integrando esta ecuación una vez da

$$\frac{dT(x)}{dx} = -\frac{\dot{q}_G}{k}x + C_1 \tag{2.28}$$

y una segunda integración produce

$$T(x) = -\frac{\dot{q}_G}{2k}x^2 + C_1x + C_2 \tag{2.29}$$

donde C_1 y C_2 son constantes de integración cuyos valores están determinados por las condiciones de frontera. Las condiciones especificadas requieren que la temperatura en $x = 0$ sea T_1 y en $x = L$ sea T_2. Sustituyendo estas condiciones sucesivamente en la ecuación de conducción da

$$T_1 = C_2 \ (x = 0) \tag{2.30}$$

y

$$T_2 = -\frac{\dot{q}_G}{2k}L^2 + C_1L + T_1 \qquad (x = L) \tag{2.31}$$

Despejando C_1 y sustituyendo en la ecuación (2.29) se obtiene la distribución de temperatura

$$T(x) = -\frac{\dot{q}_G}{2k}x^2 + \frac{T_2 - T_1}{L}x + \frac{\dot{q}_GL}{2k}x + T_1 \tag{2.32}$$

Observe que ahora la ecuación (2.26) está modificada por dos términos que contienen la generación de calor y que la distribución de temperatura ya no es lineal.

Si las dos temperaturas superficiales son iguales, $T_1 = T_2$, la distribución de temperatura se convierte en

$$T(x) = \frac{\dot{q}_GL^2}{2k}\left[\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right] + T_1 \tag{2.33}$$

Esta distribución de temperatura es parabólica y simétrica con respecto al plano central con un máximo $T_{\text{máx}}$ en $x = L/2$. En la línea central $dT/dx = 0$, lo que corresponde a una superficie aislada en $x = L/2$. La temperatura máxima es

$$T_{\text{máx}} = T_1 + \frac{\dot{q}_GL^2}{8k} \tag{2.34}$$

Para las condiciones límites simétricas la temperatura en forma adimensional es

$$\frac{T(x) - T_1}{T_{\text{máx}} - T_1} = 4(\xi - \xi^2)$$

donde $\xi = x/L$.

EJEMPLO 2.1 Un elemento de calefacción eléctrica largo hecho de hierro tiene una sección transversal de 10×10 cm. Está sumergido en un aceite para transferencia de calor a 80 °C, como se muestra en la figura 2.7. Si el calor se genera uniformemente a una tasa de 1 000 000 W/m^3 por una corriente eléctrica, determine el coeficiente de transferencia de calor necesario para mantener la temperatura del calentador menor a 200 °C. La conductividad térmica para el hierro a 200 °C es 64 W/m K obtenida por interpolación en la tabla 12 del apéndice 2.

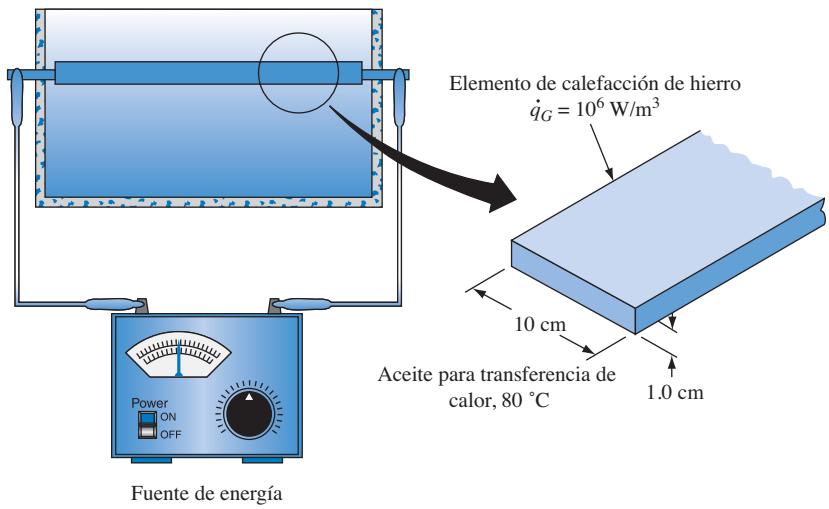


FIGURA 2.7 Elemento de calefacción eléctrica para el ejemplo 2.1.

SOLUCIÓN Si se ignora el calor disipado por los bordes, lo que sea una suposición razonable ya que el calentador tiene un ancho 10 veces mayor que su espesor, la ecuación (2.34) se puede utilizar para calcular la diferencia de temperatura entre el centro y la superficie:

$$T_{\text{máx}} - T_1 = \frac{\dot{q}_G L^2}{8k} = \frac{(1\,000\,000 \text{ W/m}^3)(0.01 \text{ m})^2}{(8)(64 \text{ W/m K})} = 0.2 \text{ °C}$$

La caída de temperatura del centro a la superficie del calentador es pequeña debido a que el material del calentador es hierro, que es un buen conductor. Se puede ignorar esta caída de temperatura y calcular el coeficiente de transferencia de calor mínimo a partir de un equilibrio térmico:

$$\dot{q}_G \frac{L}{2} = \bar{h}_c (T_1 - T_\infty)$$

Resolviendo para $\bar{h}_c$:

$$\bar{h}_c = \frac{\dot{q}_G (L/2)}{(T_1 - T_\infty)} = \frac{(10^6 \text{ W/m}^3)(0.005 \text{ m})}{120 \text{ K}} = 42 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Por tanto, el coeficiente de transferencia de calor requerido para evitar que la temperatura en el calentador exceda el límite impuesto debe ser mayor que 42 W/m^2 K.

2.3.2 Formas cilíndricas y esféricas sin generación de calor

En esta sección se obtendrán soluciones para algunos problemas en sistemas cilíndricos y esféricos que con frecuencia se encuentran en la práctica. Es probable que el caso más común sea el de la transferencia de calor a través de un tubo con un fluido circulando en su interior. Este sistema se puede idealizar, como se muestra en la figura 2.8, mediante un flujo radial de calor a través de una coraza cilíndrica. Entonces el problema es determinar la distribución de temperatura y la tasa de transferencia de calor en un cilindro hueco largo de longitud L si las temperaturas de las superficies interior y exterior son T_i y T_o, respectivamente y no hay generación interna de calor. Como las temperaturas en los límites son constantes, la distribución de temperatura no es una función del tiempo y la forma apropiada de la ecuación de conducción es

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0 \tag{2.35}$$

Integrando una vez con respecto al radio da

$$r\frac{dT}{dr} = C_1 \text{ o } \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r}$$

Una segunda integración da $T = C_1 \ln r + C_2$. Las constantes de integración se pueden determinar a partir de las condiciones de frontera:

$$T_i = C_1 \ln r_i + C_2 \qquad \text{a } r = r_i$$

Por tanto, $C_2 = T_i - C_1 \ln r_i$. De manera similar, para T_o,

$$T_o = C_1 \ln r_o + T_i - C_1 \ln r_i \qquad \text{a } r = r_o$$

Así pues, $C_1 = (T_o - T_i)/\ln(r_o/r_i)$.

Por tanto la distribución de temperatura, escrita en forma adimensional, es

$$\frac{T(r) - T_i}{T_o - T_i} = \frac{\ln(r/r_i)}{\ln(r_o/r_i)} \tag{2.36}$$

La tasa de transferencia de calor por conducción a través del cilindro de longitud L es, de la ecuación (1.1),

$$q_k = -kA\frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL)\frac{C_1}{r} = 2\pi Lk\frac{T_i - T_o}{\ln(r_o/r_i)} \tag{2.37}$$

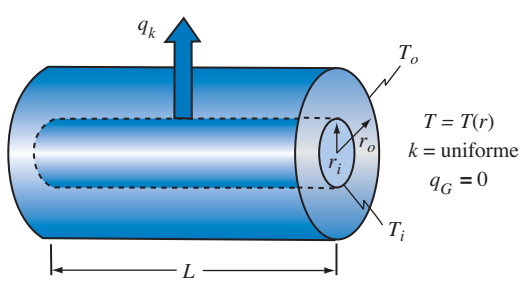


FIGURA 2.8 Conducción radial de calor a través de una coraza cilíndrica.

En términos de una resistencia térmica se puede escribir

$$q_k = \frac{T_i - T_o}{R_{\text{th}}} \tag{2.38}$$

donde la resistencia al flujo de calor por conducción a través de un cilindro de longitud L, radio interior r_i y radio exterior r_o es

$$R_{\text{th}} = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi Lk} \tag{2.39}$$

Los principios desarrollados para una pared plana con conducción y convección en serie también se pueden aplicar a un cilindro hueco largo como un conducto o un tubo. Por ejemplo, como se muestra en la figura 2.9, suponga que un fluido caliente circula a través de un tubo que está cubierto por un material aislante. El sistema pierde calor hacia el aire circundante a través de él con un coeficiente de transferencia de calor $\bar{h}_{c,o}$.

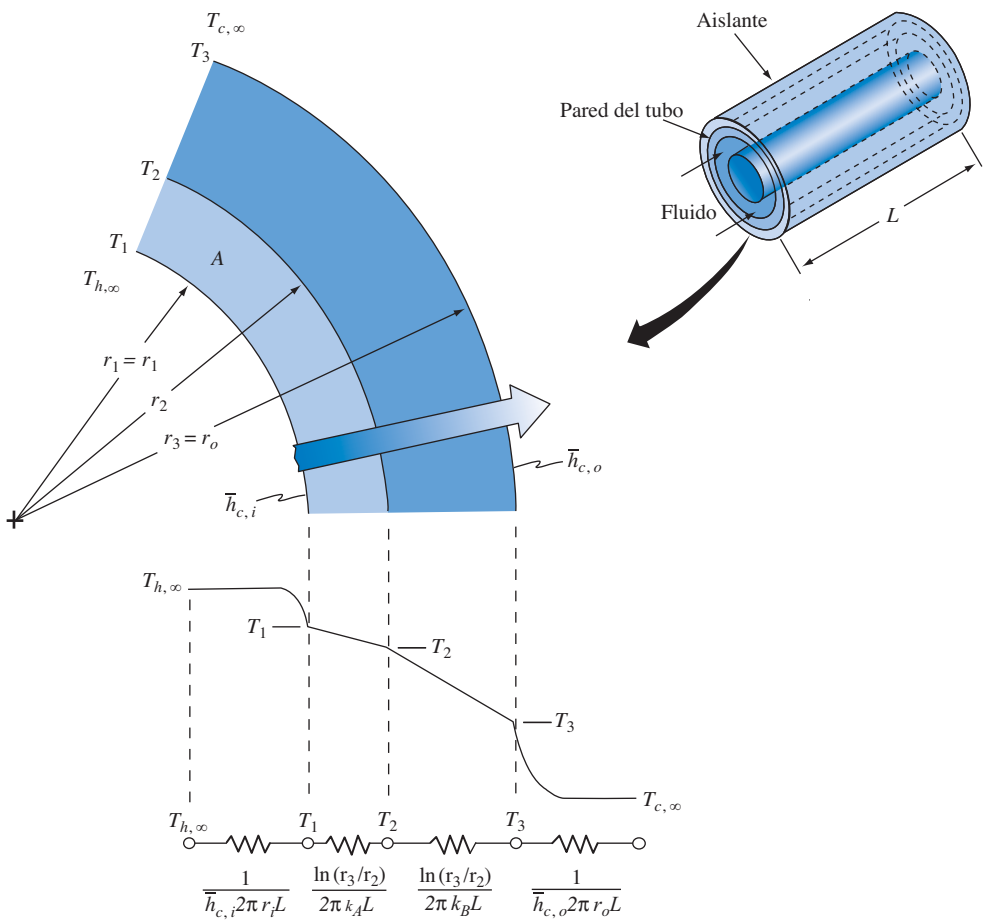


FIGURA 2.9 Distribución de temperatura para una pared cilíndrica compuesta con convección en las superficies interior y exterior.

Utilizando la ecuación (2.38) para la resistencia térmica de los dos cilindros y la ecuación (1.14) para la resistencia térmica en el interior del tubo y el exterior del aislamiento del circuito térmico que se muestra a continuación del sistema físico en la figura 2.9. Denotando la temperatura del fluido caliente con $T_{h,\infty}$ y la temperatura del aire ambiente con $T_{c,\infty}$, la tasa de flujo de calor es

$$q = \frac{\Delta T}{\sum_{1}^{4} R_{\text{th}}} = \frac{T_{h,\infty} - T_{c,\infty}}{\dfrac{1}{\bar{h}_{c,i} 2\pi r_1 L} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_A L} + \dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_B L} + \dfrac{1}{\bar{h}_{c,o} 2\pi r_3 L}} \tag{2.40}$$

EJEMPLO 2.2 Compare la pérdida de calor de un tubo de cobre aislado y sin aislar en las condiciones siguientes. El tubo ($k = 400$ W/m K) tiene un diámetro interno de 10 cm y un diámetro externo de 12 cm. Por el tubo fluye vapor saturado a 110 °C. El tubo está ubicado en un espacio a 30 °C y el coeficiente de transferencia de calor en su superficie exterior se estima que es 15 W/m^2 K. El aislante disponible para reducir las pérdidas de calor es de 5 cm de espesor y su conductividad es 0.20 W/m K.

SOLUCIÓN El tubo sin aislar está representado por el sistema de la figura 2.10. La pérdida de calor por longitud unitaria es entonces

$$\frac{q}{L} = \frac{T_s - T_\infty}{R_1 + R_2 + R_3}$$

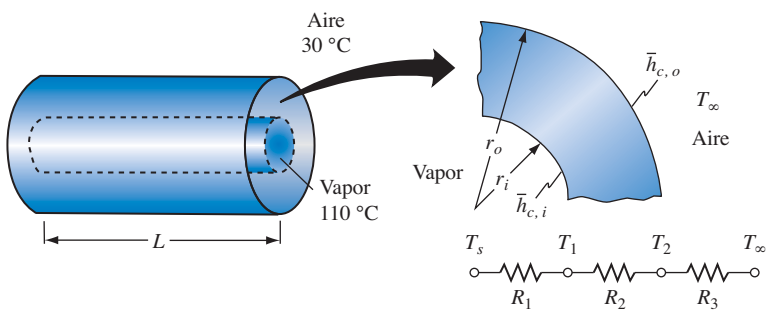


FIGURA 2.10 Diagrama esquemático y circuito térmico para un cilindro hueco en condiciones de convección en la superficie (ejemplo 2.2).

Para la resistencia de la superficie interior se puede consultar la tabla 1.3 para estimar $\bar{h}_{c,i}$. Para vapor saturado en condensación, $\bar{h}_{c,i} = 10\,000$ W/m^2 K. Por tanto, se tiene

$$R_1 = R_i = \frac{1}{2\pi r_i \bar{h}_{c,i}} \simeq \frac{1}{(2\pi)(0.05\text{ m})(10000\text{ W/m}^2\text{ K})} = 0.000318\text{ m K/W}$$

$$R_2 = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi k_{\text{tubo}}} = \frac{0.182}{(2\pi)(400\text{ W/m K})} = 0.00007\text{ m K/W}$$

$$R_3 = R_o = \frac{1}{2\pi r_o \bar{h}_{c,o}} = \frac{1}{(2\pi)(0.06\text{ m})(15\text{ W/m}^2\text{ K})} = 0.177\text{ m K/W}$$

Como R_1 y R_2 son insignificantemente pequeños comparados con R_3, $q/L = 80/0.177 = 452$ W/m para el tubo sin aislar.

Para el tubo aislado el sistema corresponde al que se muestra en la figura 2.9; por tanto, es necesario sumar una cuarta resistencia entre r_1 y r_3,

$$R_4 = \frac{\ln(11/6)}{(2\pi)(0.2 \text{ W/m K})} = 0.482 \text{ m K/W}$$

Además, la resistencia exterior por convección cambia a

$$R_o = \frac{1}{(2\pi)(0.11 \text{ m})(15 \text{ W/m}^2 \text{ K})} = 0.096 \text{ m K/W}$$

Por tanto, la resistencia térmica total por metro lineal es 0.578 m K/W y la pérdida de calor es $80/0.578 = 138$ W/m. Al agregar aislante se reduce la pérdida de calor del vapor en 70%.

Radio crítico de aislamiento En el contexto del ejemplo 2.2, aunque la pérdida de calor de un *sistema cilíndrico* cerrado a un entorno convectivo externo por lo general se puede minimizar aumentando el espesor del aislamiento, el problema es un tanto diferente en sistemas de diámetro pequeño. Un caso de interés práctico es el aislamiento o funda de cables eléctricos, resistencias eléctricas y otros dispositivos electrónicos a través de los cuales fluye corriente. Considere una resistencia (o cable) eléctrico con una camisa aislante de conductividad k, que tiene una resistencia eléctrica R_e y porta una corriente i, como se muestra en la figura 2.11, junto con su circuito de resistencia térmica, donde el calor generado en el cable se transfiere al ambiente por medio de conducción a través del aislamiento y por convección en la superficie exterior del aislamiento.

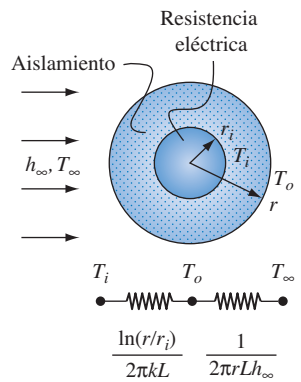


FIGURA 2.11 Resistencia o cable eléctrico portador de corriente con una funda aislante y su circuito de resistencia térmica.

Aquí el calor de la resistencia eléctrica disipado en el cable se transfiere (o pierde) en el ambiente y la tasa de transferencia de calor está dada por

$$q = i^2 R_e = \frac{T_i - T_\infty}{R_{\text{total}}} \tag{2.41}$$

donde la resistencia térmica total R_{total} es la suma de las resistencias a la conducción a través del aislamiento y de la convección externa, o

$$R_{\text{total}} = R_{\text{cond}} + R_{\text{conv}} = \frac{\ln(r/r_i)}{2\pi kL} + \frac{1}{2\pi r L h_\infty} \tag{2.42}$$

De la ecuación (2.42) es evidente que cuando el radio exterior del aislamiento r aumenta, R_{cond} también aumenta, en tanto que R_{conv} disminuye debido a que el área superficial exterior está aumentando. Una disminución relativamente mayor en esta última sugeriría que existe un valor óptimo de r, o un *radio crítico* r_{cr} del aislamiento, para el que R_{total} es un mínimo y la pérdida de calor q es un máximo. Esto se puede obtener con facilidad diferenciando R_{total} en la ecuación (2.42) con respecto a r e igualando a cero la derivada como se muestra a continuación:

$$\frac{dR_{\text{total}}}{dr} = \frac{1}{2\pi krL} - \frac{1}{2\pi r^2 L h_\infty} = 0$$

o

$$r = r_{\text{cr}} = \frac{k}{h_\infty} \tag{2.43}$$

Esa r_{cr} produce una resistencia total mínima que se puede confirmar estableciendo un valor positivo para la segunda derivada de la ecuación (2.42) con $r = r_{\text{cr}}$ y el estudiante puede demostrar esto con facilidad como ejercicio de tarea.

La gráfica en la figura 2.12 representa las variaciones en R_{total}, obtenidas con la ecuación (2.42) para una resistencia eléctrica común o cable portador de corriente y

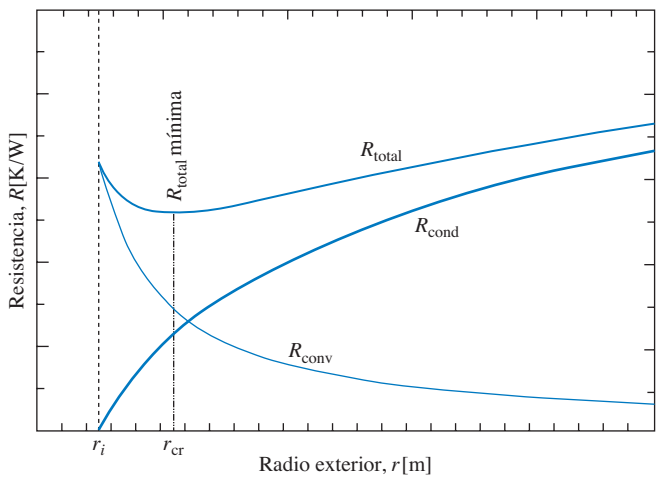


FIGURA 2.12 Variación de la resistencia térmica con el radio del aislamiento en un sistema cilíndrico y existencia de un *radio crítico* para una resistencia total mínima.

que los cambios correspondientes en R_{cond} y R_{conv} con r resultan en un valor mínimo de R_{total} son evidentes. Esta característica con frecuencia se emplea en el *enfriamiento* de sistemas eléctricos cilíndricos y electrónicos (alambres, cables, resistencias, etc.) donde el diseño proporciona un aislamiento eléctrico efectivo y al mismo tiempo promueve una pérdida de calor óptima (*reduce el efecto del aislamiento térmico*) para evitar sobrecalentamiento.

Esta condición también se encuentra en un *sistema esférico* (consulte el planteamiento subsiguiente de la ecuación de conducción en coordenadas esféricas), donde, basados en una formulación matemática similar, se puede determinar que el radio crítico correspondiente es $r_{cr} = (2k/h_\infty)$. La deducción de este resultado, siguiendo el método anterior, se deja como tarea para que la efectúe el estudiante.

Además, es importante observar que la factibilidad del radio crítico está un tanto limitada a sistemas de diámetro pequeño en entornos con coeficientes convectivos muy bajos; en esencia, el radio del sistema cilíndrico, que necesitaría aislamiento para un efecto de "enfriamiento" o donde el aislamiento térmico podría ser inefectivo, debe ser menor que (k/h_∞). Esto se puede observar a partir de la extensión numérica del ejemplo 2.2, donde para los valores dados de k y h_∞ (o $h_{c,o}$) el radio crítico del aislamiento es $r_{cr} = 1.33$ cm, que es mucho menor que los 10 cm de diámetro interior del tubo de vapor.

Coeficiente global de transferencia de calor Como se mostró en el capítulo 1, sección 1.6.4, para el caso de paredes planas con resistencias por convección en las superficies, a menudo es conveniente definir un coeficiente global de transferencia de calor mediante la ecuación

$$q = UA\,\Delta T_{total} = UA(T_{caliente} - T_{fría}) \tag{2.44}$$

Comparando las ecuaciones (2.40) y (2.44) se observa que

$$UA = \frac{1}{\sum_{1}^{4} R_{th}} = \frac{1}{\dfrac{1}{\bar{h}_{c,i}A_i} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_A L} + \dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_B L} + \dfrac{1}{\bar{h}_{c,o}A_o}} \tag{2.45}$$

Para paredes planas las áreas de todas las secciones en la trayectoria del flujo de calor son las mismas, pero para sistemas esféricos y cilíndricos el área varía con la distancia radial y el coeficiente global de transferencia de calor se puede apoyar en cualquier área en la trayectoria del flujo de calor. Así pues, el valor numérico de U dependerá del área seleccionada. Como el diámetro exterior es el más fácil de medir en la práctica, $A_o = 2\pi r_3 L$ suele elegirse como el área base. Entonces la tasa de flujo de calor es

$$q = (UA)_o\,(T_{caliente} - T_{fría}) \tag{2.46}$$

y el coeficiente global se convierte en

$$U_o = \frac{1}{\dfrac{r_3}{r_1\bar{h}_{c,1}} + \dfrac{r_3\ln(r_2/r_1)}{k_A} + \dfrac{r_3\ln(r_3/r_2)}{k_B} + \dfrac{1}{\bar{h}_{c,o}}} \tag{2.47}$$

EJEMPLO 2.3 Un fluido caliente a una temperatura promedio de 200 °C fluye a través de un tubo de plástico de diámetro exterior de 4 cm y diámetro interior de 3 cm. La conductividad térmica del plástico es 0.5 W/m² K y el coeficiente de transferencia de calor por convección en el interior es 300 W/m² K. El tubo está ubicado en un espacio a 30 °C y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie externa es 10 W/m² K. Calcule el coeficiente global de transferencia de calor y la pérdida de calor por longitud unitaria de tubo.

SOLUCIÓN En la figura 2.10 se muestra un bosquejo del sistema físico y del circuito térmico correspondiente. El coeficiente global de transferencia de calor con la ecuación (2.47) es

$$U_o = \frac{1}{\dfrac{r_o}{r_i \bar{h}_{c,1}} + \dfrac{r_o \ln(r_o/r_1)}{k} + \dfrac{1}{\bar{h}_{c,o}}}$$

$$= \frac{1}{\dfrac{0.02}{0.015 \times 300} + \dfrac{0.02 \ln(2/1.5)}{0.5} + \dfrac{1}{10}} = 8.62 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

donde U_o se basa en el área exterior del tubo. La pérdida de calor por longitud unitaria es, de acuerdo con la ecuación 2.46,

$$\frac{q}{L} = (UA)_o (T_{\text{caliente}} - T_{\text{fría}}) = (8.62 \text{ W/m}^2 \text{ K})(\pi)(0.04 \text{ m})(200 - 30)(\text{ K})$$

$$= 184 \text{ W/m}$$

Sistema coordenado esférico Para una esfera hueca con temperaturas uniformes en las superficies interna y externa (consulte la figura 2.13), la distribución de

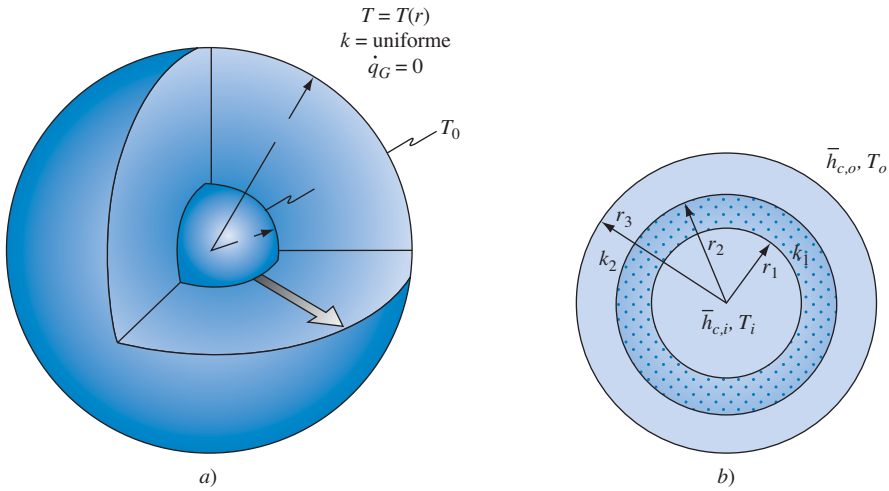


FIGURA 2.13 *a*) Esfera hueca con temperatura superficial uniforme y sin generación de calor; *b*) esfera hueca de capas múltiples con convección en las superficies interior y exterior.

temperatura sin generación de calor en el estado en régimen estacionario se puede obtener simplificando la ecuación (2.23). En estas condiciones límites la temperatura sólo es una función del radio r y la ecuación de conducción en coordenadas esféricas es

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) = \frac{1}{r}\frac{d^2(rT)}{dr^2} = 0 \tag{2.48}$$

Si la temperatura en r_i es uniforme e igual a T_i y en r_o igual a T_o, la distribución de temperatura es

$$T(r) - T_i = (T_o - T_i)\frac{r_o}{r_o - r_i}\left(1 - \frac{r_i}{r}\right) \tag{2.49}$$

La tasa de transferencia de calor a través de la coraza esférica es

$$q_k = -4\pi r^2 k\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T_i - T_o}{(r_o - r_i)/4\pi k r_o r_i} \tag{2.50}$$

Entonces la resistencia térmica para una coraza esférica es

$$R_{\text{th}} = \frac{r_o - r_i}{4\pi k r_o r_i} \tag{2.51}$$

Además, al igual que en el caso de un sistema cilíndrico, el *coeficiente global de transferencia de calor* para el sistema esférico multicapa que se muestra en la figura 2.13*b*) se puede expresar como

$$UA = \frac{1}{\sum_1^4 R_{\text{th}}} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{h}_{c,i}A_i} + \frac{r_2 - r_1}{4\pi k_1 r_1 r_2} + \frac{r_3 - r_2}{4\pi k_2 r_2 r_3} + \frac{1}{\bar{h}_{c,o}A_o}} \tag{2.52}$$

Aquí las áreas de las superficies interior y exterior son, respectivamente, $A_i = 4\pi r_1^2$ y $A_o = 4\pi r_3^2$. La tasa total de transferencia de calor de nuevo está dada por la ecuación

$$q = (UA)\Delta T_{\text{total}} = \frac{(T_o - T_i)}{\sum_1^4 R_{\text{th}}} \tag{2.53}$$

EJEMPLO 2.4 El recipiente esférico de pared delgada metálica que se muestra en la figura 2.14 se utiliza para almacenar nitrógeno líquido a 77 K. El recipiente tiene un diámetro de 0.5 m y está cubierto con un sistema de aislamiento al vacío compuesto de polvo de sílice ($k = 0.0017$ W/m K). El aislamiento tiene un espesor de 25 mm y su superficie exterior está expuesta al aire ambiente a 300 K. El calor latente de vaporización h_{fg}

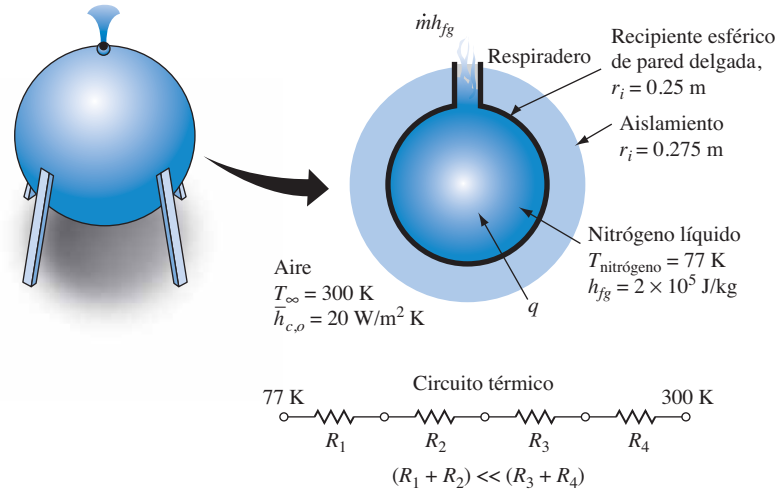


FIGURA 2.14 Diagrama esquemático del recipiente esférico para el ejemplo 2.4.

del nitrógeno líquido es 2×10^5 J/kg. Si el coeficiente de convección es 20 W/m^2 K en la superficie exterior, determine la tasa de vaporización del nitrógeno por hora.

SOLUCIÓN La tasa de transferencia de calor del aire ambiente al nitrógeno en el recipiente se puede obtener basados en el circuito térmico que se muestra en la figura 2.14. Se pueden ignorar las resistencias térmicas de la pared metálica y entre el nitrógeno en ebullición y la pared interna debido a que el coeficiente de transferencia de calor (consulte la tabla 1.3) es grande, es decir, se ignoran R_1 y R_2 en las resistencias térmicas que se muestran en la figura 2.14. Por tanto,

$$q = \frac{T_{\infty,\,\text{aire}} - T_{\text{nitrógeno}}}{R_3 + R_4} = \frac{(300 - 77)\ \text{K}}{\dfrac{1}{\bar{h}_{c,o} 4\pi r_o^2} + \dfrac{r_o - r_i}{4\pi k r_o r_i}}$$

$$= \frac{223\ \text{K}}{\dfrac{1}{(20\ \text{W/m}^2\ \text{K})(4\pi)(0.275\ \text{m})^2} + \dfrac{(0.275 - 0.250)\ \text{m}}{4\pi(0.0017\ \text{W/m K})(0.275\ \text{m})(0.250\ \text{m})}}$$

$$= \frac{223\ \text{K}}{(0.053 + 17.02)\ \text{K/W}} = 13.06\ \text{W}$$

Observe que casi toda la resistencia térmica está en el aislamiento. Para determinar la tasa de vaporización se efectúa un equilibrio de energía:

$$\begin{pmatrix}\text{tasa de vaporización}\\ \text{del nitrógeno líquido}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{calor de vaporización}\\ \text{del nitrógeno}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{tasa de transferencia de}\\ \text{calor al nitrógeno líquido}\end{pmatrix}$$

o

$$\dot{m}h_{fg} = q$$

Resolviendo $\dot{m}$ se obtiene

$$\dot{m} = \frac{q}{h_{fg}} = \frac{(13.06 \text{ J/s})(3600 \text{ s/h})}{2 \times 10^5 \text{ J/kg}} = 0.235 \text{ kg/h}$$

2.3.3 Cilindro sólido largo con generación de calor

Un cilindro circular, sólido y largo con generación interna de calor se puede considerar como una idealización de un sistema real, por ejemplo, una bobina eléctrica en la que el calor se genera como resultado de la corriente eléctrica en el alambre [consulte la figura 2.1*b*) para ver un ejemplo], o como un elemento cilíndrico de combustible de uranio 235, en el que el calor se genera por fisión nuclear. (En el problema siguiente se considera un ejemplo [ejemplo 2.5], que suele emplearse en reactores nucleares convencionales y es diferente del elemento esférico que se muestra en la figura 2.1*c*). La ecuación de energía para un elemento anular (figura 2.15) formada entre un cilindro interior ficticio de radio r y un cilindro exterior ficticio de radio $r + dr$ es

$$-kA_r \left.\frac{dT}{dr}\right|_r + \dot{q}_G L 2\pi r\, dr = -kA_{r+dr} \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r+dr}$$

donde $A_r = 2\pi rL$ y $A_{r+dr} = 2\pi(r + dr)L$. Relacionando el gradiente de temperatura en $r + dr$ con el gradiente de temperatura en r, se obtiene, después de simplificar,

$$r\dot{q}_G = -k\left(\frac{dT}{dr} + r\frac{d^2T}{dr^2}\right) \tag{2.54}$$

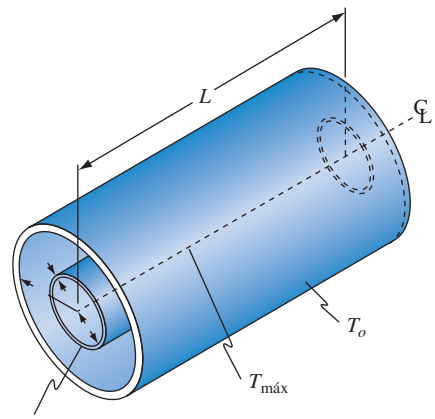


FIGURA 2.15 Nomenclatura para conducción de calor en un cilindro circular largo con generación interna de calor.

La integración de la ecuación (2.54) se puede efectuar mejor observando que

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = \frac{dT}{dr} + r\frac{d^2T}{dr^2}$$

y rescribiéndola en la forma

$$\dot{q}_G r = -k\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)$$

Esto es similar al resultado que se obtuvo antes simplificando la ecuación general de conducción [consulte la ecuación (2.21)]. La integración produce

$$\frac{\dot{q}_G r^2}{2} + = -kr\frac{dT}{dr} + C_1$$

de donde se deduce que, para satisfacer la condición de frontera $dT/dr = 0$ en $r = 0$, la constante de integración C_1 debe ser cero. Otra integración da la distribución de temperatura

$$T = -\frac{\dot{q}_G r^2}{4k} + C_2$$

Para satisfacer la condición de que la temperatura en la superficie exterior, $r = r_o$, es T_o, $C_2 = (\dot{q}_G r_o^2/4k) + T_o$. Por tanto, la distribución de temperatura es

$$T = T_o + \frac{\dot{q}_G r_o^2}{4k}\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] \tag{2.55}$$

La temperatura máxima en $r = 0$, $T_{\text{máx}}$, es

$$T_{\text{máx}} = T_o + \frac{\dot{q}_G r_o^2}{4k} \tag{2.56}$$

En forma adimensional la ecuación (2.55) se escribe:

$$\frac{T(r) - T_o}{T_{\text{máx}} - T_o} = 1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2 \tag{2.57}$$

Para un cilindro hueco con fuentes de calor uniformemente distribuidas y temperaturas superficiales especificadas, las condiciones de frontera son

$$T = T_i \text{ en } r = r_i \text{ (superficie interior)}$$
$$T = T_o \text{ en } r = r_o \text{ (superficie exterior)}$$

Se deja como ejercicio verificar que para este caso la distribución de temperatura está dada por

$$T(r) = T_o + \frac{\dot{q}_G}{4k}(r_o^2 - r^2) + \frac{\ln(r/r_o)}{\ln(r_o/r_i)}\left[\frac{\dot{q}_G}{4k}(r_o^2 - r_i^2) + T_o - T_i\right] \tag{2.58}$$

Si un cilindro sólido se sumerge en un fluido a una temperatura especificada T_∞ y el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie se especi-

fica y denota por $\bar{h}_c$, la temperatura superficial en r_o no se conoce con anterioridad. La condición de frontera requiere que la conducción de calor del cilindro sea igual a la tasa de convección en la superficie, o

$$-k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=r_o} = \bar{h}_c(T_o - T_\infty)$$

Utilizando esta condición para evaluar las constantes de integración produce para la distribución de temperatura adimensional:

$$\frac{T(r) - T_\infty}{T_\infty} = \frac{\dot{q}_G r_o}{4\bar{h}_c T_\infty}\left\{2 + \frac{\bar{h}_c r_o}{k}\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right]\right\} \tag{2.59}$$

y para la relación de temperatura máxima adimensional:

$$\frac{T_{\text{máx}}}{T_\infty} = 1 + \frac{\dot{q}_G r_o}{4\bar{h}_c T_\infty}\left(2 + \frac{\bar{h}_c r_o}{k}\right) \tag{2.60}$$

En las ecuaciones anteriores hay dos parámetros adimensionales de importancia en la conducción. El primero es el parámetro de generación de calor $\dot{q}_G r_o/\bar{h}_c T_\infty$ y el segundo es el *número de Biot*, $\text{Bi} = \bar{h}_c r_o/k$, que aparece en problemas con modos de transferencia de calor por conducción y convección simultáneos.

Físicamente, el número de Biot es la relación de una resistencia térmica por conducción, $R_k = r_o/k$, a una resistencia por convección, $R_c = 1/\bar{h}_c$ Los límites físicos en esta relación para el problema anterior son:

$$\text{Bi} \to 0 \quad \text{cuando} \quad R_k = \left(\frac{r_o}{k}\right) \to 0 \quad \text{o} \quad R_c = \frac{1}{\bar{h}_c} \to \infty$$

$$\text{Bi} \to \infty \quad \text{cuando} \quad R_c = \frac{1}{\bar{h}_c} \to 0 \quad \text{o} \quad R_k = \frac{r_o}{k} \to \infty$$

El número de Biot tiende a cero cuando la conductividad del sólido o la resistencia por convección es tan grande que el sólido es prácticamente isotérmico y el cambio en temperatura es principalmente en el fluido en la interfaz. Por el contrario, el número de Biot tiende a infinito cuando predomina la resistencia térmica en el sólido y el cambio en temperatura ocurre en su mayoría en el sólido.

EJEMPLO 2.5 En la figura 2.16 en la página siguiente muestra un reactor nuclear moderado por grafito. El calor se genera de manera uniforme en las barras de uranio de 0.05 m (1.973 in) de diámetro a una tasa de 7.5×10^7 W/m^3 (7.24×10^6 Btu/h ft^3). Estas barras están revestidas por un anillo en el que circula agua a una temperatura promedio de 120 °C (248 °F). El agua enfría las barras y el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección se estima que es 55 000 W/m^2 K (9700 Btu/h ft^2 °F). Si la conductividad térmica del uranio es 29.5 W/m K (17.04 Btu/h ft °F), determine la temperatura en el centro de las barras de combustible de uranio.

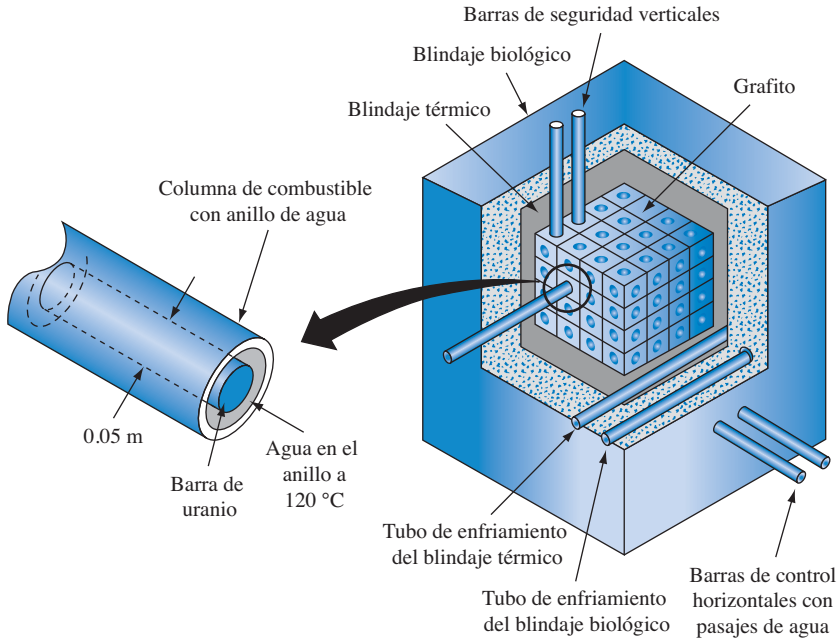


FIGURA 2.16 Reactor nuclear para el ejemplo 2.5.

Fuente: General Electric Review

SOLUCIÓN Suponiendo que las barras de combustible son lo suficientemente largas como para ignorar los efectos en sus extremos y que la conductividad térmica del uranio no cambia de manera significativa con la temperatura, el sistema térmico se puede aproximar mediante el sistema que se muestra en la figura 2.16. Entonces la tasa de flujo a través de la superficie de la barra es igual a la tasa de generación interna de calor.

$$2\pi r_o L \left(-k\frac{dT}{dr}\right)_{r_o} = \dot{q}_G \pi r_o^2 L$$

o

$$-k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r_o} = \frac{\dot{q}_G r_o}{2} = \frac{(7.5 \times 10^7 \text{ W/m}^3)(0.025 \text{ m})}{2}$$

$$= 9.375 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \, (2.97 \times 10^5 \text{ Btu/h ft}^2)$$

La tasa de flujo de calor por conducción en la superficie exterior es igual a la tasa de flujo de calor por conversión de la superficie al agua:

$$2\pi r_o \left(-k\frac{dT}{dr}\right)\Big|_{r_o} = 2\pi r_o \bar{h}c,o(T_o - T_{\text{agua}})$$

de donde

$$T_o = \frac{-k(dT/dr)|_{r_o}}{\bar{h}_{c,o}} + T_{\text{agua}}$$

Sustituyendo los datos numéricos se obtiene T_o:

$$T_o = \frac{9.375 \times 10^5 \text{ W/m}^2}{5.5 \times 10^4 \text{ W/m}^2 \text{ K}} + 120 \text{ °C} = 137 \text{ °C (279 °F)}$$

Sumando la diferencia en temperatura entre el centro y la superficie de las barras de combustible a la temperatura superficial T_o da la temperatura máxima:

$$T_{\text{máx}} = T_o + \frac{\dot{q}_G r_o^2}{4k} = 137 + \frac{(7.5 \times 10^7 \text{ W/m}^3)(0.025 \text{ m})^2}{(4)(29.5 \text{ W/m K})}$$
$$= 534 \text{ °C (993.6 °F)}$$

Se puede obtener el mismo resultado con la ecuación (2.59). Se observa que la mayoría de la caída de temperatura ocurre en el sólido debido a que la resistencia por convección es muy pequeña (Bi es aproximadamente de 100).

2.4 Superficies extendidas

Los problemas considerados en esta sección se encuentran en la práctica cuando un sólido de área de sección transversal relativamente pequeña sobresale de un cuerpo grande hacia un fluido a una diferencia de temperatura. Esas superficies extendidas tienen una aplicación industrial amplia como aletas colocadas a las paredes del equipo de transferencia de calor a fin de aumentar la tasa de calentamiento o enfriamiento.

2.4.1 Aletas de sección transversal uniforme

Como ilustración simple, considere una aleta-pasador que tiene la forma de una barra cuya base está unida a una pared a temperatura superficial T_s (figura 2.17). La aleta se enfría a lo largo de su superficie por un fluido a temperatura T_∞. La aleta tiene un área de sección transversal uniforme A y está hecha de un material que tiene una conductividad uniforme k; el coeficiente de transferencia de calor entre la

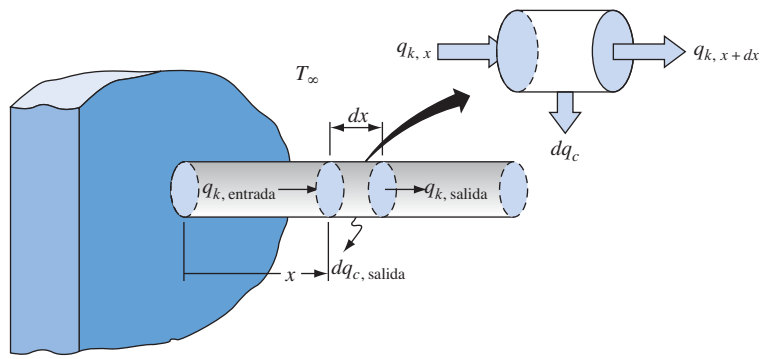


FIGURA 2.17 Diagrama esquemático de una aleta-recta que sobresale de una pared.

superficie de la aleta y el fluido es $\bar{h}_c$. Se supondrá que los gradientes de temperatura transversales son tan pequeños que la temperatura en cualquier sección transversal de la barra es uniforme, es decir, la temperatura sólo depende de x, $T = T(x)$. Como se muestra en Gardner [2], incluso en una aleta relativamente gruesa el error en una solución unidimensional es menor que 1%.

Para deducir una ecuación para la distribución de la temperatura, se efectúa un equilibrio térmico para un elemento pequeño de la aleta. El calor fluye por conducción hacia la cara izquierda del elemento, en tanto que el calor sale del elemento por conducción a través de la cara derecha y por convección de la superficie. En condiciones en estado en régimen permanente,

tasa de flujo de calor por conducción hacia el elemento en x	=	tasa de flujo de calor por conducción hacia fuera del elemento en $x + dx$	+	tasa de flujo de calor por convección de la superficie entre $x + dx$

En forma simbólica, esta ecuación es

$$q_{k,x} = q_{k,x+dx} + dq_c$$

o

$$-kA\frac{dT}{dx}\bigg|_x = -kA\frac{dT}{dx}\bigg|_{x+dx} + \bar{h}_c P\,dx[T(x) - T_\infty] \tag{2.61}$$

donde P es el perímetro de la aleta y $P\,dx$ es el área superficial de la aleta entre x y $x + dx$.

Si k y $\bar{h}_c$ son uniformes, la ecuación (2.61) se simplifica a la forma

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} - \frac{\bar{h}_c P}{kA}[T(x) - T_\infty] = 0 \tag{2.62}$$

Será conveniente definir una temperatura en exceso de la aleta mayor que la ambiental, $\theta(x) = [T(x) - T_\infty]$ y transformar la ecuación (2.62) en la forma

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \tag{2.63}$$

donde $m^2 = \bar{h}_c P/kA$.

La ecuación (2.63) es una ecuación diferencial lineal, homogénea, de segundo orden cuya solución general es de la forma

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \tag{2.64}$$

Para evaluar las constantes C_1 y C_2 es necesario especificar las condiciones límites apropiadas. Una condición es que en la base ($x = 0$) la temperatura de la aleta sea igual a la temperatura de la pared, o

$$\theta(0) = T_s - T_\infty \equiv \theta_s$$

La otra condición de frontera depende de la condición física en el extremo de la aleta. Se abordarán los cuatro casos siguientes:

1. La aleta es muy larga y la temperatura en su extremo tiende a la temperatura del fluido:

$$\theta = 0 \quad \text{en} \quad x \to \infty$$

2. El extremo de la aleta está aislado:

$$\frac{d\theta}{dx} = 0 \quad \text{en} \quad x = L$$

3. La temperatura en el extremo de la aleta es fija:

$$\theta = \theta_L \quad \text{en} \quad x = L$$

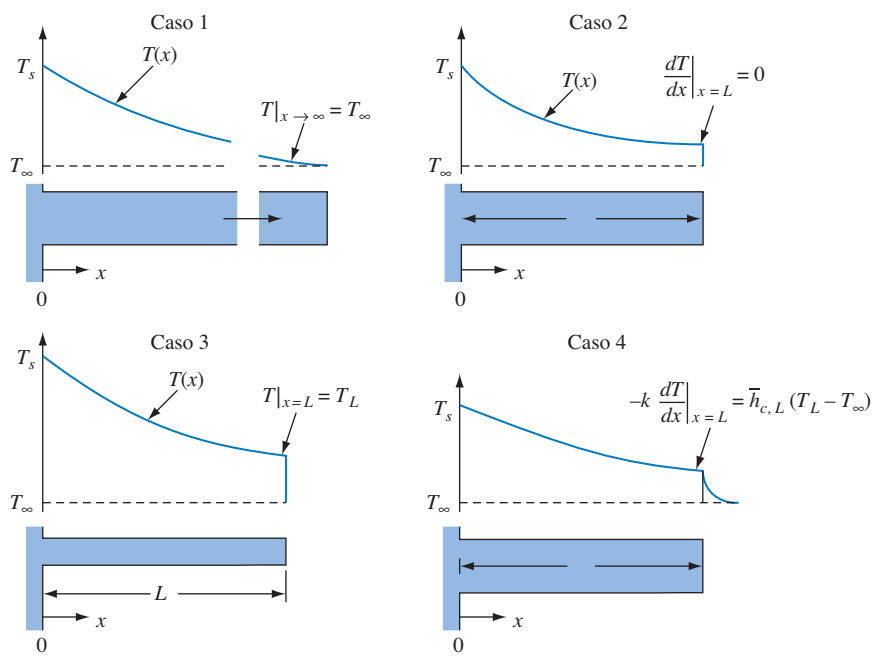
4. La punta pierde calor por convección:

$$-k\frac{d\theta}{dx}\bigg|_{x=L} = \bar{h}_{c,L}\theta_L$$

En la figura 2.18 se ilustran de manera esquemática los casos descritos por estas condiciones en la punta.

En el caso 1 la segunda condición límite se puede satisfacer sólo si C_1 en la ecuación (2.64) es igual a cero, es decir,

$$\theta(x) = \theta_s e^{-mx} \tag{2.65}$$



Para todos los casos $T|_{x=0} = T_s$

FIGURA 2.18 Representación esquemática de cuatro condiciones de frontera en la punta de una aleta.

Es usual que el interés no sólo sea en la distribución de temperatura, sino también en la tasa total de transferencia de calor hacia o desde la aleta. La tasa de flujo de calor se puede obtener mediante dos métodos distintos. Como el calor conducido a través de la base de la aleta debe ser igual al calor transferido por convección desde la superficie de la barra hacia el fluido.

$$\begin{aligned} q_{\text{aleta}} = -kA\frac{dT}{dx}\bigg|_{x=0} &= \int_0^\infty \bar{h}_c P[T(x) - T_\infty]\,dx \\ &= \int_0^\infty \bar{h}_c P\theta(x)\,dx \end{aligned} \tag{2.66}$$

Diferenciando la ecuación (2.65) y sustituyendo el resultado para $x = 0$ en la ecuación (2.66) se obtiene

$$q_{\text{aleta}} = -kA[-m\theta(0)e^{(-m)0}] = \sqrt{\bar{h}_c PAk}\,\theta_s \tag{2.67}$$

Se obtiene el mismo resultado evaluando el flujo de calor por convección de la superficie de la barra:

$$q_{\text{aleta}} = \int_0^\infty \bar{h}_c P\theta_s e^{-mx}\,dx = \frac{\bar{h}_c P}{m}\,\theta_s e^{-mx}\bigg|_0^\infty = \sqrt{\bar{h}_c PAk}\,\theta_s$$

Las ecuaciones (2.65) y (2.67) son aproximaciones razonables de la distribución de temperatura y de la tasa de flujo de calor en una aleta finita si el cuadrado de su longitud es muy grande comparado con su área de sección transversal. Si la barra es de longitud finita, pero si se ignora la pérdida de calor del extremo de la barra, o si el extremo de la barra está aislado, la segunda condición límite requiere que el gradiente de temperatura en $x = L$ sea cero, es decir, $dT/dx = 0$ en $x = L$. Estas condiciones requieren que

$$\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{x=L} = 0 = mC_1e^{mL} - mC_2e^{-mL}$$

Resolviendo esta ecuación para la condición 2 simultáneamente con la relación para la condición 1, que requería que

$$\theta(0) = \theta_s = C_1 + C_2$$

se obtiene

$$C_1 = \frac{\theta_s}{1 + e^{2mL}} \quad C_2 = \frac{\theta_s}{1 + e^{-2mL}}$$

Sustituyendo las relaciones anteriores para C_1 y C_2 en la ecuación (2.64) da la distribución de temperatura

$$\theta = \theta_s\left(\frac{e^{mx}}{1 + e^{2mL}} + \frac{e^{-mx}}{1 + e^{-2mL}}\right) = \theta_s\frac{\cosh m(L - x)}{\cosh(mL)} \tag{2.68}*$$

*La deducción de la ecuación (2.68) se deja como ejercicio para el lector. El coseno hiperbólico, abreviado cosh, se define como $\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$.

TABLA 2.1 Ecuaciones para calcular la distribución de temperatura y la tasa de transferencia de calor para aletas de sección transversal constante[a]

Caso	Condición en la punta ($x = L$)	Distribución de temperatura, θ/θ_s	Tasa de transferencia de calor de la aleta, q_{aleta}
1	Aleta infinita ($L \to \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx}	M
2	Adiabática: $\left.\frac{d\theta}{dx}\right\|_{x=L} = 0$	$\frac{\cosh m(L - x)}{\cosh mL}$	$M \tanh mL$
3	Temperatura fija: $\theta(L) = \theta_L$	$\frac{(\theta_L/\theta_s)\,\operatorname{senh} mx + \operatorname{senh} m(L - x)}{\operatorname{senh} mL}$	$M\frac{\cosh mL - (\theta_L/\theta_s)}{\operatorname{senh} mL}$
4	Transferencia de calor por convección: $\bar{h}_c\theta(L) = -k\left.\frac{d\theta}{dx}\right\|_{x=L}$	$\frac{\cosh m(L - x) + (\bar{h}_c/mk)\operatorname{senh} m(L - x)}{\cosh mL + (\bar{h}_c/mk)\operatorname{senh} mL}$	$M\frac{\operatorname{senh} mL + (\bar{h}_c/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (\bar{h}_c/mk)\operatorname{senh} mL}$

[a] $\theta \equiv T - T_\infty$
$\theta_s \equiv \theta(0) = T_s - T_\infty$
$m^2 \equiv \frac{\bar{h}_c P}{kA}$
$M \equiv \sqrt{\bar{h}_c PkA}\ \theta_s$

La pérdida de calor de la aleta se puede determinar sustituyendo el gradiente de temperatura en la base de la aleta en la ecuación (2.66). Observando que $(mL) = (e^{mL} - e^{-mL})/(e^{mL} + e^{-mL})$, se obtiene

$$q_{\text{aleta}} = \sqrt{\bar{h}_c PAk}\,\theta_s \tanh(mL) \tag{2.69}$$

Los resultados para las otras dos condiciones de la punta se obtienen de manera similar, pero el álgebra es más laboriosa. Por conveniencia, los cuatro casos se resumen en la tabla 2.1.

EJEMPLO 2.6 Un dispositivo experimental que produce calor en exceso se enfría de manera pasiva. Se considera la adición de aletas cilíndricas a la cubierta de este dispositivo para aumentar la tasa de enfriamiento. Considere una aleta-cilíndrica de cobre de 0.25 cm de diámetro que sobresale de una pared a 95 °C hacia el aire ambiente a 25 °C, como

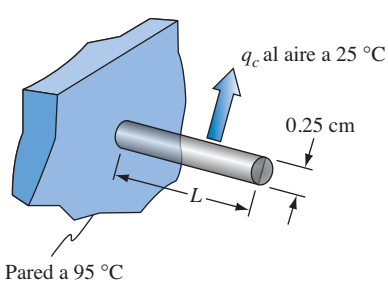


FIGURA 2.19 Aleta-cilíndrica de cobre para el ejemplo 2.6.

se muestra en la figura 2.19. La transferencia de calor es principalmente por convección natural con un coeficiente igual a 10 W/m² K. Calcule la pérdida de calor, suponiendo que *a*) la aleta es "infinitamente larga" y *b*) la aleta tiene una longitud de 2.5 cm y el coeficiente en el extremo es el mismo que alrededor de la circunferencia. Por último, *c*) ¿cuál debe ser la longitud de la aleta para que la solución considerando la barra infinitamente larga sea correcta dentro de 5%?

SOLUCIÓN Se harán las suposiciones siguientes:

1. La conductividad térmica no cambia con la temperatura.
2. Prevalece el estado en régimen permanente.
3. La radiación es insignificante.
4. El coeficiente de transferencia de calor por convección es uniforme sobre la superficie de la aleta.
5. La conducción a lo largo de la aleta es unidimensional.

La conductividad térmica del cobre se encuentra en la tabla 12 del apéndice 2. Se sabe que la temperatura de la aleta disminuirá a lo largo de su longitud, pero no se sabe su valor en la punta. Como una aproximación, se elige una temperatura de 70 °C o 343 K. Interpolando los valores en la tabla 12 se obtiene $k = 396$ W/m K.

a) De la ecuación (2.67) la pérdida de calor para la aleta "infinitamente larga" es

$$\begin{aligned} q_{\text{aleta}} &= \sqrt{\bar{h}_c PkA}\,(T_s - T_\infty) \\ &= \left[(10\ \text{W/m}^2\ \text{K})(\pi)(0.0025\ \text{m})(396\ \text{W/m K}) \times \left(\frac{\pi}{4}\right)(0.0025\ \text{m})^2\right]^{1/2} \\ &\quad (95 - 25)\ ^\circ\text{C} \\ &= 0.865\ \text{W} \end{aligned}$$

b) La ecuación para la pérdida de calor de la aleta infinita corresponde al caso 4 en la tabla 2.1:

$$\begin{aligned} q_{\text{aleta}} &= \sqrt{\bar{h}_c PkA}\,(T_s - T_\infty)\,\frac{\operatorname{senh} mL + (\bar{h}_c/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (\bar{h}_c/mk)\operatorname{senh} mL} \\ &= 0.140\ \text{W} \end{aligned}$$

c) Para que las dos soluciones se encuentren dentro de 5%, es necesario que

$$\frac{\operatorname{senh} mL + (\bar{h}_c/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (\bar{h}_c/mk)\operatorname{senh} mL} \geq 0.95$$

Esta condición se satisface cuando $mL \geq 1.8$ o $L > 28.3$ cm.

2.4.2 Selección y diseño de aletas

En la sección anterior, se desarrollaron ecuaciones para la distribución de temperatura y para la tasa de transferencia de calor para superficies extendidas y aletas. Las aletas son de uso común para aumentar la tasa de transferencia de calor de una pared. Como un ejemplo de esa aplicación, considere una superficie expuesta a un fluido a temperatura T_∞ que circula sobre la superficie. Si la pared está desnuda y la

temperatura superficial T_s es fija, la tasa de transferencia de calor por área unitaria de la pared plana está controlada por completo por el coeficiente de transferencia de calor h. El coeficiente en la pared plana se puede incrementar aumentando la velocidad del fluido, pero esto también crea una caída de presión mayor y requiere una mayor potencia de bombeo.

Así pues, en muchos casos se prefiere aumentar la tasa de transferencia de calor de la pared empleando aletas que se extienden de la pared hacia el fluido y aumentar el área de contacto entre la superficie sólida y el fluido. Si la aleta está hecha de un material con conductividad térmica alta, el gradiente de temperatura a lo largo de la aleta de la base a la punta será pequeño y las características de transferencia de calor de la pared mejorarán en gran medida. Las aletas tienen muchas configuraciones y formas, algunas de cuales se muestran en la figura 2.20. La elección de las aletas se hace basada en su desempeño térmico y costo. La elección de una geometría de aleta adecuada requiere un compromiso entre el costo, peso, espacio disponible y caída de presión del fluido de transferencia de calor, así como de las características de transferencia de calor de la superficie extendida. Desde un punto de vista del desempeño térmico, el tamaño, forma y longitud más adecuados de la aleta se pueden evaluar mediante un análisis como el que se describe a continuación.

La eficacia de la transferencia de calor de una aleta se mide con un parámetro denominado eficiencia de la aleta η_f, que se define como

$$\eta_f = \frac{\text{calor real transferido por la aleta}}{\text{calor que se tendría que transferir si toda la aleta estuviera a la temperatura de la base}}$$

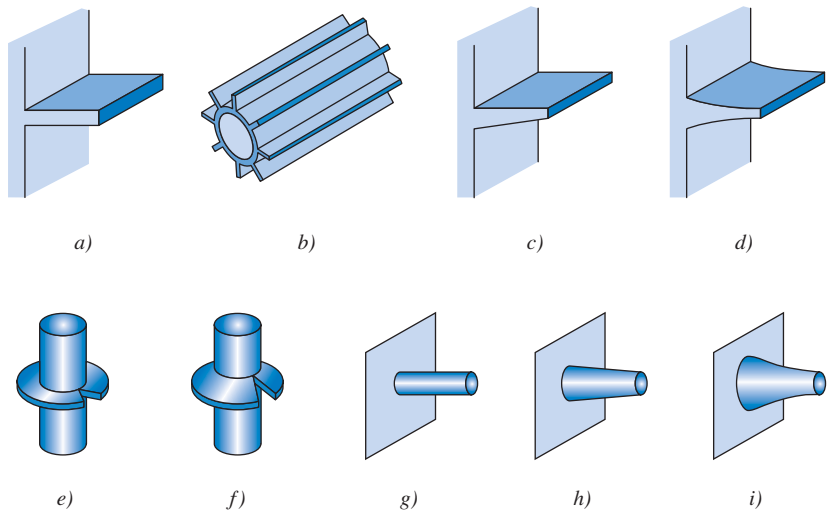


FIGURA 2.20 Diagramas esquemáticos de tipos diferentes de aletas: *a*) aleta recta de perfil rectangular; *b*) tubo cilíndrico con aletas de perfil rectangular; *c*) aleta recta de perfil trapezoidal; *d*) aleta recta de perfil parabólico; *e*) tubo cilíndrico con aleta radial de perfil rectangular; *f*) tubo cilíndrico con aleta radial de perfil troncocónico; *g*) aleta-recta cilíndrica; *h*) curva irregular troncocónica; *i*) curva irregular parabólica.

Utilizando la ecuación (2.69), la eficiencia de la aleta para una aleta-pasador circular de diámetro D y longitud L, con un extremo aislado es

$$\eta_f = \frac{\tanh\sqrt{4L^2\bar{h}/kD}}{\sqrt{4L^2\bar{h}/kD}} \tag{2.70}$$

en tanto que para una aleta de sección transversal rectangular (longitud L y espesor t) y un extremo aislado la eficiencia es

$$\eta_f = \frac{\tanh\sqrt{\bar{h}PL^2/kA}}{\sqrt{\bar{h}PL^2/kA}} \tag{2.71}$$

Si una aleta rectangular es larga, ancha y delgada, $P/A \simeq 2/t$, y la pérdida de calor del extremo se puede tomar en cuenta aproximadamente aumentando L en $t/2$ y suponiendo que el extremo está aislado. Esta aproximación mantiene el área superficial de cual se pierde calor igual que en el caso real y entonces la eficiencia de la aleta se convierte en

$$\eta_f = \frac{\tanh\sqrt{2\bar{h}L_c^2/kt}}{\sqrt{2\bar{h}L_c^2/kt}} \tag{2.72}$$

donde $L_c = (L + t/2)$.

El error que resulta de esta aproximación será menor de 8% cuando

$$\left(\frac{\bar{h}t}{2k}\right)^{1/2} \leq \frac{1}{2}$$

Con frecuencia es conveniente emplear el área del perfil de una aleta, A_m. Para una forma rectangular A_m es Lt, en tanto que para una sección transversal triangular A_m es

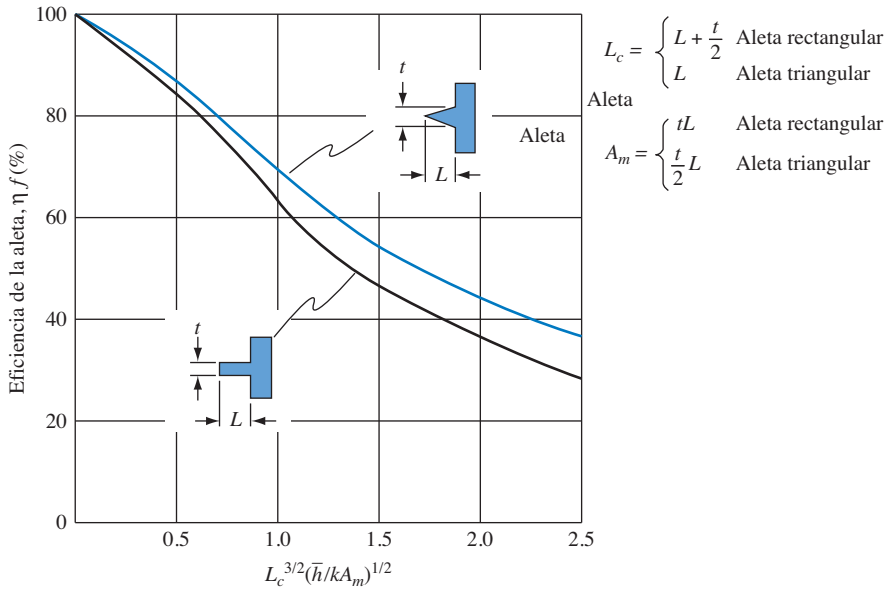


FIGURA 2.21 Eficiencia de aletas rectangulares y triangulares.

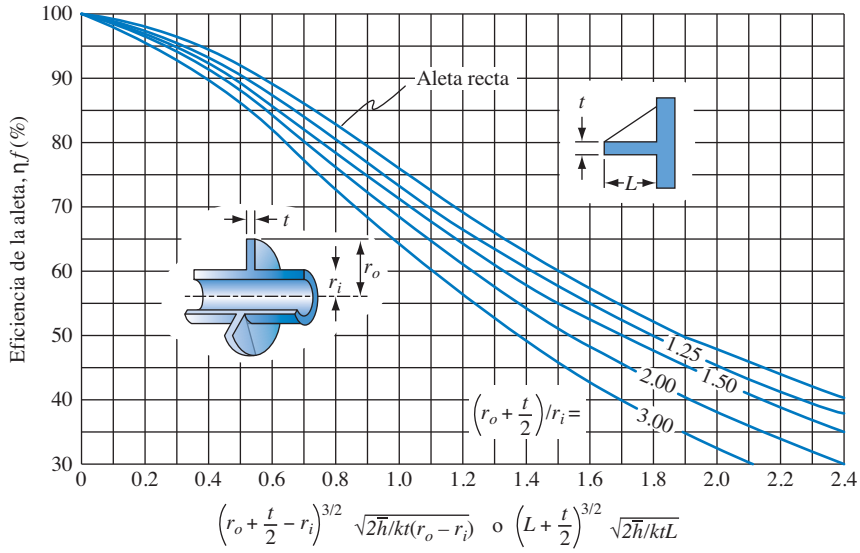


FIGURA 2.22 Eficiencia de aletas rectangulares anulares.

$Lt/2$, donde t es el espesor en la base. En la figura 2.21 se comparan las eficiencias de aletas rectangulares y triangulares. La figura 2.22 muestra la eficiencia de la aleta para aletas anulares de sección transversal rectangular [2, 3].

EJEMPLO 2.7 Para aumentar la disipación de calor de un tubo de 2.5 cm de diámetro externo, en su superficie externa se sueldan aletas anulares de aluminio ($k = 200$ W/m K). Las aletas son de 0.1 cm de espesor y tienen un diámetro exterior de 5.5 cm, como se muestra en la figura 2.23. Si la temperatura del tubo es 100 °C, la temperatura ambiente es 25 °C y el coeficiente de transferencia de calor entre las aletas y el entorno es 65 W/m^2 K, calcule la tasa de pérdida de calor de una aleta.

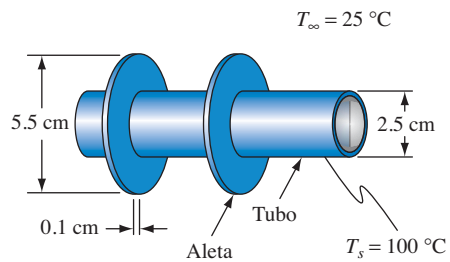


FIGURA 2.23 Aletas anulares para el ejemplo 2.7.

SOLUCIÓN La geometría de la aleta en este problema corresponde a la que se muestra en la figura 2.22 y por tanto se puede utilizar la curva de la eficiencia que allí se indica. Los parámetros requeridos para obtener la eficiencia de la aleta son

$$\left(r_o + \frac{t}{2} - r_i\right)^{3/2} = [(2.75 + 0.05 - 1.25)/100 \text{ m}]^{3/2} = 0.00193 \text{ m}^{3/2}$$

$$[2\bar{h}/kt(r_o - r_i)]^{1/2} = \left[\frac{2(65 \text{ W/m}^2 \text{ K})}{(200 \text{ W/m K})(0.001 \text{ m})(0.0275 - 0.0125)(\text{m})}\right]^{1/2}$$

$$= 208 \text{ m}^{3/2}$$

$$\left(r_o + \frac{t}{2}\right) \Big/ r_i = \frac{(0.0275 + 0.001)(\text{m})}{0.0125 \text{ m}} = 2.24$$

$$\left(r_o + \frac{t}{2} - r_i\right)^{3/2} [2\bar{h}/kt\,(r_o - r_i)]^{1/2} = 0.402$$

De la figura 2.22 la eficiencia de la aleta se determina que es 91%. La tasa de pérdida de calor de una sola aleta es

$$q_{\text{aleta}} = \eta_{\text{aleta}}\, \bar{h} A_{\text{aleta}} (T_s - T_\infty)$$

$$= \eta_{\text{aleta}}\, \bar{h} 2\pi \left[\left(r_o + \frac{t}{2}\right)^2 - r_i^2\right](T_s - T_\infty)$$

$$= 0.91(65 \text{ W/m}^2 \text{ K})2\pi(7.84 - 1.56) \times 10^{-4} \text{ m}^2\,(75 \text{ K}) = 17.5 \text{ W}$$

Para una superficie plana de área A, la resistencia térmica es $1/\bar{h}A$. Al agregar aletas aumenta el área superficial, pero al mismo tiempo introduce una resistencia por conducción sobre esa parte de la superficie original a la que están colocadas las aletas. Por tanto la adición de aletas no siempre aumenta la tasa de transferencia de calor. En la práctica, la adición de aletas pocas veces se justifica a menos que $\bar{h}A/Pk$ sea considerablemente menor que la unidad.

Es interesante observar que la eficiencia de una aleta alcanza un valor máximo para el caso trivial de $L = 0$, o sea, sin aleta. Por tanto, no es posible maximizar la eficiencia con respecto a la cantidad de material de la aleta (masa, volumen o costo), debido a que la optimización tiene una importancia económica obvia.

Utilizando como guía los valores de los coeficientes promedio de transferencia de calor de la tabla 1.3, se puede observar con facilidad que las aletas aumentan efectivamente la transferencia de calor hacia o desde un gas, que son menos eficaces cuando el medio es un líquido en convección forzada, pero no ofrecen ventajas en la transferencia de calor para líquidos en ebullición o de vapores condensándose. Por ejemplo, para una aleta-pasador de aluminio de 0.3175 cm de diámetro en un calentador común de gas, $\bar{h}A/Pk = 0.00045$, en tanto que un calentador de agua, por ejemplo, $\bar{h}A/Pk = 0.022$. Por tanto, en un calentador de gas la adición de aletas sería mucho más efectiva que en un calentador de agua.

Basados en estas consideraciones es aparente que cuando se utilicen aletas se deben colocar en el lado de la superficie de intercambio de calor donde el coeficiente de transferencia de calor entre el fluido y la superficie es menor. Desde el punto de vista de la

transferencia de calor las aletas delgadas, esbeltas y colocadas muy cercanas unas de otras son mucho mejores que pocas y gruesas. Es obvio que son deseables las aletas hechas de materiales que tengan una conductividad térmica alta. Las aletas en ocasiones son una parte integral de la superficie de transferencia de calor, pero puede existir una resistencia por contacto en la base de la aleta si las aletas se fijan con medios mecánicos.

Para obtener la eficiencia total, η_t, de una superficie con aletas, se combina la parte sin aletas de la superficie a 100% de eficiencia con el área superficial de las aletas en η_f, o

$$A_o\eta_t = (A_o - A_f) + A_f\eta_f \tag{2.73}$$

donde A_o = área total de transferencia de calor
A_f = área total de transferencia de calor de las aletas

En la práctica, en particular en los intercambiadores de calor industriales [4], las aletas con frecuencia se pueden emplear en cualquier lado de la superficie primaria de transferencia de calor. Así, por ejemplo, el coeficiente global de transferencia de calor U_o, basado en el área superficial total exterior, para transferencia de calor entre dos fluidos por una pared tubular con aletas se puede expresar entonces como

$$U_o = \frac{1}{\dfrac{1}{\eta_{to}\bar{h}_o} + R_{k_{\text{pared}}} + \dfrac{A_o}{\eta_{ti}A_i\bar{h}_i}} \tag{2.74}$$

donde $R_{k_{\text{pared}}}$ = resistencia térmica de la pared a la que están fijas las aletas, m² K/W (superficie exterior)
A_o = área superficial exterior total, m²
A_i = área superficial interior total, m²
η_{to} = eficiencia total de la superficie exterior
η_{ti} = eficiencia total de la superficie interior
$\bar{h}_o$ = coeficiente promedio de transferencia de calor de la superficie exterior, W/m² K
$\bar{h}_i$ = coeficiente promedio de transferencia de calor de la superficie interior, W/m² K

Para tubos con aletas sólo en su exterior, que es el caso que se encuentra con más frecuencia en la práctica, η_{ti} es la unidad y $A_i = \pi D_i L$.

En el análisis presentado en este capítulo, se han omitido los detalles del flujo de calor por convección entre la superficie de una aleta y el fluido circundante. Un análisis ingenieril completo de la transferencia de calor en sistemas de intercambiadores de calor no sólo requiere una evaluación del desempeño de las aletas, sino que también se debe tomar en cuenta la relación entre la geometría de las aletas y la transferencia de calor por convección. Los problemas sobre la parte de transferencia de calor por convección del diseño se considerarán en los capítulos 6 y 7 y las aplicaciones de esos análisis en el diseño de intercambiadores de calor se presentan en el capítulo 8.

2.5* Conducción en régimen constante multidimensional

En la sección anterior de este capítulo se abordaron los problemas en los que la temperatura y el flujo de calor se pudieron tratar como funciones de una sola variable. Muchos problemas prácticos se encuentran en esta categoría, pero cuando los límites de un sistema son irregulares o cuando la temperatura a lo largo de un límite no es uniforme, puede que un tratamiento unidimensional ya no sea satisfactorio.

En esos casos, la temperatura es una función de dos o posiblemente tres coordenadas. El flujo de calor a través de una sección en esquina donde convergen dos o tres paredes, la conducción de calor a través de las paredes de un cilindro hueco corto y la pérdida de calor de un tubo enterrado son ejemplos comunes de esta clase de problema.

Ahora se consideran algunos métodos para analizar la conducción en sistemas bi y tridimensionales. El énfasis será en problemas bidimensionales ya que son menos incómodos de resolver, aunque ilustran los métodos básicos de análisis para sistemas tridimensionales. La conducción de calor en sistemas bi y tridimensionales se puede tratar mediante métodos analíticos, gráficos, analógicos, numéricos y computacionales. En algunos casos, también se dispone de "factores de forma". En este capítulo se considerarán los métodos de solución analíticos, gráficos y de factor de forma. El enfoque numérico que requiere simulación computacional se abordará en el capítulo 3. El tratamiento analítico en este capítulo está limitado a un ejemplo ilustrativo y para una cobertura más extensa de los métodos analíticos al lector se le refiere a [1, 4-6]. El método analógico se presenta en [7] pero aquí se omite debido a que en la práctica ya no se utiliza.

2.5.1 Solución analítica

El objetivo de un análisis de transferencia de calor es predecir la tasa de flujo de calor, la distribución de temperatura o las dos. De acuerdo con la ecuación (2.10) en un sistema bidimensional sin fuentes de calor la ecuación de conducción general que rige la distribución de temperatura en régimen permanente es

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \tag{2.75}$$

si la conductividad térmica es uniforme. La solución de la ecuación (2.75) dará $T(x\ y)$, que es la temperatura como una función de dos coordenadas espaciales x y y. Las componentes del flujo de calor por área unitaria o flujo de calor q'' en las direcciones x y y (q''_x y q''_y, respectivamente) se pueden obtener a partir de la ley de Fourier:

$$q''_x = \left(\frac{q}{A}\right)_x = -k\frac{\partial T}{\partial x}$$
$$q''_y = \left(\frac{q}{A}\right)_y = -k\frac{\partial T}{\partial y}$$

Se debe observar que aunque la temperatura es un escalar, el flujo de calor depende del gradiente de temperatura y por tanto es un vector. El flujo de calor q'' en un punto dado $x,\ y$ es la resultante de las componentes q''_x y q''_y en ese punto y está dirigido perpendicularmente a la isoterma, como se muestra en la figura 2.24. Por tanto, si se conoce la distribución de temperatura en un sistema, la tasa de flujo de calor se puede calcular con facilidad. Por tanto, los análisis de transferencia de calor suelen concentrarse en determinar el campo de temperatura.

Una solución analítica de un problema de conducción de calor debe satisfacer la ecuación de conducción de calor así como las condiciones límites especificadas por las condiciones físicas del problema particular. El enfoque clásico para una solución exacta de la ecuación de Fourier es la técnica de separación de variables. Este enfoque se ilustrará aplicándolo a un problema relativamente simple. Considere una

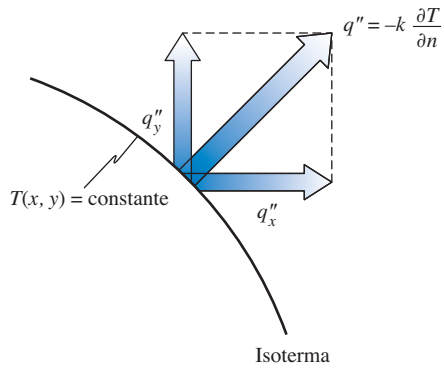


FIGURA 2.24 Bosquejo que muestra el flujo de calor en dos dimensiones.

placa rectangular delgada, sin fuentes de calor y aislada en las superficies superior e inferior (figura 2.25). Dado que $\partial T/\partial z$ se supone ser insignificante, la temperatura es una función sólo de x y y. Si la conductividad térmica es uniforme, la distribución de temperatura debe satisfacer la ecuación (2.75), que es una ecuación diferencial parcial lineal y homogénea que se puede integrar suponiendo una solución de productos para $T(x, y)$ de la forma

$$T = XY \tag{2.76}$$

donde $X = X(x)$, una función sólo de x y $Y = Y(y)$, una función sólo de y. Sustituyendo la ecuación (2.76) en la ecuación (2.75) se obtiene

$$-\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} \tag{2.77}$$

Ahora las variables están separadas. El lado izquierdo es una función sólo de x, en tanto que el lado derecho es una función sólo de y. Dado que ningún lado puede cambiar ya que x y y varían, los dos deben ser iguales a una constante, digamos λ^2. Por tanto, se llega a las dos ecuaciones diferenciales

$$\frac{d^2X}{dx^2} + \lambda^2 X = 0 \tag{2.78}$$

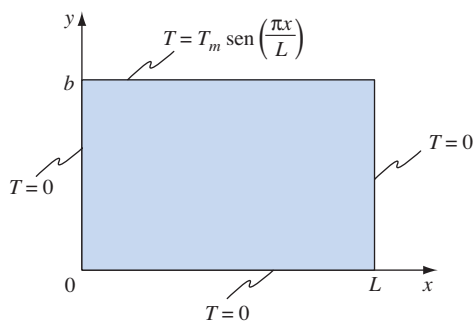


FIGURA 2.25 Placa adiabática rectangular con distribución de temperatura sinusoidal en un borde.

y

$$\frac{d^2Y}{dy^2} - \lambda^2 Y = 0 \tag{2.79}$$

La solución general de la ecuación (2.78) es

$$X = A \cos \lambda x + B \operatorname{sen} \lambda x$$

y la solución general para la ecuación (2.79) es

$$Y = Ce^{-\lambda y} + De^{\lambda y}$$

por tanto, de la ecuación (2.76),

$$T = XY = (A \cos \lambda x + B \operatorname{sen} \lambda x)(Ce^{-\lambda y} + De^{\lambda y}) \tag{2.80}$$

donde A, B, C y D son constantes que se deben evaluar a partir de la condiciones de frontera. Como se muestra en la figura 2.25, las condiciones de frontera que se deben satisfacer son

$$\begin{aligned} T &= 0 \quad \text{en} \quad y = 0 \\ T &= 0 \quad \text{en} \quad x = 0 \\ T &= 0 \quad \text{en} \quad x = L \\ T &= T_m \operatorname{sen}(\pi x/L) \quad \text{en} \quad y = b \end{aligned}$$

Sustituyendo estas condiciones en la ecuación (2.80) para T, de la primera condición se obtiene

$$(A \cos \lambda x + B \operatorname{sen} \lambda x)(C + D) = 0$$

de la segunda condición

$$A(Ce^{-\lambda y} + De^{\lambda y}) = 0$$

y de la tercera condición

$$(A \cos \lambda L + B \operatorname{sen} \lambda L)(Ce^{-\lambda y} + De^{\lambda y}) = 0$$

La primera condición se puede satisfacer sólo si $C = -D$ y la segunda si $A = 0$. Utilizando estos resultados en la tercera condición, se obtiene

$$2BC \operatorname{sen} \lambda L \operatorname{senh} \lambda y = 0$$

Para satisfacer esta condición, sen λL debe ser cero o $\lambda = n\pi/L$, donde $n = 1, 2, 3$, etcétera.* Por tanto, existe una solución diferente para cada entero n y cada solución tiene una constante de integración separada C_n. Sumando estas soluciones, se tiene

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \operatorname{senh} \frac{n\pi y}{L} \tag{2.81}$$

* El valor $n = 0$ se excluye debido a que daría la solución trivial $T = 0$.

La última condición de frontera demanda que, en $y = b$,

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{sen}\frac{n\pi x}{L} \operatorname{senh}\frac{n\pi b}{L} = T_m \operatorname{sen}\frac{\pi x}{L}$$

tal que sólo se necesita el primer término en la solución de la serie con $C_1 = T_m / \operatorname{senh}(\pi b/L)$. Por tanto, la solución se convierte en

$$T(x, y) = T_m \frac{\operatorname{senh}(\pi y/L)}{\operatorname{senh}(\pi b/L)} \operatorname{sen}\frac{\pi x}{L} \tag{2.82}$$

El campo de temperatura correspondiente se muestra en la figura 2.26. Las líneas continuas son isotermas y las discontinuas son líneas de flujo de calor. Se debe observar que las líneas que indican la dirección del flujo de calor son perpendiculares a las isotermas.

Cuando las condiciones de frontera no son tan simples como en el problema del ejemplo, la solución se obtiene en la forma de una serie infinita. Por ejemplo, si la temperatura en el borde $y = b$ es una función de x, digamos $T(x, b) = F(x)$, entonces la solución, como se demuestra en [1], es la serie infinita

$$T = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{senh}(n\pi/L)y}{\operatorname{senh} n\pi(b/L)} \operatorname{sen}\frac{\pi n}{L} x \int_0^L F(x') \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x'\right) dx' \tag{2.83}$$

cuya evaluación cuantitativa es muy laboriosa.

El método de separación de variables se puede ampliar a casos tridimensionales suponiendo que $T = XYZ$, sustituyendo esta expresión para T en la ecuación (2.9), separando las variables e integrando las ecuaciones diferenciales totales resultantes sujetas a las condiciones de frontera dadas. En [1, 5, 6 y 17] se encuentran ejemplos de problemas tridimensionales.

2.5.2 Método gráfico y factores de forma

El método gráfico presentado en esta sección puede producir con rapidez una estimación razonablemente buena de la distribución de temperatura y del flujo de calor en sistemas bidimensionales geométricamente complejos, pero su aplicación

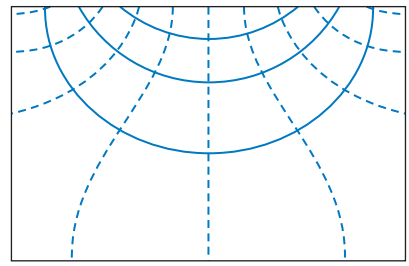


FIGURA 2.26 Isotermas y líneas de flujo de calor para la placa que se muestra en la figura 2.25.

está limitada a problemas con fronteras isotérmicas y aisladas. El objetivo de una solución gráfica es trazar una red de isotermas (líneas de temperatura constante) y líneas de flujo constante (líneas de flujo térmico constante). Las líneas de flujo son análogas a las líneas de corriente en un flujo de fluido potencial, es decir, son tangentes a la dirección del flujo de calor en cualquier punto. En consecuencia, el calor no puede fluir a través de las líneas de flujo constante. Las isotermas son análogas a las líneas de potencial constante y el calor fluye perpendicular a ellas. Así pues, las líneas de temperatura constante y las líneas de flujo de calor constante se intersecan a ángulos rectos. Para obtener la distribución de temperatura primero se elabora un modelo a escala y luego se trazan a mano alzada las isotermas y las líneas de flujo, con el método de prueba y error, hasta que formen una red de cuadrados curvilíneos. Entonces entre cualesquiera dos líneas de flujo fluye una cantidad constante de flujo. El proceso se ilustra en la figura 2.27 para una sección en esquina de profundidad unitaria ($\Delta z = 1$) con caras *ABC* a temperatura T_1, las caras *FED* a temperatura T_2 y las caras *CD* y *AF* aisladas. En la figura 2.27*a*) se muestra el modelo a escala y en la figura 2.27*b*) se muestra la red curvilínea de isotermas y líneas de flujo. Se debe observar que las líneas de flujo que emanan de fronteras isotérmicas son perpendiculares a la frontera, excepto cuando provienen de una esquina. Las líneas de flujo que conducen a o salen de una esquina de una frontera isotérmica bisecan el ángulo entre las superficies que forman la esquina.

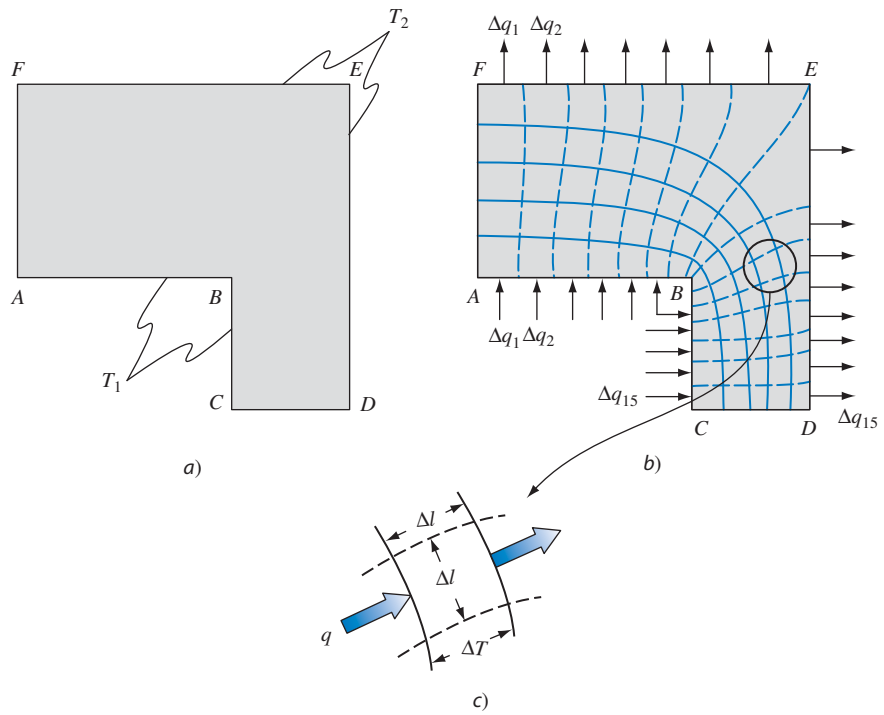


FIGURA 2.27 Trazo de una red de cuadrados curvilíneos para una sección en esquina: *a*) modelo a escala; *b*) trazo del flujo; *c*) cuadrado curvilíneo común.

Una solución gráfica, al igual que una solución analítica de un problema de conducción de calor descrito por la ecuación de Laplace y por la condición de frontera asociada, es única. Por tanto, cualquier red curvilínea, independiente del tamaño de los cuadrados, que satisface las condiciones límites representa la solución correcta. Para cualquier cuadrado curvilíneo [por ejemplo, consulte la figura 2.27*c*)] la tasa de flujo de calor está dada por la ley de Fourier:

$$\Delta q = -k(\Delta l \times 1)\frac{\Delta T}{\Delta l} = -k\Delta T$$

Este flujo de calor permanecerá igual a través de cualquier cuadrado dentro de cualquier curva de flujo de calor de la frontera a T_1 a la frontera a T_2. Por tanto, ΔT a través de cualquier elemento en la curva de flujo de calor es

$$\Delta T = \frac{T_2 - T_1}{N}$$

donde N es el número de incrementos de temperatura entre las dos frontras a T_1 y T_2. La tasa total de flujo de calor de la frontera a T_2 a la frontera a T_1 es igual a la suma del flujo de calor a través de todas las curvas. De acuerdo con las relaciones anteriores, la tasa de flujo de calor es la misma a través de todas las curvas ya que es independiente del tamaño de los cuadrados en una red de cuadrados curvilíneos. Por tanto, la tasa total de transferencia de calor se puede escribir como

$$q = \sum_{n=1}^{n=M} \Delta q_n = \frac{M}{N} k(T_2 - T_1) = \frac{M}{N} k\, \Delta T_{\text{global}} \tag{2.84}$$

donde Δq_n es la tasa de flujo de calor a través de la *e*nésima curva y M es el número de curvas de flujo de calor.

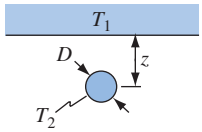
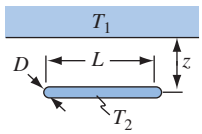
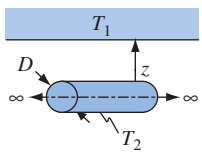
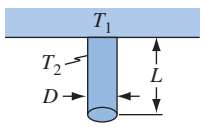
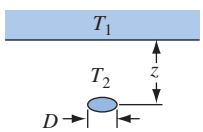
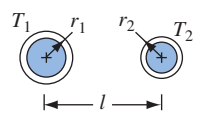
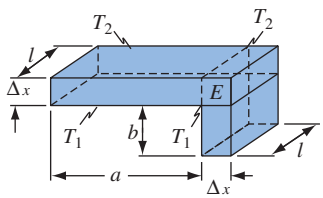
Así pues, para calcular la tasa de transferencia de calor sólo se necesita trazar una red de cuadrados curvilíneos y de curvas de flujo de calor. Si bien la precisión del método depende en gran medida de la habilidad y paciencia de la persona que bosqueje la red de cuadrados curvilíneos, incluso un bosquejo burdo puede dar una estimación razonablemente buena de la distribución de temperatura; si se desea, este tipo de estimación se puede refinar mediante el método numérico que se describe en el capítulo siguiente.

En cualquier sistema bidimensional en el que el calor se transfiere de una superficie a T_1 a otra a T_2, la tasa de transferencia de calor por profundidad unitaria depende sólo de la diferencia en temperatura $T_1 - T_2 = \Delta T_{\text{global}}$, de la conductividad térmica k y de la relación M/N. Esta relación depende de la forma del sistema y se denomina *factor de forma, S*. Por tanto, la tasa de transferencia de calor se puede escribir como

$$q = kS\, \Delta T_{\text{global}} \tag{2.85}$$

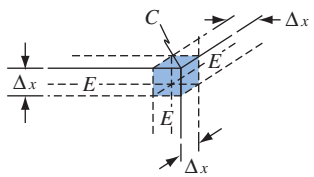
cuando la red consiste en cuadrados curvilíneos. Los valores de S para varias formas de importancia práctica [7-10] se resumen en la tabla 2.2.

TABLA 2.2 Factor de forma S para conducción para varios sistemas $[q_k = Sk(T_1 - T_2)]$

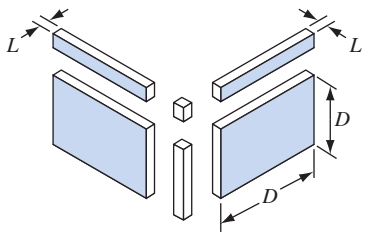
Descripción del sistema	Bosquejo simbólico	Factor de forma S
Conducción a través de un medio homogéneo de conductividad térmica k entre una superficie isotérmica y una enterrada a una distancia z debajo de la superficie		$\dfrac{2\pi D}{1 - D/4z}$
Conducción a través de un medio homogéneo de conductividad térmica k entre una superficie isotérmica y un cilindro horizontal de longitud L enterrado con su eje a una distancia z debajo de la superficie		$\dfrac{2\pi L}{\cosh^{-1}(2z/D)}$ Si $z/L \ll 1$ y $D/L \ll 1$
Conducción a través de un medio homogéneo de conductividad térmica k entre una superficie isotérmica y un cilindro infinitamente largo enterrado a una distancia z debajo de la superficie (por longitud unitaria del cilindro)		$\dfrac{2\pi}{\cosh^{-1}(2z/D)}$
Conducción a través de un medio homogéneo de conductividad térmica k entre una superficie isotérmica y un cilindro vertical de longitud L		$\dfrac{2\pi L}{\ln(4L/D)}$ Si $D/L \ll 1$
Disco circular, delgado y horizontal enterrado muy alejado de una superficie isotérmica en un material homogéneo de conductividad térmica k		$\dfrac{4.45D}{1 - D/5.67z}$
Conducción a través de un material homogéneo de conductividad térmica k entre dos cilindros largos paralelos separados una distancia l (por longitud unitaria de los cilindros)		$\dfrac{2\pi}{\cosh^{-1}\left(\dfrac{L^2 - 1 - r^2}{2r}\right)}$ $(r = r_1/r_2$ y $L = l/r_2)$
Conducción a través de dos secciones planas y la sección de borde[a] de dos paredes de conductividad térmica k, con temperaturas de las superficies interior y exterior uniformes		$\dfrac{al}{\Delta x} + \dfrac{bl}{\Delta x} + 0.54l$

(*Continúa*)

TABLA 2.2 (*Continuación*)

Descripción del sistema	Bosquejo simbólico	Factor de forma *S*
Conducción a través de la sección en esquina *C* de tres[a] paredes homogéneas de conductividad térmica *k*, temperaturas en las superficies interior y exterior uniformes		(0.15 Δx) si Δx es pequeña comparada con las longitudes de las paredes

[a]Bosquejo que ilustra las dimensiones que se utilizan en el cálculo de los factores de forma tridimensional:



EJEMPLO 2.8 Un tubo largo de 10 cm de diámetro exterior está enterrado con su línea central a 60 cm por abajo de la superficie de un suelo que tiene una conductividad térmica de 0.4 W/m K, como se muestra en la figura 2.28. *a*) Elabore una red cuadrada curvilínea para este sistema y calcule la pérdida de calor por metro de longitud del tubo si la temperatura superficial es 100 °C y la superficie del suelo está a 20 °C. *b*) Compare el resultado del inciso *a*) con el obtenido empleando el factor de forma *S* apropiado.

SOLUCIÓN *a*) La red cuadrada curvilínea para el sistema se muestra en la figura 2.29 en la página siguiente. Debido a la simetría, sólo se necesita trazar la mitad de este campo

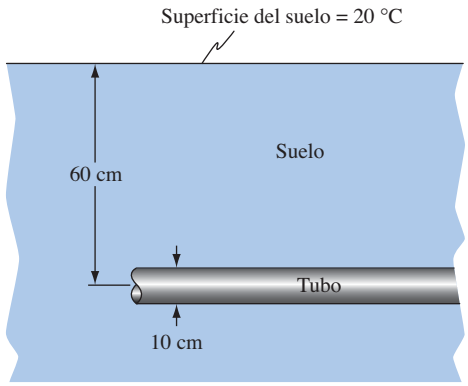


FIGURA 2.28 Pérdida de calor de un tubo enterrado, ejemplo 2.8.

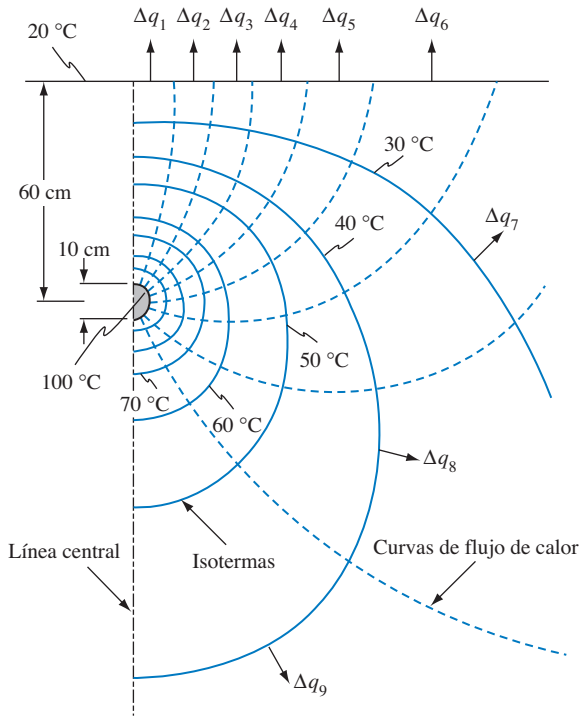


FIGURA 2.29 Campo de potencial del tubo enterrado para el ejemplo 2.8.

de flujo de calor. Hay 18 curvas de flujo de calor que van del tubo a la superficie y cada curva consiste en 18 cuadrados curvilíneos. Por tanto, el factor de forma es

$$S = \frac{18}{8} = 2.25$$

y la tasa neta de flujo de calor por metro es, según la ecuación (2.85),

$$q = (0.4 \text{ W/m K})(2.25)(100 - 20)(\text{K}) = 72 \text{ W/m}$$

b) De la tabla 2.2

$$S = \frac{2\pi(1)}{\cosh^{-1}(120/10)} = \frac{2\pi}{3.18} = 1.98$$

y la tasa de pérdida de calor por metro de longitud es

$$q = (0.4)(1.98)(100 = 20) = 63.4 \text{ W/m}$$

La razón de la diferencia en la pérdida de calor calculada es que el campo de potencial en la figura 2.29 tiene un número finito de curvas de flujo e isotermas y por tanto sólo es aproximada.

Para una pared tridimensional, como en un horno, se utilizan factores de forma separados para calcular el flujo de calor a través de las secciones de borde y en esquina. Cuando todas las dimensiones interiores son mayores que un quinto del espesor de la pared,

$$S_{\text{pared}} = \frac{A}{L} \quad S_{\text{borde}} = 0.54D \quad S_{\text{esquina}} = 0.15L$$

donde A = área interior de la pared
L = espesor de la pared
D = longitud del borde

Estas dimensiones se ilustran en la tabla 2.2. Observe que el factor de forma por profundidad unitaria está dado por la relación M/N cuando en los cálculos se utiliza el método de los cuadrados curvilíneos.

EJEMPLO 2.9 Un horno cúbico pequeño con medidas interiores de 50×50 cm, está construido de ladrillos de arcilla refractaria ($k = 1.04$ W/m °C) con un espesor de pared de 10 cm, como se muestra en la figura 2.30. El interior del horno se mantiene a 500 °C y el exterior a 50 °C. Calcule la pérdida de calor a través de las paredes.

SOLUCIÓN El factor de forma total se calcula sumando los factores de forma para las paredes, bordes y esquinas.

Paredes:

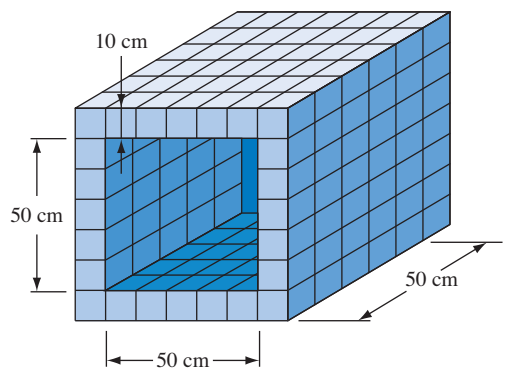
$$S = \frac{A}{L} = \frac{(0.5)(0.5)}{0.1} = 2.5 \text{ m}$$

Bordes:

$$S = 0.54D = (0.54)(0.5) = 0.27 \text{ m}$$

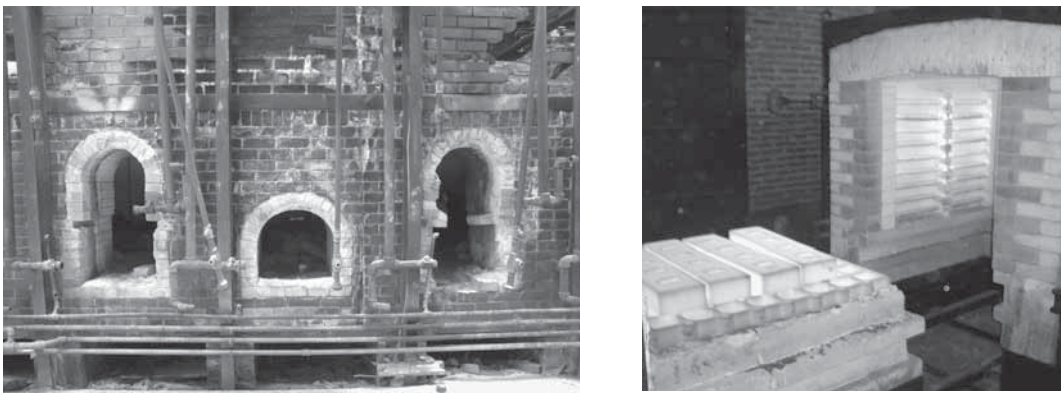
Esquinas:

$$S = 0.15L = (0.15)(0.1) = 0.015 \text{ m}$$



(Se omitió la pared frontal para mostrar la vista interior)

FIGURA 2.30 Horno cúbico para el ejemplo 2.9.



a) *b*)

FIGURA 2.31 Horno de secar y horno común: *a*) conjunto de hornos de secar hechos de ladrillos y *b*) horno industrial con tratamiento térmico.

Fuentes: *a*) Cortesía de ©iStockphoto.com/TimMcClean. *b*) Cortesía de Kusuma Baja.

Hay 6 secciones de pared, 12 bordes y 8 esquinas, de manera que el factor de forma total es

$$S = (6)(2.5) + (12)(0.27) + (8)(0.015) = 18.36 \text{ m}$$

y el flujo de calor se calcula así:

$$q = ks\,\Delta T = (1.04 \text{ W/m K})(18.36 \text{ m})(500 - 50)(\text{K}) = 8.59 \text{ kW}$$

2.6 Conducción de calor inestable o transitoria

Hasta este punto en el capítulo sólo hemos abordado la conducción en régimen permanente, pero debe pasar un cierto tiempo después de que se inicia el proceso de transferencia de calor antes de que se alcancen las condiciones de estado en régimen permanente. Durante este periodo transitorio la temperatura cambia y en el análisis se deben tomar en cuenta los cambios en la energía interna. El ejemplo 1.14 en el capítulo 1 ilustra este fenómeno para un caso simple. En el resto de este capítulo se abordarán métodos para analizar problemas de flujo de calor inestable más complejos, debido a que el flujo transitorio de calor es de gran importancia práctica en los sistemas industriales de calentamiento y enfriamiento.

Además del flujo de calor inestable cuando el sistema experimenta una transición de un estado en régimen permanente a otro, también hay problemas de ingeniería que comprenden variaciones periódicas en el flujo de calor y la temperatura. Ejemplos de esos casos son el flujo de calor periódico en un edificio entre el día y la noche y el flujo de calor en una máquina de combustión interna.

Primero se analizan los problemas que se pueden simplificar suponiendo que la temperatura sólo es una función del tiempo y que es uniforme en todo el sistema en cualquier instante. Este tipo de análisis se denomina método de capacidad térmica concentrada. En secciones subsiguientes de este capítulo se considerarán métodos

para resolver problemas de flujo de calor inestable cuando la temperatura no sólo depende del tiempo, sino que también varía en el interior del sistema. En todo este capítulo no se debe preocupar por los mecanismos de la transferencia de calor por convección o radiación. Cuando estos modos de transferencia de calor afecten las condiciones límites del sistema, simplemente se especificará un valor apropiado para el coeficiente de transferencia de calor.

2.6.1 Sistemas con resistencia interna despreciable

Si bien ningún material en la naturaleza tiene una resistencia térmica infinita, muchos problemas de flujo de calor transitorio se pueden resolver con facilidad con una precisión aceptable suponiendo que la resistencia conductiva interna del sistema es tan pequeña que la temperatura dentro del sistema es sustancialmente uniforme en cualquier instante. Esta simplificación se justifica cuando la resistencia térmica interna entre la superficie del sistema y el medio circundante es tan grande comparada con la resistencia térmica interna del sistema que controla el proceso de transferencia de calor.

Una medida de la importancia relativa de la resistencia térmica dentro de un cuerpo sólido es el número de Biot Bi, que es la relación de la resistencia interna a la externa y se puede definir mediante la ecuación

$$\text{Bi} = \frac{R_{\text{interna}}}{R_{\text{externa}}} = \frac{\bar{h}L}{k_s} \tag{2.86}$$

donde $\bar{h}$ es el coeficiente promedio de transferencia de calor, L es una dimensión de longitud significativa, obtenida dividiendo el volumen del cuerpo entre su área superficial y k es la conductividad térmica del cuerpo sólido. En cuerpos cuya forma sea parecida a una placa, un cilindro o una esfera, el error introducido por la suposición de que la temperatura en cualquier instante es uniforme será menor que 5% cuando la resistencia interna sea menor que 10% de la resistencia de la superficie externa, es decir, cuando $\bar{h}L/k_s < 0.1$. A un sistema de conducción de calor transitorio en el que $\text{Bi} < 0.1$ con frecuencia se le refiere como *capacitancia térmica concentrada* y, como se muestra a continuación, esto refleja el hecho de que su resistencia interna es muy pequeña o insignificante.

Como un ejemplo común de este tipo de flujo de calor transitorio, considere el enfriamiento de una pieza fundida metálica pequeña o un lingote en un baño de temple después de removerlo de un horno caliente. Suponga que el lingote se remueve del horno a una temperatura uniforme T_0 y se templa tan repentinamente que se puede aproximar el cambio de temperatura ambiental por un escalón. Designando el tiempo en el que comienza el proceso como $t = 0$ y suponiendo que el coeficiente de transferencia de calor $\bar{h}$ permanece constante durante el proceso y que la temperatura del baño T_∞ a una distancia alejada del lingote no varía con el tiempo. Entonces, de acuerdo con la suposición de que la temperatura dentro del cuerpo es sustancialmente uniforme en cualquier instante, un equilibrio de energía para el lingote sobre un intervalo de tiempo pequeño dt es

$$\begin{array}{c}\text{cambio en energía interna}\\ \text{del lingote durante } dt\end{array} = \begin{array}{c}\text{flujo neto de calor del}\\ \text{lingote al baño durante } dt\end{array}$$

o

$$-cpV\,dT = \bar{h}A_s(T - T_\infty)dt \tag{2.87}$$

donde c = calor específico del lingote, J/kg K

ρ = densidad del lingote, kg/m^3

V = volumen del lingote, m^3

T = temperatura promedio del lingote, K

$\bar{h}$ = coeficiente promedio de transferencia de calor, W/m^2 K

A_s = área superficial del lingote, m^2

dT = cambio en temperatura (K) durante el intervalo de tiempo dt (s)

El signo de menos en la ecuación (2.87) indica que la energía interna disminuye cuando $T > T_\infty$. Las variables T y t se pueden separar con facilidad y para un intervalo de tiempo diferencial dt, la ecuación (2.87) se convierte en

$$\frac{dT}{T - T_\infty} = \frac{d(T - T_\infty)}{(T - T_\infty)} = -\frac{\bar{h}A_s}{c\rho V}\,dt \tag{2.88}$$

donde se observa que $d(T - T_\infty) = dT$ ya que T_∞ es constante. Con una temperatura inicial de T_0 y una temperatura en el tiempo t de T como límites, la integración de la ecuación (2.88) produce

$$\ln \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = -\frac{\bar{h}A_s}{c\rho V}\,t$$

o

$$\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-(\bar{h}\pi A_s/c\rho V)t} \tag{2.89}$$

donde el exponente $\bar{h}A_s t/c\rho V$ debe ser adimensional. La combinación de variables en este exponente de hecho se puede expresar como el producto de dos grupos adimensionales previamente encontrados, como sigue:

$$\frac{\bar{h}A_s t}{c\rho V} = \left(\frac{\bar{h}L}{k_s}\right)\left(\frac{\alpha t}{L^2}\right) = \text{Bi Fo} \tag{2.90}$$

donde la longitud característica L es el volumen del cuerpo V dividido entre su área superficial A_s.

En la figura 2.32 se muestra un circuito eléctrico análogo al circuito térmico para un sistema con capacitancia térmica concentrada. En este circuito, el capacitor inicialmente se "carga" al potencial T_0 al cerrar el interruptor S. Cuando se abre el interruptor, la energía almacenada en la capacitancia se descarga a través de la resistencia $1/\bar{h}A_s$. La analogía entre este sistema térmico y un sistema eléctrico es aparente. La resistencia térmica es $R = 1/\bar{h}A_s$, y la capacitancia térmica es $C = \rho Vc$, en tanto que R_e y C_e son la resistencia y la capacitancia eléctricas, respectivamente. Para construir un sistema eléctrico que se comporte exactamente como el sistema térmico sólo se tendría que igualar la relación $\bar{h}A_s/c\rho V$ a $1/R_eC_e$. En el sistema térmico la energía interna se almacena, en tanto que en el sistema eléctrico se almacena

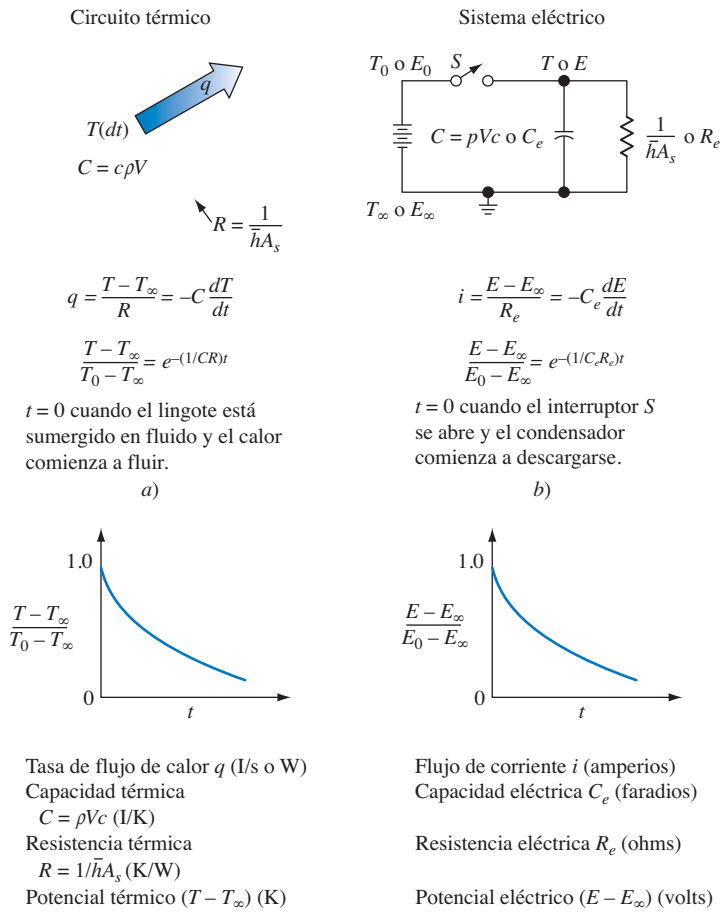


FIGURA 2.32 Circuito y esquema de un sistema de capacidad concentrada transitoria.

carga eléctrica. El flujo de energía en el sistema térmico es calor y el flujo de carga es corriente eléctrica. La cantidad $c\rho V/\bar{h}A$ se denomina *constante de tiempo* del sistema, dado que tiene las dimensiones de tiempo. Su valor es una indicación de la velocidad de respuesta de un sistema de una capacidad a un cambio repentino en la temperatura ambiente. Observe que cuando el tiempo $t = c\rho V/\bar{h}A_s$ la diferencia de temperatura $T - T_\infty$ es igual a 36.8% de la diferencia inicial $T_0 - T_\infty$.

EJEMPLO 2.10 Cuando un termopar se mueve de un medio a otro a una temperatura diferente, al termopar se le debe dar tiempo suficiente para llegar al equilibrio térmico con las nuevas condiciones antes de que se tome una lectura. Considere un termopar de alambre de cobre de 0.10 cm de diámetro originalmente a 150 °C. Determine la respuesta de temperatura cuando este alambre se sumerge repentinamente en *a*) agua a 40 °C ($\bar{h} = 80$ W/m² K) y en *b*) aire a 40 °C ($\bar{h} = 10$ W/m² K).

SOLUCIÓN De la tabla 12 del apéndice 2, se obtiene

$$\begin{aligned} k_s &= 391 \text{ W/m K} \\ c &= 383 \text{ J/kg K} \\ \rho &= 8930 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

El área superficial A_s y el volumen del alambre por longitud unitaria son

$$\begin{aligned} A_s &= \pi D = (\pi)(0.001 \text{ m}) = 3.14 \times 10^{-3} \text{ m} \\ V &= \frac{\pi D^2}{4} = (\pi)(0.001^2 \text{ m}^2)/4 = 7.85 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

El número de Biot en agua es

$$\text{Bi} = \frac{\bar{h}D}{4k_s} = \frac{(80 \text{ W/m}^2 \text{ K})(0.001 \text{ m})}{(4)(391 \text{ W/m K})} \ll 1$$

Como el número de Biot para aire es aún más pequeño, la resistencia interna se puede despreciar en los dos casos y la ecuación (2.89) es válida. Con la ecuación (2.90),

$$\text{Bi Fo} = \frac{\bar{h}A}{c\rho V} t = \frac{4\bar{h}}{c\rho D} t$$

Sustituyendo los valores de las propiedades se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{Bi Fo} &= \frac{4(80 \text{ J/s m}^2 \text{ K})}{(383 \text{ J/kg K})(8930 \text{ kg/m}^3)(0.001 \text{ m})} \\ &= 0.0936t \qquad \text{en agua} \\ \text{Bi Fo} &= \frac{4(10 \text{ J/s m}^2 \text{ K})}{(383 \text{ J/kg K})(8930 \text{ kg/m}^3)(0.001 \text{ m})} \\ &= 0.0117t \qquad \text{en aire} \end{aligned}$$

La respuesta a la temperatura está dada por la ecuación (2.84):

$$\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\text{Bi Fo}}$$

Los resultados se trazan en la figura 2.33. Observe que el tiempo requerido para que la temperatura del agua alcance 67 °C es más de 2 min en aire, pero sólo de 15 s en agua. Por tanto, un termopar de 0.1 cm de diámetro tendría un retraso considerable y sería recomendable emplear un alambre de diámetro menor para reducir este retraso.

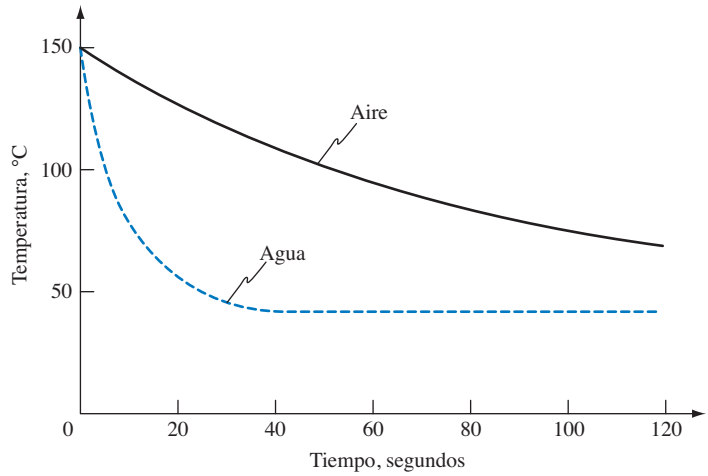


FIGURA 2.33 Respuesta térmica del termopar del ejemplo 2.10 después de su inmersión en aire y agua.

El mismo método general también se puede utilizar para estimar el historial temperatura-tiempo y el cambio en energía interna de un fluido bien agitado en un recipiente sumergido repentinamente en un medio a una temperatura diferente. Si las paredes del recipiente son tan delgadas que su capacitancia térmica es insignificante, el historial temperatura-tiempo del fluido está dado por una relación similar a la ecuación (2.89):

$$\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-(UA_s/c\rho V)t}$$

donde U es el coeficiente global de transferencia de calor entre el fluido y el medio circundante, V es el volumen del fluido en el recipiente, A_s es su área superficial y c y ρ son el calor específico y la densidad del fluido, respectivamente.

El método de análisis de la capacitancia térmica concentrada también se puede aplicar a sistemas o cuerpos compuestos. Por ejemplo, si las paredes del recipiente que se muestra en la figura 2.34 tienen una capacitancia térmica sustancial $(c\rho V)_2$, el coeficiente de transferencia de calor en A_1, la superficie interior del recipiente, es $\bar{h}_1$, el coeficiente de transferencia de calor en A_2, la superficie exterior del recipiente, es $\bar{h}_2$, y la capacitancia térmica del fluido en el recipiente es $(c\rho V)_1$, el historial temperatura-tiempo del fluido $T_1(t)$ se obtiene resolviendo de manera simultánea las ecuaciones de equilibrio de energía para el fluido:

$$-(c\rho V)_1 \frac{dT_1}{dt} = \bar{h}_1 A_1 (T_1 - T_2) \tag{2.91a}$$

y para el recipiente:

$$-(c\rho V)_2 \frac{dT_2}{dt} = \bar{h}_2 A_2 (T_2 - T_\infty) - \bar{h}_1 A_1 (T_1 - T_2) \tag{2.91b}$$

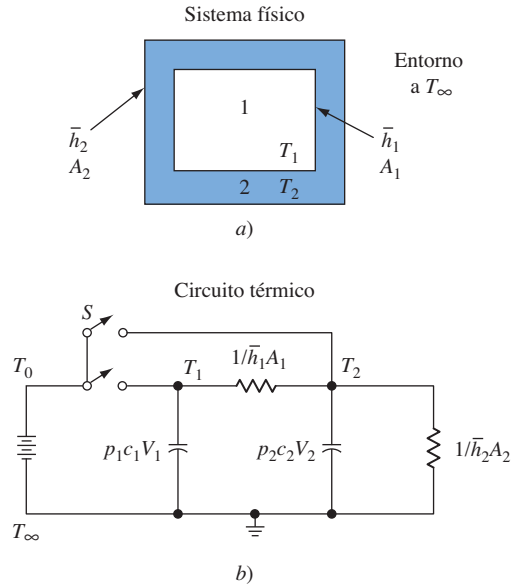


FIGURA 2.34 Diagrama esquemático y circuito térmico para un sistema de capacidad térmica concentrada doble.

donde T_2 es la temperatura de las paredes del recipiente. Inherente en este método es la suposición de que tanto el fluido como el recipiente se pueden considerar isotérmicos.

Las dos ecuaciones diferenciales lineales simultáneas anteriores se pueden resolver para el historial de temperatura en cada uno de los cuerpos. Si el fluido y el recipiente están inicialmente a T_0, las condiciones iniciales para el sistema son:

$$T_1 = T_2 = T_0 \quad \text{en} \quad t = 0$$

lo que implica que en $t = 0$, $dT_1/dt = 0$ de acuerdo con la ecuación (2.86*a*).

Las ecuaciones (2.91*a*) y (2.91*b*) se pueden reescribir en forma de operador como

$$\left(D + \frac{\bar{h}_1A_1}{\rho_1c_1V_1}\right)T_1 - \left(\frac{\bar{h}_1A_1}{\rho_1c_1V_1}\right)T_2 = 0$$

$$-\left(\frac{\bar{h}_1A_1}{\rho_2c_2V_2}\right)T_1 + \left(D + \frac{\bar{h}_1A_1 + \bar{h}_2A_2}{\rho_2c_2V_2}\right)T_2 = \frac{\bar{h}_2A_2}{\rho_2c_2V_2}T_\infty$$

donde el símbolo D denota diferenciación con respecto al tiempo. Por conveniencia, sea:

$$K_1 = \frac{\bar{h}_1A_1}{\rho_1c_1V_1} \qquad K_2 = \frac{\bar{h}_1A_1}{\rho_2c_2V_2} \qquad K_3 = \frac{\bar{h}_2A_2}{\rho_2c_2V_2}$$

Entonces

$$(D + K_1)T_1 - K_1T_2 = 0$$
$$-K_2T_1 + (D + K_2 + K_3)T_2 = K_3T_\infty$$

Resolviendo las ecuaciones simultáneamente, se obtiene una ecuación diferencial que sólo contiene T_1:

$$[D^2 + (K_1 + K_2 + K_3)D + K_1K_3]T_1 = K_1K_3T_\infty$$

La solución general de esta ecuación es

$$T = T_\infty + Me^{m_1t} + Ne^{m_2t}$$

donde m_1 y m_2 están dadas por

$$m_1 = \frac{-(K_1 + K_2 + K_3) + [(K_1 + K_2 + K_3)^2 - 4K_1K_3]^{1/2}}{2}$$
$$m_2 = \frac{-(K_1 + K_2 + K_3) + [(K_1 + K_2 + K_3)^2 - 4K_1K_3]^{1/2}}{2}$$

Las constantes arbitrarias M y N se pueden obtener aplicando las condiciones iniciales

$$T_1 = T_0 \quad \text{en} \quad t = 0$$

y

$$\frac{dT_1}{dt} = 0 \quad \text{en} \quad t = 0$$

Esto conduce a las dos ecuaciones

$$T_0 = T_\infty + M + N$$
$$0 = m_1M + m_2N$$

La solución final para T_1, en forma adimensional, es

$$\frac{T_1 - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{m_2}{m_2 - m_1}e^{m_1t} - \frac{m_1}{m_2 - m_1}e^{m_2t} \tag{2.92}$$

La solución para $T_2(t)$ se obtiene sustituyendo la relación para T_1 de la ecuación (2.92) en la ecuación (2.91*a*).

La analogía del circuito para el sistema con dos concentraciones se muestra en la figura 2.34. Cuando el interruptor S está cerrado, las dos capacitancias térmicas se cargan hasta el potencial T_0. En el tiempo cero, el interruptor se abre y las capacitancias se descargan a través de las dos resistencias térmicas que se muestran.

2.6.2* Paredes infinitas

En el resto de este capítulo se considerarán algunos problemas de conducción transitoria en los que la temperatura del interior del sistema no es uniforme. Un ejemplo de este tipo de problemas es el flujo de calor transitorio en una pared infinita, como

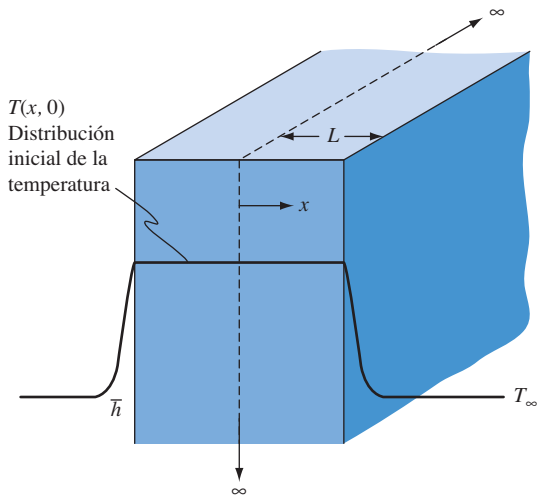


FIGURA 2.35 Nomenclatura para la solución analítica de una pared, inicialmente a temperatura uniforme, sometida en el tiempo cero a un cambio en la temperatura ambiente a través de una conductancia superficial unitaria $\bar{h}$.

se muestra en la figura 2.35. Si las temperaturas sobre las dos superficies son uniformes, el problema es unidimensional y transitorio. Si, además, no existen fuentes de calor internas y las propiedades físicas de la losa son constantes, la ecuación general de conducción de calor se reduce a la forma

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad 0 \le x \le L \tag{2.93}$$

La difusividad térmica α, que aparece en todos los problemas de conducción de calor inestables es una propiedad del material y la velocidad con la que cambia la temperatura depende de su valor numérico. Cuantitativamente, se observa que, en un material que combina una conductividad térmica baja con un calor específico grande (α pequeña), la velocidad de cambio de la temperatura será menor que en un material con una difusividad térmica grande.

Como la temperatura T debe ser una función del tiempo t y x, se inicia suponiendo una solución de productos

$$T(x, t) = X(x)\Theta(t)$$

Observe que

$$\frac{\partial T}{\partial t} = X\frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \Theta\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$$

Sustituyendo estas derivadas parciales en la ecuación (2.93) se obtiene

$$\frac{1}{\alpha}X\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \Theta\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$$

Ahora se pueden separar las variables, es decir, colocar todas las funciones que dependen de x en un lado de la ecuación y todas las funciones que dependen de t en el otro. Dividiendo los dos lados entre $X\Theta$, se obtiene

$$\frac{1}{\alpha\Theta}\frac{\partial\Theta}{\partial t} = \frac{1}{X}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$$

Ahora observe que el lado izquierdo es una función sólo de t y por tanto es independiente de x, en tanto que el lado derecho es una función sólo de x y no cambiará al variar t. Puesto que ningún lado puede cambiar al variar t y x, los dos lados son iguales a una constante, que se denominará μ. De aquí, se tienen dos ecuaciones diferenciales ordinarias y lineales con coeficientes constantes:

$$\frac{d\Theta(t)}{dt} = \alpha\mu\Theta(t) \tag{2.94}$$

y

$$\frac{d^2X}{dx^2} = \mu X(x) \tag{2.95}$$

La solución general de la ecuación (2.94) es

$$\Theta(t) = C_1 e^{\alpha\mu t}$$

Si μ fuera un número positivo, la temperatura de la losa se haría infinitamente grande al incrementarse t, lo que es físicamente imposible. Por tanto, se debe rechazar la posibilidad de que $\mu > 0$. Si μ fuera cero, la temperatura de la losa sería una constante. Una vez más, esta posibilidad se debe rechazar debido a que no sería consistente con las condiciones físicas del problema. Por tanto se concluye que μ debe ser un número negativo y por conveniencia se asigna $\mu = -\lambda^2$. Entonces la función dependiente del tiempo se convierte en

$$\Theta(t) = C_1 e^{-\alpha\lambda^2 t} \tag{2.96}$$

Luego la atención es en la ecuación que comprende x, ecuación (2.95). Su solución general se puede escribir en términos de una función sinusoidal. Como ésta es una ecuación de segundo orden, debe haber dos constantes de integración en la solución. En forma conveniente, la solución de la ecuación

$$\frac{d^2X(x)}{dx^2} = -\lambda^2 X(x)$$

se puede escribir como

$$X(x) = C_2 \cos\lambda x + C_3 \operatorname{sen}\lambda x \tag{2.97}$$

La temperatura como una función de la distancia y del tiempo en la losa está dada por

$$\begin{aligned} T(x, t) &= C_1 e^{-\alpha\lambda^2 t}(C_2 \cos\lambda x + C_3 \operatorname{sen}\lambda x) \\ &= e^{-\alpha\lambda^2 t}(A \cos\lambda x + B \operatorname{sen}\lambda x) \end{aligned} \tag{2.98}$$

donde $A = C_1C_2$ y $B = C_1C_3$ son constantes que se deben evaluar a partir de condiciones límites e iniciales. Además, se debe determinar el valor de la constante λ a fin de completar la solución.

Las condiciones límites e iniciales son:

1. En $x = 0$, $\partial T/\partial x = 0$.
2. En $x = \pm L$, $-(\partial T/\partial x) \mid_{x=\pm L} = (\bar{h}/k_s)(T_{x=\pm L} - T_\infty)$.
3. En $t = 0$, $T = T_i$.

La condición límite 1 requiere que

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = e^{-\alpha\lambda^2 t}(-A\lambda \operatorname{sen} \lambda x + B\lambda \cos \lambda x)\Big|_{x=0} = 0$$

Ahora sen 0 = 0, pero el segundo término entre paréntesis, que comprende cos 0, puede ser cero sólo si $B = 0$ o $\lambda = 0$. Como $\lambda = 0$ da una solución trivial, se rechaza y por tanto la solución para $T(x, t)$ se convierte en

$$T(x, t) = e^{-\alpha\lambda^2 t} A \cos \lambda x$$

Para satisfacer la segunda condición límite, es decir, que el flujo de calor por conducción en la interfaz debe ser igual al flujo de calor por convección, la igualdad

$$-\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = e^{-\alpha\lambda^2 t} A\lambda \operatorname{sen} \lambda L = \frac{\bar{h}}{k_s}(T_{x=L} - 0) = \frac{\bar{h}}{k_s} e^{-\alpha\lambda^2 t} A \cos \lambda L$$

debe ser válida para todos los valores de t, lo que da

$$\frac{\bar{h}}{k_s} \cos \lambda L = \lambda \operatorname{sen} \lambda L \quad \text{o}$$

$$\cot \lambda L = \frac{k_s}{\bar{h}L} \lambda L = \frac{\lambda L}{\text{Bi}} \tag{2.99}$$

La ecuación (2.99) es *trascendental* y existe un número infinito de valores de λ, denominados valores característicos, que la satisfacen. La manera más simple para determinar los valores numéricos de λ es trazar cot λL y λL/Bi contra λL. Los valores de λ en los puntos de intersección de estas curvas son los valores característicos y satisfacen la segunda condición límite. En la figura 2.36 se muestra una gráfica de estas curvas y si $L = 1$ se pueden leer los primeros valores característicos como $\lambda_1 = 0.86$ Bi, $\lambda_2 = 3.43$ Bi, $\lambda_3 = 6.44$ Bi, etc. El valor $\lambda = 0$ se desecha debido a que conduce a la solución trivial $T = 0$. Una solución particular de la ecuación (2.99) corresponde a cada valor de λ. Por tanto, se debe adoptar una notación con subíndices para identificar la correspondencia entre A y λ. Por ejemplo, A_1 corresponde a λ_1 o, en general, A_n a λ_n. La solución completa se forma como la suma de las soluciones correspondientes a cada valor característico:

$$T(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha\lambda_n^2 t} A_n \cos \lambda_n x \tag{2.100}$$

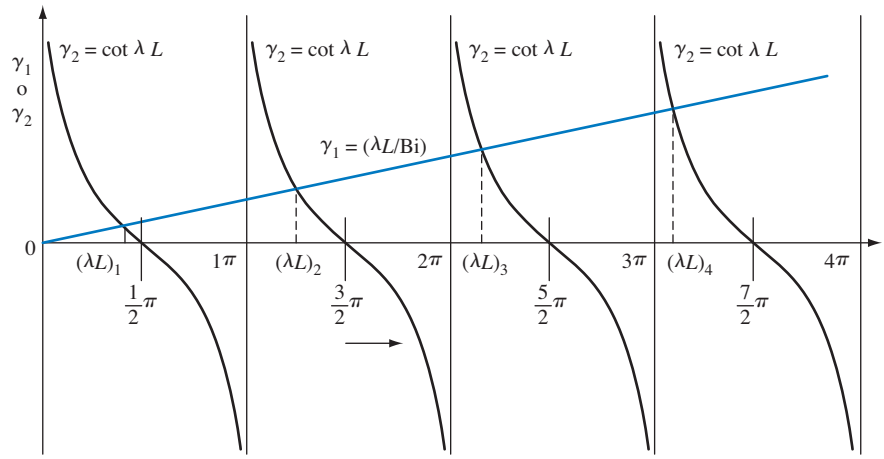


FIGURA 2.36 Solución gráfica de la ecuación trascendental.

Cada término de esta serie infinita contiene una constante. Estas constantes se evalúan sustituyendo la condición inicial en la ecuación (2.100):

$$T(x, 0) = T_i = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \lambda_n x \tag{2.101}$$

Se puede demostrar que las funciones características $\cos \lambda_n x$ son ortogonales entre $x = 0$ y $x = L$ y por tanto*

$$\int_0^L \cos \lambda_n x \cos \lambda_m x \, dx \begin{cases} = 0 & \text{si} \quad m \neq n \\ \neq 0 & \text{si} \quad m = n \end{cases} \tag{2.102}$$

donde λ_m puede ser cualquier valor característico de λ. Para obtener un valor particular de A_n, se multiplican los dos lados de la ecuación (2.96) por $\cos \lambda_m x$ y se integra entre 0 y L. De acuerdo con la ecuación (2.102), todos los términos en lado derecho

---

* Esto se puede verificar realizando la integración, que produce

$$\int_0^L \cos \lambda_n x \cos \lambda_m x \, dx = \frac{\lambda_n \operatorname{sen} L\lambda_n \cos L\lambda_m - \lambda_m \operatorname{sen} L\lambda_m \cos L\lambda_n}{2L(\lambda_m^2 - \lambda_n^2)}$$

cuando $m \neq n$. Sin embargo, de la ecuación (2.99), se tiene

$$\frac{\cot \lambda_m L}{\lambda_m} = \frac{k_s}{\bar{h}} = \frac{\cot \lambda_n L}{\lambda_n}$$

o

$$\lambda_n \cos \lambda_m L \operatorname{sen} \lambda_n L = \lambda_m \cos \lambda_n L \operatorname{sen} \lambda_m L$$

Por tanto, la integral es cero cuando $m \neq n$.

desaparecen, excepto el que comprende el cuadrado de la función característica, cos $\lambda_n x$ y se obtiene

$$\int_0^L (T_i - T_\infty) \cos \lambda_n x \, dx = A_n \int_0^L \cos^2 \lambda_n x \, dx$$

De tablas de integrales estándar (11) se obtiene

$$\int_0^L \cos^2 \lambda_n x \, dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{2\lambda_n} \operatorname{sen} \lambda_n x \cos \lambda_n x \Big|_0^L = \frac{L}{2} + \frac{1}{2\lambda_n} \operatorname{sen} \lambda_n L \cos \lambda_n L$$

y

$$\int_0^L \cos \lambda_n x \, dx = \frac{1}{\lambda_n} \operatorname{sen} \lambda_n L$$

donde la constante A_n es

$$A_n = \frac{2\lambda_n}{L\lambda_n + \operatorname{sen} \lambda_n L \cos \lambda_n L} \frac{(T_i - T_\infty) \operatorname{sen} \lambda_n L}{\lambda_n} = \frac{2(T_i - T_\infty) \operatorname{sen} \lambda_n L}{L\lambda_n + \operatorname{sen} \lambda_n L \cos \lambda_n L} \quad (2.103)$$

Como ejemplo del procedimiento general antes descrito, se determinará A_1 cuando $\bar{h} = 1$, $k_s = 1$ y $L = 1$. De la gráfica de la figura 2.36, el valor de λ_1 es 0.86 radianes o 49.2°. Entonces se tiene

$$\begin{aligned} A_1 &= (T_i - T_\infty) \frac{2 \operatorname{sen} 49.2}{(1)(0.86) + \operatorname{sen} 49.2 \cos 49.2} \\ &= (T_i - T_\infty) \frac{(2)(0.757)}{0.86 + (0.757)(0.653)} \\ &= 1.12(T_i - T_\infty) \end{aligned}$$

De manera similar, se obtiene

$$A_2 = -0.152(T_i - T_\infty) \quad \text{y} \quad A_3 = 0.046(T_i - T_\infty)$$

La serie converge rápidamente y para Bi = 1, tres términos representan una aproximación muy buena para fines prácticos.

Para expresar la temperatura en la losa en términos de módulos adimensionales convencionales, se hace $\lambda_n = \delta_n / L$. La forma final de la solución, obtenida sustituyendo la ecuación (2.103) en la ecuación (2.101), es entonces

$$\frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\delta_n^2 (t\alpha / L^2)} 2 \frac{\operatorname{sen} \delta_n \cos(\delta_n x / L)}{\delta_n + \operatorname{sen} \delta_n \cos \delta_n} \quad (2.104)$$

La dependencia en el tiempo ahora está contenida en el módulo adimensional de Fourier, Fo = $t\alpha/L^2$. Además, si se escribe la segunda condición límite en términos de δ_n, con la ecuación (2.99) se obtiene

$$\cot \delta_n = \frac{k_s}{\bar{h} L} \delta_n \quad (2.105)$$

o

$$\delta_n \tan \delta_n = \frac{\bar{h}L}{k_s} = \text{Bi}$$

Como δ_n es una función sólo del número de Biot adimensional, $\text{Bi} = \bar{h}L/k_s$, la temperatura $T(x, t)$ se puede expresar en términos de las tres cantidades adimensionales, $\text{Fo} = t\alpha/L^2$, $\text{Bi} = \bar{h}L/k_s$ y x/L.

La tasa de cambio de la energía interna de la losa por área unitaria de la superficie de la losa, dQ/dt, está dada por

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{q}{A} = -k_s \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} \tag{2.106}$$

El gradiente de temperatura se puede obtener diferenciando la ecuación (2.104) con respecto a x para un valor dado de t, o

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = -\frac{2(T_0 - T_\infty)}{L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\delta_n^2 \text{Fo}} \frac{\delta_n \operatorname{sen}^2 \delta_n}{\delta_n + \operatorname{sen}\delta_n \cos \delta_n} \tag{2.107}$$

Sustituyendo la ecuación (2.107) en la ecuación (2.106) e integrando entre los límites de $t = 0$ y t da el cambio en energía interna de la losa durante el tiempo t, que es igual a la cantidad de calor Q absorbida por (o removida de) la pared. Después de cierta simplificación algebraica, se obtiene

$$Q = 2(T_0 - T_\infty) Lc\rho \sum_{n=1}^{\infty} (1 - e^{-\delta_n^2 \text{Fo}}) \frac{\operatorname{sen}^2 \delta_n}{\delta_n^2 + \delta_n \operatorname{sen}\delta_n \cos \delta_n} \tag{2.108}$$

Para hacer adimensional la ecuación (2.108), se observa que $c\rho L/T_0$ representa la energía interna inicial por área untaria de la losa. Si se denota $c\rho L(T_0 - T_\infty)$ con Q_0, se obtiene

$$\frac{Q}{Q_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \operatorname{sen}^2 \delta_n}{\delta_n^2 + \delta_n \operatorname{sen}\delta_n \cos \delta_n} (1 - e^{-\delta_n^2 \text{Fo}}) \tag{2.109}$$

La distribución de temperatura y la cantidad de calor transferida en cualquier tiempo se puede determinar a partir de las ecuaciones (2.104) y (2.109), respectivamente. Las expresiones finales están en forma de series infinitas. Estas series se han evaluado y los resultados están disponibles en forma de gráficas. El uso de las gráficas para el problema planteado en esta sección así como para otros casos de interés práctico se abordará en la sección 2.7. Comprender por completo los métodos mediante los cuales se han obtenido las soluciones matemáticas es útil, pero no es necesario para utilizar las gráficas.

2.6.3* Sólido semiinfinito

Otra configuración geométrica simple para la que se disponen soluciones analíticas es el sólido semiinfinito. Un sólido de ese tipo se extiende al infinito en todas las direcciones excepto en una y por tanto se puede caracterizar mediante una superficie simple (figura 2.37). Mediante un sólido semiinfinito se aproximan muchos problemas prácticos. Se puede emplear para estimar los efectos de transferencia de calor transitoria cerca de la superficie de la Tierra o para aproximar la respuesta transitoria de un sólido finito, como una losa gruesa, durante la parte inicial de un efecto

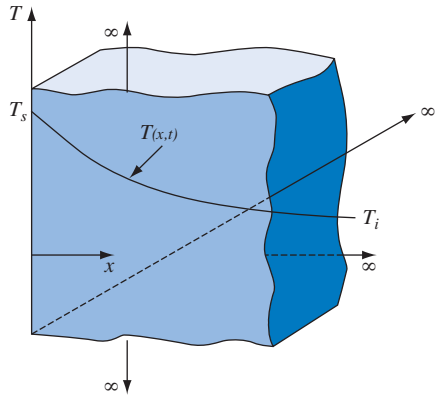


FIGURA 2.37 Diagrama esquemático y nomenclatura para la conducción transitoria en un sólido semiinfinito.

transitorio cuando la temperatura en el interior de la losa aún no se ha influenciado por el cambio en las condiciones superficiales. Un ejemplo de esto último es el tratamiento térmico (calentamiento transitorio así como enfriamiento) de una placa de acero rectangular grande, como se aprecia en la figura 2.38, donde el espesor es sustancialmente menor que la longitud y el ancho de la placa.

Si se impone repentinamente un cambio térmico en esta superficie, una onda de temperatura unidimensional se propagará por conducción dentro del sólido. La ecuación apropiada para la conducción transitoria en un sólido semiinfinito es la ecuación (2.93) en el dominio $0 \leq x < \infty$. Para resolver esta ecuación se deben especificar dos condiciones de frontera y la distribución de temperatura inicial. Para la

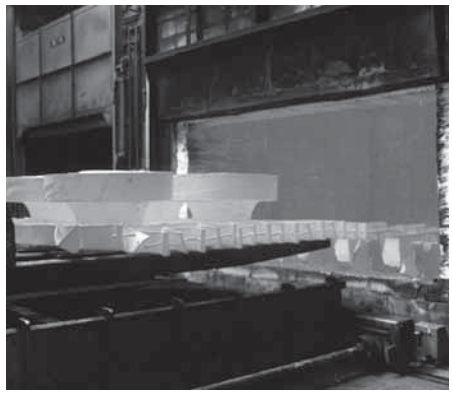


FIGURA 2.38 Una placa de acero rectangular grande a la salida de un horno de tratamiento térmico.

Fuente: Cortesía de SBS, *www.sbs-forge.com*

condición inicial se tiene que especificar que la temperatura dentro del sólido es uniforme en T_i, es decir, $T(x, 0) = T_i$. Para una de las dos condiciones de frontera requeridas se postula que lejos de la superficie la temperatura interior no se afectará por la onda de temperatura, es decir, $T(\infty, t) = T_i$, con las especificaciones anteriores.

Se han obtenido soluciones en forma cerrada para tres tipos de cambios en las condiciones superficiales, aplicadas de forma instantánea en $t = 0$:

1. Un cambio repentino en la temperatura superficial, $T_s \neq T_i$
2. Una aplicación repentina de un flujo de calor especificado q_0'', por ejemplo, exponiendo la superficie a radiación
3. Una exposición repentina de la superficie a un fluido a una temperatura diferente a través de un coeficiente de transferencia de calor uniforme y constante $\bar{h}$

Estos tres casos se ilustran en la figura 2.39 y las soluciones se resumen a continuación.

Caso 1. Cambio en la temperatura superficial:

$$T(0, t) = T_s$$

$$\frac{T(x, t) - T_s}{T_i - T_s} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \tag{2.110}$$

$$q_s''(t) = -k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi \alpha t}}$$

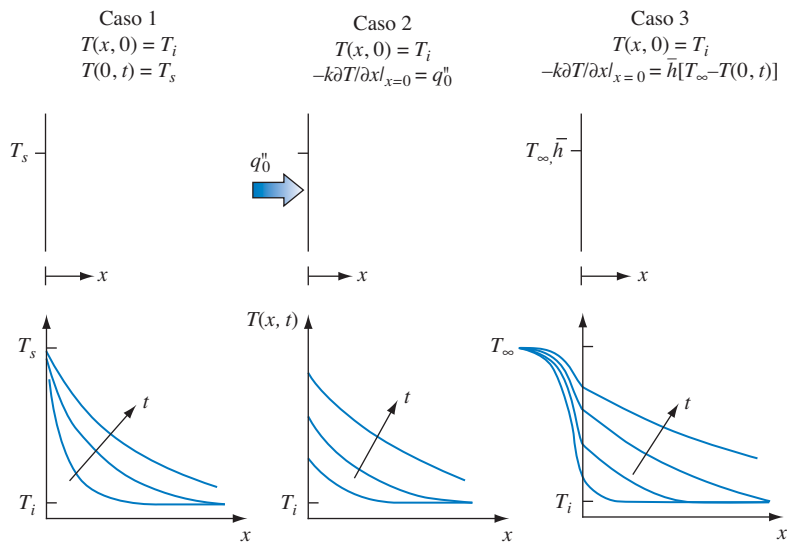


FIGURA 2.39 Distribuciones transitorias de temperatura en un sólido semiinfinito para tres condiciones superficiales: 1) temperatura superficial constante, 2) flujo de calor superficial constante y 3) convección superficial.

Caso 2. Flujo de calor superficial constante:

$$q_s'' = q_0''$$

$$T(x, t) - T_i = \frac{2q_0''(\alpha t/\pi)^{1/2}}{k_s} \exp\left(\frac{-x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q_0'' x}{k_s} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \tag{2.111}$$

Caso 3. Transferencia de calor superficial por convección y radiación:

$$-k\frac{\partial T}{\partial x}_{x=0} = \bar{h}[T_\infty - T(0, t)]$$

$$\frac{T(x, t) - T_i}{T_\infty - T_i} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \exp\left(\frac{\bar{h}x}{k} + \frac{\bar{h}^2\alpha t}{k^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{\bar{h}\sqrt{\alpha t}}{k}\right) \tag{2.112}$$

Observe que la cantidad $\bar{h}^2\alpha t/k^2$ es igual al producto del número de Biot al cuadrado ($\mathrm{Bi} = \bar{h}x/k$) por el número de Fourier ($\mathrm{Fo} = \alpha t/x^2$).

La función erf que aparece en la ecuación (2.110) es la *función de error gaussiana*, que se encuentra con frecuencia en ingeniería y se define como

$$\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/2\sqrt{\alpha t}} e^{-\eta^2} d\eta \tag{2.113}$$

Los valores de esta función están tabulados en la tabla 43 del apéndice. La función de error complementaria, erfc(w), se define como

$$\operatorname{erfc}(w) = 1 - \operatorname{erf}(w) \tag{2.114}$$

En la figura 2.39 se ilustran de manera cuantitativa los historiales de temperatura para los tres casos. Para el caso 3, los historiales de temperatura específica calculados con la ecuación (2.112) están trazados en la figura 2.40. La curva que corresponde a $\bar{h} = \infty$ es equivalente al resultado que se obtendría para un cambio repentino en la

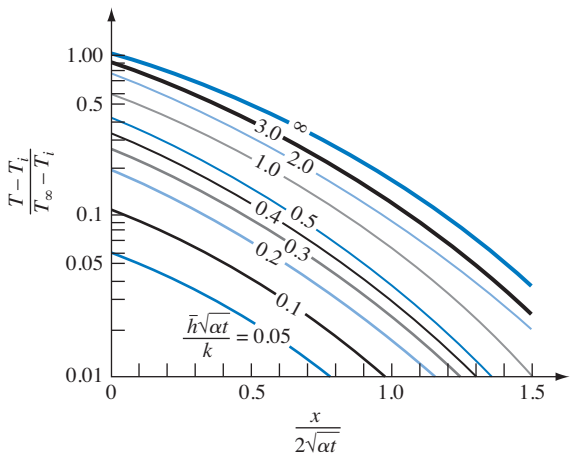


FIGURA 2.40 Temperaturas transitorias adimensionales para un sólido semiinfinito con transferencia de calor superficial.

temperatura superficial para $T_s = T(x, 0)$ debido a que cuando $\bar{h} = \infty$ el segundo término en el lado derecho de la ecuación (2.112) es cero y el resultado es equivalente a la ecuación (2.110) para el caso 1.

EJEMPLO 2.11 Estime la profundidad mínima x_m a la cual se debe colocar una tubería de agua abajo de la superficie del suelo para evitar que se congele. El suelo está inicialmente a una temperatura de 20 °C. Suponga que para las peores condiciones anticipadas la tubería se somete a una temperatura superficial de −15 °C durante un periodo de 60 días. Utilice las propiedades siguientes para el suelo (300 K):

$$\rho = 2050 \text{ kg/m}^3 \quad k = 0.52 \text{ W/m K} \quad c = 1840 \text{ J/kg K}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} = 0.138 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

En la figura 2.41 se muestra un bosquejo del sistema.

SOLUCIÓN Para simplificar el problema suponga que

1. La conducción es unidimensional.
2. El suelo es un medio semiinfinito.
3. El suelo tiene propiedades uniformes y constantes.

Las condiciones prescritas corresponden a las del caso 1 de la figura 2.39 y la respuesta a la temperatura transitoria del suelo está gobernada por la ecuación (2.112). En el tiempo $t = 60$ días después del cambio en la temperatura superficial, la distribución de temperatura en el suelo es

$$\frac{T(x_m, t) - T_s}{T_i - T_s} = \text{erf}\left(\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

o

$$\frac{0 - (-15\ ^\circ\text{C})}{20\ ^\circ\text{C} - (-15\ ^\circ\text{C})} = 0.43 = \text{erf}\left(\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

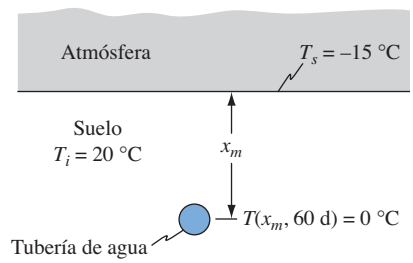


FIGURA 2.41 Diagrama esquemático del ejemplo 2.11.

De la tabla 43 se obtiene, por interpolación, que cuando $x_m/2\sqrt{\alpha t} = 0.4$, erf(0.4) = 0.43 para satisfacer la relación anterior. Por tanto,

$$x_m = (0.4)(2\sqrt{\alpha t})$$

$$= 0.8[(0.138 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(60\ \text{días})(24\ \text{h/día})(3600\ \text{s/h})]^{1/2} = 0.68\ \text{m}$$

Para utilizar la figura 2.40, primero se calcula $[T(x, t) - T_s]/(T_\infty - T_s) = (0 - 20)/(-15 - 20) = 0.57$, después se entra a la curva correspondiente para $\bar{h}\sqrt{\alpha t}/k = \infty$ y se obtiene $x/2\sqrt{\alpha t} = 0.4$, el mismo resultado anterior.

2.7* Gráficas para conducción de calor transitoria

Para conducción de calor transitoria en varias formas simples, sujetas a condiciones límites de importancia práctica, la distribución de temperatura y el flujo de calor se han calculado y los resultados están disponibles en forma de gráficas o tablas [5, 6, 12-14]. Si bien la mayoría de los problemas de conducción transitoria se pueden calcular con facilidad empleando herramientas modernas como hojas de cálculo y calculadoras programables, las gráficas y tablas que aquí se presentan aún son útiles al proporcionar medios para obtener soluciones rápidas para la mayoría de los problemas en ingeniería. En esta sección se ilustrará la aplicación de algunas de estas gráficas a problemas comunes de conducción de calor transitoria en sólidos que tienen un número de Biot mayor que 0.1.

2.7.1 Soluciones unidimensionales

Tres geometrías simples para las que se han preparado resultados en forma gráfica son:

1. Una placa infinita de ancho $2L$ (consulte la figura 2.42 en las páginas 135 y 136)
2. Un cilindro infinitamente largo de radio r_0 (consulte la figura 2.43 en las páginas 137 y 138)
3. Una esfera de radio r_0 (consulte la figura 2.44 en las páginas 139 y 140)

Las condiciones de frontera e iniciales para las tres geometrías son similares. Una condición de frontera requiere que el gradiente de temperatura en el plano medio de la placa, en el eje del cilindro y en el centro de la esfera sea igual a cero. Físicamente, esto corresponde a ningún flujo de calor en estas ubicaciones.

La otra condición de frontera requiere que el calor conducido hacia o desde la superficie se transfiera por convección hacia o desde un fluido a temperatura T_∞ a través de un coeficiente de transferencia de calor por convección uniforme y constante $\bar{h}_c$, o

$$\bar{h}_c(T_s - T_\infty) = -k\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_s \tag{2.115}$$

donde el subíndice s se refiere a condiciones en la superficie y n a la dirección coordenada normal a la superficie. Se debe observar que el caso limitante cuando Bi $\rightarrow \infty$ corresponde a una resistencia térmica insignificante en la superficie ($\bar{h}_c \rightarrow \infty$) de manera que la temperatura superficial se especifica como igual a T_∞ para $t > 0$.

Las condiciones iniciales para las tres soluciones gráficas requieren que el sólido esté inicialmente a una temperatura uniforme T_i y que cuando el efecto transitorio comience en el tiempo cero ($t = 0$) toda la superficie del cuerpo esté en contacto con el fluido a T_∞.

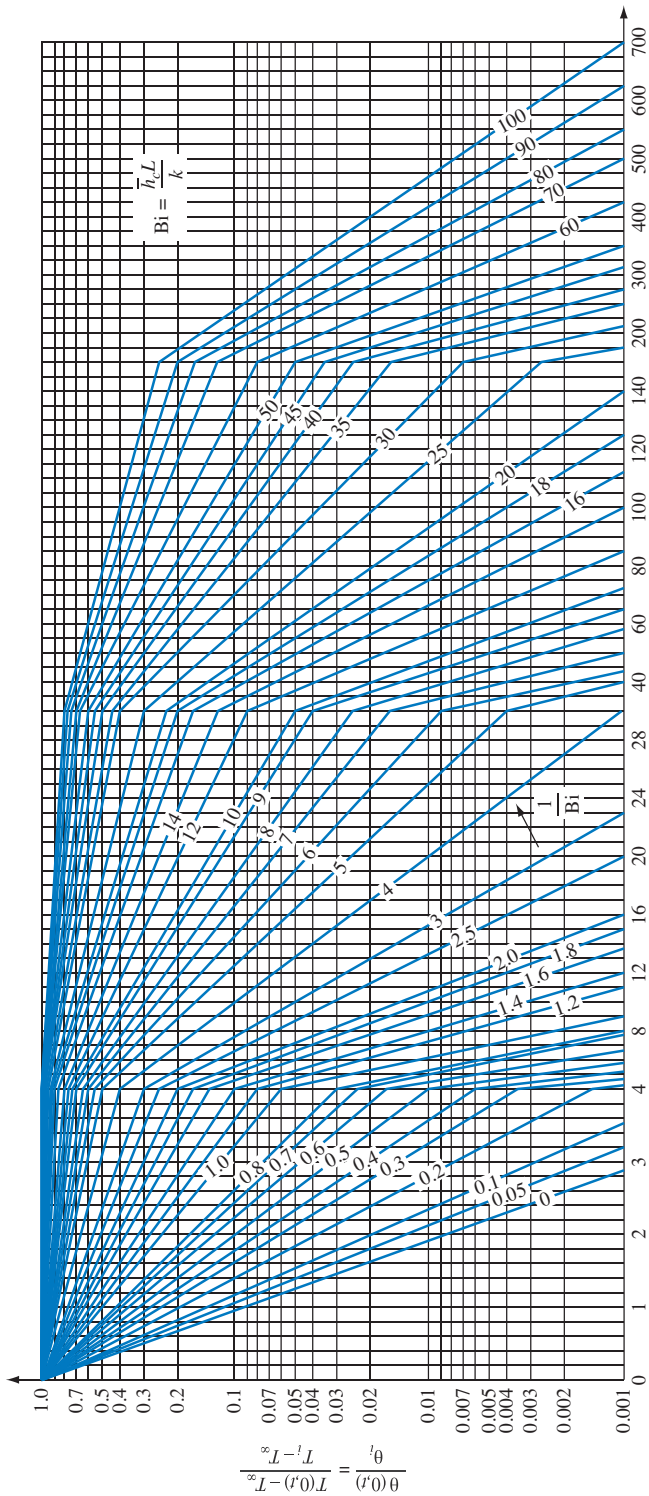
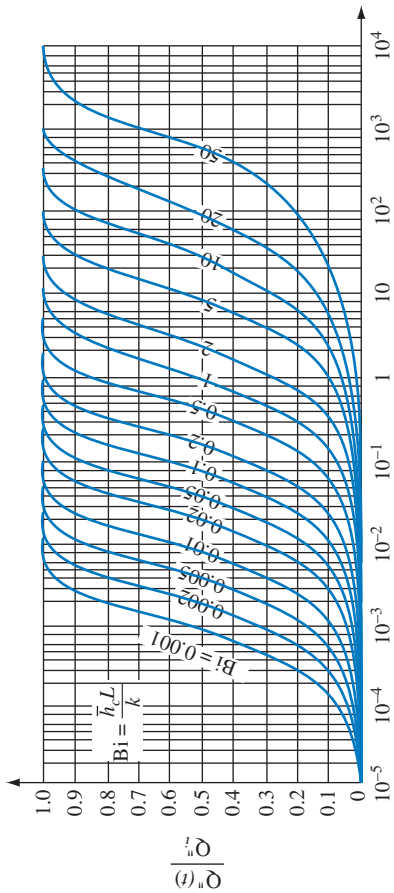


FIGURA 2.42 Temperatura transitoria adimensional y flujo de calor en una placa infinita con ancho 2*L*.



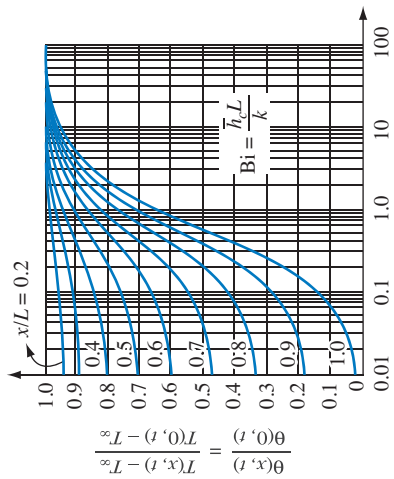


FIGURA 2.42 (*Continuación*)

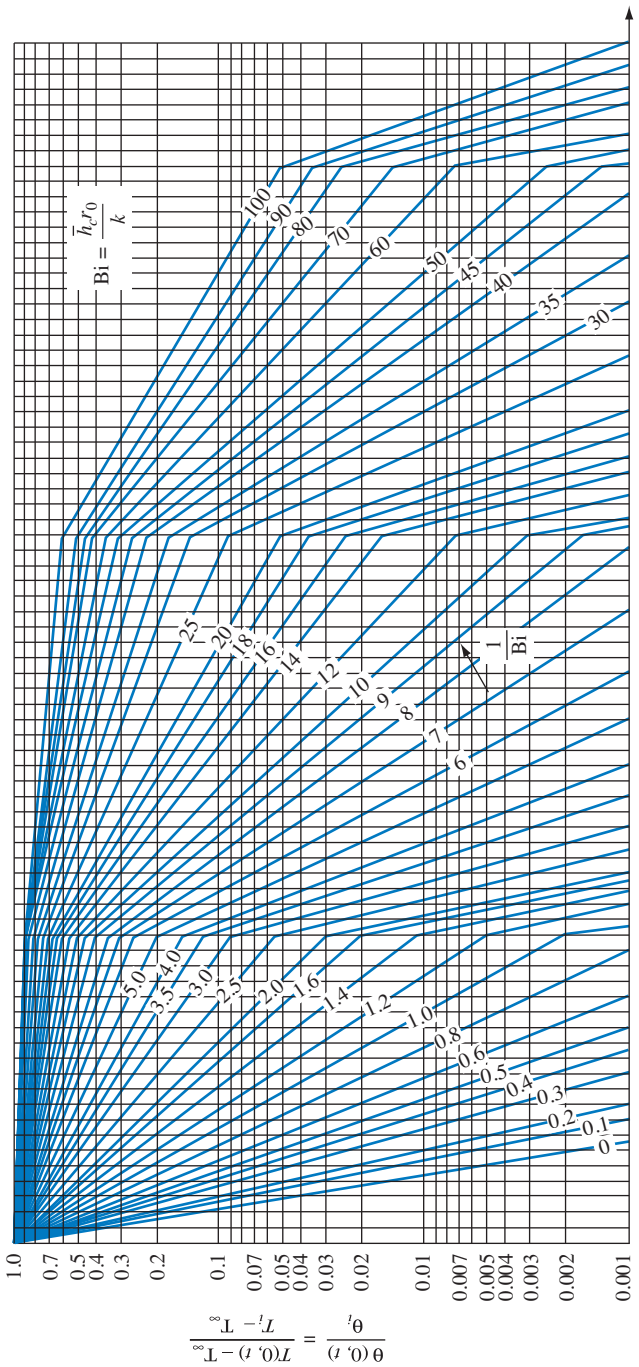
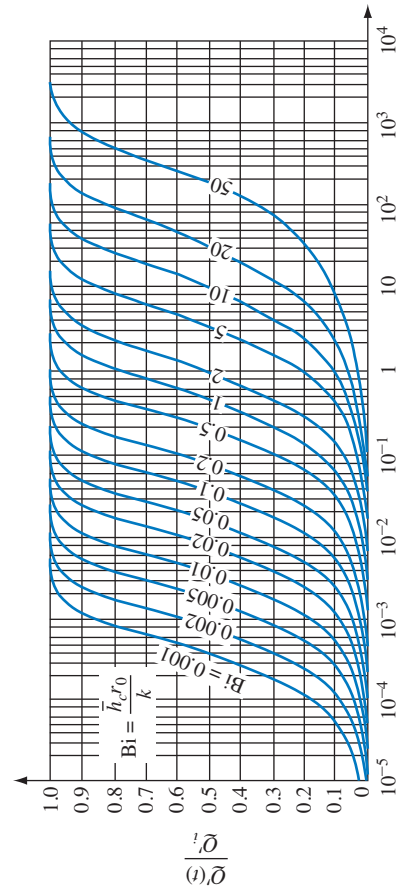


FIGURA 2.43 Temperaturas transitorias adimensionales y flujo de calor para un cilindro largo.



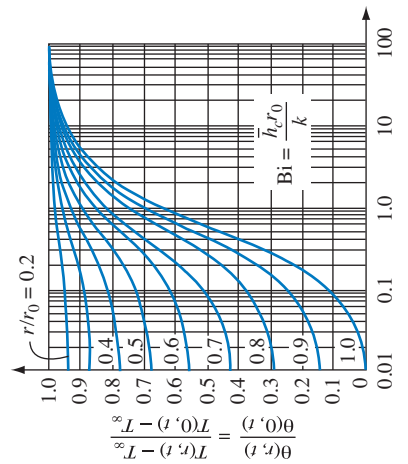


FIGURA 2.43 (*Continuación*)

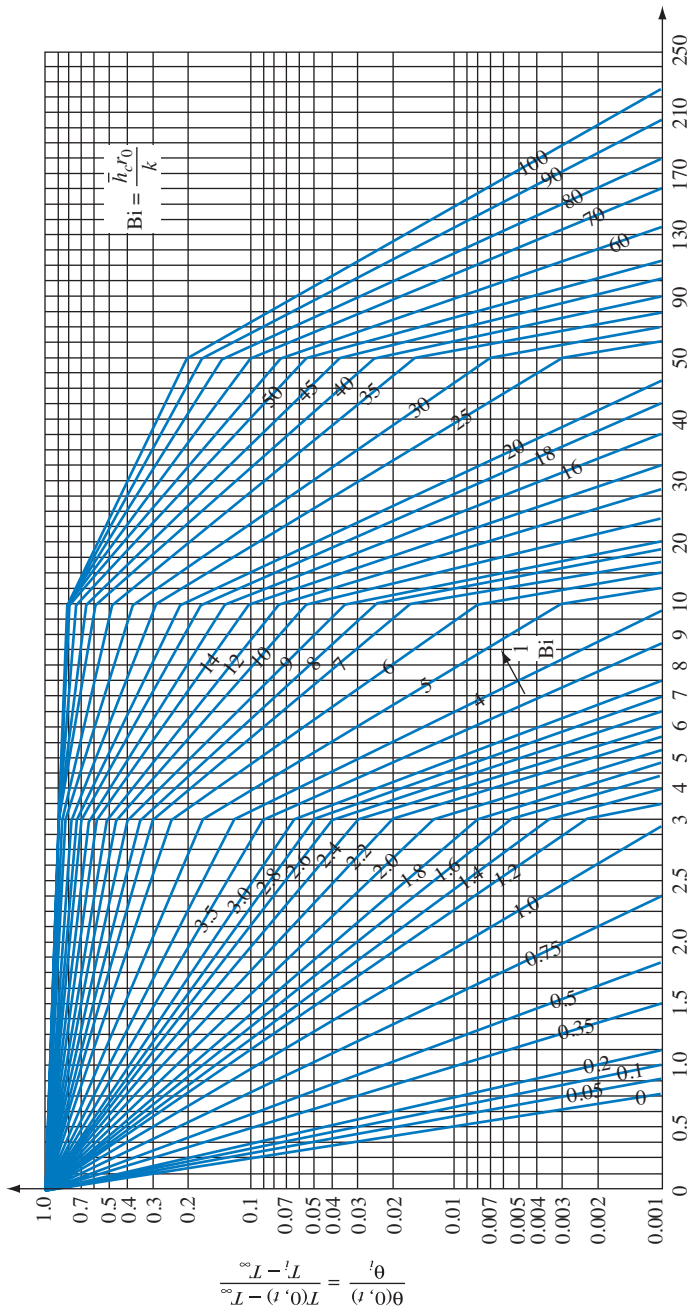
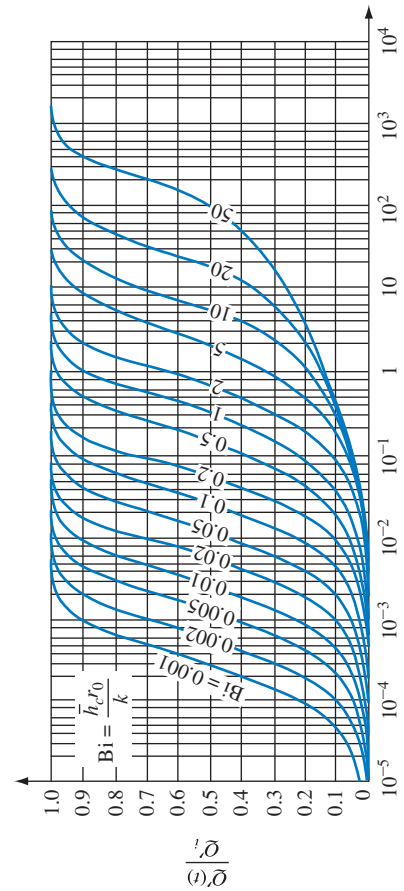


FIGURA 2.44 Temperaturas transitorias adimensionales y flujo de calor para una esfera.



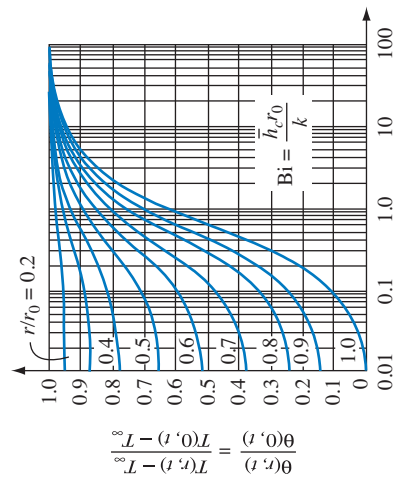


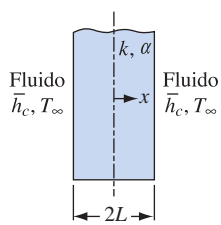
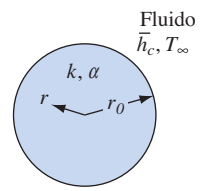
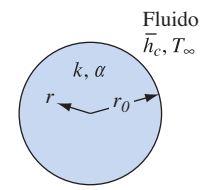
FIGURA 2.44 (*Continuación*)

Las soluciones para los tres casos están trazadas en términos de parámetros adimensionales y las formas de los parámetros adimensionales se resumen en la tabla 2.3. El uso de las soluciones gráficas se explica a continuación.

Para cada geometría se dispone de tres gráficas, las primeras dos para las temperaturas y la tercera para el flujo de calor. Las temperaturas adimensionales se presentan en forma de dos gráficas interrelacionadas para cada forma. El primer conjunto de gráficas, figuras 2.42*a*) para la placa, 2.43*a*) para el cilindro y 2.44*a*) para la esfera, da la temperatura adimensional en el centro o punto medio como una función del número de Fourier, es decir, tiempo adimensional, con el inverso del número de Biot como el parámetro constante. La temperatura adimensional en el centro o punto medio para esta gráficas se define como

$$\frac{T(0, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \equiv \frac{\theta(0, t)}{\theta_i} \tag{2.116}$$

TABLA 2.3 Resumen de parámetros adimensionales para su uso con gráficas de conducción de calor transitoria en las figuras 2.42, 2.43 y 2.44

Situación	Placa infinita, ancho $2L$	Cilindro infinitamente largo, radio r_0	Esfera, radio r_0
Geometría			
Posición adimensional	$\frac{x}{L}$	$\frac{r}{r_0}$	$\frac{r}{r_0}$
Número de Biot	$\frac{\bar{h}_c L}{k}$	$\frac{\bar{h}_c r_0}{k}$	$\frac{\bar{h}_c r_0}{k}$
Número de Fourier	$\frac{\alpha t}{L^2}$	$\frac{\alpha t}{r_0^2}$	$\frac{\alpha t}{r_0^2}$
Temperatura central adimensional $\frac{\theta(0, t)}{\theta_i}$	Fig. 2.42*a*)	Fig. 2.43*a*)	Fig. 2.44*a*)
Temperatura local adimensional $\frac{\theta(x, t)}{\theta(0, t)}$ o $\frac{\theta(r, t)}{\theta(0, t)}$	Fig. 2.42*b*)	Fig. 2.43*b*)	Fig. 2.44*b*)
Transferencia de calor adimensional $\frac{Q''(t)}{Q_i''}, \frac{Q'(t)}{Q_i'}, \frac{Q(t)}{Q_i}$	Fig. 2.42*c*) $Q_i'' = \rho c L(T_i - T_\infty)$	Fig. 2.43*c*) $Q_i' = \rho c \pi r_0^2 (T_i - T_\infty)$	Fig. 2.44*c*) $Q_i = \rho c \frac{4}{3} \pi r_0^3 (T_i - T_\infty)$

Para evaluar la temperatura local como una función del tiempo, se debe utilizar la segunda gráfica de la temperatura. El segundo conjunto de gráficas, figuras 2.42*b*) para una placa, 2.43*b*) para un cilindro y 2.44*b*) para una esfera, da la relación de la temperatura local con la temperatura en el centro o punto medio como una función del inverso del número de Biot para varios valores del parámetro distancia adimensional, x/L para la losa y r/r_0 para el cilindro y la esfera. Para la placa infinita esta relación de temperatura es

$$\frac{T(x, t) - T_\infty}{T(0, t) - T_\infty} = \frac{\theta(x, t)}{\theta(0, t)} \tag{2.117}$$

Para el cilindro y la esfera las expresiones son similares, pero x se remplaza por r.

Para determinar la temperatura local en cualquier tiempo t, se forma el producto

$$\frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \left[\frac{T(0, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right]\left[\frac{T(x, t) - T_\infty}{T(0, t) - T_\infty}\right]$$

$$= \frac{\theta(0, t)\,\theta(x, t)}{\theta_i \quad \theta(0, t)} \tag{2.118}$$

para la placa y

$$\frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \left[\frac{T(0, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right]\left[\frac{T(r, t) - T_\infty}{T(0, t) - T_\infty}\right] \tag{2.119}$$

para el cilindro y la esfera.

La tasa de transferencia de calor instantánea hacia o desde la superficie del sólido se puede evaluar a partir de la ley de Fourier una vez que se conoce la distribución de temperatura. El cambio en energía interna entre el tiempo $t = 0$ y $t = t$ se puede obtener integrando las tasas de transferencia de calor instantáneas, como se muestra para la pared por las ecuaciones (2.106) y (2.108). Denotando con $Q(t)$ la energía interna relativa al fluido en el tiempo t y con Q_i la energía interna inicial relativa al fluido, las relaciones $Q(t)/Q_i$ están graficadas contra $\text{Bi}^2\text{Fo} = \bar{h}^2\alpha t/k^2$ para varios valores de Bi en la figura 2.42*c*) para la placa, en la figura 2.43*c*) para el cilindro y en la figura 2.44*c*) para la esfera.

Cada valor de transferencia de calor $Q(t)$ es la cantidad total de calor que se transfiere de la superficie al fluido durante el tiempo de $t = 0$ a $t = t$. El factor de normalización Q_i es la cantidad de energía inicial en el sólido en $t = 0$ cuando la temperatura de referencia para energía cero es T_∞. Por conveniencia los valores de Q_i para cada una de las tres geometrías se encuentran en la tabla 2.3. Como el volumen de la placa es infinito, la transferencia de calor adimensional para esta geometría, por área superficial unitaria, está designada por la relación $Q''(t)/Q_i''$. El volumen de un cilindro infinitamente largo también es infinito, de manera que la relación de transferencia de calor adimensional se escribe, por longitud unitaria, como $Q'(t)/Q_i'$ para esa geometría. Si el valor de $Q(t)$ es positivo, el calor fluye del sólido al fluido, es decir, el cuerpo se enfría. Si es negativo, el sólido se calienta por el fluido.

Utilizando las gráficas se pueden resolver dos clases generales de problemas transitorios. Una clase de problema comprende conocer el tiempo, en tanto que la temperatura local en ese tiempo se desconoce. En el otro tipo de problema, la temperatura local es la cantidad conocida y el tiempo requerido para alcanzar esa temperatura es la incógnita. La primera clase de problemas se puede resolver de una manera directa utilizando las

gráficas. La segunda clase de problema en ocasiones comprende un procedimiento de prueba y error. Los dos tipos de soluciones se ilustran en los ejemplos siguientes.

EJEMPLO 2.12

En un proceso de manufactura, se fabrican componentes de acero en caliente y después se templan en agua. Considere un cilindro de acero de 2.0 m de longitud y 0.2 m de diámetro ($k = 40$ W/m K, $\alpha = 1.0 \times 10^{-5}$ m^2/s, inicialmente a 400 °C, que repentinamente se templa en agua a 50 °C. Si el coeficiente de transferencia de calor es 200 W/m^2 K, calcule lo siguiente 20 min después de la inmersión:

1. La temperatura en el centro
2. La temperatura en la superficie
3. El calor transferido al agua durante los 20 min iniciales

SOLUCIÓN

Como el cilindro tiene una longitud de 10 veces el diámetro, se pueden ignorar los efectos en los extremos. Para determinar si la resistencia interna es insignificante, primero se calcula el número de Biot:

$$\text{Bi} = \frac{\bar{h}_c r_0}{k} = \frac{(200 \text{ W/m}^2\text{K})(0.1 \text{ m})}{40 \text{ W/m K}} = 0.5$$

Dado que el número de Biot es mayor que 0.1, la resistencia interna es significativa y no se puede utilizar el método de la capacitancia térmica concentrada. Para emplear la solución gráfica se calculan los parámetros adimensionales apropiados de acuerdo con la tabla 2.3:

$$\text{Fo} = \frac{\alpha t}{r_0^2} = \frac{(1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})(20 \text{ min})(60 \text{ s/min})}{0.1^2 \text{ m}^2} = 1.2$$

y

$$\text{Bi}^2 \text{ Fo} = (0.5^2)(1.2) = 0.3$$

La cantidad de energía interna inicial almacenada en el cilindro por longitud unitaria es

$$Q_i' = c\rho\pi r_0^2(T_i - T_\infty) = \left(\frac{k}{\alpha}\right)\pi r_0^2(T_i - T_\infty)$$

$$= \frac{40 \text{ W/m K}}{1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}}(\pi)(0.1^2 \text{ m}^2)(350 \text{ K}) = 4.4 \times 10^7 \text{ W s/m}$$

La temperatura adimensional en la línea central para 1/Bi = 2.0 y Fo = 1.2 de la figura 2.43*a*) es

$$\frac{T(0, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.35$$

Puesto que $T_i - T_\infty$ se especifica como 350 °C y $T_\infty = 50$ °C, $T(0, t) = (0.35)(350) + 50 = 172.5$ °C.

La temperatura superficial en $r/r_0 = 1.0$ y $t = 1\,200$ s de la figura 2.43*b*) se obtiene en términos de la temperatura en la línea central:

$$\frac{T(r_0, t) - T_\infty}{T(0, t) - T_\infty} = 0.8$$

Por tanto, la relación de la temperatura superficial es

$$\frac{T(r_0, t) - T_\infty}{(T_i - T_\infty)} = 0.8\frac{T(0, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = (0.8)(0.35) = 0.28$$

y la temperatura superficial después de 20 min es

$$T(r_0, t) = (0.28)(350) + 50 = 148\ ^\circ\text{C}$$

Entonces la cantidad de calor transferido de la barra de acero al agua se puede obtener de la figura 2.43*c*). Como $Q'(t)/Q'_i = 0.61$,

$$Q(t) = (0.61)\frac{(2\text{ m})(4.4 \times 10^7\text{ W s/m})}{3600\text{ s/h}} = 14.9\text{ kWh}$$

EJEMPLO 2.13 Una pared larga de concreto de 50 cm de espesor está inicialmente a 60 °C. Un lado de la pared está aislado. El otro lado repentinamente se expone a gases calientes de la combustión a 900 °C a través de un coeficiente de transferencia de calor de 25 W/m^2 K. Determine *a*) el tiempo requerido para que la superficie aislada alcance 600 °C, *b*) la distribución de temperatura en la pared en ese instante y *c*) el calor transferido durante el proceso. Se dan las propiedades físicas promedio siguientes:

$$k_s = 1.25\text{ W/m K}$$
$$c = 837\text{ J/kg K}$$
$$\rho = 500\text{ kg/m}^3$$
$$\alpha = 0.30 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$$

SOLUCIÓN Observe que el espesor de la pared es igual a L, ya que la superficie aislada corresponde al plano central de una pared de espesor $2L$ cuando las dos superficies experimentan un cambio térmico. La relación de temperaturas $(T_s - T_\infty)/(T_i - T_\infty)$ para la cara aislada en el tiempo buscado es

$$\left.\frac{T_s - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right|_{x=0} = \frac{600 - 900}{60 - 900} = 0.357$$

y el recíproco del número de Biot es

$$\frac{k_s}{\bar{h}L} = \frac{1.25\text{ W/m K}}{(25\text{ W/m}^2\text{ K})(0.5\text{ m})} = 0.10$$

De la figura 2.42*a*) se tiene que para las condiciones anteriores el número de Fourier $\alpha t/L^2 = 0.70$ en el plano medio. Por tanto,

$$t = \frac{(0.7)(0.5^2\text{ m}^2)}{0.3 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}}$$
$$= 58\,333\text{ s} = 16.2\text{ h}$$

La distribución de temperatura en la pared 16 h después de que se inició el efecto transitorio se puede obtener de la figura 2.42*b*) para varios valores de x/L, como se muestra a continuación:

$\frac{x}{L}$	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2
$\frac{T\left(\frac{x}{L}\right) - T_\infty}{T(0) - T_\infty}$	0.13	0.41	0.64	0.83	0.96

De los datos adimensionales anteriores se puede obtener la distribución de temperatura como una función de la distancia desde la superficie aislada:

x,m	**0.5**	**0.4**	**0.3**	**0.2**	**0.1**	**0**
$T_\infty - T(x)$, °C	39	123	192	249	288	300
$T(x)$, °C	861	777	708	651	612	600

El calor transferido a la pared por metro cuadrado de área superficial durante el estado transitorio se puede obtener de la figura 2.42*c*). Para Bi = 10, $Q''(t)/Q_i''$ en $\text{Bi}^2\,\text{Fo} = 70$ es 0.70. Por tanto, se obtiene

$$Q''(t) = c\rho L(T_i - T_\infty) = (837\ \text{J/kg K})(500\ \text{kg/m}^3)(0.5\ \text{m})(-840\ \text{K})$$
$$= -1.758 \times 10^8\ \text{J/m}^2$$

El signo de menos indica que el calor se transfirió hacia la pared y la energía interna aumentó durante el proceso.

2.7.2* Sistemas multidimensionales†

El uso de las gráficas para transferencia transitoria unidimensional se puede extender a problemas bi y tridimensionales [15]. El método comprende utilizar el producto de valores múltiples de las gráficas unidimensionales, figuras 2.40, 2.42 y 2.43. La base para obtener soluciones bi y tridimensionales de gráficas unidimensionales es la manera en la que las ecuaciones diferenciales parciales se pueden separar en el producto de dos o tres ecuaciones diferenciales ordinarias. La prueba del método se encuentra en Arpaci ([16], sección 5-2). Una vez más, se debe reconocer que si bien las técnicas computacionales (analizadas en el capítulo 3) se utilizan cada vez en la actualidad para resolver la mayoría de los problemas de conducción transitoria multidimensional, el uso de las gráficas proporciona una herramienta de estimación rápida en la mayoría de los casos antes de que se efectúe un análisis más detallado.

El método de solución por productos se puede ilustrar mejor con un ejemplo. Suponga que se quiere determinar la temperatura transitoria en el punto *P* en un cilindro de longitud finita, como se muestra en la figura 2.45. El punto *P* está ubicado por las dos coordenadas (x, r), donde x es la ubicación axial medida desde el centro del cilindro y r es la posición radial. La condición inicial y las condiciones de frontera son

†F. Kreith y W.Z. Black, *Basic Heat Transfer*, Harper & Row, Nueva York, 1980.

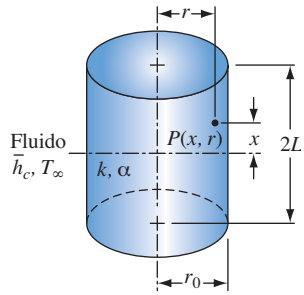


FIGURA 2.45 Geometría para la solución por productos de un cilindro corto.

las mismas que las que se aplican a las gráficas unidimensionales para transferencia transitoria. El cilindro inicialmente está a una temperatura uniforme T_i. En el tiempo $t = 0$ toda la superficie se somete a un fluido con temperatura ambiente constante T_∞ y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie del cilindro y el fluido es un valor uniforme y constante $\bar{h}_c$.

La distribución radial de temperatura para un cilindro infinitamente largo se encuentra en la figura 2.43. Para un cilindro con longitud finita, la distribución radial y axial de temperatura está dada por la solución por productos de un cilindro infinitamente largo y una placa infinita

$$\frac{\theta_p(r, x)}{\theta_i} = C(r)P(x)$$

donde los símbolos $C(r)$ y $P(x)$ son las temperaturas adimensionales del cilindro infinito y de la placa infinita, respectivamente:

$$C(r) = \frac{\theta(r, t)}{\theta_i}$$

$$P(x) = \frac{\theta(x, t)}{\theta_t}$$

La solución para $C(r)$ se obtiene de las figuras 2.43*a*) y *b*), en tanto que el valor para $P(x)$ se obtiene de las figuras 2.42*a*) y *b*).

Las soluciones para las otras geometrías bi y tridimensionales se pueden obtener utilizando un procedimiento similar al que se ilustra para el cilindro finito. Los problemas tridimensionales comprenden el producto de tres soluciones, en tanto que los problemas bidimensionales se pueden resolver obteniendo el producto de dos soluciones.

Las geometrías bidimensionales que tienen soluciones gráficas se resumen en la tabla 2.4. Las soluciones tridimensionales se resumen en la tabla 2.5. Los símbolos utilizados en las dos tablas representan las soluciones siguientes:

$S(x) = \dfrac{\theta(x, t)}{\theta_i}$ para un sólido semiinfinito. La ordenada en la figura 2.40 da $1 - S(x)$

$P(x) = \dfrac{\theta(x, t)}{\theta_i}$ para una placa infinita, figuras 2.42 *a*) y *b*)

$C(r) = \dfrac{\theta(r, t)}{\theta_i}$ para un cilindro largo, figuras 2.43 *a*) y *b*)

TABLA 2.4 Diagramas esquemáticos y nomenclatura para soluciones por productos a problemas de conducción transitorias con las figuras 2.40, 2.42 y 2.43 para sistemas bidimensionales

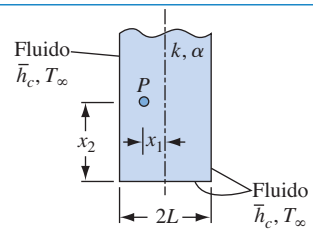
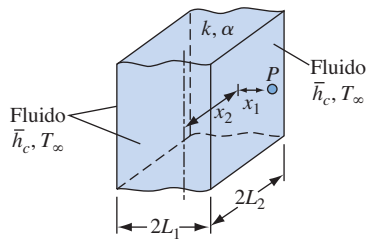
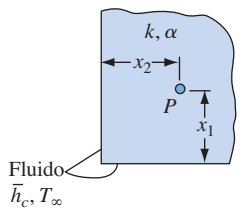
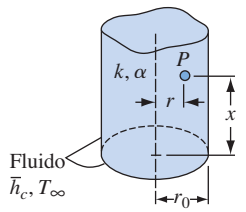
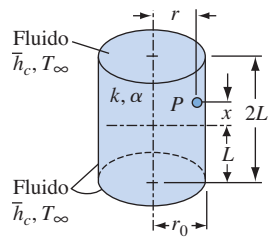
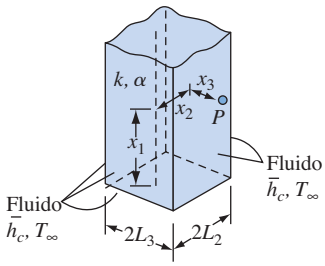
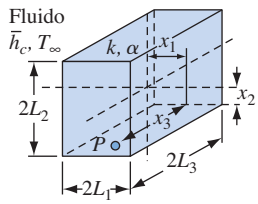
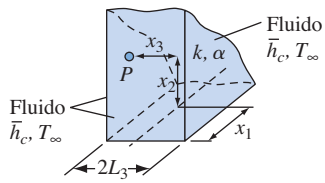
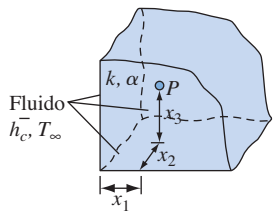
	Geometría	Temperatura adimensional en el punto *P*
Placa semiinfinita		$\frac{\theta_p(x_1, x_2)}{\theta_i} = P(x_1)S(x_2)$
Barra rectangular infinita		$\frac{\theta_p(x_1, x_2)}{\theta_i} = P(x_1)P(x_2)$
Sólido un cuarto infinito		$\frac{\theta_p(x_1, x_2)}{\theta_i} = S(x_1)S(x_2)$
Cilindro semiinfinito		$\frac{\theta_p(x, r)}{\theta_i} = S(x)C(r)$
Cilindro finito		$\frac{\theta_p(x, r)}{\theta_i} = P(x)C(r)$

TABLA 2.5 Diagramas esquemáticos y nomenclatura para soluciones por productos a problemas de conducción transitoria con las figuras 2.40, 2.42 y 2.43 para sistemas tridimensionales

	Geometría	Temperatura adimensional en el punto *P*
Barra rectangular semiinfinita		$\frac{\theta_p(x_1, x_2, x_3)}{\theta_i} = S(x_1)P(x_2)P(x_3)$
Paralelepípedo rectangular		$\frac{\theta_p(x_1, x_2, x_3)}{\theta_i} = P(x_1)P(x_2)P(x_3)$
Placa un cuarto infinita		$\frac{\theta_p(x_1, x_2, x_3)}{\theta_i} = S(x_1)S(x_2)P(x_3)$
Placa un octavo infinita		$\frac{\theta_p(x_1, x_2, x_3)}{\theta_i} = S(x_1)S(x_2)S(x_3)$

La extensión de las gráficas unidimensionales a geometrías bi y tridimensionales permite resolver una gran variedad de problemas de conducción transitoria.

EJEMPLO 2.14 Un cilindro de 10 cm de diámetro y 16 cm de longitud con propiedades $k = 0.5$ W/m K y $\alpha = 5 \times 10^{-7}$ m²/s inicialmente se encuentra a una temperatura uniforme de 20 °C. El cilindro se coloca en un horno donde la temperatura del aire ambiente es 500 °C y $\bar{h}_c = 30$ W/m² K. Determine las temperaturas mínima y máxima en el cilindro 30 min después de colocarlo en el horno.

SOLUCIÓN El número de Biot basado en el radio del cilindro es

$$\text{Bi} = \frac{\bar{h}_c r_0}{k} = \frac{(30\ \text{W/m}^2\ \text{K})(0.05\ \text{m})}{(0.5\ \text{W/m K})} = 3.0$$

El problema no se puede resolver empleando el método simplificado suponiendo resistencia interna despreciable; se requiere una solución gráfica.

En la tabla 2.4 se indica que la distribución de temperatura en un cilindro de longitud finita se puede determinar mediante el producto de la solución para una placa infinita y la de un cilindro infinito. En cualquier tiempo, la temperatura mínima es en el centro geométrico del cilindro y la temperatura máxima es en la circunferencia exterior en cada extremo del cilindro. Utilizando las coordenadas para el cilindro finito que se muestra en la figura 2.45, se tiene

$$\text{temperatura mínima en:} \quad x = 0 \quad r = 0$$
$$\text{temperatura máxima en:} \quad x = L \quad r = r_0$$

Los cálculos se resumen en las tablas siguientes.

Placa infinita

$\text{Fo} = \frac{\alpha t}{L^2}$	$\text{Bi}^{-1} = \frac{k}{\bar{h}_c L}$	$P(0) = \frac{\theta(0, t)}{\theta_i}$ [Figura 2.42*a*)]	$P(L) = \frac{\theta(L, t)}{\theta_i}$ [Figuras 2.42*a*) y *b*)]
$\frac{(5 \times 10^{-7})(1800)}{(0.08)^2} = 0.14$	$\frac{0.5}{(30)(0.08)} = 0.21$	0.90	$(0.90)(0.27) = 0.243$

Cilindro infinito

$\text{Fo} = \frac{\alpha t}{r_0^2}$	$\text{Bi}^{-1} = \frac{k}{\bar{h}_c r_0}$	$C(0) = \frac{\theta(0, t)}{\theta_i}$ [Figura 2.43*a*)]	$C(r_0) = \frac{\theta(r_0, t)}{\theta_i}$ [Figuras 2.43*a*) y *b*)]
$\frac{(5 \times 10^{-7})(1800)}{(0.05)^2} = 0.36$	$\frac{0.5}{(30)(0.05)} = 0.33$	0.47	$(0.47)(0.33) = 0.155$

La temperatura mínima del cilindro es

$$\frac{\theta_{\text{mín}}}{\theta_i} = P(0)C(0) = (0.90)(0.47) = 0.423$$
$$T_{\text{mín}} = 0.423(20 - 500) + 500 = 297\ ^\circ\text{C}$$

La temperatura máxima del cilindro es

$$\frac{\theta_{\text{máx}}}{\theta_i} = P(L)C(r_0) = (0.243)(0.155) = 0.038$$
$$T_{\text{máx}} = 0.038(20 - 500) + 500 = 482\ ^\circ\text{C}$$

2.8 Comentarios finales

En este capítulo, se consideraron métodos de análisis de problemas de conducción de calor en los estados en régimen permanente e inestable. Los problemas en el estado en régimen permanente se dividen en geometrías unidimensionales y multidimensionales. Para problemas unidimensionales, las soluciones están disponibles en forma de ecuaciones simples que pueden incorporar varias condiciones de frontera empleando circuitos térmicos. Para problemas de conducción de calor en más de una dimensión, las soluciones se pueden obtener por medios analíticos, gráficos o numéricos. El enfoque analítico se recomienda sólo para situaciones que comprenden sistemas con una geometría simple y condiciones límites simples. Es preciso y se presta rápidamente a la parametrización, pero cuando las condiciones de frontera son complejas, el enfoque analítico suele complicarse demasiado para que sea práctico y para geometrías complejas es imposible obtener una solución en forma cerrada.

Los sistemas de geometrías simples pero que tienen límites isotérmicos y aislados se adaptan bien a soluciones gráficas. Sin embargo, el método gráfico se vuelve difícil de manejar cuando las condiciones de frontera implican transferencia de calor a través de una conductancia superficial. Para esos casos el enfoque numérico, que se analiza en el capítulo siguiente, se recomienda debido a que se puede adaptar con facilidad a todos los tipos de condiciones de frontera y formas geométricas.

Los problemas de conducción en estado en régimen inestable se pueden subdividir en los que se pueden manejar mediante el método de la capacitancia térmica concentrada y en los que la temperatura es una función no sólo del tiempo, sino también de una o más coordenadas espaciales. En el método de capacitancia térmica concentrada, que es una buena aproximación para condiciones en las que el número de Biot es menor que 0.1, se supone que la conducción interna es lo suficientemente grande que la temperatura en todo el sistema se puede considerar uniforme en cualquier instante en el tiempo. Cuando esta aproximación no es permisible, es necesario formular y resolver ecuaciones diferenciales parciales, lo que por lo general requiere soluciones de series que sólo se pueden obtener para formas geométricas simples. Sin embargo, para esferas, cilindros, paredes, placas y otras formas geométricas simples, los resultados de soluciones analíticas se han presentado en forma de gráficas de uso relativamente simple y directo. Como en el caso de problemas de conducción en estado en régimen permanente, cuando las geometrías son complejas y cuando las condiciones de frontera varían con el tiempo o tienen otras características complejas, es necesario obtener la solución mediante medios numéricos, como se analiza en el capítulo siguiente.

Referencias

1. H. S. Carslaw y J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, 2a. ed., Oxford University Press, Londres, 1986.
2. K. A. Gardner, "Efficiency of Extended Surfaces", *Trans. ASME*, vol. 67, pp. 621-631, 1945.
3. W. P. Harper y D. R. Brown, "Mathematical Equation for Heat Conduction in the Fins of Air-Cooled Engines", NACA Rep. 158, 1922.
4. R. M. Manglik, "Heat Transfer Enhancement", *Heat Transfer Handbook*, A. Bejan y A. D. Kraus, eds., Wiley, Hoboken, NJ, 2003, Cap. 14.
5. P. J. Schneider, *Conduction Heat Transfer*, Addison-Wesley, Cambridge, Mass., 1955.
6. M. N. Ozisik, *Boundary Value Problems of Heat Conduction*, International Textbook Co., Scranton, Pa., 1968.

7. L. M. K. Boelter, V.H. Cherry y H. A. Johnson, *Heat Transfer Notes*, 3a. ed., University of California Press, Berkeley, 1942.
8. C. F. Kayan, "An Electrical Geometrical Analogue for Complex Heat Flow", *Trans. AMSE*, vol. 67, pp. 713-716, 1945.
9. I. Langmuir, E. Q. Adams y F. S. Meikle, "Flow of Heat through Furnace Walls", *Trans. Am. Electrochem. Soc.,* vol. 24, pp. 53-58, 1913.
10. O. Rüdenberg, "Die Ausbreitung der Luft und Erdfelder um Hochspannungsleitungen besonders bie Erd-und Kurzschlüssen", *Electrotech. Z,* vol. 46, pp. 1342-1346, 1925.
11. B. O. Pierce, *A Short Table of Integrals*, Ginn, Boston, 1929.
12. M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating", *Trans. ASME*, vol. 69, pp. 227-236, 1947.
13. H. Gröber, S. Erk y U. Grigull, *Fundamentals of Heat Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1961.
14. P. J. Schneider, *Temperature Response Charts*, Wiley, Nueva York, 1963.
15. F. Kreith y W. Z. Black, *Basic Heat Transfer*, Harper & Row, Nueva York, 1980.
16. V. Arpaci, *Heat Transfer*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2000.
17. S. Kakaç y Y. Yener, *Heat Conduction*, 2a. ed., Hemisphere, Washington, D.C., 1988.

Problemas

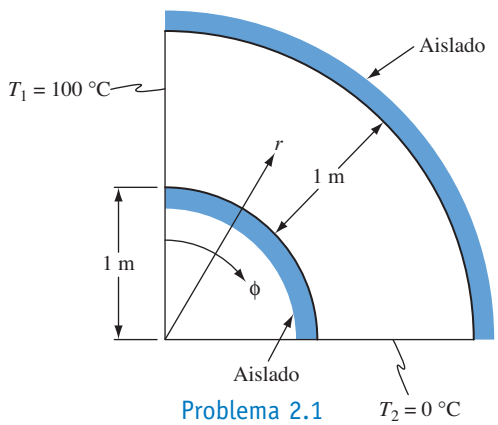
Los problemas de este capítulo están organizados por tema como se muestra a continuación.

Tema	Número de problema
Ecuación de conducción	2.1-2.2
Conducción en régimen en estado permanente en geometrías simples	2.3-2.30
Superficies extendidas	2.31-2.42
Conducción en régimen en estado permanente multidimensional	2.43-2.57
Conducción transitoria (soluciones analíticas)	2.58-2.69
Conducción transitoria (soluciones gráficas)	2.70-2.87

2.1 La ecuación de conducción en coordenadas cilíndricas es

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \dot{q}_G$$

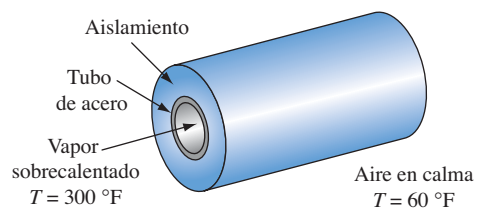
a) Simplifique esta ecuación eliminando los términos iguales a cero para el caso de flujo de calor en régimen permanente sin fuentes o disipadores alrededor de una esquina en ángulo recto como la que se muestra en el bosquejo siguiente. Se puede suponer que la esquina se extiende al infinito en la dirección perpendicular a la página. *b*) Resuelva la ecuación resultante para la distribución de temperatura sustituyendo la condición límite. *c*) Determine la tasa de flujo de calor de T_1 a T_2. Suponga $k = 1$ W/m K y una profundidad unitaria.



Problema 2.1

2.2 Escriba la ecuación (2.20) en una forma adimensional similar a la ecuación (2.17).

2.3 Calcule la tasa de pérdida de calor por pie y la resistencia interna para un tubo de acero cédula 40 de 6 in cubierto con una capa de 3 in de espesor de 85% de magnesia. Por el interior del tubo fluye vapor sobrecalentado a 300 °F ($\bar{h}c = 30$ Btu/h ft² °F) y en su exterior el aire está en calma a 60 °F ($\bar{h}c = 5$ Btu/h ft² °F).



Problema 2.3

2.4 Suponga que un tubo que transporta un fluido caliente con una temperatura externa de T_i y un radio exterior r_i se tiene que aislar con material aislante de conductividad térmica k y radio exterior r_o. Demuestre que el coeficiente de transferencia de calor por convección en el exterior del aislamiento es $\bar{h}$ y la temperatura ambiente es T_∞, la adición de aislamiento en realidad puede aumentar la tasa de pérdida de calor si $r_o < k/\bar{h}$ y la pérdida de calor máxima ocurre cuando $r_o = k/\bar{h}$. Este radio, r_c, a menudo se denomina radio crítico.

2.5 Una solución con un punto de ebullición de 180 °F hierve en el exterior de un tubo de 1 in con una pared calibre No. 14 BWG. En el interior del tubo fluye vapor saturado a 60 psia. Los coeficientes de transferencia de calor por convección son 1 500 Btu/h ft² °F en el lado a vapor y 1100 Btu/h ft² °F en la superficie exterior. Calcule el incremento en la tasa de transferencia de calor si se utiliza un tubo de cobre en vez de un tubo de acero.

2.6 Un vapor con una calidad de 98% a una presión de 1.37×10^5 N/m² fluye a una velocidad de 1 m/s a través de un tubo de acero de 2.7 cm de diámetro exterior y 2.1 cm de diámetro interior. El coeficiente de transferencia de calor en la superficie interior, donde ocurre la condensación, es 567 W/m² K. Una película de suciedad en la superficie interior agrega una resistencia térmica unitaria de 0.18 m² K/W. Estime la tasa de pérdida de calor por metro de longitud de tubo si *a*) el tubo está desnudo, *b*) el tubo está revestido con una capa de aislamiento de 85% de magnesia. Para los dos casos suponga que el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie exterior es 11 W/m² K y que la temperatura ambiente es 21 °C. Además estime la calidad del vapor después de 3 m de tubo en los dos casos.

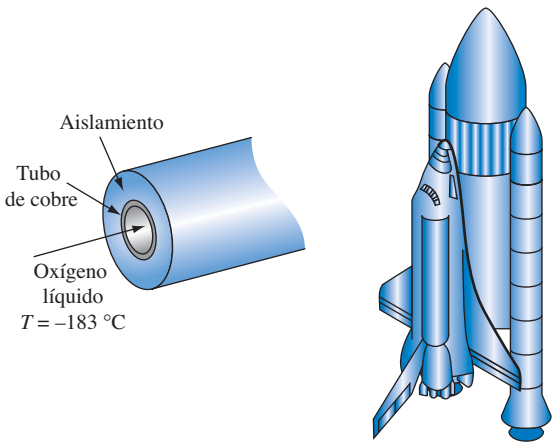
2.7 Estime la tasa de pérdida de calor por longitud unitaria de un tubo de acero de 2 in de diámetro interior y $2\frac{3}{8}$ in de diámetro exterior revestido con aislamiento de alta temperatura que tiene una conductividad térmica de 0.065 Btu/h ft y un espesor de 0.5 in. Por el tubo fluye vapor a 300 °F con una calidad de 99%. La resistencia térmica unitaria de la pared interior es 0.015 h ft² °F/Btu, el coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior es 3.0 Btu/ft² °F y la temperatura ambiente es 60 °F.

2.8 La tasa de flujo de calor por longitud unitaria q/L a través de un cilindro hueco de radio interior r_i y radio exterior r_o es

$$q/L = (\bar{A}\, k\, \Delta T)/(r_o - r_i)$$

donde $\bar{A} = 2\pi(r_o - r_i)/\ln(r_o/r_i)$. Determine el error porcentual en la tasa de flujo de calor si se utiliza el área media aritmética $\pi(r_o + r_i)$ en lugar del área media logarítmica $\bar{A}$ para relaciones de diámetros exteriores-interiores (D_o/D_i) de 1.5, 2.0 y 3.0. Trace los resultados en una gráfica.

2.9 Un tubo de cobre de 2.5 cm de diámetro exterior y 2 cm de diámetro interior transporta oxígeno líquido hacia el sitio de almacenamiento de un transbordador espacial a −183 °C y 0.04 m³/min. El aire ambiente está a 21 °C y tiene un punto de rocío de 10 °C. ¿Cuánto aislamiento con una conductividad térmica de 0.02 W/m K se necesita para evitar condensación en el exterior del aislamiento si $h_c + h = 17$ W/m² K en el exterior?



Problema 2.9

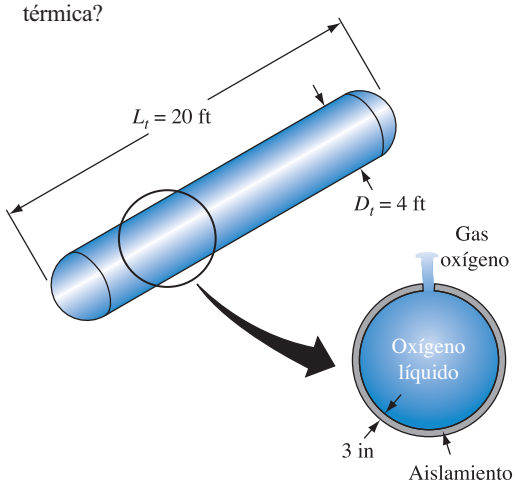
2.10 Un vendedor de material aislante afirma que encerrar tubos de vapor expuestos en el sótano de un hotel grande será rentable. Suponga que el vapor saturado a 5.7 bar fluye a través de un tubo de acero de 30 cm de diámetro exterior con un espesor de pared de 3 cm. El tubo está rodeado por aire a 20 °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie exterior del tubo se estima que es 25 W/m² K. El costo de la generación del vapor se estima en $5 por 10^9 J y el vendedor propone instalar una capa de aislamiento de 85% de magnesia de 5 cm de espesor en los tubos a un costo de $200/m o una capa de 10 cm de espesor a un costo de $300/m. Estime el periodo de recuperación de la inversión para las dos alternativas, suponiendo que el conducto de vapor funciona de manera continua todo el año y haga una recomendación al propietario del hotel. Suponga que la superficie del tubo así como el aislamiento tiene una emisividad baja y que la transferencia de calor por radiación es insignificante.

2.11 Una esfera con radios interior y exterior de R_1 y R_2, respectivamente, está revestida con una capa aislante que tiene un radio exterior de R_3. Deduzca una expresión para la tasa de transferencia de calor a través de la esfera aislada en términos de los radios, de las conductividades térmicas, de los coeficientes de transferencia de calor y de las temperaturas del interior y del medio circundante de la esfera.

2.12 La conductividad térmica de un material se puede determinar de la siguiente manera. El vapor saturado a 2.41×10^5 N/m² se condensa a una tasa de 0.68 kg/h dentro de una esfera hueca de hierro que tiene un espesor de 1.3 cm y un diámetro interior de 51 cm. La esfera está revestida con un material cuya conductividad térmica se tiene que

evaluar. El espesor del material que se probará es 10 cm y hay dos termopares insertados en él, uno a 1.3 cm de la superficie de la esfera de hierro y el otro a 1.3 cm de la superficie exterior del sistema. Si el termopar interior indica una temperatura de 110 °C y el termopar exterior una temperatura de 57 °C, calcule: *a*) la conductividad térmica del material circundando la esfera metálica, *b*) las temperaturas en las superficies interior y exterior del material de prueba y *c*) el coeficiente global de transferencia de calor basado en la superficie interior de la esfera de hierro, suponiendo que las resistencia térmicas en las superficies, así como en la interfaz entre las dos esferas esféricas, son insignificantes.

2.13 Un tanque cilíndrico de oxígeno líquido (LOX) tie-ne un diámetro de 4 ft, una longitud de 20 ft y extremos hemisféricos. El punto de ebullición del LOX es −297 °F. Se busca un aislamiento que reduzca la tasa de ebullición en régimen permanente a no más de 25 lb/h. El calor de vaporización del LOX es 92 Btu/lb. Si el espesor de este aislante no debe ser mayor de 3 in, ¿cuál tiene que ser el valor de su conductividad térmica?



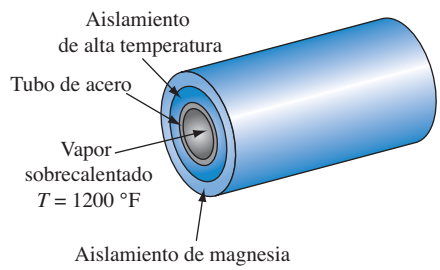
Problema 2.13

2.14 La adición de aislamiento a una superficie cilíndrica como un alambre, puede incrementar la tasa de disipación de calor a los alrededores (consulte el problema 2.4). *a*) Para un alambre calibre No. 10 (0.26 cm de diámetro), ¿cuál es el espesor del aislamiento de caucho (k = 0.16 W/m K) que maximizará la tasa de pérdida de calor si el coeficiente de transferencia de calor es 10 W/m^2 K? *b*) Si la capacidad de transporte de corriente de este alambre se considera estar limitada por la temperatura del aislamiento, ¿qué aumento porcentual en la capacidad se obtendrá por la adición del aislamiento? Explique sus suposiciones.

2.15 Para el sistema descrito en el problema 2.11, determine una expresión para el radio crítico del aislamiento en términos de la conductividad térmica del aislante y del coeficiente superficial entre la superficie exterior del aislamiento y el fluido circundante. Suponga que la diferencia en temperatura, R_1, R_2, el coeficiente de transferencia de calor en el interior y la conductividad térmica del material de la esfera entre R_1 y R_2 son constantes.

2.16 Un tubo de acero estándar de 4 in (diámetro interior = 4.026 in, diámetro exterior = 4.500 in) transporta vapor sobrecalentado a 1 200 °F en un espacio cerrado donde existe un peligro de incendio, lo que limita la temperatura superficial a 100 °F. Para minimizar el costo del aislamiento, se utilizarán dos materiales: primero un aislante de alta temperatura (relativamente costoso) se aplicará al tubo y después se aplicará magnesia (un material menos costos) en el exterior. La temperatura máxima de la magnesia debe ser de 600 °F. Se conocen las constantes siguientes:

coeficiente en el lado a vapor	h = 100 Btu/h ft^2 °F
conductividad del aislante de alta temperatura	k = 0.06 Btu/h ft °F
conductividad de la magnesia	k = 0.045 Btu/h ft °F
coeficiente de transferencia de calor en el exterior	h = 2.0 Btu/h ft^2 °F
conductividad del acero	k = 25 Btu/h ft °F
temperatura ambiente	T_a = 70 °F



Problema 2.16

a) Especifique el espesor de cada material aislante. *b*) Calcule el coeficiente global de transferencia de calor basado en el diámetro exterior del tubo. *c*) ¿Qué fracción de la resistencia total se debe a: 1) la resistencia en el lado a vapor, 2) a la resistencia del tubo de acero, 3) al aislamiento (la combinación de los dos) y 4) a la resistencia exterior? *d*) ¿Cuánto calor se transfiere por hora por pie de longitud de tubo?

2.17 Demuestre que la tasa de conducción de calor por longitud unitaria a través de un cilindro hueco largo de radio interior r_i y radio exterior r_o hecho de un material cuya conductividad térmica varía linealmente con la temperatura, está dada por

$$\frac{q_k}{L} = \frac{T_i - T_o}{(r_o - r_i)/k_m A}$$

donde T_i = temperatura en la superficie interior
T_o = temperatura en la superficie exterior
$A = 2\pi(r_o - r_i)/\ln(r_o/r_i)$
$k_m = k_o[1 + \beta_k(T_i + T_o)/2]$
L = longitud del cilindro

2.18 Un cilindro hueco largo está construido de un material cuya conductividad térmica es una función de la temperatura de acuerdo con $k = 0.060 + 0.00060T$, donde T está en °F y k en Btu/h ft °F. Los radios interior y exterior del cilindro son 5 y 10 in, respectivamente. En condiciones en régimen permanente, la temperatura en la superficie interior del cilindro es 800 °F y la temperatura en la superficie exterior es 200 °F. *a*) Calcule la tasa de transferencia de calor por pie de longitud, tomando en cuenta la variación de la conductividad térmica con la temperatura. *b*) Si el coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior del cilindro es 3 Btu/h ft² °F, calcule la temperatura del aire en el exterior del cilindro.

2.19 Una pared plana de 15 cm de espesor tiene una conductividad térmica de acuerdo con la relación

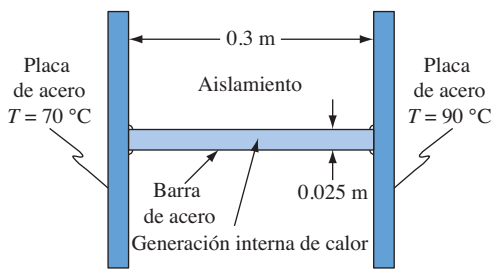
$$k = 2.0 + 0.0005T \text{ W/m K}$$

donde T está en kelvin. Si una superficie de esta pared se mantiene a 150 °C y la otra a 50 °C, determine la tasa de transferencia de calor por metro cuadrado. Haga un bosquejo de la distribución a través de la pared.

2.20 Una pared plana de 7.5 cm de espesor genera calor internamente a una tasa de 10^5 W/m³. Un lado de la pared está aislado y el otro está expuesto al entorno a 90 °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre la pared y el entorno es 500 W/m² K. Si la conductividad térmica de la pared es 12 W/m K, calcule la temperatura máxima en la pared.

2.21 El concreto para una presa pequeña, que se puede idealizar como una pared grande de 1.2 m de espesor, se va a verter en un tiempo breve. La hidratación del concreto resulta en el equivalente de una fuente distribuida de intensidad constante de 100 W/m³. Si las dos superficies de la presa están a 16 °C, determine la temperatura máxima a la que se someterá el concreto, suponiendo condiciones en régimen permanente. La conductividad térmica del concreto húmedo se puede tomar igual a 0.84 W/m K.

2.22 Dos placas de acero grandes a temperaturas de 90 y 70 °C están separadas por una barra de acero de 0.3 m de longitud y 2.5 cm de diámetro. La barra está soldada a cada placa. El espacio entre las placas está lleno con material aislante que también aísla la circunferencia de la barra. Debido a una diferencia de voltaje entre las dos placas, fluye corriente a través de la barra, disipando energía a una tasa de 12 W. Determine la temperatura máxima en la barra y la tasa de flujo de calor en cada extremo. Verifique sus resultados comparando la tasa neta de flujo de calor en los dos extremos con la tasa total de generación de calor.



Problema 2.22

2.23 El blindaje de un reactor nuclear se puede idealizar como una placa plana grande de 10 in de espesor, que tiene una conductividad térmica de 2 Btu/ft °F. La radiación desde el interior del reactor penetra el blindaje y allí produce generación de calor que disminuye exponencialmente de un valor de 10 Btu/h in³ en la superficie interior a un valor de 1.0 Btu/h in³ a una distancia de 5 in desde la superficie interior. Si la superficie exterior se mantiene a 100 °F mediante convección forzada, determine la temperatura en la superficie interior del campo. *Sugerencia*: Primero formule las ecuaciones diferenciales para un sistema en el que la tasa de generación de calor varíe de acuerdo con $\dot{q}(x) = \dot{q}(0)e^{-Cx}$.

2.24 Deduzca una expresión para la distribución de temperatura en una barra infinitamente larga de sección transversal uniforme dentro de la cual existe una generación uniforme de calor a una tasa de 1 W/m. Suponga que la barra está conectada a una superficie a T_s y expuesta a través de un coeficiente de transferencia de calor por convección h a un fluido a T_f.

2.25 Deduzca una expresión para la distribución de temperatura en una pared plana en la que hay fuentes de calor uniformemente distribuidas que varían de acuerdo con la relación lineal

$$\dot{q}_G = \dot{q}_w[1 - \beta(T - T_w)]$$

donde $\dot{q}_w$ es una constante igual a la generación de calor por volumen unitario a la temperatura de la pared T_w. Los dos lados de la placa se mantienen a T_w y el espesor de la placa es $2L$.

2.26 Una pared plana de espesor $2L$ tiene fuentes de calor internas cuya intensidad varía de acuerdo con

$$\dot{q}_G = \dot{q}_o \cos(ax)$$

donde $\dot{q}_o$ es el calor generado por volumen unitario en el centro de la pared ($x = 0$) y a es una constante. Si los dos lados de la pared se mantienen a una temperatura constante de T_w, deduzca una expresión para la pérdida de calor total de la pared por área superficial unitaria.

2.27 En la barra de combustible de un reactor nuclear se genera calor de manera uniforme. La barra tiene una forma cilíndrica hueca y es larga con sus superficies interior y exterior a temperaturas de T_i y T_o, respectivamente. Deduzca una expresión para la distribución de temperatura.

2.28 Demuestre que la distribución de temperatura en una esfera de radio r_o, hecha de un material homogéneo en el que se libera energía a una tasa uniforme por volumen unitario $\dot{q}_G$, es

$$T(r) = T_o + \frac{\dot{q}_G r_o^2}{6k}\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right]$$

2.29 En una barra de combustible cilíndrica de un reactor nuclear, se genera calor internamente de acuerdo con la ecuación

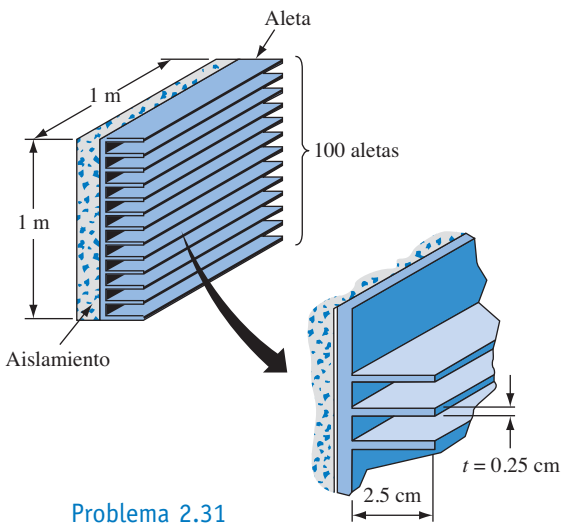
$$\dot{q}_G = \dot{q}_1\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right]$$

donde $\dot{q}_G$ = tasa local de generación de calor por volumen unitario en r
r_o = radio exterior
$\dot{q}_1$ = tasa de generación de calor por volumen unitario en la línea central

Calcule la caída de temperatura de la línea central a la superficie para una barra de 1 in de diámetro que tiene una conductividad térmica de 15 Btu/h ft °F si la tasa de remoción de calor de su superficie es 500 000 Btu/h ft².

2.30 Se va a diseñar un calentador eléctrico capaz de generar 10 000 W. El elemento calefactor será un alambre de acero inoxidable que tiene una resistividad eléctrica de 80×10^{-6} ohm-centímetro. La temperatura de operación del acero inoxidable no debe ser mayor que 1 260 °C. El coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior se espera que no sea menor que 1 720 W/m² K en un medio cuya temperatura máxima es 93 °C. Se dispone de un transformador capaz de suministrar corriente en 9 y 12 V. Determine un tamaño adecuado para el alambre, la corriente requerida y explique qué efecto tendrá una reducción en el coeficiente de transferencia de calor. (*Sugerencia*: Demuestre *primero* que la caída de temperatura entre el centro y la superficie del alambre es independiente del diámetro del alambre y determine su valor).

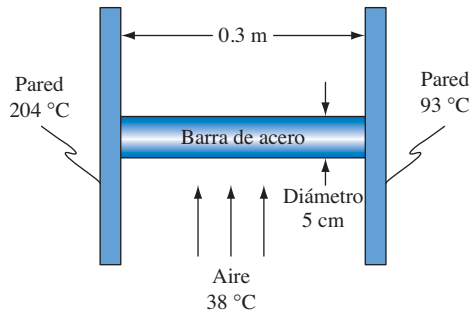
2.31 Se ha sugerido la adición de aletas de aluminio para aumentar la tasa de disipación de calor de un lado de un dispositivo electrónico de 1 m de ancho y 1 m de altura. Las aletas serán de sección transversal rectangular, de 2.5 cm de longitud y 0.25 cm de espesor, como se muestra en la figura. Habrá 100 aletas por metro. El coeficiente de transferencia de calor por convección, tanto para la pared como para las aletas, se estima que es 35 W/m² K. Con esta información determine el aumento porcentual en la tasa de transferencia de calor de la pared con aletas comparada con la pared desnuda.



Problema 2.31

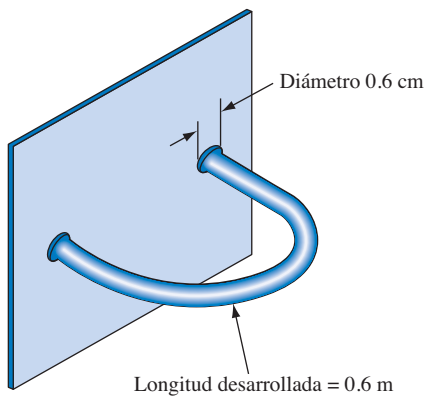
2.32 La punta de un cautín consiste de una barra de cobre de 0.6 cm de diámetro y 7.6 cm de longitud. Si la punta debe estar a 204 °C, ¿cuál es la temperatura mínima requerida de la base y el flujo de calor, en Btu por hora y en watts, hacia la base? Suponga que $\bar{h} = 22.7$ W/m² K y $T_{aire} = 21$ °C.

2.33 Un extremo de una barra de acero de 0.3 m de longitud está conectado a una pared a 204 °C. El otro extremo está conectado a una pared que se mantiene a 93 °C. A través de la barra se sopla aire de manera que sobre toda la superficie se mantiene un coeficiente de transferencia de calor de 17 W/m² K. Si el diámetro de la barra es 5 cm y la temperatura del aire es 38 °C, ¿cuál es la tasa neta de pérdida de calor hacia el aire?



Problema 2.33

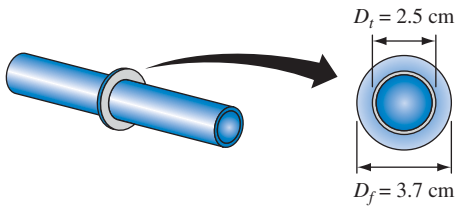
2.34 Los dos extremos de una barra de cobre en forma de U de 0.6 cm de diámetro están colocados rígidamente a una pared vertical, como se muestra en el bosquejo siguiente. La temperatura de la pared se mantiene a 93 °C. La longitud desarrollada de la barra es 0.6 m y está expuesta al aire a 38 °C. El coeficiente combinado de



Problema 2.34

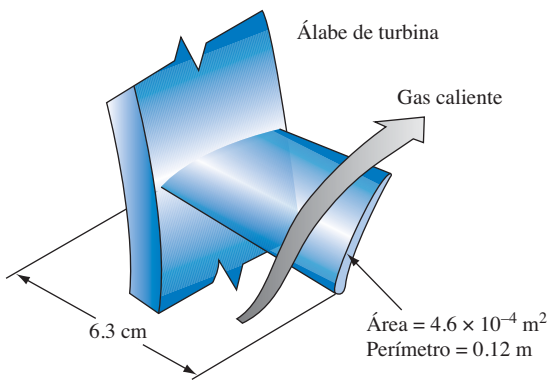
transferencia de calor por radiación y convección para este sistema es 34 W/m² K. *a*) Calcule la temperatura del punto medio de la barra. *b*) ¿Cuál será la tasa de transferencia de calor de la barra?

2.35 Una aleta anular de sección transversal rectangular, diámetro exterior de 3.7 cm y espesor de 0.3 cm, rodea un tubo de 2.5 cm de diámetro, como se muestra a continuación. La aleta está construida de acero dulce. El aire que pasa a través de la aleta produce un coeficiente de transferencia de calor de 28.4 W/m² K. Si las temperaturas de la base de la aleta y del aire son 260 y 38 °C, respectivamente, calcule la tasa de transferencia de calor de la aleta.



Problema 2.35

2.36 Un álabe de una turbina de 6.3 cm de longitud, con área de sección transversal $A = 4.6 \times 10^{-4}$ m² y perímetro $P = 0.12$ m, está hecho de acero inoxidable (k = 18 W/m K). La temperatura de la base, T_s, es 482 °C. El álabe está expuesto a un gas caliente a 871 °C y el coeficiente de transferencia de calor $\bar{h}$ es 454 W/m² K. Determine la temperatura de la punta del álabe y la tasa de flujo de calor en la raíz del álabe. Suponga que la punta está aislada.

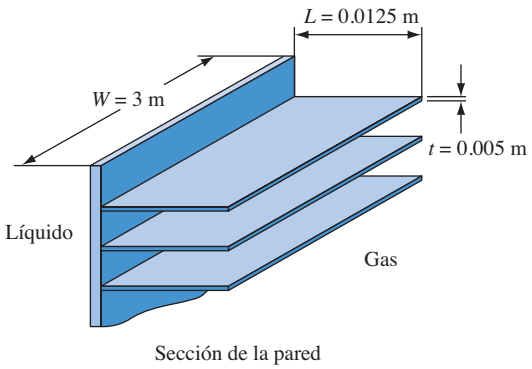


Problema 2.36

2.37 Para determinar la conductividad térmica de una barra larga, sólida y de 2.5 cm de diámetro, la mitad de la barra se insertó en un horno mientras que la otra mitad sobresalía al aire a 27 °C. Después de alcanzar el régimen permanente, se midieron temperaturas de 126 y 91 °C en dos puntos separados 7.6 cm. El coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie de la barra expuesta al aire se estimó igual a 22.7 W/m² K. ¿Cuál es la conductividad térmica de la barra?

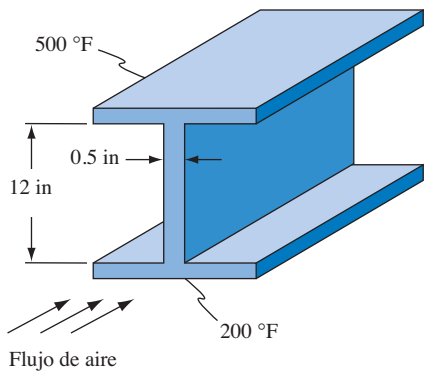
2.38 Se transfiere calor del agua al aire a través de una pared de latón (k = 54 W/m K). Se considera la adición de aletas de latón rectangulares de 0.08 cm de espesor y 2.5 cm de longitud, espaciadas a 1.25 cm. Suponiendo un coeficiente de transferencia de calor en el lado del agua de 170 W/m² K y un coeficiente de transferencia de calor en el lado del aire de 17 W/m² K, compare la ganancia en la tasa de transferencia de calor lograda por la adición de las aletas *a*) en el lado del agua, *b*) en el lado del aire y *c*) en los dos lados. (Ignore la caída de temperatura a través de la pared.)

2.39 La pared de un intercambiador de calor de líquido a gas tiene un área superficial en el lado del líquido de 1.8 m² (0.6 × 3.0 m) con un coeficiente de transferencia de calor de 255 W/m² K. En el otro lado de la pared del intercambiador de calor fluye un gas y la pared tiene 96 aletas delgadas rectangulares de acero de 0.5 cm de espesor y 1.25 cm de altura (k = 3 W/m K), como se muestra en el bosquejo siguiente. Las aletas tienen una longitud de 3 m y el coeficiente de transferencia de calor en el lado del gas es 57 W/m² K. Suponiendo que la resistencia térmica de la pared es insignificante, determine la tasa de transferencia de calor si la diferencia global de temperatura es 38 °C.



Problema 2.39

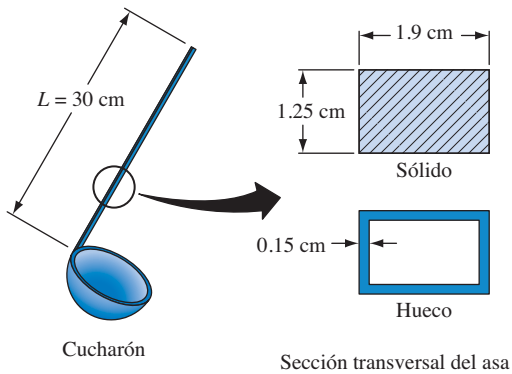
2.40 La parte superior de una viga I de 12 in de peralte se mantiene a una temperatura de 500 °F, en tanto que la parte inferior está a 200 °F. El espesor del alma es ½ in. Por el costado de la viga sopla aire a 500 °F de manera



Problema 2.40

que $\bar{h} = 7$ Btu/h ft² °F. La conductividad térmica del acero se puede suponer que es constante e igual a 25 Btu/h ft °F. Determine la distribución de temperatura a lo largo del alma de la viga desde la parte superior a la inferior y trace los resultados en una gráfica.

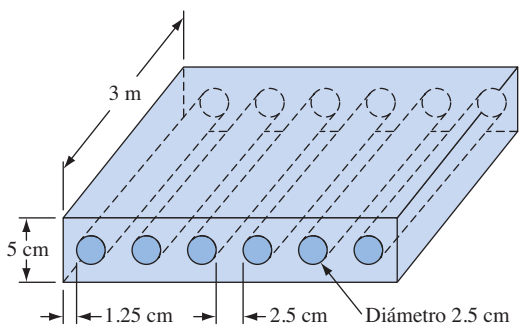
2.41 La longitud del asa de un cucharón utilizado para verter plomo fundido es 30 cm. Originalmente el asa se fabricó de una barra cuadrada de acero dulce de 1.9 × 1.25 cm. Para reducir la temperatura en la zona de sujeción, se propone formar el asa de un tubo de 0.15 cm de espesor a la misma forma rectangular. Si el coeficiente global de transferencia de calor sobre la superficie del asa es 14 W/m² K, estime la reducción de la temperatura en la zona de sujeción en aire a 21 °C.



Problema 2.41

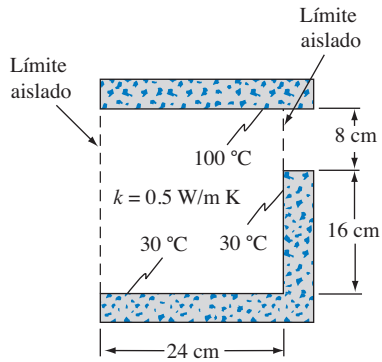
2.42 Una placa de aluminio de 0.3 cm de espesor tiene aletas rectangulares de 0.16 × 0.6 cm, en un lado, separadas 0.6 cm. El lado con aletas tiene contacto con aire a baja presión a 38 °C y el coeficiente de transferencia de calor promedio es 28.4 W/m² K. En el lado sin aletas, fluye agua a 93 °C y el coeficiente de transferencia de calor es 284 W/m² K. *a*) Calcule la eficiencia de las aletas, *b*) calcule la tasa de transferencia de calor por área unitaria de pared y *c*) haga un comentario sobre el diseño si el agua y el aire se intercambiaran.

2.43 Compare la tasa de flujo de calor de la parte inferior a la superior de la estructura de aluminio que se muestra en el bosquejo siguiente con la tasa de flujo de calor a través de una pared sólida. La parte superior está a −10 °C, la inferior a 0 °C. Los agujeros están llenos con aislante que no conduce calor de manera apreciable.



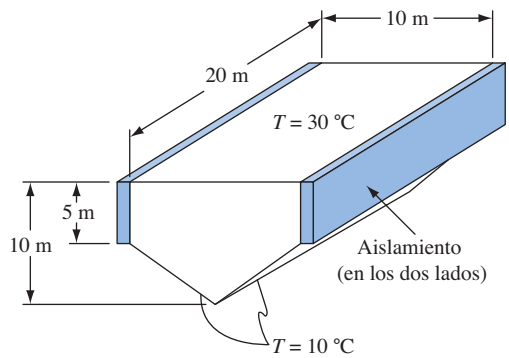
Problema 2.43

2.44 Determine mediante una gráfica de flujo las temperaturas y el flujo de calor por profundidad unitaria en el aislante acanalado que se muestra en el bosquejo siguiente.



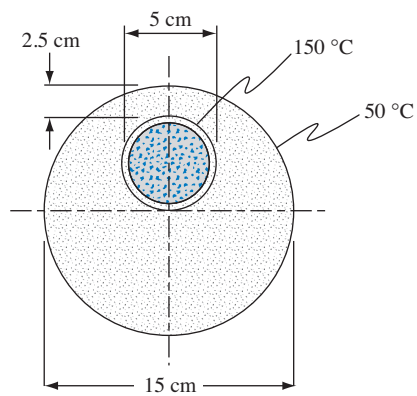
Problema 2.44

2.45 Utilice una gráfica de flujo para estimar la tasa de flujo de calor a través del objeto que se muestra en el bosquejo siguiente. La conductividad térmica del material es 15 W/m K. Suponga que no se pierde calor por los lados.



Problema 2.45

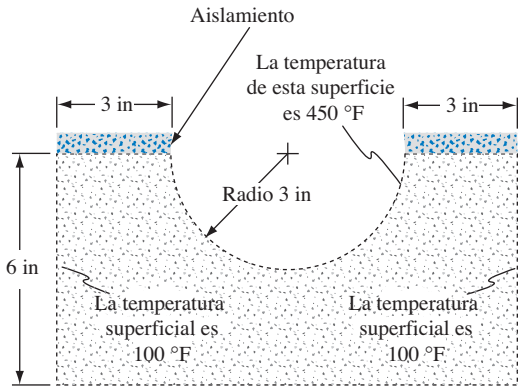
2.46 Determine la tasa de transferencia de calor por metro de longitud de un tubo de 5 cm de diámetro exterior colocado excéntricamente dentro de un cilindro mayor



Problema 2.46

relleno con 85% de lana de magnesia como se muestra en el bosquejo. El diámetro exterior del cilindro mayor es 15 cm y su temperatura superficial es 50 °C.

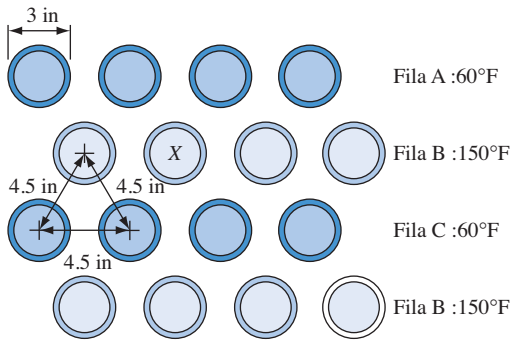
2.47 Determine la tasa de flujo de calor por pie de longitud de la superficie interior a la exterior del aislante moldeado que se muestra en el bosquejo siguiente. Utilice $k = 0.1$ Btu/h ft °F.



Problema 2.47

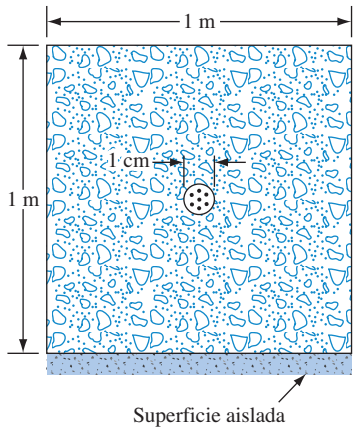
2.48 Un cable eléctrico largo de cobre de 1 cm de diámetro está insertado en el centro de un bloque de concreto cuadrado de 25 cm por lado. Si la temperatura exterior del concreto es 25 °C y la tasa de disipación de energía eléctrica en el cable es 150 W por metro de longitud, determine las temperaturas en la superficie exterior y en el centro del cable.

2.49 Un gran número de tubos de 1.5 in de diámetro exterior que transportan líquidos calientes y fríos están insertados en concreto en una configuración escalonada con líneas centrales separadas 4.5 in, como se muestra en el bosquejo. Si los tubos en las filas A y C están a 60 °F en tanto que los tubos en las filas B y D están a 150 °F, determine la tasa de transferencia de calor por pie de longitud del tubo *X* en la fila B.



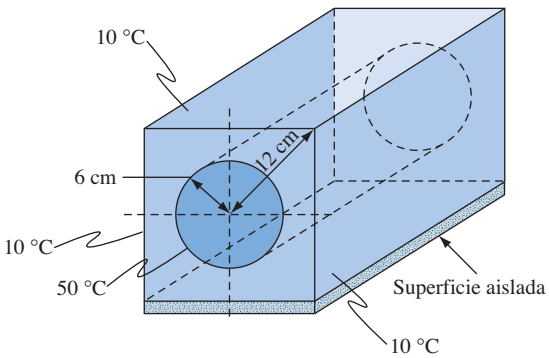
Problema 2.49

2.50 Un cable eléctrico largo de 1 cm de diámetro está insertado en una pared de concreto ($k = 0.13$ W/m K) de 1 por 1 m, como se muestra en el bosquejo siguiente. Si la superficie inferior está aislada, la superficie del cable está a 100 °C y la superficie expuesta del concreto está a 25 °C, estime la tasa de disipación de energía por metro de cable.



Problema 2.50

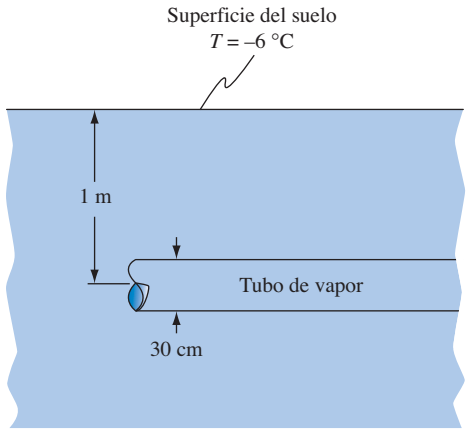
2.51 Determine la distribución de temperatura y la tasa de flujo de calor por metro de longitud en un bloque de concreto largo que tiene la forma que se muestra en el bosquejo siguiente. El área de la sección transversal del bloque es cuadrada y el agujero está en su centro.



Problema 2.51

2.52 Un tubo de 30 cm de diámetro exterior con una temperatura superficial de 90 °C transporta vapor a una distancia de 100 m. El tubo está enterrado con su línea central a una profundidad de 1 m, la superficie del suelo está a −6 °C y la conductividad térmica media del suelo es 0.7 W/m K. Calcule la pérdida de calor por día y el costo de esta pérdida si el calor del vapor vale \$3.00 por 10^6 kJ. Además estime el espesor necesario de aislamiento de 85% de magnesia para lograr el mismo aislamiento que el proporcionado por el suelo con un coeficiente de transferencia de calor total de 23 W/m^2 K en el exterior del tubo.

2.53 Dos tubos largos, uno con 10 cm de diámetro exterior y temperatura superficial de 300 °C, el otro con diá-



Problema 2.52

metro exterior de 5 cm y temperatura superficial de 100 °C, están enterrados profundamente en arena seca con sus líneas centrales separadas 15 cm. Determine la tasa de flujo de calor del tubo mayor al menor por metro de longitud.

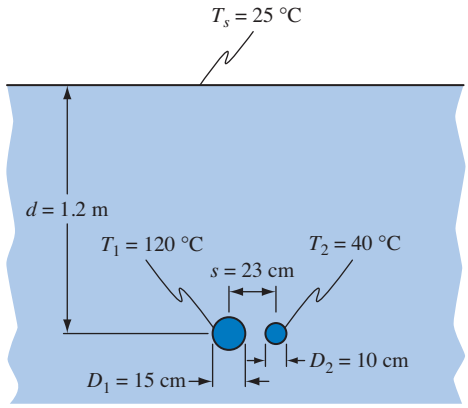
2.54 Una muestra radiactiva se almacenará en una caja protectora con paredes de 4 cm de espesor y dimensiones interiores de $4 \times 4 \times 12$ cm. La radiación emitida por la muestra se absorbe por completo en la superficie interior de la caja, que es de concreto. Si la temperatura exterior de la caja es 25 °C, pero la temperatura interior no debe exceder 50 °C, determine la tasa de radiación máxima permisible de la muestra, en watts.

2.55 Un tubo de 6 in de diámetro exterior está enterrado con su línea central a 50 in debajo de la superficie del suelo (k del suelo es 0.20 Btu/h ft °F). Un aceite que tiene una densidad de 6.7 lb/gal y un calor específico de 0.5 Btu/lb °F fluye en el tubo a 100 gpm. Suponiendo una temperatura superficial del suelo de 40 °F y una temperatura de la pared del tubo de 200 °F, estime la longitud del tubo a la que la temperatura del aceite disminuye en 10 °F.

2.56 Un conducto de vapor de 2.5 cm de diámetro exterior a 100 °C corre paralelo a un conducto de agua fría de 5.0 cm de diámetro exterior a 15 °C. Los tubos están separados 5 cm (centro a centro) y profundamente enterrados en concreto con una conductividad térmica de 0.87 W/m K. ¿Cuál es la transferencia de calor por metro de tubo entre los dos tubos?

2.57 Calcule la tasa de transferencia de calor entre un tubo de 15 cm de diámetro exterior a 120 °C y un tubo de 10 cm de diámetro exterior a 40 °C. Los dos tubos tienen una longitud de 330 m y están enterrados en arena ($k = 0.33$ W/m K) 12 m debajo de la superficie ($T_s = 25$ °C). Los tubos son paralelos y están separados 23 cm (centro a centro).

2.58 Una barra de acero dulce de 0.6 cm de diámetro a 38 °C se sumerge repentinamente en un líquido a 93 °C con $\bar{h}_c = 110$ W/m^2 K. Determine el tiempo requerido para que la barra se caliente a 88 °C.

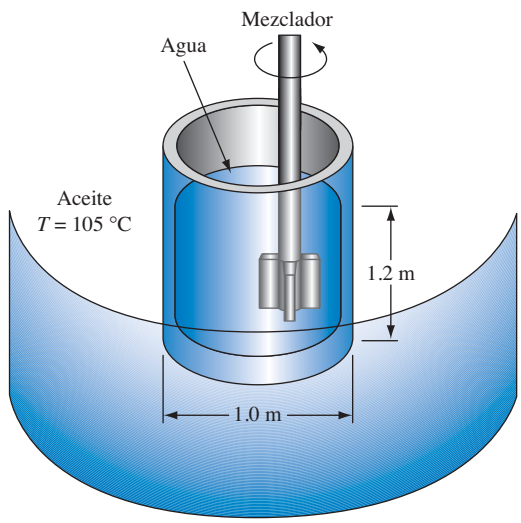


Problema 2.57

2.59 Un satélite hueco esférico (diámetro exterior de 3 m, paredes de acero inoxidable de 1.25 cm) reingresa a la atmósfera proveniente del espacio exterior. Si su temperatura original es 38 °C, la temperatura promedio efectiva de la atmósfera es 1 093 °C y el coeficiente de transferencia de calor efectivo es 115 W/m^2 °C, estime la temperatura de la coraza después del reingreso, suponiendo que el tiempo de reingreso es 10 min y que el interior del satélite está evacuado.

2.60 Un recipiente de pared delgada (1 m de diámetro) está lleno hasta una profundidad de 1.2 m con agua a una temperatura inicial de 15 °C. El agua se agita perfectamente con un agitador mecánico. Estime el tiempo requerido para calentar el agua a 50 °C, si el recipiente se sumerge repentinamente en aceite a 105 °C. El coeficiente de transferencia de calor global entre el aceite y el agua es 284 W/m^2 K y la superficie de transferencia de calor efectiva es 4.2 m^2.

2.61 Un tanque de pared delgada revestido, calentado por condensación de vapor a una atmósfera contiene 91 kg



Problema 2.60

de agua agitada. El área de trasferencia de calor del revestimiento es 0.9 m^2 y el coeficiente de transferencia de calor global $U = 227$ W/m^2 K basado en esa área. Determine el tiempo de calentamiento requerido para aumentar la temperatura de 16 a 60 °C.

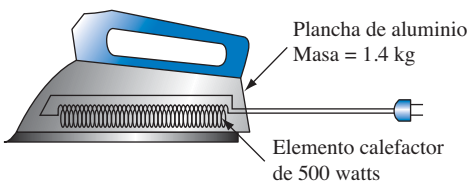
2.62 Los coeficientes de transferencia de calor para el flujo de aire a 26.6 °C sobre una esfera de 1.25 cm de diámetro se miden observando el historial temperatura-tiempo de una bola de cobre con las mismas dimensiones. La temperatura de la bola de cobre ($c = 376$ J/kg K, $\rho = 8928$ kg/m^3) se midió con dos termopares, uno ubicado en el centro y el otro cerca de la superficie. Los dos termopares registraron, dentro de la precisión de los instrumentos de medición, la misma temperatura en cualquier instante dado. En una operación de prueba, la temperatura inicial de la bola fue 66 °C y la temperatura disminuyó en 7 °C en 1.15 min. Calcule el coeficiente de transferencia de calor para este caso.

2.63 Un recipiente esférico de acero inoxidable a 93 °C contiene 45 kg de agua inicialmente a la misma temperatura. Si todo el sistema se sumerge repentinamente en agua helada, determine: *a*) el tiempo requerido para que el agua en el recipiente se enfríe a 16 °C y *b*) la temperatura de las paredes del recipiente en ese tiempo. Suponga que el coeficiente de transferencia de calor en la superficie es 17 W/m^2 K, que el coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior es 22.7 W/m^2 K y que la pared del recipiente tiene un espesor de 2.5 cm.

2.64 Un alambre de cobre, de 1/32 in de diámetro exterior y 2 in de longitud se coloca en una corriente de aire cuya temperatura aumenta a una tasa dada por $T_{\text{aire}} = (50 + 25t)$ °F, donde t es el tiempo en segundos. Si la temperatura inicial del alambre es 50 °F, determine su temperatura después de 2 s, 10 s y 1 min. El coeficiente de transferencia de calor entre el aire y el alambre es 7 Btu/h ft^2 °F.

2.65 Una placa de cobre grande de 2.54 cm de espesor se coloca entre dos corrientes de aire. El coeficiente de transferencia de calor en un lado es 28 W/m^2 K y en el otro lado es 57 W/m^2 K. Si la temperatura de las dos corrientes se cambia repentinamente de 38 a 93 °C, determine el tiempo que le tomará a la placa para alcanzar una temperatura de 82 °C.

2.66 Una plancha doméstica de aluminio con un peso de 1.4 kg tiene un elemento calefactor de 500 W y su área superficial es 0.046 m^2. La temperatura ambiente es 21 °C y el coeficiente de transferencia de calor superficial es 11 W/m^2 K. ¿Cuánto tiempo después de que la plancha se conecta a un receptáculo su temperatura alcanzará 104 °C?



Problema 2.66

2.67 Estime la profundidad en un suelo húmedo para el que la variación de temperatura será 10% de la correspondiente en la superficie.

2.68 Una esfera de aluminio pequeña de diámetro D, inicialmente a temperatura uniforme T_o, se sumerge en un líquido cuya temperatura, T_∞, varía sinusoidalmente de acuerdo con

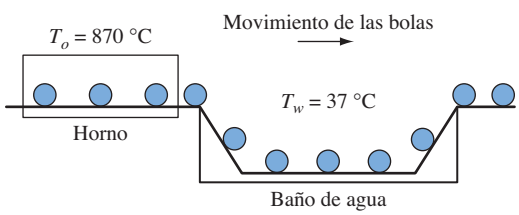
$$T_\infty - T_m = A \operatorname{sen}(\omega t)$$

donde T_m = temperatura promedio con respecto al tiempo del líquido
A = amplitud de la fluctuación de la temperatura
ω = frecuencia de las fluctuaciones

Si el coeficiente de transferencia de calor entre el fluido y la esfera, $\bar{h}_o$, es constante y el sistema se puede tratar como una "capacitancia térmica concentrada", deduzca una expresión para la temperatura de la esfera como una función del tiempo.

2.69 Un alambre de perímetro P y área de sección transversal A sale de un dado a una temperatura T (arriba de la temperatura ambiente) y con una velocidad U. Determine la distribución de temperatura a lo largo del alambre en régimen permanente si la longitud expuesta corriente abajo del dado es muy larga. Establezca con claridad e intente justificar todas sus suposiciones.

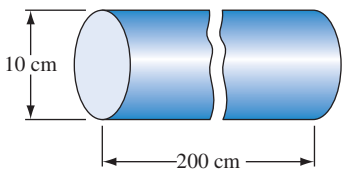
2.70 Los cojinetes de bolas se tienen que endurecer templándolos en un baño de agua a una temperatura de 37 °C. Se le pide diseñar un proceso continuo en el que las bolas puedan rodar de un horno de calentamiento a una temperatura uniforme de 870 °C al baño de agua, de donde se transportan mediante una banda de transporte. Sin embargo, la banda de transporte de caucho no sería adecuada si la temperatura superficial de las bolas salientes del agua es mayor de 90 °C. Si el coeficiente de transferencia de calor superficial entre las bolas y el agua se puede suponer que es igual a 590 W/m^2 K , *a*) determine una relación aproximada que proporcione el tiempo de enfriamiento mínimo permisible en el agua como una función del radio de la bola para bolas hasta 1.0 cm de diámetro, *b*) calcule el tiempo de enfriamiento, en segundos, requerido para una bola con un diámetro de 2.5 cm y *c*) calcule la cantidad total de calor en watts que se tendrán que remover del baño de agua a fin de mantener una temperatura uniforme si se tienen que templar 100 000 bolas de 2.5 cm de diámetro por hora.



Problema 2.70

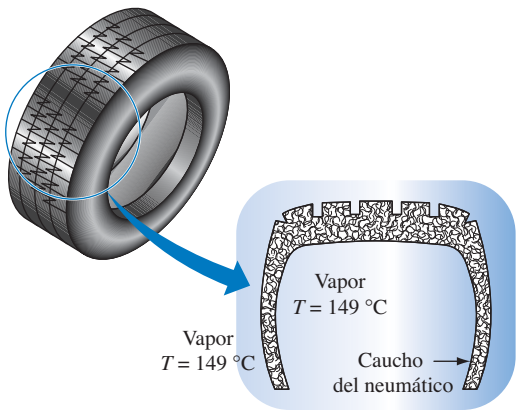
2.71 Estime el tiempo necesario para calentar a 77 °C el centro de un asado de 1.5 kg en un horno a 163 °C y compare sus resultados con instrucciones dadas en un libro de cocina común.

2.72 Una barra cilíndrica de acero inoxidable (k = 14.4 W/m K, $\alpha = 3.9 \times 10^{-6}$ m²/s) en preparación se calienta a 593 °C para un proceso de modelado. Si la temperatura mínima posible es 482 °C, ¿cuánto tiempo se puede exponer la barra al aire a 38 °C si el coeficiente de transferencia de calor promedio es 85 W/m² K? La forma de la barra se muestra en el bosquejo.



Problema 2.72

2.73 En la vulcanización de neumáticos, el neumático se coloca en un molde y repentinamente se admite vapor a 149 °C en sus dos lados. Si el espesor del neumático es 2.5 cm, la temperatura inicial es 21 °C, el coeficiente de transferencia de calor entre el neumático y el vapor es 150 W/m² K y el calor específico del caucho es 1 650 J/kg K, estime el tiempo requerido para que el centro del caucho alcance 132 °C.



Problema 2.73

2.74 Un cilindro de cobre largo de 0.6 cm de diámetro e inicialmente a una temperatura uniforme de 38 °C se coloca en un baño de agua a 93 °C. Suponiendo que el coeficiente de transferencia de calor entre el cobre y el agua es 1 248 W/m² K, calcule el tiempo necesario para calentar el centro del cilindro a 66 °C. Como primera aproximación, ignore el gradiente de temperatura dentro del cilindro, luego repita sus cálculos sin esta simplificación y compare sus resultados.

2.75 Una esfera de acero con un diámetro de 7.6 cm se endurecerá primero calentándola a una temperatura uniforme de 870 °C y después templándola en un baño de agua grande a una temperatura de 38 °C. Se dispone de los siguientes datos:

coeficiente de transferencia de calor superficial $\bar{h}_c = 590$ W/m² K

conductividad térmica del acero = 43 W/m K

calor específico del acero = 628 J/kg K

densidad del acero = 7840 kg/m³

Calcule: *a*) el tiempo transcurrido para enfriar la superficie de la esfera a 204 °C y *b*) el tiempo transcurrido para enfriar el centro de la esfera a 204 °C.

2.76 Una placa de plástico de 2.5 cm de espesor inicialmente a 21 °C se coloca entre dos placas de acero calentadas que se mantienen a 138 °C. El plástico se tiene que calentar justo lo suficiente para que la temperatura de su plano medio alcance 132 °C. Si la conductividad térmica del plástico es 1.1×10^{-3} W/m K, la difusividad térmica es 2.7×10^{-6} m/s y la resistencia térmica en la interfaz entre las placas y el plástico es insignificante, calcule: *a*) el tiempo de calentamiento necesario, *b*) la temperatura en un plano a 0.6 cm de la placa de acero en el instante en que se termina el calentamiento y *c*) el tiempo requerido para que el plástico alcance una temperatura de 132 °C a 0.6 cm de la placa de acero.

2.77 Un nabo gigante (supuestamente esférico) que pesa 0.45 kg se deja caer en un caldero con agua hirviendo a presión atmosférica. Si la temperatura inicial del nabo es 17 °C, ¿cuánto tiempo se requiere para que alcance 92 °C en el centro? Suponga que

$$\bar{h}_c = 1700 \text{ W/m}^2\text{K} \qquad c_p = 3900 \text{ J/kg K}$$

$$k = 0.52 \text{ W/m K} \qquad \rho = 1040 \text{ kg/m}^3$$

2.78 Un huevo, que para fines de este problema se supone que es una esfera de 5 cm de diámetro con las propiedades térmicas del agua, inicialmente está a una temperatura de 4 °C. Se sumerge en agua hirviendo a 100 °C durante 15 min. El coeficiente de transferencia de calor del agua al huevo se supone que es 1 700 W/m² K. ¿Cuál es la temperatura del centro del huevo al final del periodo de cocimiento?

2.79 Una barra larga de madera a 38 °C con un diámetro exterior de 2.5 cm se coloca en una corriente de aire a 600 °C. El coeficiente de transferencia de calor entre la barra y el aire es 28.4 W/m² K. Si la temperatura de encendido de la madera es 427 °C, ρ = 800 kg/m³, k = 0.173 W/m K y c = 2 500 J/kg K, determine el tiempo entre la exposición inicial y el encendido de la madera.

2.80 En la inspección de una muestra de carne destinada para consumo humano, se determinó que contenía ciertos organismos indeseables. Para hacerla segura para su consumo, se ordenó que se mantenga a una temperatura de al menos 121 °C durante al menos 20 min en su preparación. Suponga que una losa de 2.5 cm de espesor de

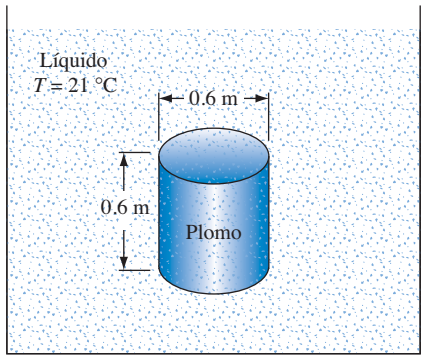
esta carne está originalmente a una temperatura uniforme de 27 °C, que se calentará por los dos lados en un horno a temperatura constante y que la temperatura máxima que puede soportar la carne es 154 °C. Suponga además que el coeficiente de transferencia de calor superficial permanece constante y que es 10 W/m² K. Los siguientes datos se pueden suponer para la muestra de carne: calor específico = 4184 J/kg K; densidad = 1280 kg/m³; conductividad térmica = 0.48 W/m K. Calcule la temperatura del horno y el tiempo total mínimo de calentamiento para cumplir con la regulación de seguridad.

2.81 Una compañía de alimentos congela sus espinacas primero comprimiéndolas en forma de paredes grandes y después exponiendo las paredes de espinacas a un medio de enfriamiento de baja temperatura. La pared grande de espinacas comprimida inicialmente está a una temperatura uniforme de 21 °C, que se debe reducir a una temperatura promedio sobre toda la pared de −34 °C. La temperatura de cualquier parte de la pared, sin embargo, nunca debe disminuir a un valor menor que −51 °C. El medio de enfriamiento que pasa a través de los dos lados de la pared está a una temperatura constante de −90 °C. Los siguientes datos se pueden utilizar para las espinacas: densidad = 80 kg/m³; conductividad térmica = 0.87 W/m K; calor específico = 2 100 J/kg K. Presente un análisis detallado que describa un método para estimar el espesor máximo de la pared que se pueda enfriar con seguridad en 60 min.

2.82 En la determinación experimental del coeficiente de transferencia de calor entre una bola de acero calentada y sólidos minerales triturados, se calentó una serie de bolas de acero con un contenido de carbono de 1.5% a una temperatura de 700 °C y se registró el historial temperatura-tiempo en el centro con un termopar cuando se enfriaron en una cama de mineral de hierro triturado que se colocó en un tambor de acero girando en formar horizontal a aproximadamente 30 rpm. Para una bola de 5 cm de diámetro, el tiempo requerido para que la diferencia de temperatura entre el centro de la bola y el mineral circundante disminuyera de una diferencia inicial de 500 °C a una de 250 °C se determinó que fue 64, 67 y 72 s, respectivamente, en tres ensayos diferentes. Defina el coeficiente de transferencia de calor promedio entre la bola y el mineral. Compare los resultados obtenidos suponiendo que la conductividad térmica es infinita, con los resultados obtenidos tomando en cuenta la resistencia térmica interna de la bola.

2.83 La temperatura de un lingote cilíndrico de acero dulce de 25 cm de diámetro se tiene que aumentar a un mínimo de 760 °C pasándolo a través de un horno de banda de 6 m de longitud. Si los gases del horno están a 1 538 °C y el coeficiente de transferencia de calor global en el exterior del lingote es 68 W/m² K, determine la velocidad máxima a la que un lingote continuo entrante a 20 °C puede viajar a través del horno.

2.84 Un cilindro de plomo sólido de 0.6 m de diámetro y 0.6 m de longitud, inicialmente a una temperatura uniforme de 121 °C, se deja caer en un baño líquido a 21 °C en el que el coeficiente de transferencia de calor $\bar{h}_c$ es 1 135 W/m² K. Trace el historial temperatura-tiempo del centro de este cilindro y compárelo con los historiales de tiempo de un cilindro de plomo infinitamente largo y una losa de plomo de 0.6 m de espesor.

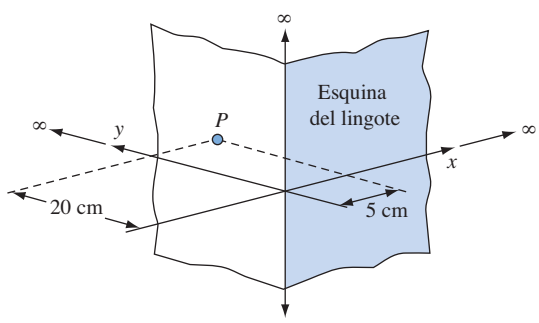


Problema 2.84

2.85 Un lingote cilíndrico largo de acero inoxidable 347 (k = 14 W/m K) de 0.6 m de diámetro exterior a temperatura ambiente de 16 °C, se coloca en un horno donde la temperatura es 260 °C. Si el coeficiente de transferencia de calor promedio es 170 W/m² K: *a*) estime el tiempo requerido para que la temperatura del centro aumente a 232 °C utilizando la gráfica adecuada y *b*) determine el flujo de calor superficial instantáneo cuando la temperatura del centro es 232 °C.

2.86 Repita el problema 2.85*a*), pero suponga que el lingote sólo tiene una longitud de 1.2 m con un coeficiente de transferencia de calor promedio en los dos extremos igual a 136 W/m² K.

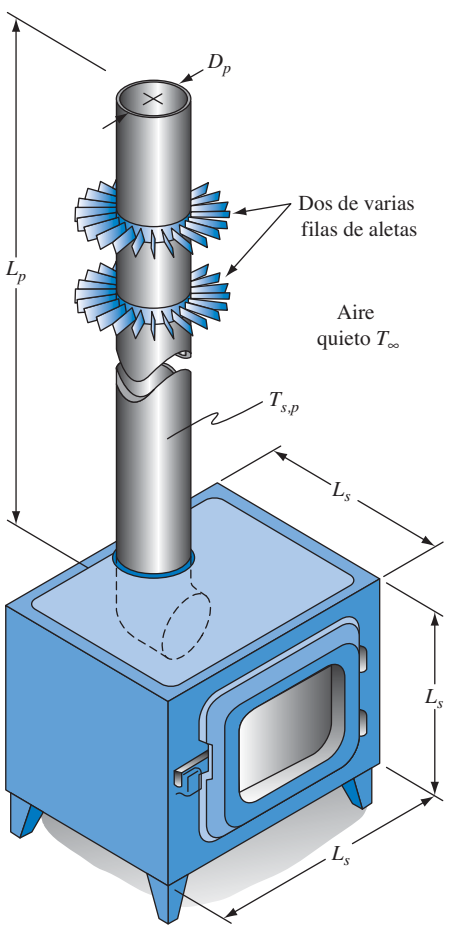
2.87 Un lingote grande de acero inicialmente a 260 °C se coloca en un horno radiante donde la temperatura superficial se mantiene a 1 200 °C. Suponiendo que el lingote es de extensión infinita, calcule la temperatura en el punto P (consulte el siguiente bosquejo) después de transcurrir 25 min. Las propiedades promedio del acero son: k = 28 W/m K, ρ = 7 360 kg/m³ y c = 500 J/kg K.



Problema 2.87

Problemas de diseño

2.1 **Aletas para recuperación de calor** (capítulos 2 y 5)
Un inventor quiere aumentar la eficiencia de las estufas de combustión de madera reduciendo la pérdida de energía a través de la chimenea de los gases de la combustión. Se propone lograr esto colocando aletas a la superficie exterior de la chimenea, como se muestra en la figura. Las aletas se colocan circunferencialmente a la chimenea y tienen una base de 0.5 cm y 2 cm de longitud perpendicular a la superficie y 6 cm de longitud en la dirección vertical. La temperatura superficial de la chimenea es 500 °C y la temperatura circundante es 20 °C. Para este diseño térmico inicial, suponga que cada aleta pierde calor por convección natural con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2 K. Seleccione un material adecuado para las aletas y explique la forma de colocarlas, así como el efecto de la resistencia por contacto. En el capítulo 5 se le pedirá reconsiderar este diseño y calcular el coeficiente de transferencia de calor por convección natural de información presentada en ese capítulo. Para obtener información adicional sobre este concepto, puede consultar la U.S. Patent 4 236 578, F. Kreith y R.C. Corneliusen, *Heat Exchange Enhancement Structure*, Washington, D.C., 2 de diciembre de 1980.



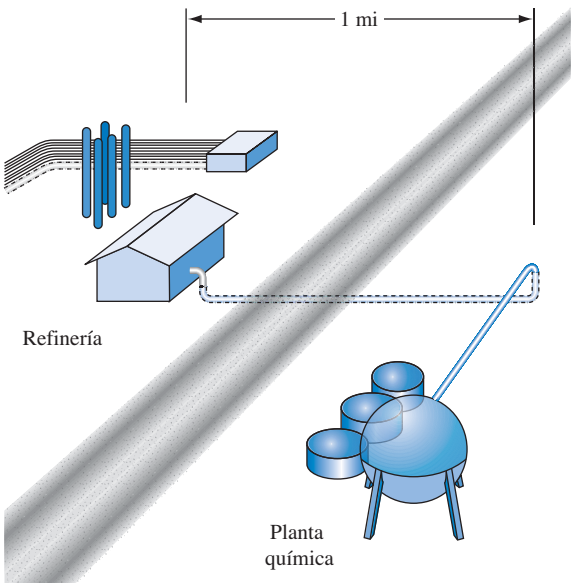
Problema de diseño 2.1

2.2 **Enfriador para campamento** (capítulo 2)
Diseñe un enfriador que se pueda utilizar en viajes de campamento. Las consideraciones principales en el diseño son el peso, capacidad y tiempo que el enfriador puede mantener fríos los artículos. Investigue materiales de aislamiento comercialmente disponibles y conceptos de aislamiento avanzados para determinar un diseño óptimo. El volumen interno nominal del enfriador debe ser de 2 ft^3 y deberá mantener una temperatura interna de 40 °F cuando la temperatura exterior sea de 90 °F.

2.3 **Recipiente a presión** (capítulo 2)
Diseñe un recipiente a presión que pueda contener 100 lb de vapor saturado a 400 psia para un proceso químico. La forma del recipiente debe ser un cilindro con extremos hemisféricos. El recipiente debe tener suficiente aislamiento para mantener un equilibrio con una entrada de calor interna máxima de 3 000 MW. Para la fase inicial de este diseño, determine el espesor del aislamiento necesario si las pérdidas de calor ocurrieran sólo por conducción con una temperatura exterior de 70 °F. Para este diseño, examine la Section VIII, Division I del ASME Boiler and Pressure Vessel Code para determinar la resistencia permisible y el espesor de la carcasa. Después de completar el diseño inicial, repita sus cálculos, suponiendo que la transferencia de calor del vapor al interior del recipiente es por condensación con un coeficiente de transferencia de calor promedio de la tabla 1.4. En el exterior, la transferencia de calor es por convección natural con un coeficiente de transferencia de calor de 15 W/m^2 K. Seleccione un acero apropiado para el recipiente que garantice una vida útil de al menos 12 años.

2.4 **Recuperación de calor residual** (capítulo 2)
Suponga que el calor residual de una refinería está disponible para una planta química ubicada a una milla. La corriente residual de la refinería consiste de 2000 pies cúbicos estándar por minuto de gas corrosivo a 300 °F y 500 psi. La refinería está ubicada a un lado de una carretera y la planta química en el otro. Para llevar el calor residual al proceso químico, se tiene que tender una tubería enterrada en el suelo. La tubería se tiene que fabricar de un material que pueda soportar la corrosión. Seleccione un material apropiado para la tubería y su aislamiento; después estime la pérdida de calor del gas entre la fuente

y el lugar de utilización como una función del espesor del aislamiento para dos materiales aislantes diferentes. La velocidad de la corriente de gas dentro del tubo es del orden de 5 m/s y tiene un coeficiente de transferencia de calor de 100 W/m^2 K. Como parte del proyecto, describa cualquier problema de seguridad que se tengan que considerar con una compañía de seguros a fin de estar protegido contra una demanda en caso de que ocurra un accidente.



Problema de diseño 2.4

2.5 **Sistema de combustible hidrógeno** (capítulo 2)
Existe una preocupación mundial de que la disponibilidad de petróleo disminuya dentro de 20 o 30 años. (Consulte, por ejemplo, Frank y colaboradores, *Ground Transportation for the 21st Century*, ASME Press, 2000.) En un esfuerzo para mantener la disponibilidad conveniente de un combustible, mientras que al mismo tiempo se reduzca el impacto ambiental adverso, se ha sugerido que en el futuro habrá un cambio primordial de petróleo a hidrógeno como el combustible principal. Sin embargo, el hidrógeno no está disponible en la naturaleza como el petróleo. En consecuencia, se debe producir descomponiendo el agua eléctricamente o produciéndolo a partir de un combustible rico en hidrógeno. Además, para transportar hidrógeno, éste se tiene que licuar y transportar a través de tuberías hacia la ubicación donde se requiera. Elabore una evaluación preliminar sobre la posibilidad de un sistema de suministro de hidrógeno combustible.

Como primer paso, es necesario descomponer el agua en hidrógeno y oxígeno. Para hacer esto, se utilizarán turbinas eólicas para generar electricidad para la separación electrolítica del hidrógeno y el oxígeno. Esto se puede efectuar a un costo de $0.06/kWh en partes del país que tienen recursos eólicos apropiados, por ejemplo, Dakota del Norte. Inicie su análisis térmico calculando la energía necesaria para enfriar el hidrógeno gaseoso de una temperatura de 30 °C a una temperatura a la que se convierta en líquido. Suponga, para esta estimación, que se puede obtener una refrigeración con un coeficiente de desempeño de aproximadamente 50% de una eficiencia de Carnot entre límites de temperatura apropiados. Ahora que el hidrógeno está disponible en forma líquida, estime la pérdida de calor de una tubería enterrada a una distancia razonable y aislada con aislamiento criogénico para su transporte desde Dakota del Norte hasta Chicago. Además, estime los requerimientos de bombeo para mover el hidrógeno, suponiendo que se dispone de bombas adecuadas con una eficiencia global de 65%. Una vez que el hidrógeno licuado ha llegado a su destino, se debe almacenar en un recipiente esférico adecuado. Estime el tamaño del recipiente que sea suficiente para suministrar aproximadamente 100 MW de energía eléctrica en Chicago por medio de una celda de combustible que tiene una eficiencia de 60%. El costo de la celda de combustible se estima que es de aproximadamente $5 000/kW. Después de haber completado las estimaciones, elabore un breve análisis sobre sí o no una economía basada en hidrógeno parece ser posible técnica y económicamente.

Para obtener más antecedentes sobre este problema, consulte también P. Sharpe, "Fueling the Cells", *Mech. Eng*., diciembre de 1999, pp. 46-49.

2.6 **Camión refrigerado** (capítulos 2 y 4)
Elabore un diseño térmico para un camión con un recipiente refrigerado para transportar carne congelada de Butte, Montana a Phoenix, Arizona. El recipiente de embarque refrigerado tiene dimensiones de 20 ft × 10 ft × 8 ft y utilizará hielo seco como refrigerante. Para este diseño es necesario seleccionar un tipo y espesor de aislamiento adecuado. Además estime el tamaño del compartimento de hielo seco suficiente para mantener la temperatura dentro del recipiente a 32 °F si la temperatura superficial exterior del recipiente durante el viaje puede subir hasta 100 °F. El hielo seco cuesta en la actualidad $0.6/kg y la compañía de embarque desea saber la cantidad de hielo seco necesario para un viaje y su costo. Suponiendo que el aislamiento en el camión durará 10 años, elabore una comparación del costo del espesor del aislamiento para el recipiente contra la cantidad de hielo seco necesario para mantener la temperatura de refrigeración durante el viaje. Explique con claridad sus suposiciones.

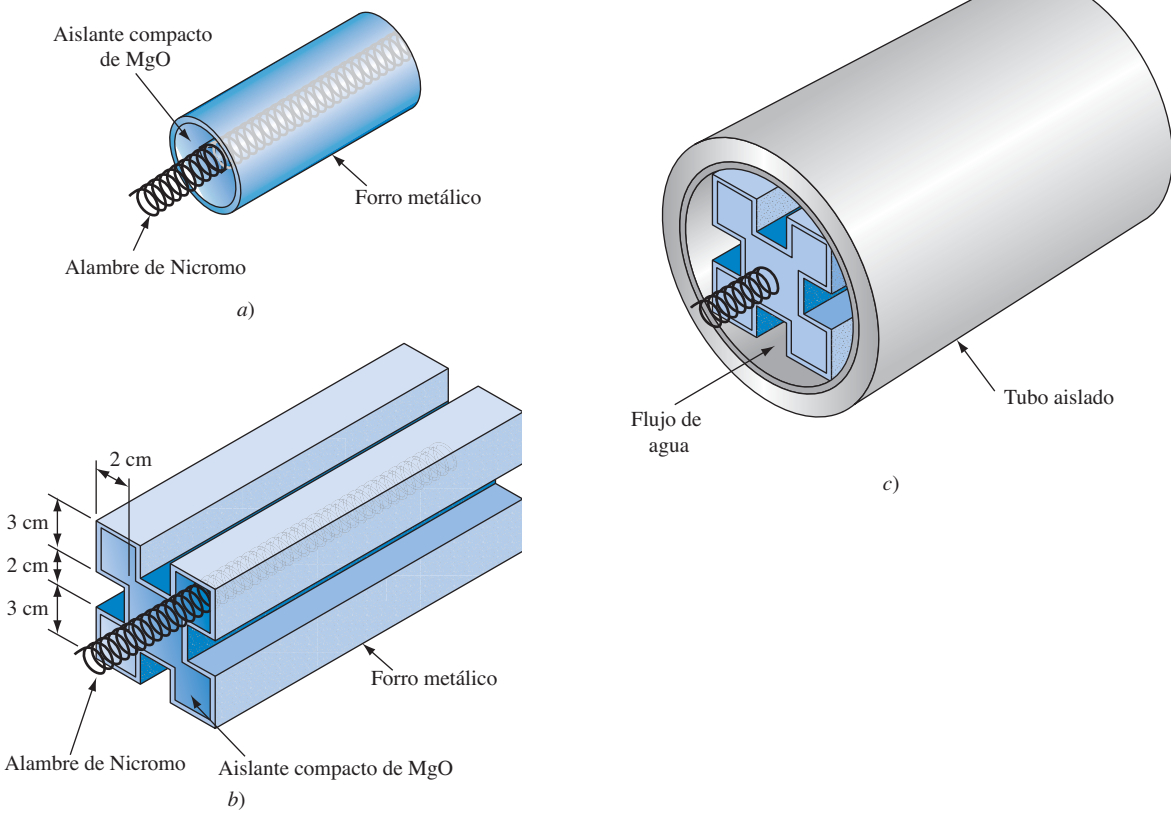
2.7 **Calentador por resistencia eléctrica** (capítulos 2, 3, 6 y 10)
Los calentadores por resistencia eléctrica suelen fabricarse de bobinas de alambre de Nicromo. El alambre arrollado se puede soportar entre aislantes y respaldar con un reflector, por ejemplo, en un calentador complementario de una habitación. Sin embargo, en otras aplicaciones a menudo

es necesario proteger el alambre de Nicromo de su entorno. Un ejemplo de esa aplicación es un calentador de proceso donde un fluido en movimiento se tiene que calentar. En ese caso, el alambre de Nicromo se inserta en un aislante eléctrico y se cubre con un forro metálico. El bosquejo *a*) muestra los detalles de su construcción. Como el calentador revestido con frecuencia se utiliza para calentar un fluido que circula sobre su superficie exterior, puede ser necesario aumentar el área superficial del forro del calentador. Un diseño propuesto para esa aplicación se muestra en el bosquejo *b*).

El diseño preliminar de un calentador de agua caliente de respuesta rápida utilizando este diseño propuesto del elemento del calentador se muestra en el bosquejo *c*). El elemento calefactor se ubica dentro de un tubo que transporta el agua que se debe calentar. El elemento calefactor disipa 4 800 watts por metro de longitud y tiene un límite máximo de temperatura de 200 °C. El dispositivo tiene que calentar el agua a 65 °C y la superficie del elemento calefactor no debe sobrepasar 100 °C para evitar la ebullición del agua.

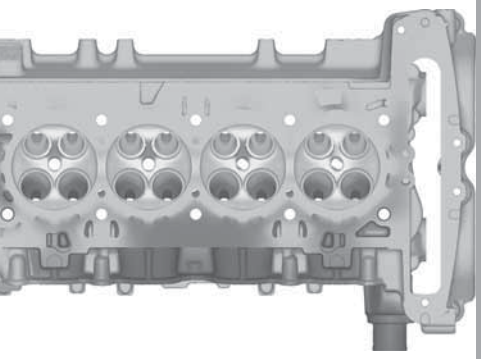
Por simplicidad suponga que el calor disipado por el alambre de Nicromo está distribuido uniformemente sobre la sección transversal del elemento calefactor que se muestra en el bosquejo *b*) y que la conductividad térmica del aislamiento de magnesia es 2 W/m K. También se puede suponer que el forro metálico es muy delgado.

Primero efectúe un análisis de orden de magnitud para estimar el coeficiente de transferencia de calor convectivo requerido y para determinar si se pueden cumplir las restricciones de temperatura dadas antes. Después, utilice herramientas analíticas desarrolladas en este capítulo para refinar su respuesta. En los capítulos 3, 6 y 10, se le pedirá refinar aún más estas estimaciones.



Problema de diseño 2.7

CAPÍTULO 3



Análisis numérico de la conducción de calor

Distribución de temperatura en el lado estructural de la camisa de líquido refrigerante de un motor de automóvil obtenida con una simulación computacional (análisis numérico) de la transferencia de calor.
Fuente: Cortesía de General Motors y CD-adapco.

Conceptos y análisis que se deben aprender

Los problemas prácticos de transferencia de calor por conducción con frecuencia son muy complicados y no se pueden resolver mediante métodos analíticos. Sus modelos matemáticos pueden incluir ecuaciones diferenciales no lineales con condiciones de frontera complejos. En esos casos el único recurso es obtener soluciones aproximadas empleando técnicas numéricas discretas. Ese tipo de técnicas computacionales proporcionan una manera efectiva no sólo para resolver los problemas, sino también para simular modelos multidimensionales complicados para una variedad de aplicaciones. El estudiar este capítulo le ayudará a comprender los mecanismos de los métodos de diferencias finitas basados en un volumen de control para resolver ecuaciones diferenciales y le enseñará:

- Cómo resolver ecuaciones de conducción de calor unidimensionales para condiciones en régimen permanente e inestable (o transitorio) con condiciones límites diferentes.
- Cómo realizar análisis numéricos de ecuaciones de conducción de calor en régimen permanente e inestable con condiciones límites diferentes.
- Cómo obtener soluciones numéricas para problemas en coordenadas cilíndricas así como para los que tienen límites irregulares.

3.1 Introducción

Los modelos matemáticos y sus ecuaciones gobernantes que describen la transferencia de calor por conducción se desarrollaron en el capítulo 2, donde también se presentaron las soluciones analíticas para varios problemas de conducción para aplicaciones ingenieriles comunes. Debe estar claro de los tipos de problemas abordados en el capítulo 2 que las soluciones analíticas suelen ser posibles sólo para casos relativamente simples. No obstante, estas soluciones tienen un papel importante en el análisis de transferencia de calor debido a que proporcionan una visión de los problemas ingenieriles complejos que se pueden simplificar utilizando ciertas suposiciones.

Sin embargo, muchos problemas prácticos comprenden geometrías complejas, condiciones límites complejas y propiedades termofísicas variables y no se pueden resolver analíticamente. No obstante, estos problemas se pueden resolver mediante métodos numéricos o computacionales que incluyen, entre otros, métodos de diferencias finitas, de elementos finitos y de elementos de frontera. Además de proporcionar un método de solución para estos problemas más complejos, el análisis numérico a menudo es más eficiente en términos del tiempo total necesario para encontrar la solución. Otra ventaja es que se pueden hacer cambios con más facilidad en los parámetros de los problemas permitiendo que un ingeniero determine el comportamiento de un sistema térmico o tal vez optimizar un sistema térmico mucho más fácil.

Los métodos de solución analítica como los descritos en el capítulo 2 resuelven las ecuaciones diferenciales gobernantes y pueden proporcionar una solución en cada punto en el espacio y el tiempo dentro de los límites del problema. En contraste, los métodos numéricos proporcionan la solución sólo en puntos discretos dentro de los límites del problema y sólo dan una aproximación a la solución exacta. Sin embargo, al tratar la solución sólo en un número finito de puntos discretos, se simplifica el método de solución en uno para resolver un sistema de ecuaciones algebraicas simultáneas a cambio de resolver la ecuación diferencial. La solución de un sistema de ecuaciones simultáneas es una tarea idealmente adecuada para computadoras.

Además de reemplazar la ecuación diferencial con un sistema de ecuaciones algebraicas, un proceso que se denomina *discretización*, existen varias otras consideraciones importantes para obtener una solución numérica completa. Primero, se deben discretizar las condiciones de frontera o condiciones iniciales que se hayan especificado para el problema. Segundo, se tiene que estar consciente que como una aproximación para la solución exacta, el método numérico introduce errores en la solución. Es necesario saber cómo estimar y minimizar estos errores. Por último, en las mismas condiciones, el método numérico puede dar una solución que oscila en el tiempo o en el espacio, por lo que es necesario saber cómo poder evitar estos problemas de *estabilidad*.

Existen varios métodos para discretizar las ecuaciones diferenciales de conducción de calor. Entre estos métodos se encuentran las aproximaciones de diferencias finitas, de elementos finitos y de volumen de control. Cada método tiene ventajas y desventajas. En este capítulo, se eligió utilizar la aproximación del volumen de control, que es relativamente más prevalente en el uso científico así como en varios códigos y software comerciales [1]. El enfoque del volumen de control considera el equilibrio de energía en un volumen pequeño, pero finito dentro de los límites

del problema. Este enfoque se utilizó en el capítulo 2 para desarrollar la ecuación *diferencial* para conducción unidimensional inestable. En ese capítulo se escribió la ecuación de equilibrio de energía para una losa de espesor Δx determinando la conducción de calor hacia la cara izquierda, la conducción de calor hacia fuera de la cara derecha y la energía almacenada en la losa. El paso final fue disminuir matemáticamente el tamaño del volumen de control de manera que la ecuación del equilibrio de energía se convirtiera, en el límite de Δx infinitesimal, en una ecuación diferencial [ecuación (2.5)]. En este capítulo, se sigue el mismo procedimiento, excepto que se omitirá el último paso, dejando el equilibrio de energía en forma de una ecuación *diferencial*. El método del volumen de control determina la ecuación de diferencias directamente a partir de consideraciones de conservación de energía.

Una ventaja de este método es que ya sabemos cómo determinar un equilibrio de energía en un volumen de control. Sólo es necesario agregar las condiciones límites e implementar un método para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales resultante. Otra ventaja es que la energía se conserva sin importar el tamaño del volumen de control. Así pues, un problema se puede resolver rápidamente en una retícula muy burda para desarrollar la técnica numérica y después en una retícula más fina para encontrar la solución final, más precisa. Por último, el método del volumen de control minimiza las matemáticas complejas y por tanto promueve una mejor comprensión del problema.

En este capítulo, se introduce el enfoque del volumen de control para resolver problemas de transferencia de calor por conducción. Primero, se desarrollarán los análisis numéricos del problema de conducción en régimen permanente unidimensional. Después se aumentará la complejidad examinando la conducción inestable unidimensional, la conducción en régimen permanente e inestable bidimensional, la conducción en una geometría cilíndrica y, por último, fronteras irregulares. En cada caso, la ecuación de diferencias y las condiciones límites apropiadas se deducirán a partir de consideraciones del equilibrio de energía. Para cada tipo de problema se analizan los métodos para resolver el conjunto resultante de ecuaciones de diferencias.

3.2 Conducción en régimen permanente unidimensional

3.2.1 Ecuación de diferencias

Primero se considerará la conducción en régimen permanente con generación de calor en una pared semiinfinita (es decir, el espesor de la pared L es órdenes de magnitud menor que su longitud o altura y ancho). Por tanto, el dominio en régimen permanente unidimensional de interés es $0 \leq x \leq L$ como se representa en el esquema de la figura 3.1. Para esta geometría y como se describe en el capítulo 2, la ecuación de conducción de calor general, dada por la ecuación (2.8), se reduce a la que se obtiene con la ecuación (2.27) que se puede reescribir como sigue:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_G}{k} = 0 \tag{3.1}$$

A fin de discretizar esta ecuación y aplicar el método del volumen de control, primero se divide el dominio entre $N-1$ segmentos iguales de ancho $\Delta x = L(N-1)$ como se muestra en la figura 3.1. Con esta configuración, se pueden identificar los límites de cada segmento con

$$x_i = (i-1)\Delta x, \quad i = 1, 2, \ldots, N$$

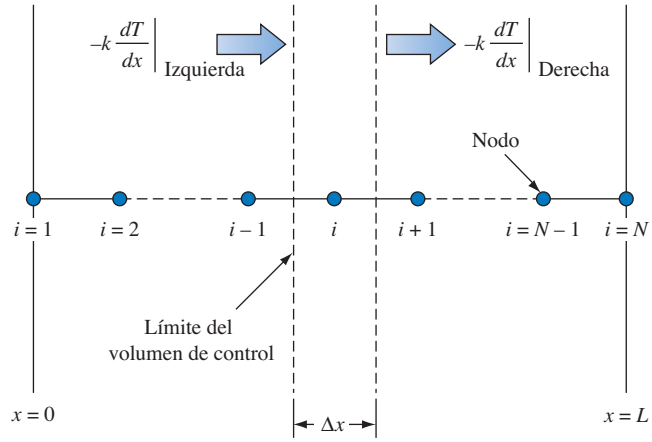


FIGURA 3.1 Volumen de control para conducción unidimensional.

Las x_i ubicaciones se denominan *nodos* y los nodos 1 y N se denominan nodos frontera. Luego se puede identificar la temperatura en cada nodo como $T(x_i)$ o, de forma abreviada, T_i. Ahora, se centra una pared de espesor Δx sobre uno de los nodos interiores (consulte la parte central de la figura 3.1). Como se está considerando conducción unidimensional se puede tomar una longitud unitaria en las direcciones y y z de esta losa. Entonces esta losa tiene dimensiones Δx por 1 por 1 y se convierte en el volumen de control.

Considere un equilibrio de energía en este volumen de control como se desarrolló en el capítulo 2 y se expresó por la ecuación (2.1) como sigue:

$$\begin{array}{c}\text{tasa de conducción}\\ \text{de calor hacia el}\\ \text{volumen de control}\end{array} + \begin{array}{c}\text{tasa de generación}\\ \text{de calor dentro del}\\ \text{volumen de control}\end{array} = \begin{array}{c}\text{tasa de conducción de}\\ \text{calor hacia fuera del}\\ \text{volumen de control}\end{array} \tag{2.1}$$

En esta ecuación se omitió el término de almacenamiento de energía debido a que aquí el interés es sólo en el comportamiento en régimen permanente. El primer término a la izquierda de la ecuación (2.1) se puede escribir de acuerdo con la ecuación (1.1) (consulte el capítulo 1) como

$$\text{tasa de conducción de calor hacia el volumen de control} = -k\frac{dT}{dx}\Big|_{\text{izquierda}}$$

donde el gradiente de temperatura se evaluará en la cara izquierda del volumen de control. El objetivo final es determinar los valores de T_i en todos los puntos nodales. No tiene interés especial la distribución de temperatura entre los nodos; por tanto, es razonable suponer que la temperatura varía linealmente entre los nodos. Con esta suposición, el gradiente de temperatura en la cara izquierda del volumen de control es exactamente

$$\frac{dT}{dx}\Big|_{\text{izquierda}} = \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x}$$

Si se da la tasa volumétrica de generación de calor, $\dot{q}_G(x)$, entonces el segundo término en el lado izquierdo de la ecuación (2.1) es solo $\dot{q}_G(x_i)\,\Delta x$ o, de forma abreviada,

$\dot{q}_{G,i}\Delta x$. Aquí, se supone que la tasa de generación de calor es constante sobre todo el volumen de control. Por último, el término en el lado derecho de la ecuación (2.1) es

$$\text{tasa de conducción de calor hacia fuera del volumen de control} = -k\left.\frac{dT}{dx}\right|_{\text{derecha}}$$

Con argumentos similares a los utilizados para determinar $\left.\frac{dT}{dx}\right|_{\text{izquierda}}$, se puede escribir

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{\text{derecha}} = \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x}$$

En términos de las temperaturas nodales, ahora se puede escribir el balance energético del volumen de control como

$$-k\frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x} + \dot{q}_{G,i}\Delta x = -k\frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x}$$

Reacomodando términos, se tiene

$$\frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{\Delta x^2} - \frac{\dot{q}_{G,i}}{k} = 0 \tag{3.2}$$

Al comparar la expresión anterior con la ecuación (3.2) es fácil observar que es una versión discretizada de la ecuación diferencial, donde la derivada de segundo orden de la temperatura con respecto a x ahora está expresada en términos de valores discretos de T en el dominio $i = 1, 2, \ldots N$, o $<= x <= L$.

En el tratamiento anterior, el calor conducido *hacia* la cara izquierda está en el lado izquierdo de la ecuación del equilibrio de energía, en tanto que el calor conducido *hacia fuera* de la cara derecha está en el lado derecho de la ecuación del equilibrio de energía. Esta convención se siguió por consistencia con la ecuación (2.1). En realidad, la elección de la dirección del flujo de calor en las fronteras del volumen de control es arbitraria siempre que se tome en cuenta de manera correcta en la ecuación del equilibrio de energía. Para el término "tasa de conducción de calor hacia fuera del volumen de control" en la ecuación (2.1) se podría haber escrito

$$\begin{pmatrix}\text{tasa de conducción de calor}\\ \textit{hacia}\ \text{el volumen de control}\end{pmatrix} = k\left.\frac{dT}{dx}\right|_{\text{derecha}} = -\begin{pmatrix}\text{tasa de conducción de calor } \textit{hacia}\\ \textit{fuera}\ \text{del volumen de control}\end{pmatrix}$$

Entonces el equilibrio de energía en el volumen de control sería:

$$k\frac{T_{i-1} - T_i}{\Delta x} + k\frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x} + \dot{q}_{G,i}\Delta x = 0$$

que es equivalente a la ecuación (3.2). Esta formulación puede ser más fácil de recordar debido a que se pueden considerar positivos todos los términos de conducción cuando el flujo de calor es *hacia* el volumen de control. Entonces los términos de conducción siempre estarán en el mismo lado de la ecuación. Además, serán proporcionales a la temperatura nodal T_i *restada de* la temperatura del nodo justo fuera de la superficie en cuestión.

La ecuación (3.2) se denomina *ecuación de diferencias finitas*, y representa el equilibrio de energía en un volumen de control finito de ancho Δx. En contraste,

la ecuación (2.27) es la *ecuación diferencial* y representa un equilibrio de energía en un volumen de control de ancho infinitesimal *dx*. Se puede demostrar que en el límite cuando $\Delta x \rightarrow 0$, la ecuación (3.2) y la ecuación (2.27) son idénticas.

Si no hay generación de calor, la ecuación (3.2) se convierte en

$$T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1} = 0 \tag{3.3}$$

Por tanto, la temperatura en cada nodo es justo el promedio de la de sus vecinos si no hay generación de calor. La ecuación (3.3), puede observarse de nuevo, es la forma discretizada de la ecuación (2.24) o la ecuación de conducción de calor para una pared semiinfinita sin generación de calor interna.

Si la conductividad térmica k varía con la temperatura y por tanto con x, por ejemplo, $k = k[T(x)]$, se necesita modificar la evaluación de los términos en la ecuación (2.1) mediante un método sugerido por Patankar [2]. La conductividad apropiada para el flujo de calor en la cara izquierda del volumen de control es

$$k_{\text{izquierda}} = \frac{2k_i k_{i-1}}{k_i + k_{i-1}}$$

De manera similar, en la cara derecha se utiliza

$$k_{\text{derecha}} = \frac{2k_i k_{i+1}}{k_i + k_{i+1}}$$

En la sección 3.2.3 se analizará cómo utilizar este método para resolver un problema con conductividad térmica variable.

¿Cómo se elige el tamaño del volumen de control Δx? En general, un valor más pequeño de Δx dará una solución más precisa, pero aumentará el tiempo de cómputo requerido para encontrar la solución. En esencia, la distribución de temperatura por puntos puede representar con más precisión una distribución de temperatura no lineal cuando se reduce Δx. Puede ser necesario un cálculo mediante prueba y error para determinar una precisión deseable para un tiempo de cómputo razonable. Es usual que se efectúe una serie de cálculos para valores cada vez más pequeños de Δx. En algún punto, una reducción adicional en Δx no producirá un cambio significativo en la solución y ya no es necesario reducir Δx más allá de este valor.

En algunas situaciones es benéfico permitir que el espaciamiento nodal, Δx, varíe en todo el dominio espacial del problema. Un ejemplo de esa situación ocurre cuando se impone un alto flujo de calor a una frontera y se espera un gradiente de temperatura grande cerca de esa frontera. Cerca de la superficie, se utilizarían valores pequeños de Δx tal que el gradiente de temperatura grande se pueda representar de manera precisa. Muy lejos de esta frontera, donde el gradiente de temperatura es pequeño, Δx se podría hacer mayor debido a que el gradiente de temperatura pequeño se puede representar con precisión con un Δx mayor. Esta técnica permite utilizar el número mínimo de nodos para lograr una precisión deseada sin emplear un tiempo de cómputo excesivo o demasiada memoria de computadora. Los detalles del *método del espaciamiento nodal variable*, o al que con frecuencia se le refiere como *método de retícula no uniforme* o *malla no uniforme*, se dan en Patankar y colaboradores [1-3].

Antes se mencionó que una ventaja del enfoque del volumen de control es que la energía se conserva sin importar el tamaño del volumen de control. Esta característica hace conveniente empezar con una retícula muy burda, es decir, relativamente pocos volúmenes de control, para desarrollar la solución numérica. De esta manera las corridas de computadora necesarias para depurar el programa se ejecutan rápidamente y no

ocupan demasiada memoria. Cuando el programa está depurado, entonces se puede utilizar una retícula más fina para determinar la solución con la precisión deseada.

Una consideración final es el error de redondeo. Dado que una computadora sólo trata con un número dado de dígitos, cada operación matemática resulta en un cierto redondeo de la solución. Conforme aumenta el número de operaciones matemáticas necesarias para producir una solución numérica, estos errores de redondeo se pueden acumular y, en ciertas circunstancias, afectan de manera adversa la solución.

El método que se utiliza en esta sección para desarrollar la ecuación de diferencias se aplicará en todo este capítulo. Sin importar si el problema en consideración es de régimen permanente, inestable, unidimensional, bidimensional, cartesiano o cilíndrico, primero se determinará la forma apropiada del volumen de control. Después se determinarán todos los flujos de calor hacia dentro y hacia fuera de todos los límites del volumen de control y se escribirá la ecuación del equilibrio de energía. Para problemas en régimen permanente, la suma de todos los flujos de calor hacia el volumen de control más el calor generado dentro del volumen de control debe ser igual a la suma de todos los flujos de calor hacia fuera del volumen de control. Para problemas en régimen inestable, la diferencia entre el flujo de calor hacia dentro y hacia fuera del volumen de control más el calor generado dentro del volumen de control debe ser igual a la tasa a la que la energía se almacena en el volumen de control.

3.2.2 Condiciones de frontera

Recuerde que la solución de una ecuación diferencial requiere la aplicación de condiciones de frontera. También lo es en el caso del análisis numérico y de aquí que para completar el planteamiento del problema, se deben incorporar condiciones de frontera en el método del volumen de control. En el capítulo 2 se analizaron las tres condiciones de frontera: *i*) temperatura superficial especificada, *ii*) flujo de calor superficial especificado y *iii*) convección superficial especificada. Las técnicas para incorporar cada una de estas condiciones en el método del volumen de control se describen a continuación.

La más simple de estas tres condiciones límites es la *temperatura superficial especificada* para la cual

$$T(x_1) = T_1 \qquad T(x_N) = T_N \tag{3.4}$$

donde T_1 y T_N son las temperaturas superficiales especificadas en los límites izquierdo y derecho, respectivamente. La condición de frontera de temperatura superficial especificada se ilustra en la figura 3.2*a*). Esta condición de frontera es muy simple de implementar debido a que sólo se asignan las temperaturas superficiales dadas a los nodos límites. No es necesario escribir un equilibrio de energía en un nodo superficial donde la temperatura se prescribe a fin de resolver el problema. Sin embargo, en problemas donde la temperatura superficial se prescribe, con frecuencia es necesario determinar el flujo de calor en ese límite y en esta situación se necesita efectuar un equilibrio de energía, como se describe a continuación.

Si la condición de frontera consiste en un *flujo de calor especificado* hacia la frontera, q_1'', se puede calcular la temperatura de la frontera en términos del flujo considerando un equilibrio de energía sobre el volumen de control que se extiende de $x = 0$ a $x = \Delta x/2$, como se muestra en la figura 3.2*b*). Observe que este volumen de control de la frontera tiene una longitud igual a la mitad de las de los volúmenes de control internos. Utilizando de nuevo la ecuación (2.1) se tiene

$$q_1'' + \dot{q}_{G,1}\frac{\Delta x}{2} = -k\frac{T_2 - T_1}{\Delta x} \tag{3.5}$$

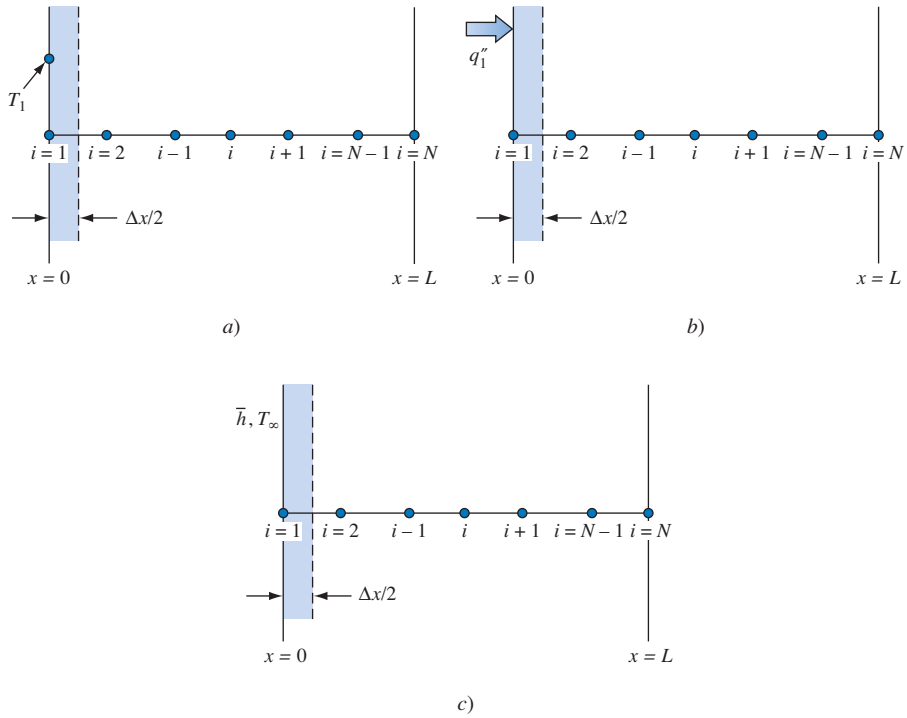


FIGURA 3.2 Volumen de control de la frontera para conducción unidimensional, *a*) condición de frontera de temperatura especificada, *b*) condición de frontera de flujo de calor especificado, *c*) condición de frontera de convección superficial especificada.

Despejando T_1 se obtiene:

$$T_1 = T_2 + \frac{\Delta x}{k}\left(q_1'' + \dot{q}_{G,1}\frac{\Delta x}{2}\right)$$

La ecuación (3.5) también se puede utilizar para el flujo de calor superficial en problemas en los que se especifica la temperatura de la frontera. En este caso, las temperaturas T_1 y T_2 así como el término de generación de calor se conocen y el flujo de calor se puede calcular.

Para una condición de frontera de *superficie aislada*, o $q_1'' = 0$ la ecuación (3.5) produce

$$T_1 = T_2 + \dot{q}_{G,1}\frac{\Delta x^2}{2k}$$

Por último, si se especifica *convección* en la cara izquierda, aplicando la ecuación (2.1) al volumen de control que se muestra en la figura 3.2*c*) da donde T_∞

$$\bar{h}(T_\infty - T_1) + \dot{q}_{G,1}\frac{\Delta x}{2} = -k\frac{T_2 - T_1}{\Delta x} \tag{3.6}$$

es la temperatura del fluido ambiente en contacto con la cara izquierda y $\bar{h}$ es el coeficiente de transferencia de calor por convección. Despejando T_1 en la ecuación (3.5) se tiene

$$T_1 = \frac{T_2 + \dfrac{\Delta x}{k}\left(\bar{h}T_\infty + \dot{q}_{G,1}\dfrac{\Delta x}{2}\right)}{1 + \dfrac{\bar{h}\Delta x}{k}} \tag{3.7}$$

Observe que si el coeficiente de transferencia de calor es muy grande, T_1 tiende a T_∞ como se esperaba. Si el coeficiente de transferencia de calor es muy pequeño, se obtiene la condición de frontera de superficie aislada, de nuevo como se esperaba.

Una variación de este tipo de condición de frontera es cuando se especifica la *radiación en la superficie* en vez de la *convección en la superficie*. En ese caso, el coeficiente de transferencia de calor convectivo en las ecuaciones (3.6) y (3.7) se puede reemplazar por el coeficiente de transferencia de calor por radiación dado por la ecuación (1.21) (capítulo 1; consulte también la ecuación (9.118) en el capítulo 9). Sin embargo, el tratamiento numérico del coeficiente de transferencia de calor por radiación es un tanto complejo debido a que es una función de la temperatura superficial, no una variable independiente.

Para los tres tipos de condiciones de frontera, la temperatura superficial se puede expresar en términos del flujo de calor conocido o de las condiciones de convección conocidas ($\bar{h}$ y T_∞) y de la temperatura nodal T_2. Es decir, se podrían escribir las tres condiciones de frontera como

$$a_1T_1 = b_1T_2 + d_1 \tag{3.8}$$

Para la condición de frontera de *temperatura superficial especificada*,

$$a_1 = 1 \qquad b_1 = 0 \qquad d_1 = T_1$$

Para la condición de frontera de *flujo de calor especificado*,

$$a_1 = 1 \qquad b_1 = 1 \qquad d_1 = \frac{\Delta x}{k}\left(q_1'' + \dot{q}_{G,1}\frac{\Delta x}{2}\right)$$

Para la condición de frontera de *convección en la superficie especificada*,

$$a_1 = 1 \qquad b_1 = \frac{1}{1 + \dfrac{\bar{h}\Delta x}{k}} \qquad d_1 = \frac{\Delta x}{k}\frac{\left(\bar{h}T_\infty + \dot{q}_{G,1}\dfrac{\Delta x}{2}\right)}{1 + \dfrac{\bar{h}\Delta x}{k}}$$

De manera similar, las condiciones en la frontera derecha se podrían escribir como

$$a_NT_N = c_NT_{N-1} + d_N \tag{3.9}$$

Los coeficientes a_N, c_N y d_N se encuentran en la tabla 3.1 y su deducción se deja como ejercicio.

TABLA 3.1 Coeficientes matriciales para conducción en régimen permanente unidimensional [ecuación (3.11)]

	a_i	b_i	c_i	d_i
$i = 1$, temperatura superficial especificada	1	0	0	T_i
$i = 1$, flujo de calor especificado	1	1	0	$\frac{\Delta x}{k}\left(q_1'' + \dot{q}_{G,1}\frac{\Delta x}{2}\right)$
$i = 1$, convección en la superficie especificada	1	$\left(1 + \frac{\bar{h}_1 \Delta x}{k}\right)^{-1}$	0	$\frac{\frac{\Delta x}{k}\left(\bar{h}_1 T_{\infty,1} + \dot{q}_{G,1}\frac{\Delta x}{2}\right)}{1 + \frac{\bar{h}_1 \Delta x}{k}}$
$1 < i < N$	2	1	1	$\frac{\Delta x^2}{k}\dot{q}_{G,i}$
$i = N$, temperatura superficial especificada	1	0	0	T_N
$i = N$, flujo de calor especificado	1	0	1	$\frac{\Delta x}{k}\left(q_N'' + \dot{q}_{G,N}\frac{\Delta x}{2}\right)$
$i = N$, convección en la superficie especificada	1	0	$\left(1 + \frac{\bar{h}_N \Delta x}{k}\right)^{-1}$	$\frac{\Delta x}{k}\left(\frac{\bar{h}_N T_{\infty,N} + \dot{q}_{G,N}\frac{\Delta x}{2}}{1 + \frac{\bar{h}_N \Delta x}{k}}\right)$

Nota: q_A'' es el flujo de calor *hacia* la superficie A.

3.2.3 Métodos de solución

La ecuación de diferencias, ecuación (3.2) se puede escribir utilizando la notación empleada antes en las ecuaciones de condiciones de frontera:

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i T_{1-1} + d_i, \quad 1 < i < N \tag{3.10}$$

donde

$$a_i = 2 \qquad b_i = 1 \qquad c_i = 1 \qquad d_i = \frac{\Delta x^2}{k}\dot{q}_{G,i}$$

Como $c_1 = b_N = 0$, la ecuación (3.10) representa la ecuación de diferencias para todos los nodos, incluyendo los nodos frontera.

Por tanto todo el conjunto de ecuaciones de diferencias simultáneas se puede expresar en notación matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} a_1 & -b_1 & & & \\ -c_2 & a_2 & -b_2 & & \\ & & \vdots & & \\ & & -c_{n-1} & a_{N-1} & -b_{N-1} \\ & & & -c_N & -a_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{N-1} \\ T_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{N-1} \\ d_N \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Los espacios en blanco en la matriz representan ceros. Ahora se puede escribir la ecuación (3.11) como

$$\mathbf{AT} = \mathbf{D}$$

e invirtiendo la matriz **A**, la solución para el vector temperatura **T** es

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}$$

Dado que se conocen todos los coeficientes matriciales a_i, b_i, c_i y d_i el problema se ha reducido a uno de encontrar el inverso de una matriz con coeficientes conocidos, una tarea fácil de manejar con una computadora. Por ejemplo, la mayoría de los programas de hojas de cálculo de computadoras personales incorporan *inversión* y *multiplicación de matrices* y para muchos problemas esto será satisfactorio. Los coeficientes para la matriz **A** y el vector **D** en la ecuación (3.11) se resumen en la tabla 3.1 para las tres condiciones de frontera y para los nodos interiores.

Para un problema con una gran cantidad de nodos, utilizar una hoja de cálculo puede que no sea práctico o eficiente. En esos casos, se puede sacar provecho de una característica especial de la matriz **A**. Como se puede observar en la ecuación (3.11), cada fila de la matriz tiene a lo máximo tres elementos diferentes de cero y por esta razón **A** se denomina *matriz tridiagonal*. Se han desarrollado métodos especiales que son muy eficientes para resolver sistemas tridiagonales. Los programas de cómputo que implementan un algoritmo popular para la solución de una matriz tridiagonal (TDMA) se encuentran en el apéndice 3. Estos programas están escritos para MATLAB así como en C++ como una función o subrutina definida por el usuario de manera que se pueden adaptar con facilidad a una gran variedad de problemas y códigos de computadora. También se incluye una versión anterior de FORTRAN de la subrutina; muchos códigos comerciales populares actuales y software desarrollado en las décadas de 1970 y 1980 están escritos en este leguaje y una lista de este software se da en el apéndice 4.

Si no se dispone de software de inversión matricial se puede emplear un método de solución alterno denominado *iteración*. En este método se empieza con una suposición inicial de toda la distribución de temperatura para el problema. Esta suposición inicial de la distribución de temperatura se denota con el superíndice cero, es decir, $T_i^{(0)}$. Esta distribución de temperatura se utiliza en los lados derechos de las ecuaciones (3.8, 3.9, 3.10). El lado izquierdo de estas ecuaciones dará entonces una estimación revisada de la distribución de temperatura. La ecuación (3.8) proporciona la temperatura revisada en la frontera izquierda, T_1. La ecuación (3.9) da la temperatura revisada en la frontera derecha, T_N. La ecuación (3.10) da la temperatura revisada en todos los nodos interiores. Esta distribución de temperatura se denomina $T_i^{(1)}$ ya que es la primera revisión de la suposición inicial. Esto completa la primera iteración. Después la distribución de temperatura revisada se inserta en el lado derecho de las mismas ecuaciones para producir la revisión siguiente, $T_i^{(2)}$. Este procedimiento se repite hasta que la distribución de temperatura ya no cambia de manera significativa entre iteraciones. La figura 3.3 muestra el procedimiento en forma de un diagrama de flujo.

El método iterativo que se muestra en la figura 3.3 se denomina *iteración de Jacobi*. Una inspección minuciosa del procedimiento revela que después de calcular la primera temperatura $T_1^{(1)}$ se tiene una temperatura nodal actualizada que se puede emplear en lugar de $T_1^{(0)}$ en el lado derecho de la ecuación (3.9) cuando se calcule $T_2^{(1)}$:

$$T_2^{(1)} = (b_2 T_3^{(0)} + c_2 T_1^{(1)} + d_2)/a_2$$

Ahora en la ecuación para $T_3^{(1)}$ se pueden utilizar los valores actualizados de $T_1^{(1)}$ y $T_2^{(1)}$ en vez de $T_1^{(0)}$ y $T_2^{(0)}$. Esta observación se puede generalizar para cualquier iteración p:

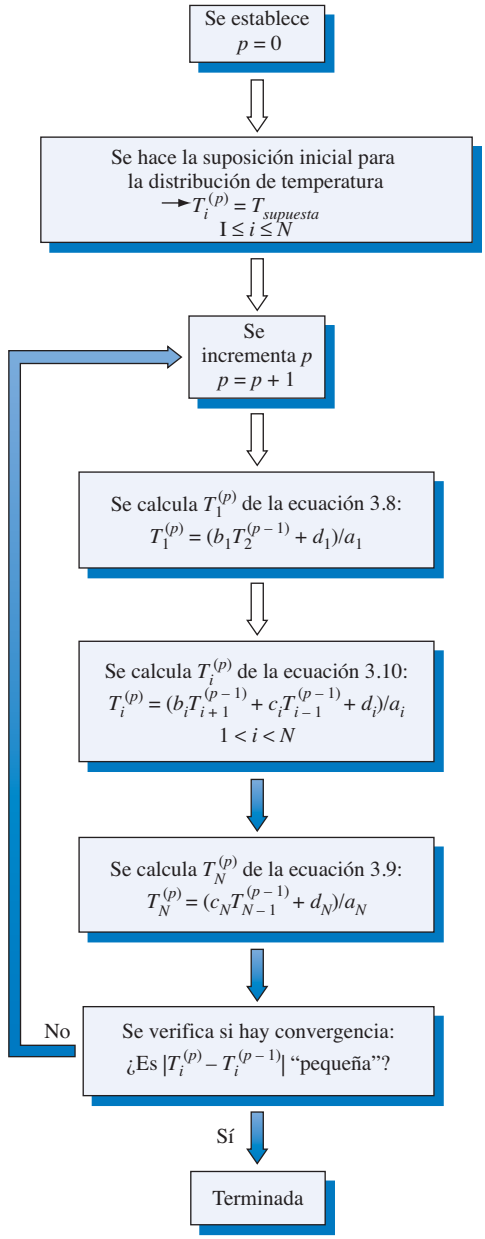


FIGURA 3.3 Diagrama de flujo para la solución iterativa nodo por nodo de un problema de conducción en régimen permanente unidimensional.

en la ecuación para $T_i^{(p)}$ se puede emplear $T_j^{(p)}$ para $j < i$ y $T_i^{(p-1)}$ para $j > i$. Debido a que se están empleando temperaturas nodales actualizadas available, tan pronto como se dispone de ellas, la convergencia es más rápida. Esta versión mejorada de la iteración de Jacobi se denomina *iteration de Gauss-Seidel*; sin embargo, los dos esquemas son iterativos para cálculos punto por punto o nodo por nodo. Para matrices muy grandes existen otras variantes más rápidas que los esquemas iterativos, también conocidas como métodos iterativos de línea por línea o de bloque [1-3].

Debe ser obvio que entre mejor sea la primera suposición, $T_i^{(0)}$, más rápido convergirá la solución. En general es posible hacer una suposición inicial razonablemente buena con base en las condiciones de frontera.

Cuando se utiliza uno u otro método iterativo, la distribución de temperatura convergirá para la solución correcta si se cumple una condición: se debe especificar la temperatura de por lo menos un nodo frontera o bien especificar una condición de frontera de tipo de convección con una temperatura del fluido ambiente dada sobre al menos un nodo frontera. Las fronteras restantes pueden entonces tener cualquier tipo de condición de frontera. Esta restricción es razonable ya que las ecuaciones de diferencias no pueden, por sí mismas, establecer una temperatura absoluta en algún nodo, sólo pueden establecer diferencias de temperatura relativas entre los nodos. Al especificar al menos una temperatura frontera o una temperatura de fluido ambiente para la condición de frontera de convección, se puede restringir la temperatura absoluta para el problema.

El método para manejar la conductividad térmica variable descrito en la sección 3.2.1 resultará en coeficientes d_i que dependen de la temperatura en ese nodo y en nodos circundantes. Así pues se debe utilizar un procedimiento de solución iterativa para este tipo de problema. Una suposición inicial de la distribución de temperatura, T_i, se debe hacer para permitir que se determine d_i. Después se puede determinar una distribución de temperatura actualizada mediante el método descrito en los párrafos anteriores. Esta distribución de temperatura actualizada se emplea para revisar d_i, el procedimiento se repite hasta que la distribución de temperatura ya no cambia.

EJEMPLO 3.1 Utilice la aproximación de volumen de control para verificar los resultados del ejemplo 2.1. Utilice 5 nodos ($N = 5$).

Recuerde que el ejemplo 2.1 comprende un elemento calefactor eléctrico largo hecho de hierro, que tiene una sección transversal de 10×1.0 cm y que está sumergido en un aceite para transferencia de calor a 80 °C. Se tuvo que determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección necesario para mantener la temperatura del calentador por debajo de 200 °C cuando una corriente eléctrica generaba calor uniformemente a una tasa de 10^6 W/m^3. La conductividad térmica del hierro a 200 °C (64 W/m K) se obtuvo por interpolación en la tabla 12 del apéndice 2.

SOLUCIÓN Debido a la simetría sólo es necesario considerar la mitad del espesor del elemento calefactor, como se muestra en la figura 3.4. Los nodos se definen así:

$$x_i = (i - 1)\Delta x \qquad \text{donde} \qquad i = 1, 2, \ldots, N$$

$$\text{y} \qquad \Delta x = \frac{L}{N - 1}, L = 0.005\,\text{m} \quad \text{y} \quad N = 5$$

Se elige la cara superior, $x_N = L$, para que corresponda con el plano de simetría. Como no hay flujo de calor a través de este plano, esta situación corresponde a una condición de frontera de flujo de calor cero. Aplicando la ecuación (2.1) a un volumen de control que se extiende de $x = L - \Delta x/2$ a L se tiene

$$\dot{q}_G \frac{\Delta x}{2} = k \frac{T_N - T_{N-1}}{\Delta x} \quad \text{o} \quad T_N = T_{N-1} + \dot{q}_G \frac{\Delta x^2}{2k}$$

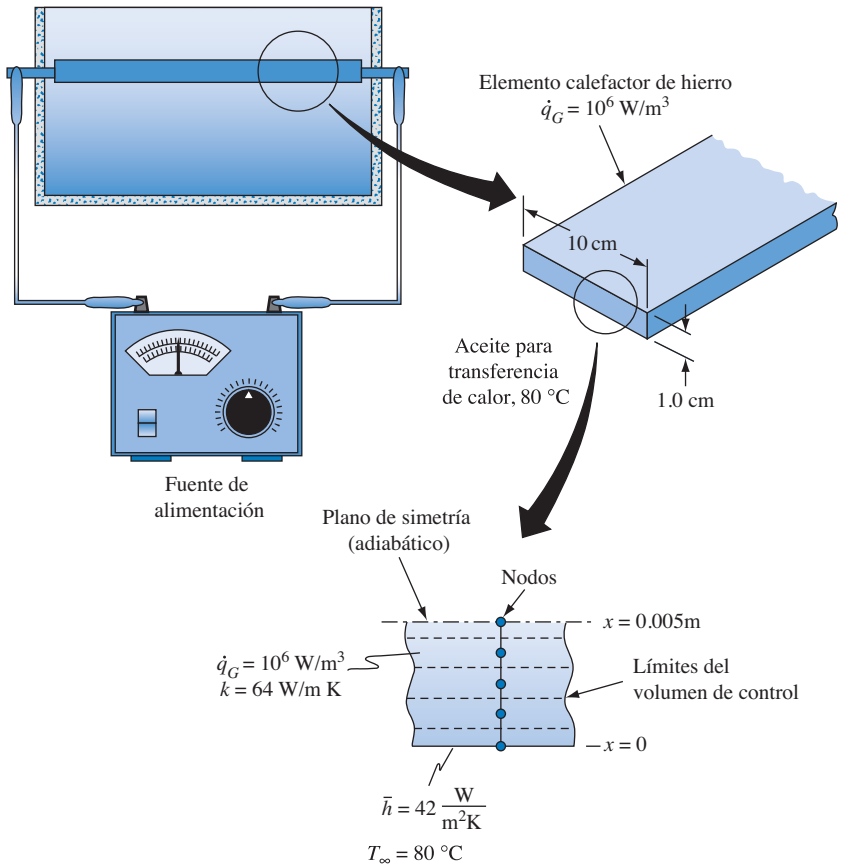


FIGURA 3.4 Elemento calefactor del ejemplo 3.1.

En la cara izquierda, $x_1 = 0$, se tiene una condición de frontera de convección en la superficie a la que se puede aplicar la ecuación (3.7). Ahora se pueden determinar todos los coeficientes matriciales en la ecuación (3.11):

$$a_1 = 1 \qquad b_1 = \frac{1}{1 + \dfrac{\bar{h}\,\Delta x}{k}} \qquad c_1 = 0 \qquad d_1 = \frac{\dfrac{\Delta x}{k}\left(\bar{h}T_\infty + \dot{q}_G\dfrac{\Delta x}{2}\right)}{1 + \dfrac{\bar{h}\,\Delta x}{k}}$$

$$a_i = 2 \qquad b_i = 1 \qquad c_i = 1 \qquad d_i = \frac{\Delta x^2}{k}\dot{q}_G \qquad 1 < i < N$$

$$a_N = 1 \qquad b_N = 0 \qquad c_N = 1 \qquad d_N = \dot{q}_G\frac{\Delta x^2}{2k}$$

Observe que estos coeficientes se pueden obtener directamente de la tabla 3.1.

En el enunciado del problema se dan los parámetros siguientes:

$$\bar{h} = 42 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$
$$T_\infty = 80\ ^\circ\text{C}$$
$$k = 64 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$
$$\dot{q}_G = 10^6 \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$$

Utilizando el programa de cómputo del apéndice 3 para resolver el sistema tridiagonal, se obtiene la siguiente distribución de temperatura:

i	T_i (°C)
1	199.0556
2	199.1410
3	199.2021
4	199.2387
5	199.2509

Los resultados muestran que un coeficiente de transferencia de calor de 42 W/m^2 K no permite que el calentador funcione por debajo de 200 °C. Observe que $T_5 - T_1 = 0.1953$ °C, en tanto que el valor exacto del ejemplo 2.1 es 0.2 °C. Como se tiene una solución exacta para fines de comparación, se puede confiar razonablemente en la solución numérica. Si no se dispusiera de una solución exacta, probablemente valdría la pena repetir la solución numérica con un Δx menor (N más grande) para evaluar su precisión, como se analizó en la sección 3.2.1.

3.3 Conducción inestable unidimensional

3.3.1 Ecuación de diferencias

Para desarrollar una ecuación de diferencias para problemas de conducción inestable se necesita considerar el término de almacenamiento de energía en la ecuación (2.1). Primero, se define un intervalo de tiempo discreto Δt análogo al intervalo espacial discreto Δx que se introdujo en la sección anterior:

$$t_m = m\,\Delta t \qquad m = 0,1,\ldots$$

Ahora las temperaturas nodales dependen de dos índices, i y m, que corresponden a las dependencias en el espacio y el tiempo, respectivamente:

$$T_{i,m} \equiv T(x_i, t_m)$$

Como $\Delta y = \Delta z = 1$, el término de almacenamiento de energía en la ecuación (2.1) se puede escribir como

$$\begin{matrix}\text{tasa de almacenamiento de energía}\\ \text{dentro del volumen de control}\end{matrix} = \rho c\ \Delta x \frac{T_{i,m+1} - T_{i,m}}{\Delta t} \tag{3.12}$$

Este término representa la energía almacenada del tiempo t_m a t_{m+1} en una pared de espesor Δx dividido entre el intervalo $\Delta t = t_{m+1} - t_m$. Del mismo modo que se permitió que la temperatura variara linealmente entre los nodos espaciales en la sección 3.2. Aquí se permitió que la temperatura variara linealmente entre los intervalos de tiempo.

Este término de almacenamiento de energía se suma al lado derecho de la ecuación (2.1) debido a que los términos en el lado izquierdo de la ecuación representan energía que fluye hacia el volumen de control y tiende a aumentar la temperatura nodal con el tiempo. Esto da, después de cierta manipulación algebraica, la siguiente expresión:

$$-k\frac{T_{i,m} - T_{i-1,m}}{\Delta x} + \dot{q}_{G,i,m}\,\Delta x = -k\frac{T_{i+1,m} - T_{i,m}}{\Delta x} + \rho c\,\Delta x\frac{T_{i,m+1} - T_{i,m}}{\Delta t} \tag{3.13}$$

La ecuación (3.13) es la forma discretizada de la ecuación (2.5) y la tasa de generación de calor y todas excepto una temperatura en esta expresión se evalúan en el tiempo t_m. Una temperatura en la ecuación (3.13) se evalúa en el tiempo $t_{m+1} = t_m + \Delta t$. Despejando la temperatura se obtiene

$$T_{i,m+1} = T_{i,m} + \frac{\Delta t}{\rho c\ \Delta x}\left\{\frac{k}{\Delta x}(T_{i+1,m} - 2T_{i,m} + T_{i-1,m}) + \dot{q}_{G,\,i,\,m}\,\Delta x\right\} \tag{3.14}$$

La ecuación (3.14) se denomina *ecuación de diferencias explícitas* debido a que la distribución de temperatura en el nuevo tiempo t_{m+1} se puede determinar si se conoce la distribución completa de la temperatura en el tiempo t_m. Puesto que cualquier enunciado de un problema inestable debe incluir una condición límite, T_i,0 se da para todas las i. Entonces la ecuación (3.14) se puede emplear para calcular T_i,1, T_i,2, y así sucesivamente para todos los intervalos requeridos. Este procedimiento se denomina *de marcha* debido a que la solución en esencia marcha hacia delante de un intervalo de tiempo a otro.

Así pues, la solución de la ecuación explícita es muy directa. Sin embargo, existe una limitación para el tamaño del intervalo de tiempo Δt. Se requiere

$$\Delta t < \frac{\Delta x^2}{2\alpha} \tag{3.15}$$

Con base en la definición del número de Fourier dada en el capítulo 2, la ecuación (3.15) también se puede escribir en términos de este parámetro adimensional:

$$\text{Fo} < \frac{1}{2} \qquad \text{donde} \qquad \text{Fo} \equiv \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}$$

Si se utiliza un intervalo de tiempo mayor que el prescrito por la ecuación (3.15), la solución comenzará a presentar oscilaciones crecientes. En esta situación se dice

que la solución será *inestable*. Este comportamiento se puede explicar tanto matemática como físicamente. Primero, se reacomoda la ecuación (3.14):

$$T_{i,m+1} = T_{i,m}\left\{1 - \frac{\Delta t}{(\Delta x^2/2\alpha)}\right\} + \frac{\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left\{\frac{k}{\Delta x}(T_{i+1,m} + T_{i-1,m}) + \dot{q}_{G,i,m}\,\Delta x\right\}$$

Observe que si se viola la condición expresada por la ecuación (3.15), el coeficiente en $T_{i,m}$ en esta ecuación es negativo. Esto conducirá a oscilaciones en la solución ya que la temperatura en el nodo i para el nuevo intervalo de tiempo $m + 1$ tendrá una dependencia negativa en el valor en ese nodo en el intervalo de tiempo m. Físicamente, el lado derecho de la ecuación (3.15) se puede considerar como el tiempo necesario para que un campo de temperatura se difunda a través del volumen de control Δx. Si el método de solución utiliza intervalos de tiempo mayores que este tiempo de difusión, es probable que aparezcan resultados irreales después de algunos intervalos de tiempo.

Las oscilaciones se pueden eliminar haciendo estos intervalos de tiempo lo suficientemente pequeños. Sin embargo, los intervalos de tiempo muy pequeños son indeseables ya que requieren más tiempo de cómputo para un tiempo transcurrido total dado. También observe que si quiere aumentar la precisión de la solución empleando valores menores de Δx, la ecuación (3.15) obliga a emplear intervalos de tiempo menores. Esto también aumenta el tiempo de cómputo.

En la práctica, el intervalo de tiempo Δt se fijará a un valor un tanto menor que el prescrito por la ecuación (3.15). El valor real de Δt que se utilizará en la solución numérica final se puede determinar mediante prueba y error, al igual que el valor apropiado de Δx se determinó para problemas en régimen permanente (consulte la sección 3.2.1). Para valores decrecientes de Δt se encuentra una serie de soluciones hasta que una reducción adicional en Δt deja de afectar la distribución de temperatura. El error de redondeo se considera aquí como se hizo en problemas en régimen permanente ya que conforme se disminuye Δt, se requieren más operaciones matemáticas para producir la solución.

Se debe destacar que las ecuaciones de diferencias para los volúmenes de control en las fronteras también imponen restricciones de estabilidad en el tamaño de los intervalos de tiempo. Esto se explicará en las secciones 3.3.2 y 3.3.4.

EJEMPLO 3.2

Considere de nuevo el problema del ejemplo 2.11: determinar la profundidad mínima x_m a la que la tubería de agua se debe enterrar para evitar su congelación (consulte la figura 3.5). Con los parámetros dados en ese problema, se requirió una profundidad de 0.68 m. Determine x_m resolviendo la ecuación de diferencias explícitas.

En el ejemplo 2.11 el suelo inicialmente estaba a una temperatura uniforme de 20 °C y se supuso que, en las peores condiciones anticipadas, se sometería a una temperatura superficial de −15 °C durante un periodo de 60 días. Se utilizaron las propiedades siguientes del suelo (a 300 K):

$$\rho = 2050\ \text{kg/m}^3 \qquad k = 0.52\ \text{W/m K} \qquad c = 1840\ \text{J/kg K}$$
$$\alpha = 0.138 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

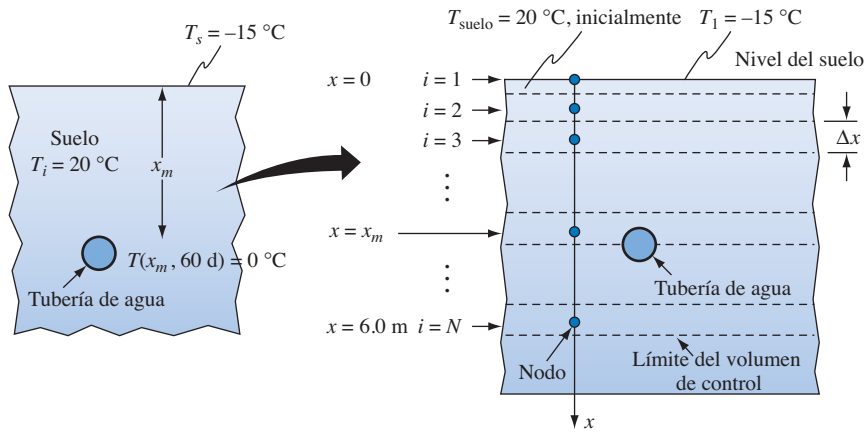


FIGURA 3.5 Esquema de la profundidad de la tubería de agua del ejemplo 3.2.

SOLUCIÓN Es necesario implementar la ecuación (3.14) en un programa de cómputo. En la figura 3.5 se muestra la relación entre la profundidad y los nodos. Como no hay generación de calor ($\dot{q}_G = 0$), la ecuación se simplifica a

$$T_{i,m+1} = T_{i,m} + \text{Fo}(T_{i+1,m} - 2T_{i,m} + T_{i-1,m})$$

donde Fo es el número de Fourier, $\text{Fo} = \Delta t\alpha/\Delta x^2$, como se explicó antes.

Se crea un arreglo unidimensional que contenga las temperaturas conocidas en el intervalo de tiempo m y un arreglo similar para la temperatura desconocida en el intervalo de tiempo $m + 1$:

$$T_{i,\text{anterior}} \equiv T_{i,m}$$
$$T_{i,\text{nueva}} \equiv T_{i,m+1}$$

Ahora se tiene una ecuación de la forma:

$$T_{i,\text{nueva}} = T_{i,\text{anterior}} + \text{Fo}(T_{i+1,\text{anterior}} - 2T_{i,\text{anterior}} + T_{i-1,\text{anterior}})$$

que es válida para todos los nodos excepto para los nodos límites. Para los nodos límites se tiene $T_{1,\text{anterior}} = T_{1,\text{nueva}} = -15$ °C y $T_{N,\text{anterior}} = T_{N,\text{nueva}} = 20$ °C.

Ahora se debe decidir hasta qué profundidad se debe extender el cálculo y el tamaño del volumen de control. A una profundidad muy grande no se esperaría ver un cambio durante los 60 días. Seleccionando una profundidad máxima de 6 m y verificando la solución para asegurar que no se observe un cambio de temperatura a 6 m de profundidad. Si la solución muestra que la temperatura ha cambiado de manera significativa a 6 m, se necesitará dejar que el cálculo se extienda a una profundidad mayor.

Se tiene libertad de seleccionar el tamaño del volumen de control, Δx, pero hay que recordar que la precisión mejora conforme Δx disminuye. En lo que concierne al intervalo de tiempo, se debe seguir la restricción dada en la ecuación (3.15). Conforme disminuye el intervalo de tiempo, se espera tener una mayor precisión. Una restricción adicional es que se quiere que el cálculo termine exactamente a 60 días, por lo que se quiere que 60 días sean un múltiplo entero de Δt.

El procedimiento de la solución se muestra en el diagrama de flujo de la figura 3.6 en la página siguiente.

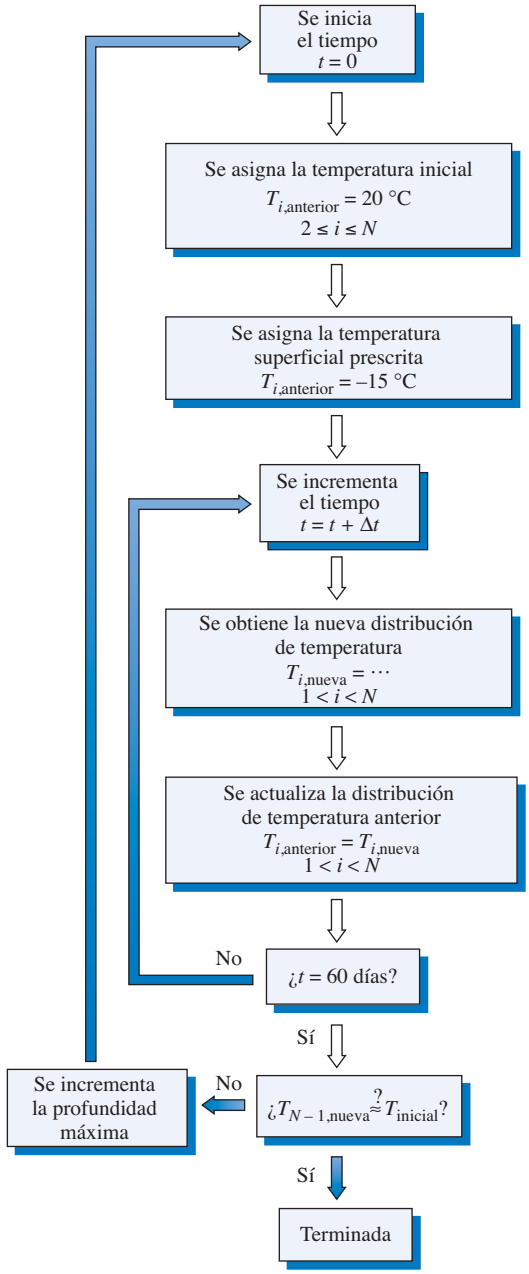


FIGURA 3.6 Diagrama de flujo para la solución de un problema de conducción transitoria unidimensional, ejemplo 3.2.

Primero, se elige $N = 6$, lo que da $\Delta x = 1.2$ m. Con el valor dado de α, el valor máximo permisible de Δt de la ecuación (3.15) es 60.43 días. Seleccionando $\Delta t = 30$ días, se determina la distribución de temperatura siguiente en $t = 60$ días:

i	T_i(°C)
1	−15.000
2	11.306
3	20.000
4	20.000
5	20.000
6	20.000

Interpolando entre $i = 1$ donde $T_{x=0} = -15$ °C e $i = 2$ donde $T_{x=1,2m} = 11.306$ °C, x_m, la profundidad a la que $T = 0$ °C, se determina que es 0.684 m.

Después, se necesita determinar si se utilizó un intervalo de tiempo lo suficientemente pequeño para fines de precisión. Para determinar x_m para cada Δt, Δt se divide a la mitad sucesivamente. Esto da:

Δt (días)	x_m (m)
30	0.684
15	0.724
7.5	0.743
3.75	0.753
1.875	0.757

Al reducir el intervalo de tiempo a menos de 1.875 días no se produce un cambio significativo en x_m.

Ahora es necesario determinar si el volumen de control es lo suficientemente pequeño. Se fija Δt a 1.875 días y luego Δx se divide a la mitad sucesivamente, con lo que se obtiene x_m para cada valor de Δx. Esto da:

Δx (m)	x_m (m)
1.2	0.757
0.6	0.680
0.3	0.676

Al reducir el espaciamiento de los nodos a menos de 0.3 m no se produce un cambio significativo en x_m. (Observe que si quiere probar con $\Delta x = 0.15$ m se necesitaría reducir Δt a menos de 1.875 días.)

Para demostrar qué sucede si Δt es demasiado grande, se hicieron dos corridas adicionales. Se utilizó $\Delta x = 0.1$ m, lo que de acuerdo con la ecuación (3.15), requiere un intervalo de tiempo menor que $\Delta t = 0.4197$ días. Se empleó $\Delta t_1 = 1.1 \times \Delta t = 0.4616$ días para una corrida y $\Delta t_2 = 0.9 \times \Delta t = 0.3772$ días para la otra corrida. En la figura 3.7 se presenta la temperatura en un punto en el suelo ($x = x_m - \Delta x$) como

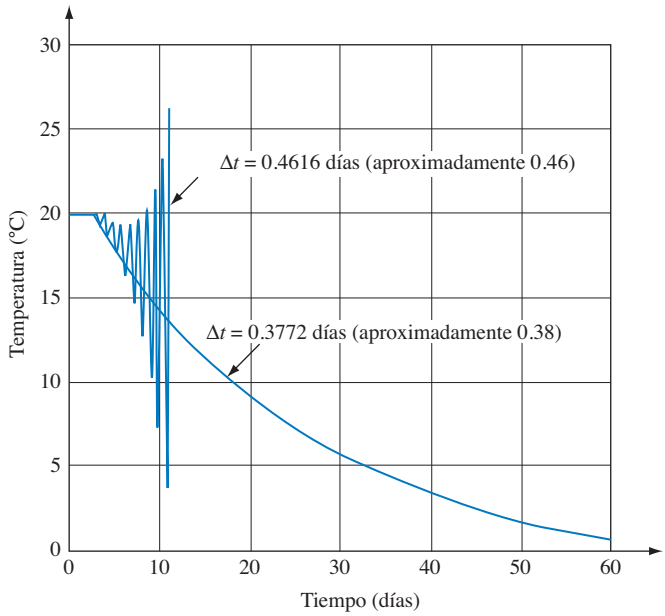


FIGURA 3.7 Temperatura como función del tiempo para el ejemplo 3.2 utilizando dos valores del intervalo de tiempo Δt.

función del tiempo para las dos corridas. La solución para el intervalo de tiempo mayor es inestable como se observa por las oscilaciones crecientes con el tiempo.

El ejemplo 3.2 demuestra las desventajas principales del método explícito: se requieren intervalos de tiempo pequeños y tiempos de cómputo prolongados para asegurar tener precisión y estabilidad. Se puede evitar este problema escribiendo la ecuación de diferencias en su forma implícita. Para hacer esto, se evalúa el término de la ecuación (3.14) que se encuentra entre corchetes en el intervalo de tiempo $m + 1$ en vez de en m:

$$T_{i,m+1} = T_{i,m} + \frac{\Delta t}{\rho c\, \Delta x} \times \left\{ \frac{k}{\Delta x} (T_{i+1,m+1} - 2T_{i,m+1} + T_{i-1,m+1}) + \dot{q}_{G,i,m+1}\, \Delta x \right\} \tag{3.16}$$

La ecuación (3.16) se denomina implícita debido a que las temperaturas en el intervalo de tiempo $m + 1$ se deben determinar simultáneamente. Este requerimiento complica la solución comparada con la del método explícito, pero se elimina la restricción en el intervalo de tiempo expresada mediante la ecuación (3.15). De aquí que la solución de la ecuación (3.16) es estable para cualquier intervalo de tiempo Δt. Los intervalos de tiempo grandes sacrifican la precisión, al igual que antes, pero al

menos no hay preocupación sobre la estabilidad. La solución de ecuaciones de diferencias implícitas se analiza en la sección 3.3.3.

3.3.2 Condiciones de frontera

Al igual que en el problema de conducción en régimen permanente, la temperatura superficial especificada para el problema inestable se puede implementar con facilidad. El flujo superficial especificado o condiciones de frontera para convección superficial son más complejas ya que se debe tomar en cuenta el almacenamiento de energía en los volúmenes de control más cercanos a las superficies. Considere primero la *condición de frontera de flujo especificado*. Para conducción en régimen permanente se dedujo un equilibrio de energía sobre un volumen de control que se extiende de $x = 0$ a $x = \Delta x/2$, ecuación (3.5). Durante el intervalo de tiempo Δt, la tasa a la que el volumen de control almacena energía es

$$\rho c \frac{\Delta x}{2} \frac{T_{i,m+1} - T_{i,m}}{\Delta t}$$

Este término se sumará al lado derecho de la ecuación (3.5), lo que da

$$q''_{1,m} + \dot{q}_{G,1,m} \frac{\Delta x}{2} = -k \frac{T_{2,m} - T_{1,m}}{\Delta x} + \rho c \frac{\Delta x}{2} \frac{T_{1,m+1} - T_{1,m}}{\Delta t}$$

Despejando $T_{1,m+1}$ da

$$T_{1,m+1} = T_{1,m} + \frac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x} \left\{ q''_{l,m} + \frac{\Delta x}{2} \dot{q}_{G,1,m} + \frac{k}{\Delta x} (T_{2,m} - T_{1,m}) \right\} \quad (3.17)$$

La ecuación (3.17) se puede reacomodar para mostrar que el coeficiente de $T_{1,m}$ es

$$\left(1 - \frac{2\alpha\,\Delta t}{\Delta x^2} \right)$$

Por tanto el criterio de estabilidad impuesto por esta ecuación es idéntico al de los volúmenes de control expresado por la ecuación (3.15).

Esta expresión de la condición de frontera es explícita dado que la nueva temperatura de frontera se puede determinar una vez que se conoce la distribución de temperatura en el tiempo m. En una ecuación implícita se evaluarían los términos que aparecen entre corchetes en la ecuación (3.17) en el intervalo $m + 1$.

Para la *condición de frontera de convección en la superficie* se suma el término de almacenamiento al lado derecho de la ecuación (3.6), lo que da

$$\bar{h}(T_\infty - T_{1,m}) + \dot{q}_{G,1,m} \frac{\Delta x}{2} = -k \frac{T_{2,m} - T_{1,m}}{\Delta x} + \rho c \frac{\Delta x}{2} \frac{T_{1,m+1} - T_{1,m}}{\Delta t}$$

Despejando $T_{1,\,m+1}$ resultan en

$$T'_{1,m+1} = T_{1,m} + \frac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x} \left\{ \bar{h}(T_\infty - T_{1,m}) + \dot{q}_{G,i,m} \frac{\Delta x}{2} + k \frac{T_{2,m} - T_{1,m}}{\Delta x} \right\} \quad (3.18)$$

Reacomodando esta ecuación muestra que el coeficiente de $T_{1,m}$ es

$$1 - \frac{2\alpha\,\Delta t}{\Delta x^2} \left(1 + \frac{\bar{h}\Delta x}{k} \right)$$

Esta restricción de estabilidad es más restrictiva que la correspondiente para los nodos interiores [ecuación (3.15)]. (Si el valor de $\Delta x/k$ es pequeño comparado con 1, entonces las restricciones son similares.) Las soluciones numéricas para problemas con coeficientes de convección muy altos se pueden volver inestables a menos que se elijan intervalos suficientemente pequeños de manera que los gradientes de temperatura grandes esperados cerca del límite se puedan representar con precisión.

Se pueden desarrollar expresiones similares para condiciones especificas en $x = L$. Para un *flujo de calor especificado* en $x = L$,

$$T_{N,m+1} = T_{N,m} + \frac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left\{q''_{N,m} + \frac{\Delta x}{2}\,\dot{q}_{G,N,m} + \frac{k}{\Delta x}\,(T_{N-1,m} - T_{N,m})\right\} \quad (3.19)$$

donde $q''_{N,m}$ es el flujo especificado *hacia* el límite derecho. Para una *convección superficial especificada* en $x = L$,

$$T_{N,m+1} = T_{N,m} + \frac{2\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left\{\bar{h}(T_\infty - T_{N,m}) + \frac{\Delta x}{2}\,\dot{q}_{G,N,m} + \frac{k}{\Delta x}\,(T_{N-1,m} - T_{N,m})\right\} \quad (3.20)$$

EJEMPLO 3.3 Una placa grande de acero inoxidable se remueve de un baño de recocido y se deja que se enfríe al aire (consulte la figura 3.8). Si la temperatura inicial de la placa es 500 °C, determine el tiempo que le tomará al centro de la placa para enfriarse a 250 °C. La placa es de 2 cm de espesor y tiene una densidad de 8 500 kg/m^3, un calor específico de 460 J/kg K y una conductividad térmica de 20 W/m K. El coeficiente de transferencia de calor para el aire es 80 W/m^2 K y la temperatura del aire ambiente es 20 °C. Utilice un método explícito y compare sus resultados con los de una solución gráfica.

SOLUCIÓN El enfriamiento transitorio de la placa de acero inoxidable se puede modelar como un problema de una pared semiinfinita (una dimensión en el espacio), debido a que

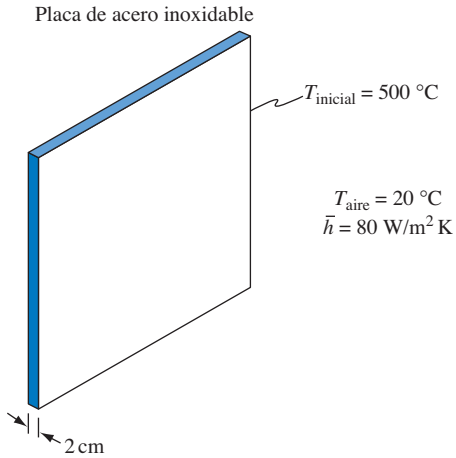


FIGURA 3.8 Placa de acero inoxidable, ejemplo 3.3.

el espesor de la placa es mucho menor que su ancho y longitud. Además, antes de efectuar el análisis numérico es instructivo primero determinar la solución gráfica. El número de Biot es

$$\text{Bi} = \frac{\bar{h}L}{k} = \frac{\left(80 \dfrac{\text{W}}{\text{m}^2\,\text{K}}\right)(0.01\,\text{m})}{\left(20 \dfrac{\text{W}}{\text{m}\,\text{K}}\right)} = 0.04$$

o $1/\text{Bi} = 25$. Observe que $\text{Bi} < 0.1$ y de aquí que la placa se puede tratar como una capacitancia térmica concentrada. Para la ordenada en la figura 2.42*a*), se tiene

$$\frac{T(0, t) - T_\infty}{T(x, 0) - T_\infty} = \frac{250 - 20}{500 - 20} = 0.479$$

lo que da

$$\frac{\alpha t}{L^2} = 19$$

de donde

$$t = \frac{(19)(0.01\,\text{m}^2)}{\left(20 \dfrac{\text{W}}{\text{m}\,\text{K}}\right)}\left(8500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)\left(460 \frac{\text{W s}}{\text{kg K}}\right) = 371\ \text{s}$$

Para implementar el método numérico explícito, considere la mitad del espesor de la placa, con $x = 0$ como la cara izquierda expuesta y $x = L = 0.01$ m como la línea central de la placa. La ecuación (3.14) se puede emplear para todos los nodos interiores:

$$T_{i,m+1} = T_{i,m} + \frac{\Delta t \alpha}{\Delta x^2}(T_{i+1,m} - 2T_{i,m} + T_{i-1,m})$$

Para la cara izquierda la ecuación (3.18) se simplifica a

$$T_{1,m+\text{I}} = T_{1,m} + \frac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left(\bar{h}(T_\infty - T_{1,m}) + k\frac{T_{2,m} - T_{1,m}}{\Delta x}\right)$$

Como el límite derecho corresponde al plano de simetría, no puede haber flujo de calor a través del plano $x = L$ y por tanto la ecuación (3.19) se simplifica a

$$T_{N,m+1} = T_{N,m} + \frac{2\Delta t \alpha}{\Delta x^2}(T_{N-1,m} - T_{N,m})$$

Para simplificar la notación, se definen:

$$C_1 = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \qquad C_2 = \frac{2\bar{h}\Delta t}{\rho c\,\Delta x} \qquad C_3 = \frac{2\alpha \Delta t}{\Delta x^2}$$

Observe que $C_1 = C_3/2 = \text{Fo}$.

Igual que antes, sea $T_{i,\text{anterior}} \equiv T_{i,m}$ y $T_{i,\text{nueva}} \equiv T_{i,m+1}$. Entonces la ecuación se transforma en

$$T_{1,\text{nueva}} = T_{1,\text{anterior}} + C_2(T_\infty - T_{1,\text{anterior}}) + C_3(T_{2,\text{anterior}} - T_{1,\text{anterior}}) \quad a)$$

$$T_{i,\text{nueva}} = T_{i,\text{anterior}} + C_1(T_{i+1,\text{anterior}} - 2T_{i,\text{anterior}} + T_{i-1,\text{anterior}}) \; i = 2, 3, \ldots, N-1 \quad b)$$

$$T_{N,\text{nueva}} = T_{N,\text{anterior}} + C_3(T_{N-1,\text{anterior}} - T_{N,\text{anterior}}) \quad c)$$

La condición inicial es

$$T_{i,m=0} = 500\ ^\circ\text{C} \quad \text{para todos las } i$$

El procedimiento de solución se muestra en la figura 3.9. Utilizando 20 volúmenes de control ($N = 21$) da $\Delta x = L/20 = 0.01/20 = 0.0005$ m. Como se utiliza un esquema explícito, se debe tener

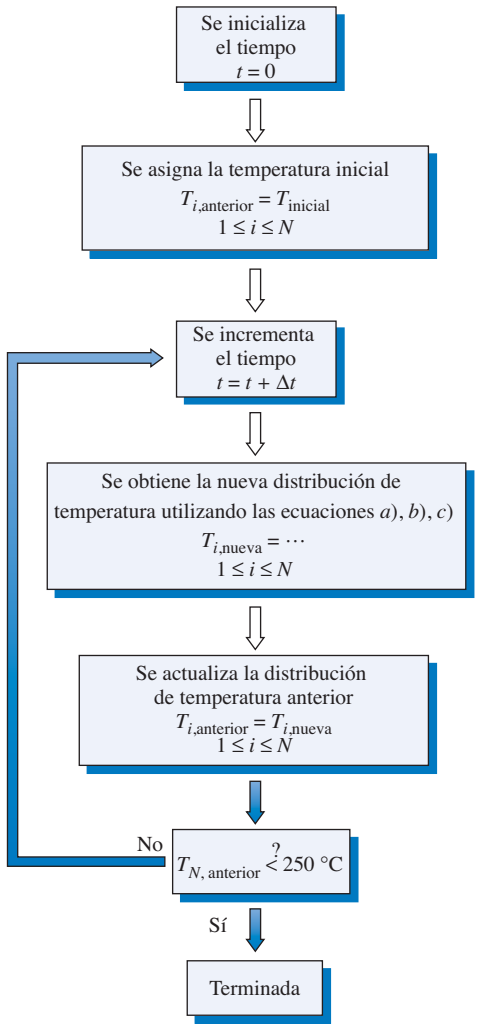


FIGURA 3.9 Diagrama de flujo para la solución explícita de un problema de conducción transitoria unidimensional, ejemplo 3.3.

$$\Delta t < \frac{\Delta x^2}{2\alpha} = \frac{(0.0005\,\text{m})^2}{2\left(20\,\frac{\text{W}}{\text{m K}}\right)}\left(8500\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)\left(460\,\frac{\text{W s}}{\text{kg K}}\right) = 0.0244\,\text{s}$$

Como $\bar{h}\,\Delta x/k \ll 1$, el criterio de estabilidad para el volumen de control frontera dará un valor similar para Δt. Para proporcionar un margen, se utilizará $\Delta t = 0.02$ s.

Un programa de cómputo que efectúe el procedimiento justo descrito da un resultado de $t = 367.5$ s, que es aproximadamente 1.5% menor que la solución gráfica. Considerando que las gráficas no se pueden leer con precisión, esta concordancia es muy buena. Al correr el programa con la mitad del número de volúmenes de control ($N = 11$) y un intervalo de tiempo de 0.08 s da $t = 367.6$ s, lo que indica que la solución para $\Delta t = 0.02$ s es suficientemente precisa.

3.3.3 Métodos de solución

Como se demostró en los ejemplos 3.2 y 3.3, la solución de ecuaciones de diferencias explícitas es directa. Simplemente hay que trasladar la solución del intervalo de tiempo anterior al nuevo intervalo. Esta sección se enfoca en la solución de una ecuación de diferencias implícitas, ecuación (3.16), con condiciones límites asociadas. Las interrelaciones de las temperaturas en el tiempo $m + 1$ en la ecuación (3.16) son similares a las de la ecuación (3.2), lo que sugiere un medio de solución de la ecuación implícita. Primero se reacomoda la ecuación (3.16) para dar

$$(1 + 2\,\text{Fo})T_{i,m+1} = \text{Fo}\,T_{i+1,m+1} + \text{Fo}\,T_{i-1,m+1} + T_{i,m} + \frac{\Delta t}{\rho c}\dot{q}_{G,i,m+1}$$

que se puede escribir en una forma como la de la ecuación (3.10):

$$a_i T_{i,m+1} = b_i T_{i+1,m+1} + c_i T_{i-1,m+1} + d_i \tag{3.21}$$

Al comparar la ecuación (3.21) con la forma reacomodada de la ecuación (3.16), se observa que

$$a_i = 1 + 2\,\text{Fo}, \qquad b_i = c_i = \text{Fo}, \qquad d_i = T_{i,m} + \frac{\Delta t}{\rho c}\dot{q}_{G,i,m+1}$$

Por tanto, se conocen los coeficientes a_i, b_i y c_i ($1 < i < N$). Los coeficientes d_i también se conocen ya sea por la condición inicial dada, $T_{i,0}$, o debido a que se despejó $T_{i,m}$ en el intervalo de tiempo anterior.

Si se pudieran expresar las condiciones de frontera en una forma como la de las ecuaciones (3.8) y (3.9), entonces se podría resolver la ecuación de diferencias transitorias implícitas invirtiendo una matriz, justo como se hizo para resolver la ecuación de diferencias en régimen permanente. En el límite izquierdo se busca una ecuación como

$$a_1 T_{1,m+1} = b_1 T_{2,m+1} + d_1$$

Por tanto para una temperatura superficial especificada se tiene

$$a_1 = 1 \qquad b_1 = 0 \qquad d_1 = T_1$$

La inspección de las formas implícitas de las ecuaciones (3.17) y (3.18) muestra que para una condición de frontera de flujo de calor en la superficie especificada se tiene

$$a_1 = 1 + \frac{2\,\Delta t\alpha}{\Delta x^2} \qquad b_1 = \frac{2\,\Delta t\alpha}{\Delta x^2} \qquad d_1 = T_{1,m} + \frac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left(q''_{1,m+1} + \frac{\Delta x}{2}\,\dot{q}_{G,\mathrm{I},m+1}\right)$$

Para la condición de frontera de convección en la superficie, la forma implícita de la ecuación (3.18) da

$$a_1 = 1 + \frac{2\,\Delta t\alpha}{\Delta x^2} + \frac{2\,\Delta t\bar{h}}{\rho c\,\Delta x} \qquad b_1 = \frac{2\,\Delta t\alpha}{\Delta x^2}$$

$$d_1 = T_{1,m} + \frac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left(\bar{h}T_\infty + \frac{\Delta x}{2}\,\dot{q}_{G,1,m+1}\right)$$

En el límite derecho se busca una ecuación como

$$a_N T_{N,m+1} = c_N T_{N-1,m+1} + d_N$$

Para una temperatura superficial especificada se tiene

$$a_N = 1 \qquad c_N = 0 \qquad d_N = T_N$$

Para un flujo de calor en la superficie especificado

$$a_N = 1 + \frac{2\,\Delta t\alpha}{\Delta x^2} \qquad c_N = \frac{2\,\Delta t\alpha}{\Delta x^2}$$

$$d_N = T_{N,m} + \frac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left(q''_{N,m+1} + \frac{\Delta x}{2}\,\dot{q}_{G,N,m+1}\right)$$

Para la condición de frontera de convección en la superficie

$$a_N = 1 + \frac{2\,\Delta t\alpha}{\Delta x^2} + \frac{2\,\Delta t\bar{h}}{\rho c\,\Delta x} \qquad c_N = \frac{2\,\Delta t\alpha}{\Delta x^2}$$

$$d_N = T_{N,m} + \frac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left(\bar{h}T_\infty + \frac{\Delta x}{2}\,\dot{q}_{G,N,m+1}\right)$$

Los coeficientes para la ecuación (3.21) se resumen en la tabla 3.2 para las tres condiciones de frontera.

La solución utilizando una inversión matricial sigue estrechamente el procedimiento dado para la ecuación de diferencias en régimen permanente. La única diferencia entre las dos es que para el problema inestable, se deben actualizar las constantes d_i entre intervalos de tiempo debido a que d_i depende de la temperatura en el nodo i, que necesita del intervalo del tiempo. Después de actualizar d_i, se aplica la inversión matricial en la técnica de solución de la matriz tridiagonal para obtener la nueva distribución de temperatura, $T_{i,m+1}$. Luego se pueden actualizar los coeficientes d_i de nuevo y repetir el proceso. Esto se puede ilustrar aplicando el procedimiento al ejemplo 3.3.

TABLA 3.2 Coeficientes matriciales para conducción inestable unidimensional [ecuación (3.21)], solución implícita

	a_i	b_i	c_i	d_i
$i = 1$, temperatura superficial especificada	1	0	0	T_1
$i = 1$, flujo de calor especificado	$1 + 2\,\text{Fo}$	$2\,\text{Fo}$	0	$T_{1,m} + \dfrac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left(q''_{1,m+1} + \dfrac{\Delta x}{2}\,\dot{q}_{G,1,m+1}\right)$
$i = 1$, convección en la superficie especificada	$1 + 2\,\text{Fo} + \dfrac{2\bar{h}\Delta t_1}{\rho c\,\Delta x}$	$2\,\text{Fo}$	0	$T_{1,m} + \dfrac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left(\bar{h}_1 T_{\infty,1} + \dfrac{\Delta x}{2}\,\dot{q}_{G,1,m+1}\right)$
$1 < i < N$	$1 + 2\,\text{Fo}$	Fo	Fo	$T_{i,m} + r_s \dot{q}_{G,i,m+1}$
$i = N$, temperatura superficial especificada	1	0	0	T_N
$i = N$, flujo de calor especificado	$1 + 2\,\text{Fo}$	0	$2\,\text{Fo}$	$T_{N,m} + \dfrac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left(q''_{N,m+1} + \dfrac{\Delta x}{2}\,\dot{q}_{G,N,m+1}\right)$
$i = N$, convección en la superficie especificada	$1 + 2\,\text{Fo} + \dfrac{2h\Delta t_N}{\rho c\,\Delta x}$	0	$2\,\text{Fo}$	$T_{N,m} + \dfrac{2\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}\left(\bar{h}_N T_{\infty,N} + \dfrac{\Delta x}{2}\,\dot{q}_{G,N,m+1}\right)$

Nota: $\text{Fo} = \dfrac{\alpha\,\Delta t}{2}$

$q''_{A,m+1}$ es el flujo de calor *hacia* la superficie A.

En el ejemplo 3.3 se tuvo una condición de frontera de convección en $x = 0$ y una condición de frontera de flujo especificado ($q'' = 0$) en $x = L$. Como no hay generación de calor, los coeficientes de la ecuación (3.21) son

$$a_1 = 1 + 2\,\text{Fo} + \frac{2\bar{h}\Delta t}{\rho c\,\Delta x} \qquad b_1 = 2\,\text{Fo} \qquad d_1 = T_{1,m} + \frac{2\bar{h}\Delta t T_\infty}{\rho c\,\Delta x}$$

$$a_i = 1 + 2\,\text{Fo} \qquad b_i = c_i = \text{Fo} \qquad d_i = T_{i,m} \qquad 1 < i < N$$

$$a_N = 1 + 2\,\text{Fo} \qquad c_N = 2\,\text{Fo} \qquad d_N = T_{N,m}$$

La representación matricial del problema es

$$\begin{bmatrix} a_1 & -b_1 & & & \\ -c_2 & a_2 & -b_2 & & \\ & \vdots & & & \\ & & -c_{N-1} & a_{N-1} & -b_{N-1} \\ & & & -c_N & a_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,\text{nueva}} \\ T_{2,\text{nueva}} \\ \vdots \\ T_{N-1,\text{nueva}} \\ T_{N,\text{nueva}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} T_{1,\text{anterior}} + 2\bar{h}\Delta t T_\infty/\rho c\,\Delta x \\ T_{2,\text{anterior}} \\ \vdots \\ T_{N-1,\text{anterior}} \\ T_{N,\text{anterior}} \end{bmatrix}$$

Que se escribe como

$$\mathbf{A}\mathbf{T}_{\text{nueva}} = \mathbf{D}$$

Luego para cada intervalo de tiempo se puede encontrar el vector $\mathbf{T}_{\text{nueva}}$ resolviendo este sistema tridiagonal. El procedimiento de solución se muestra en la figura 3.10.

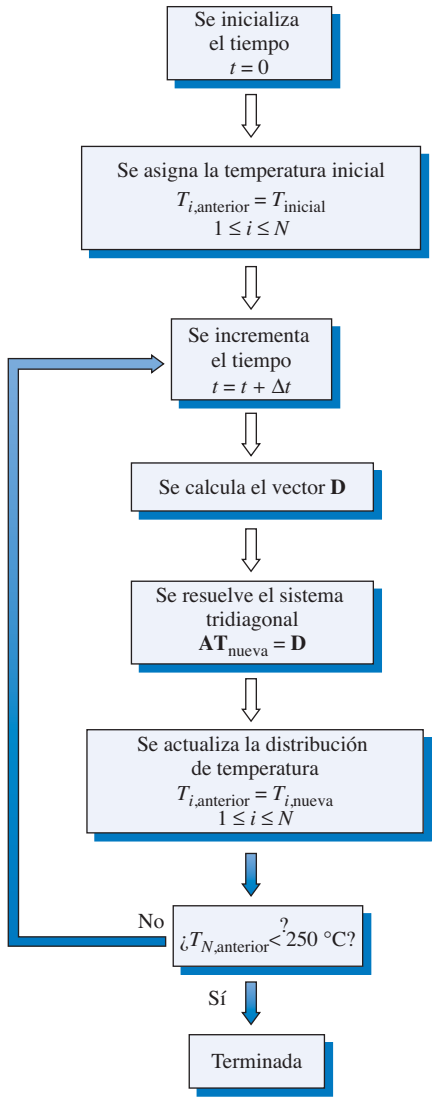


FIGURA 3.10 Diagrama de flujo para el ejemplo 3.3, utilizando la solución implícita de un problema de conducción transitorio unidimensional.

3.4* Conducción bidimensional en régimen permanente y no permanente

3.4.1 Ecuación de diferencias

Con el método del volumen de control la extensión a sistemas bi o tridimensionales es directa. Considere la figura 3.11, que muestra un volumen de control para un problema bidimensional. Como el problema es bidimensional, sea $\Delta z = 1$. Al igual que en la sección 3.2, los nodos x se identifican por medio de

$$x_i = (i - 1)\Delta x \qquad i = 1, 2, \ldots, M$$

De una manera similar los nodos y se identifican como

$$y_i = (j - 1)\Delta y \qquad j = 1, 2, \ldots, N$$

El tamaño del volumen de control es Δx por Δy, y está centrado con respecto al nodo, i, j. Ahora, aplicando la ecuación (2.1), se tiene

$$\text{tasa de conducción hacia el volumen de control} = -k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{\text{izquierda}} \Delta y - k\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{\text{inferior}} \Delta x$$

y

$$\text{tasa de conducción hacia fuera del volumen de control} = -k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{\text{derecha}} \Delta y - k\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{\text{superior}} \Delta x$$

donde "izquierda", "derecha", "superior" e "inferior" se refieren a las caras del volumen de control que se muestra en la figura 3.11. Observe que el área superficial de la cara del volumen de control normal al gradiente de temperatura se ha tomado en cuenta con Δy en los términos izquierdo y derecho y con Δx en los términos inferior y superior.

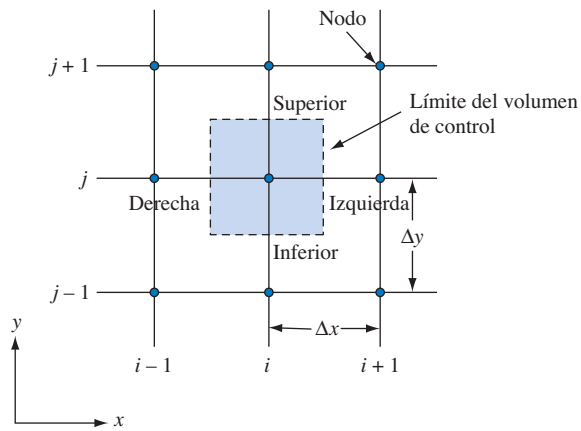


FIGURA 3.11 Volumen de control para conducción bidimensional.

Los gradientes de temperatura en las superficies del volumen de control se evalúan igual que en la sección 3.2,

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\text{izquierda}} = \frac{T_{i,j,m} - T_{i-1,j,m}}{\Delta x} \qquad \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\text{derecha}} = \frac{T_{i+1,j,m} - T_{i,j,m}}{\Delta x}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\text{inferior}} = \frac{T_{i,j,m} - T_{i,j-1,m}}{\Delta y} \qquad \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{\text{superior}} = \frac{T_{i,j+1,m} - T_{i,j,m}}{\Delta y}$$

Si la tasa de generación de calor volumétrica es $\dot{q}_G(x, y, t)$ entonces

la tasa de generación de calor dentro del volumen de control $= \dot{q}_{G,i,j,m}\,\Delta x\,\Delta y$

Por último,

la tasa de almacenamiento de energía dentro del volumen de control $= \rho c\,\Delta x\,\Delta y\,\dfrac{T_{i,j,m+1} - T_{i,j,m}}{\Delta t}$

Por tanto, el equilibrio de calor general en el volumen de control es

$$-k\left(\frac{T_{i,j,m} - T_{i-1,j,m}}{\Delta x}\Delta y + \frac{T_{i,j,m} - T_{i,j-1,m}}{\Delta y}\Delta x\right) + \dot{q}_{G,i,j,m}\Delta x\,\Delta y$$
$$= -k\left(\frac{T_{i+1,j,m} - T_{i,j,m}}{\Delta x}\Delta y + \frac{T_{i,j+1,m} - T_{i,j,m}}{\Delta y}\Delta x\right) \tag{3.22}$$
$$+ \rho c\,\Delta x\Delta y - \frac{T_{i,j,m+1} - T_{i,j,m}}{\Delta t}$$

Dividiendo entre $k\,\Delta x\,\Delta y$ se obtiene la ecuación de diferencias deseada

$$\frac{T_{i+1,j,m} - 2T_{i,j,m} + T_{i-1,j,m}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,m} - 2T_{i,j,m} + T_{i,j-1,m}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{q}_{G,i,j,m}}{k}$$
$$= \frac{\rho c}{k}\,\frac{T_{i,j,m+1} - T_{i,j,m}}{\Delta t} \tag{3.23}$$

Para conducción bidimensional en régimen permanente sin generación de calor, la ecuación (3.23) se convierte en

$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} = 0 \tag{3.24}$$

Despejando $T_{i,j}$

$$T_{i,j} = \frac{\Delta y^2(T_{i+1,j} + T_{i-1,j}) + \Delta x^2(T_{i,j+1} + T_{i,j-1})}{2(\Delta x^2 + \Delta y^2)}$$

Si $\Delta x = \Delta y$, se tiene

$$T_{i,j} = \frac{1}{4}(T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1})$$

Al igual que en la conducción unidimensional en régimen permanente sin generación de calor, la temperatura en cualquier nodo interior, i, j es el promedio de las temperaturas en los nodos circundantes.

Con referencia a la ecuación (3.23), se observa que la distribución de temperatura en el intervalo de tiempo $m + 1$ se determina con facilidad a partir de la distribución en el intervalo de tiempo m. En otras palabras, la ecuación (3.23) está en la forma explícita y es estable sólo si:

$$\Delta t < \frac{1}{2\alpha}\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}\right)^{-1}$$

La forma implícita de la ecuación de diferencias es

$$\frac{T_{i+1,j,m+1} - 2T_{i,j,m+1} + T_{i-1,j,m+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,m+1} - 2T_{i,j,m+1} + T_{i,j-1,m+1}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{q}_{G,i,j,m+1}}{k} = \frac{\rho c}{k}\frac{T_{i,j,m+1} - T_{i,j,m}}{\Delta t} \tag{3.25}$$

La conductividad térmica se puede manejar igual que en la sección 3.2.1. La conductividad térmica apropiada para determinar el flujo en las caras izquierda y derecha del volumen de control en la figura 3.11 se puede calcular con

$$k_{\text{izquierda}} = \frac{2k_{i,j}k_{i-1,j}}{k_{i,j}k_{i-1,j}} \quad \text{y} \quad k_{\text{derecha}} = \frac{2k_{i,j}k_{i+1,j}}{k_{i,j} + k_{i+1,}}$$

y para las caras inferior y superior del volumen de control

$$k_{\text{inferior}} = \frac{2k_{i,j}k_{i,j-1}}{k_{i,j} + k_{i,j-1}} \quad \text{y} \quad k_{\text{superior}} = \frac{2k_{i,j}k_{i,j+1}}{k_{i,j} + k_{i,j+1}}$$

3.4.2 Condiciones de frontera

El desarrollo de ecuaciones de diferencias para los nodos frontera en dimensiones múltiples es similar a su desarrollo en una dimensión, como se describe en la sección 3.2.2. Primero se define el volumen de control que contiene el nodo frontera. Después se definen todos los flujos de energía hacia dentro y hacia fuera de las fronteras del volumen de control y los términos volumétricos, incluyendo los términos de generación de calor y de almacenamiento de energía.

Considere el borde vertical de la forma geométrica bidimensional que se muestra en la figura 3.12. El área sombreada muestra un volumen de control de ancho $\Delta x/2$ y altura Δy. La temperatura en el nodo límite es $T_{i,j,m}$. El tamaño y la forma de este volumen de control se seleccionó tal que si los volúmenes de control inferiores son como se muestra en la figura 3.11 y los volúmenes de control de borde restantes son como se muestra en la figura 3.12 en la página siguiente, se cubrirá todo el volumen de control del dominio del problema (con excepción de las esquinas, que se analizan a continuación).

Considere un equilibrio de calor en el volumen de control en la figura 3.12:

$$\text{flujo de calor hacia la cara izquierda del volumen de control por conducción} = k\frac{T_{i-1,j,m} - T_{i,j,m}}{\Delta x}\Delta y$$

$$\text{flujo de calor hacia fuera de la cara derecha} = q''_{x,i,j,m}\Delta y$$

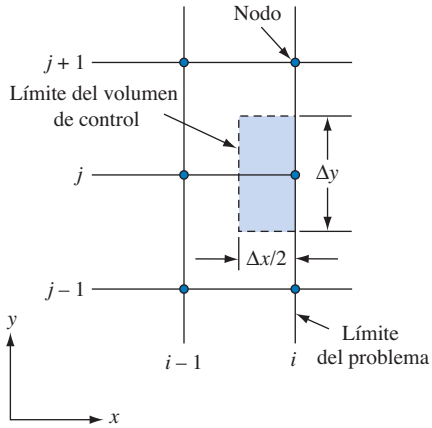


FIGURA 3.12 Volumen de control frontera para conducción bidimensional: borde vertical.

donde $q''_{x,i,j,m}$ es un flujo de calor especificado en la dirección $+x$ en la ubicación i, j en el borde en el tiempo m.

$$\text{flujo de calor hacia la cara inferior del volumen de control por conducción} = k\frac{T_{i,j-1,m} - T_{i,j,m}}{\Delta y}\frac{\Delta x}{2}$$

$$\text{flujo de calor hacia fuera de la cara superior del volumen de control por conducción} = k\frac{T_{i,j,m} - T_{i,j,+1,m}}{\Delta y}\frac{\Delta y}{2}$$

Si la tasa de generación de calor volumétrica es $\dot{q}_{G,i,j,m}$, entonces la tasa de generación de calor en el volumen de control es

$$\dot{q}_{G,i,j,m}\frac{\Delta x\,\Delta y}{2}$$

La tasa a la que se almacena energía en el volumen de control durante el intervalo de tiempo Δt es

$$\rho c\frac{\Delta x\,\Delta y}{2}\frac{T_{i,j,m+1} - T_{i,j,m}}{\Delta t}$$

y el equilibrio de energía en el volumen de control es:

$$k\frac{T_{i-1,j,m} - T_{i,j,m}}{\Delta x}\Delta y + k\frac{T_{i,j-1,m} - T_{i,j,m}}{\Delta y}\frac{\Delta x}{2} + \dot{q}_{G,i,j,m}\frac{\Delta x\,\Delta y}{2}$$

$$= q''_{x,i,j,m}\Delta y + k\frac{T_{i,j,m} - T_{i,j+1,m}}{\Delta y}\frac{\Delta x}{2} + \rho c\frac{\Delta x\Delta y}{2}\frac{T_{i,j,m+1} - T_{i,j,m}}{\Delta t}$$

que se puede reacomodar para que dé una ecuación explícita para la temperatura límite en el intervalo de tiempo siguiente, $t_{i,\,j,m+1}$:

$$T_{i,j,m+1} = T_{i,j,m}\left[1 - 2\alpha\,\Delta t\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}\right)\right] + T_{i-1,j,m}\left(\frac{2\alpha\,\Delta t}{\Delta x^2}\right) + (T_{i,j-1,m} + T_{i,j+1,m})\left(\frac{\alpha\,\Delta t}{\Delta y^2}\right) + \dot{q}_{G,i,j,m}\left(\frac{\alpha\,\Delta t}{k}\right) - q''_{x,i,j,m}\left(\frac{2\alpha\,\Delta t}{k\,\Delta x}\right) \tag{3.26}$$

Siguiendo el mismo procedimiento para una esquina exterior, figura 3.13, se obtiene

$$T_{i,j,m+1} = T_{i,j,m}\left[1 - 2\alpha\,\Delta t\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}\right)\right] + T_{i-1,j,m}\left(\frac{2\alpha\,\Delta t}{\Delta x^2}\right) + T_{i,j-1,m}\left(\frac{2\alpha\,\Delta t}{\Delta y^2}\right) + \dot{q}_G\left(\frac{\alpha\,\Delta t}{k}\right) - \frac{2\alpha\,\Delta t}{k}\left(q''_{x,i,j,m}\frac{1}{\Delta x} + q''_{y,i,j,m}\frac{1}{\Delta y}\right) \tag{3.27}$$

donde $q''_{x,i,j,m}$ es un flujo de calor especificado en la dirección $+y$ en la cara superior del volumen de control en el nodo i, j en el intervalo m.

Por último, para una esquina interior como la de la figura 3.14

$$T_{i,j,m+1} = T_{i,j,m}\left[1 - 2\alpha\,\Delta t\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}\right)\right] + T_{i-1,j,m}\left(\frac{4}{3}\,\frac{\alpha\,\Delta t}{\Delta x^2}\right) + T_{i+1,j,m}\left(\frac{2}{3}\,\frac{\alpha\,\Delta t}{\Delta x^2}\right) + T_{i,j+1,m}\left(\frac{4}{3}\,\frac{\alpha\,\Delta t}{\Delta y^2}\right) + T_{i,j-1,m}\left(\frac{2}{3}\,\frac{\alpha\,\Delta t}{\Delta y^2}\right) + \dot{q}_{G,i,j,m}\left(\frac{\alpha\,\Delta t}{k}\right) + \frac{2}{3}\,\frac{\alpha\,\Delta t}{k}\left(-\frac{q''_{x,i,j,m}}{\Delta x} + \frac{q''_{y,i,j,m}}{\Delta y}\right) \tag{3.28}$$

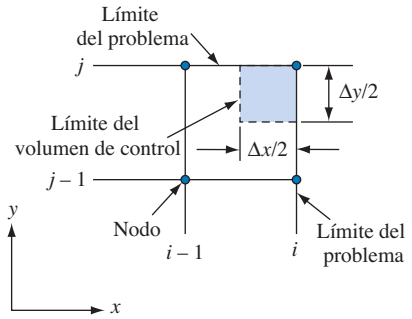


FIGURA 3.13 Volumen de control para conducción bidimensional: esquina exterior.

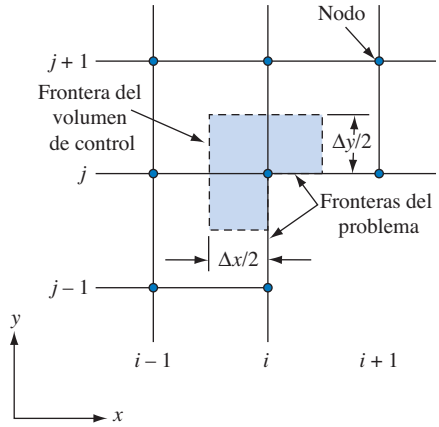


FIGURA 3.14 Volumen de control frontera para conducción bidimensional: esquina interior.

Observe que con la convención de signos para los flujos de calor límites especificados, un valor de $q''_{y,i,j,m}$ aumenta la temperatura en el nodo i, j, en tanto que un valor positivo de $q''_{x,i,j,m}$ la disminuye en el mismo nodo.

En las ecuaciones (3.26) a (3.28) los subíndices i, j del volumen de control frontera dependen de la ubicación del volumen de control dentro de la geometría del problema. Por ejemplo, en una geometría rectangular, los volúmenes de control en esquina y de borde en la cara derecha del rectángulo tendrían $i = M$, la esquina superior tendría $j = N$, la esquina inferior tendría $j = 1$, y así sucesivamente.

Cada una de las ecuaciones de equilibrio de energía para estos volúmenes de control imponen sus propios criterios de estabilidad como se expresa por el coeficiente de $T_{i,j,m}$. Dado que aquí se eligió la condición de frontera de flujo de calor especificado, estos criterios son idénticos a los utilizados para los volúmenes de control interiores. Como se sugiere por las ecuaciones de energía del volumen de control frontera unidimensional para condiciones de frontera de convección en la superficie, se esperaría que la condición de frontera de convección en la superficie podría imponer criterios de estabilidad más restrictivos para problemas bidimensionales.

Las condiciones expresadas por las ecuaciones (3.26) a (3.28) son explícitas. Las versiones implícitas se pueden deducir como sigue. Se remplaza el subíndice m por $m + 1$ en todos los términos excepto en los términos $T_{i,j,m}$ en el lado derecho de las ecuaciones. En el término $T_{i,j,m}$ se retiene el subíndice de m para el término 1 dentro de los corchetes y se utiliza $m + 1$ para el segundo término dentro del corchete. Para la ecuación implícita, se está determinando el cambio de temperatura $T_{i,j,m+1} - T_{i,j,m}$ a partir de las temperaturas en el intervalo de tiempo nuevo $m + 1$ a diferencia de determinar el cambio de temperatura a partir de las temperaturas en el intervalo m para la ecuación explícita.

Para ecuaciones de fronteras en régimen permanente, el término que representa la tasa de almacenamiento de energía

$$\rho c \frac{T_{i,j,m+1} - T_{i,j,m}}{\Delta t}$$

es, por definición, cero. Esto se puede adecuar con más facilidad en las ecuaciones (3.26) a (3.28) dividiendo entre Δt y haciendo que $\Delta t \to \infty$. Después se eliminan los dos términos en cada ecuación que no son proporcionales a Δt. Por ejemplo, la ecuación (3.26) se convierte en

$$T_{i,j} = \frac{\dfrac{2\alpha}{\Delta x^2} T_{i-1,j} + \dfrac{\alpha}{\Delta y^2}(T_{i,j+1} + T_{i,j-1}) + \dfrac{\alpha}{k}\dot{q}_{G,i,j} - q''_{x,i,j}\dfrac{2\alpha}{k\,\Delta x}}{2\alpha\left(\dfrac{1}{\Delta x^2} + \dfrac{1}{\Delta y^2}\right)}$$

3.4.3 Métodos de solución

Métodos de solución para régimen permanente Para conducción bidimensional en régimen permanente con generación de calor, la ecuación (3.23) se transforma en

$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{q}_{G,i,j}}{k} = 0 \qquad (3.29)$$

Observe que la temperatura de cada nodo interior $T_{i,j}$ depende de sus cuatro vecinos. Despejando $T_{i,j}$ se obtiene

$$T_{i,j} = \frac{\Delta y^2(T_{i+1,j} + T_{i-1,j}) + \Delta x^2(T_{i,j+1} + T_{i,j-1}) + \dfrac{\Delta x^2 \Delta y^2}{k}\dot{q}_{G,i,j}}{2\,\Delta x^2 + 2\,\Delta y^2}$$

$$1 < i < M, \qquad 1 < j < N \qquad (3.30)$$

Los subíndices i, j están restringidos a los intervalos indicados debido a que en las fronteras se requieren ecuaciones de diferencias especiales como las desarrolladas en la sección 3.4.2.

El método iterativo introducido en la sección 3.2 es el método más directo para resolver la ecuación (3.30). Para aplicar la ecuación de Jacobi, se inicia con una suposición de la distribución de temperatura para el problema, a la que se denomina suposición de la distribución

$$T_{i,j}^{(0)} \qquad 1 \le i \le M, \qquad 1 \le j \le N$$

Si se utiliza esta distribución en el lado derecho de la ecuación (3.30) y en las ecuaciones límites apropiadas, se puede calcular un valor nuevo de $T_{i,j}$ en cada nodo. Esta nueva distribución de temperatura se denota por el superíndice 1, o

$$T_{i,j}^{(1)} \qquad 1 \le i \le M, \qquad 1 \le j \le N$$

ya que es la primera revisión de nuestra suposición inicial, $T_{i,j}^{(0)}$. La nueva distribución de temperatura $T_{i,j}^{(1)}$ ahora se utiliza en el lado derecho de la ecuación (3.30) para dar una nueva distribución de temperatura, $T_{i,j}^{(2)}$. Si se continúa este procedimiento iterativo, la distribución de temperatura convergirá a la solución correcta siempre que se cumplan los mismos criterios especificados en la sección 3.2: se debe especificar la temperatura para al menos un nodo frontera o bien especificar una condición de frontera de tipo de convección con temperatura del fluido ambiente en al menos un nodo frontera. Luego las fronteras restantes pueden tener cualquier tipo de condición de frontera.

EJEMPLO 3.4 Una barra larga de sección transversal de 1×1 in se someterá a un ensayo de esfuerzo térmico. Dos lados opuestos de la barra se mantienen a 0 °C en tanto que los otros dos lados se mantienen a 50 y 100 °C (consulte la figura 3.15). Utilizando un espaciamiento nodal de $\frac{1}{3}$ in determine la temperatura en régimen permanente en la sección transversal de la barra.

SOLUCIÓN Se quiere determinar la distribución de temperatura en el dominio cuadrado $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, como se muestra en la figura 3.15. Como $\Delta x = \Delta y = \frac{1}{3}$ in, $M = N = 4$. Debido a las condiciones de frontera simples, sólo es necesario considerar ecuaciones de diferencias para los cuatro nodos interiores. Dado que $\dot{q}_G = 0$ y $\Delta x = \Delta y$, la ecuación (3.30) da

$$T_{2,2} = \frac{1}{4}(50 + 0 + T_{2,3} + T_{3,2})$$

$$T_{2,3} = \frac{1}{4}(50 + 0 + T_{2,2} + T_{3,3})$$

$$T_{3,2} = \frac{1}{4}(100 + 0 + T_{2,2} + T_{3,3})$$

$$T_{3,3} = \frac{1}{4}(100 + 0 + T_{2,3} + T_{3,2})$$

Iniciando con una suposición de $T_{i,j} = 0$ para los cuatro nodos interiores. Esta no es una suposición inicial especialmente buena, pero ilustrará el procedimiento. (Una mejor suposición inicial puede interpolar burdamente las temperaturas de los nodos interiores a partir de las temperaturas límites.) En la tabla de la página 203 se muestran los resultados de cada iteración.

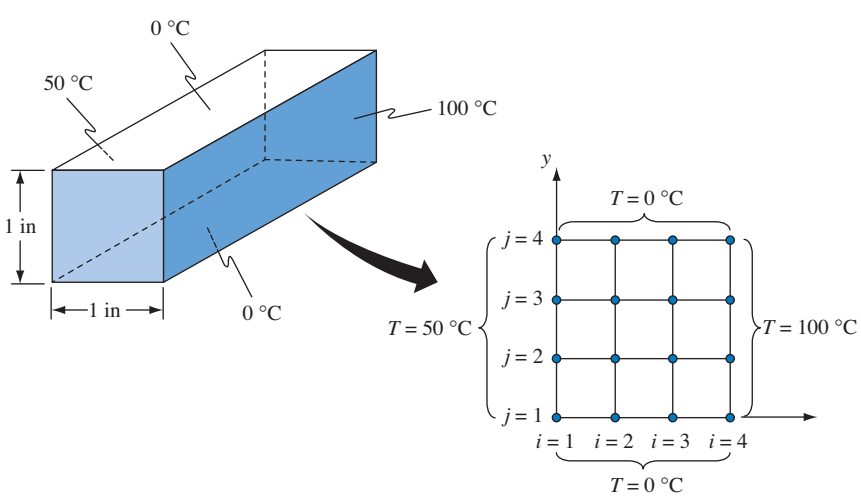


FIGURA 3.15 Bosquejo para el ejemplo 3.4.

Número de iteración	$T_{2,2}$ (°C)	$T_{2,3}$ (°C)	$T_{3,2}$ (°C)	$T_{3,3}$ (°C)
0	0	0	0	0
1	12.5	12.5	25	25
2	21.875	21.875	34.375	34.375
3	26.563	26.563	39.063	39.063
4	28.907	28.907	41.407	41.407
5	30.079	30.079	42.579	42.579
6	30.665	30.665	43.165	43.165
7	30.957	30.957	43.457	43.457
8	31.104	31.104	43.604	43.604
9	31.177	31.177	43.677	43.677
10	31.214	31.214	43.714	43.714
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	31.25	31.25	43.75	43.75

Después de 20 iteraciones, la solución deja de cambiar de manera significativa.

El procedimiento ilustrado en el ejemplo 3.4 se puede acelerar un poco si se utiliza la iteración gaussiana. En el ejemplo 3.4, la solución se alcanzará después de 11 iteraciones empleando la iteración de Gauss-Seidel en lugar de las 20 iteraciones requeridas en la iteración de Jacobi, una mejor significativa.

EJEMPLO 3.5 La barra conductora de aleación ($k = 20$ W/m K) que se muestra en la figura 3.16 conduce una corriente eléctrica suficiente para tener una tasa de generación de calor de 10^6 W/m^3. La barra conductora tiene una altura de 10 cm, 5 de ancho y 1 de espesor y la corriente fluye en la dirección de la dimensión más larga entre dos electrodos enfriados por agua. Los electrodos mantienen el extremo izquierdo de la barra conductora a 40 °C y el extremo derecho a 10 °C. Las dos caras grandes y un borde largo están aislados. El otro borde se enfría por convección natural con un coeficiente de transferencia de calor de 75 W/m^2 K y una temperatura ambiente de 0 °C. Determine la distribución de temperatura a lo largo de los dos bordes, la temperatura máxima en la barra conductora y la distribución de la pérdida de calor a lo largo del borde enfriado por convección natural.

SOLUCIÓN En la figura 3.16 se muestra la red nodal. Se eligió $\Delta x = \Delta y = 1$, lo que da $M = 11$ nodos en la dirección x y $N = 6$ en la dirección y. Como no se esperan gradientes de temperatura en la dirección z, sea $\Delta z = 1$ cm. Además, observe que la generación de calor volumétrica es constante y uniforme.

Para todos los nodos interiores, $1 < i < M$, $1 < j < N$, la ecuación (3.30) se aplica de manera directa. Para $\Delta x = \Delta y$, la ecuación (3.30) se simplifica en

$$T_{i,j} = \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} + \left(\frac{\Delta x^2}{k}\right)\dot{q}_G}{4}$$

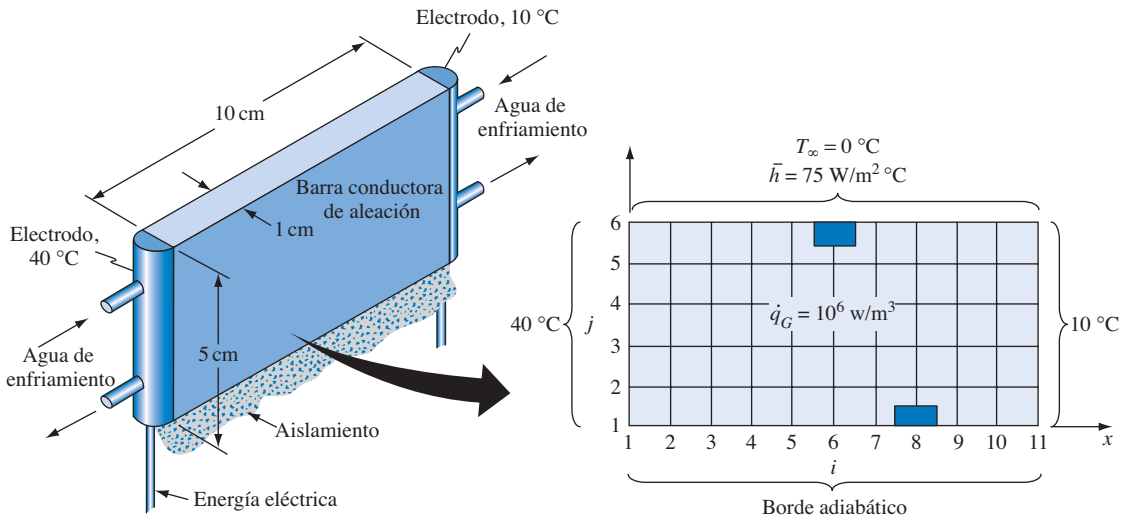


FIGURA 3.16 Barra conductora de aleación, ejemplos 3.5 y 3.6 (por claridad no se muestra el aislamiento sobre las caras largas).

Para los nodos en los bordes cortos se tiene

$$T_{1,j} = 40\ ^\circ\text{C}, \qquad T_{M,j} = 10\ ^\circ\text{C} \qquad 1 \le j \le N$$

Para los nodos a lo largo del borde superior, $1 < i < M, j = N$, es necesario deducir una ecuación similar a la forma para régimen permanente de la ecuación (3.26). El área sombreada en el borde superior de la figura 3.16 representa un volumen de control común para el borde superior. Un equilibrio de energía en el volumen de control da la ecuación diferencial que se necesita:

$$k\left[\left(\frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x}\right)\frac{\Delta y}{2} + \left(\frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y}\right)\Delta x\right] + \dot{q}_G\frac{\Delta x\,\Delta y}{2}$$
$$= \bar{h}\Delta x(T_{i,j} - T_\infty) \qquad 1 < i < M, \qquad j = N$$

Despejando $T_{i,N}$ y empleando $\Delta x = \Delta y$,

$$T_{i,N} = \frac{\bar{h}T_\infty + \dot{q}_G\frac{\Delta x}{2} + \frac{k}{\Delta x}\left(\frac{1}{2}(T_{i-1,N} + T_{i+1,N}) + T_{i,N-1}\right)}{\bar{h} + 2\frac{k}{\Delta x}} \qquad 1 < i < M$$

Para los nodos a lo largo del borde adiabático considere un equilibrio de energía en el área sombreada en el borde inferior de la figura 3.16:

$$k\left[\left(\frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x}\right)\frac{\Delta y}{2} + \left(\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y}\right)\Delta x\right] + \dot{q}_G\frac{\Delta x\Delta y}{2} = 0$$

$$1 < i < M, \qquad j = 1$$

Despejando $T_{i,1}$ y empleando $\Delta x = \Delta y$, se obtiene

$$T_{i,1} = \frac{1}{4}(T_{i+1,1} + T_{i-1,1}) + \frac{1}{2}T_{i,2} + \dot{q}_G \frac{\Delta x^2}{4k} \qquad 1 < i < M$$

El procedimiento de solución para el conjunto de ecuaciones de diferencias se muestra en la figura 3.17 en la página siguiente. Después de 198 iteraciones, los resultados para los bordes superior e inferior son:

	Nodo				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
Borde superior, °C	40.000	55.138	66.643	74.143	77.553
Borde inferior, °C	40.000	58.089	71.333	79.859	83.756

	Nodo					
	6	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Borde superior, °C	76.847	71.998	62.960	49.668	32.035	10.000
Borde inferior, °C	83.070	77.811	67.950	53.426	34.148	10.000

La temperatura máxima se tiene en el borde aislado en el quinto nodo desde el borde izquierdo ($i = 5, j = 1, x(5-1)\Delta x = 0.04$ m $y = 0.0$ m), donde $T_{5,1} \approx 83.8$ °C.

La pérdida de calor a lo largo del borde superior para cada nodo i es

$$q_i = \bar{h}A_i(T_i - T_\infty)$$

donde $A_i = \Delta x\, \Delta z$ para $i = 2, 3, \ldots, N-1$ y
$A_i = \Delta x\, \Delta z/2$ para $i = 1$ e $i = N$

Utilizando $\bar{h} = 75$ W/m² K $= 0.0075$ W/cm² K, $T_\infty = 0$ °C, $\Delta x = \Delta z = 1$ cm y los valores para T_i a lo largo del borde superior dados en la tabla anterior, se determina la distribución siguiente de la pérdida de calor en el borde superior:

	Nodo				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
Pérdida de calor (watts)	0.15	0.414	0.500	0.556	0.582

	Nodo					
	6	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Pérdida de calor (watts)	0.576	0.540	0.472	0.373	0.240	0.0375

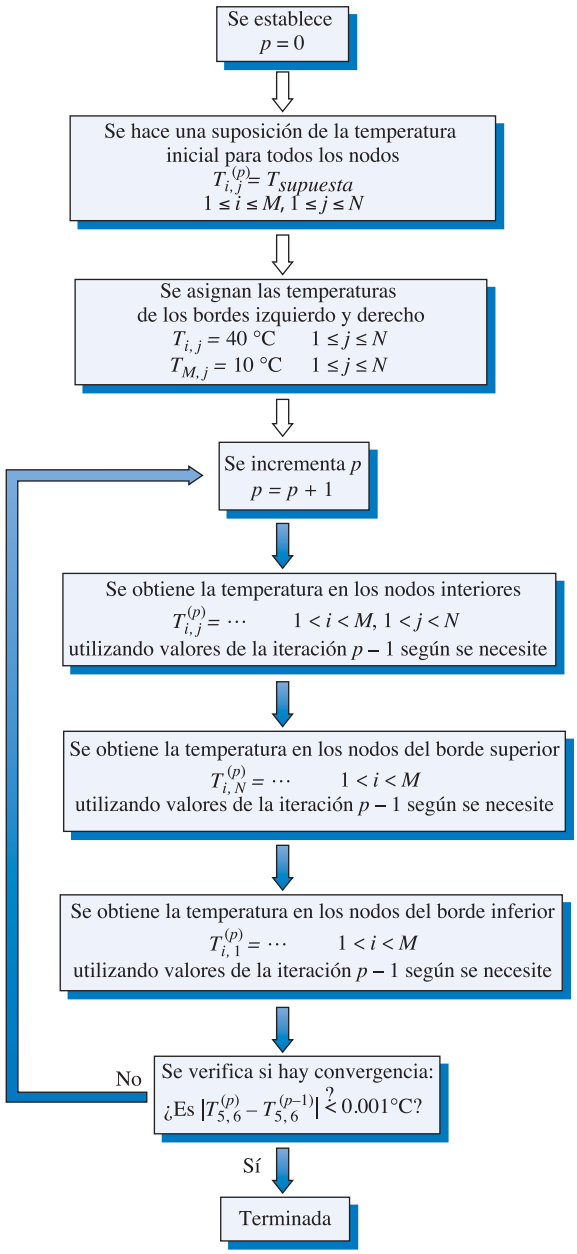


FIGURA 3.17 Diagrama de flujo para la solución iterativa de un problema de conducción unidimensional en régimen permanente, ejemplo 3.5.

Se puede recordar que las soluciones numéricas tienden a depender del tamaño de la red nodal (o retícula o cuadrícula) que describe el dominio espacial del problema. La solución anterior se obtuvo con 11 nodos en la dirección x y 6 nodos en la dirección y (o una retícula de 11×6). Es instructivo observar cómo la solución para la distribución de temperatura en la barra conductora cambia cuando se elige una red nodal mayor. Esto se observa en la representación gráfica de la distribución de temperatura

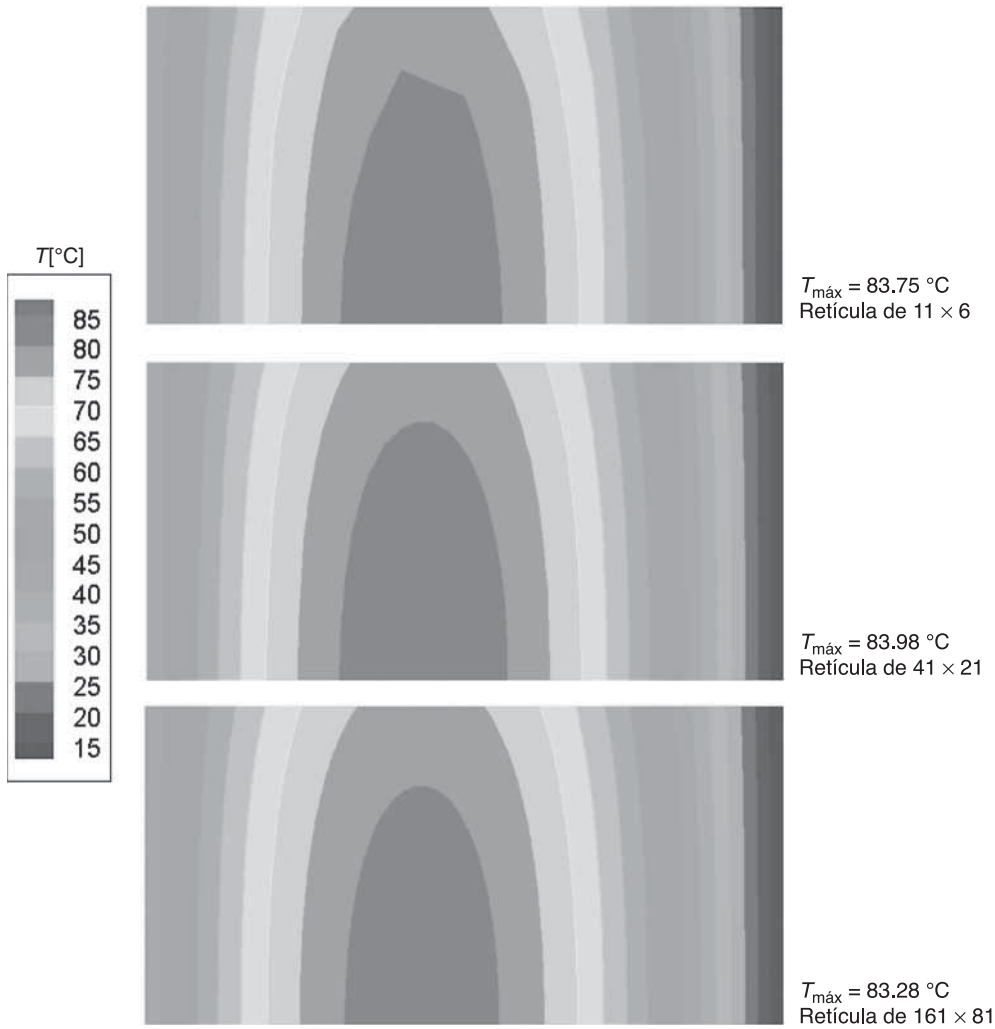


FIGURA 3.18 Efecto de la refinación de la retícula o cuadrícula (aumentando el número de puntos nodales) en la distribución de la temperatura en la barra conductora de aleación.

Fuente: Cortesía del profesor Raj M. Manglik, Thermal-Fluids & Thermal Processing Laboratory, University of Cincinnati.

con un tamaño de retícula creciente en la figura 3.18, donde un cambio sustancial en la resolución de la distribución de la temperatura en comparación con la resolución en la solución anterior se observa conforme la retícula se aumenta de 11×6 a 41×21 y luego a 161×81. De manera más significativa la temperatura máxima en el borde aislado (incluyendo su región espacial dentro de la barra conductora) cambia de 83.75 °C a 83.98 °C a 83.28 °C, respectivamente, con el refinamiento sucesivo en el tamaño de la retícula. Una red nodal mayor que 161×81 no resultó en un cambio significativo en la distribución de la temperatura y en la mayoría de los casos prácticos esta solución se puede considerar como lo que con frecuencia se denomina solución *independiente de la retícula* en la bibliografía del análisis numérico. Este ejemplo resalta de manera clara la naturaleza aproximada de la solución numérica y los

problemas que se pueden encontrar en los cálculos basados en una retícula o red nodal burda. Por supuesto, entre mayor sea el número de nodos o entre más refinada esté la retícula, mayor será el tiempo computacional, en especial en problemas tridimensionales más complejos.

Debido al cambio en la distribución de la temperatura con la refinación de la retícula, los valores de la pérdida de calor del borde superior de la barra conductora también cambiarán. Los valores revisados se pueden calcular con facilidad siguiendo la metodología ilustrada en el ejemplo y esto se deja como ejercicio de tarea para el estudiante.

Métodos de solución para régimen inestable Si la ecuación de diferencias para los nodos interiores y nodos frontera se escribe en la forma explícita, por ejemplo, la ecuación (3.23), la solución se puede determinar mediante el mismo método utilizado para resolver ecuaciones de diferencias para régimen inestable unidimensionales explícitas. La distribución de la temperatura inicial, $T_{i,j,m=0}$, se inserta en la ecuación (3.23) para obtener la distribución de la temperatura en el intervalo de tiempo $m = 1$, es decir, $T_{i,j,m=1}$. Después la nueva distribución $T_{i,j,m=1}$ se inserta en la ecuación (3.23) para obtener $T_{i,j,m=2}$. Este procedimiento se repite para tantos intervalos de tiempo como sea necesario para alcanzar la condición final.

Si se elige la forma implícita, el método iterativo se puede aplicar de una manera muy simple. Por ejemplo, considere la ecuación (3.25). La temperatura en el nuevo intervalo de tiempo, $T_{i,j,m+1}$, está dada en términos de la temperatura en ese nodo en el intervalo de tiempo anterior, $T_{i,j,m}$, que se conoce y de las temperaturas en los nodos circundantes al nodo i, j en el nuevo intervalo de tiempo, que no se conocen. Se puede obtener una estimación de la distribución completa de la temperatura $T_{i,j,m+1}$ utilizando la distribución de temperatura más recientemente calculada para todas las temperaturas en la ecuación (3.25), excepto para $T_{i,j,m}$ que se conoce. Si esta estimación se determina para la temperatura de todos los nodos, se ha completado una iteración. La distribución de temperatura correcta para todos los nodos en el nuevo intervalo de tiempo, $m + 1$, se determina cuando convergen iteraciones subsiguientes, es decir, cuando la distribución de temperatura deja de cambiar de manera significativa de una iteración a la siguiente. Entonces ya se puede pasar al intervalo de tiempo siguiente.

EJEMPLO 3.6

Considere el comportamiento transitorio de la barra conductora del ejemplo 3.5. Sea la difusividad térmica de la aleación $\alpha = 8 \times 10^{-6}$ m^2/s. Inicialmente, la temperatura de la barra conductora está uniforme a 20 °C. En $t = 0$, el flujo de agua se inicia a través de los electrodos, el flujo del aire de enfriamiento se aplica al borde exterior y la energía eléctrica se aplica a través de los electrodos. ¿Cuánto tiempo se requiere para alcanzar el régimen permanente? Utilice métodos de solución explícito e implícito.

SOLUCIÓN

a) *Método explícito*. Se utilizará la misma red nodal como la que se muestra en la figura 3.16. Primero se utilizará la forma explícita de la ecuación de diferencias. El intervalo de tiempo máximo permisible es

$$\Delta t_{\text{máx}} = \frac{1}{2\alpha\left(\dfrac{1}{\Delta x^2} + \dfrac{1}{\Delta y^2}\right)}$$

Utilizando $\Delta x = \Delta y = 0.01$ m igual que antes, se determina $\Delta t_{máx} = 3.13$ s. Como $h\Delta x/k = 0.03 \ll 1$, el criterio de estabilidad para el volumen de control límite está muy cercano al de los volúmenes de control interiores. Se utilizará $\Delta t = 3.0$ s.

Definiendo el régimen permanente para que indique que el cambio de temperatura en el interior de la barra conductora por intervalo de tiempo es menor que 0.0001 °C.

Despejando la ecuación de diferencias explícita para $T_{i,j,m+1}$, la ecuación (3.23) da

$$T_{i,j,m+1} = T_{i,j,m} + \alpha\,\Delta t\left\{\frac{T_{i+1,j,m} - 2T_{i,j,m} + T_{i-1,j,m}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,m} - 2T_{i,j,m} + T_{i,j-1,m}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{q}_G}{k}\right\}$$

Igual que antes, las condiciones límites izquierda y derecha son:

$$T_{1,j,m} = 40\ °\text{C} \qquad T_{M,j,m} = 10\ °\text{C}$$

Para los nodos a lo largo del borde superior, el equilibrio de energía es similar al del ejemplo 3.5, excepto que se debe considerar la tasa a la que la energía se almacena en el volumen de control sombreado que se muestra en el borde superior de la figura 3.16:

$$k\left[\left(\frac{T_{i-1,j,m} - T_{i,j,m}}{\Delta x} + \frac{T_{i+1,j,m} - T_{i,j,m}}{\Delta x}\right)\frac{\Delta y}{2} + \left(\frac{T_{i,j-1,m} - T_{i,j,m}}{\Delta y}\right)\Delta x\right] + \dot{q}_G\frac{\Delta x\Delta y}{2}$$
$$= \bar{h}\Delta x(T_{i,j,m} - T_\infty) + \rho c\frac{\Delta x\Delta y}{2}\left(\frac{T_{i,j,m+1} - T_{i,j,m}}{\Delta t}\right) \qquad 1 < i < M, \qquad j = N$$

Despejando $T_{i,j,m+1}$, utilizando $\Delta x = \Delta y$ e igualando $j = N$, se obtiene

$$T_{i,N,m+1} = T_{i,N,m} + \frac{2\,\Delta t}{\Delta x^2\rho c}\left\{k\left(\frac{T_{i-1,N,m} + T_{i+1,N,m}}{2} + T_{i,N-1,m} - 2T_{i,N,m}\right) + \dot{q}_G\frac{\Delta x^2}{2} - \bar{h}\Delta x(T_{i,N,m} - T_\infty)\right\} \qquad 1 < i < M$$

A lo largo del borde adiabático un equilibrio de energía da

$$T_{i,1,m+1} = T_{i,1,m} + \frac{2\,\Delta t}{\Delta x^2\rho c} \times \left\{k\left(\frac{T_{i-1,1,m} + T_{i+1,1m}}{2} + T_{i,2,m} - 2T_{i,1,m}\right) + \dot{q}_G\frac{\Delta x^2}{2}\right\} \qquad 1 < i < M$$

El procedimiento de solución se muestra en la figura 3.19.

Los resultados del procedimiento muestran que el régimen permanente se alcanza en 1131 s o 18.85 min. Para valores menores de Δt se determinan resultados similares, siempre que la definición de régimen permanente se exprese como una tasa de cambio, por ejemplo,

$$\frac{T_{5,6,m+1} - T_{5,6,m}}{\Delta t} = 0.0001/3 = 3.3 \times 10^{-5}\,\frac{°\text{C}}{\text{s}}$$

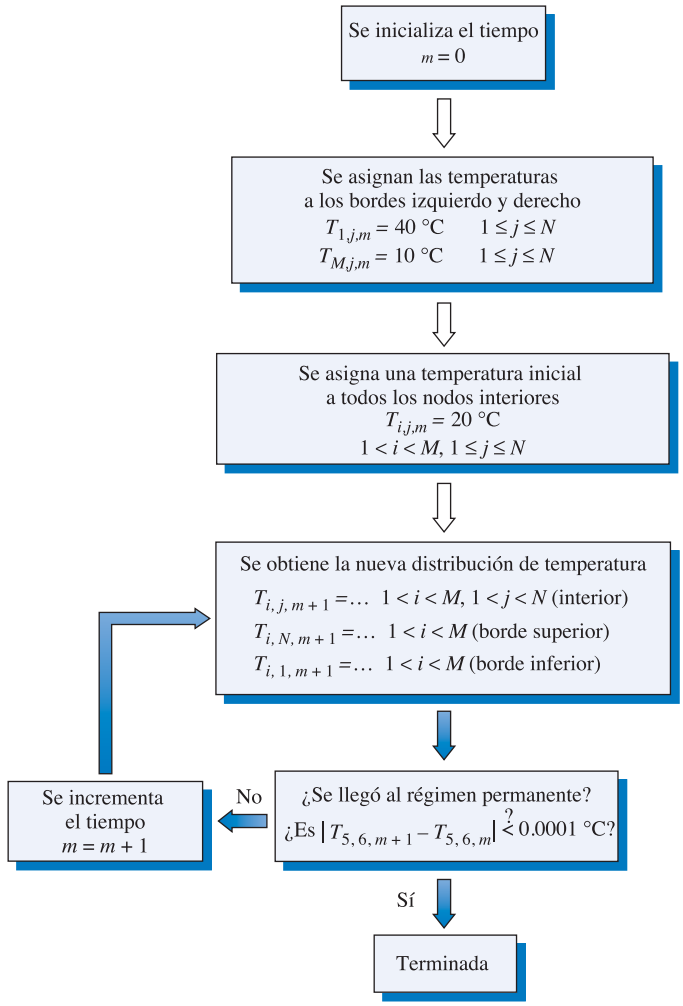


FIGURA 3.19 Diagrama de flujo para la solución explícita de un problema de conducción transitoria bidimensional, ejemplo 3.6.

Utilizando $\Delta t = 0.3$ s, el tiempo requerido para alcanzar el régimen permanente se determinó que es 1140 s y para $\Delta t = 0.1$ s, es 1141 s. En todos los casos la distribución de temperatura resultante está dentro de 0.002 °C de la determinada mediante el cálculo del régimen permanente en el ejemplo 3.5.

a) *Método implícito*. Las ecuaciones de diferencias dadas antes se pueden convertir con facilidad a su forma implícita. Para los nodos interiores se tiene

$$T_{i,j,m+1} = T_{i,j,m} + \alpha \Delta t \left\{ \frac{T_{i+1,j,m+1} - 2T_{i,j,m+1} + T_{i-1,j,m+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,m+1} - 2T_{i,j,m+1} + T_{i,j-1,m+1}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{q}_G}{k} \right\}$$

Despejando $T_{i,j,m+1}$ da

$$T_{i,j,m+1} = \frac{T_{i,j,m} + \alpha\,\Delta t\left\{\dfrac{T_{i+1,j,m+1} + T_{i-1,j,m+1}}{\Delta x^2} + \dfrac{T_{i,j+1,m+1} + T_{i,j-1,m+1}}{\Delta y^2} + \dfrac{\dot{q}_G}{k}\right\}}{1 + 2\alpha\,\Delta t\left(\dfrac{1}{\Delta x^2} + \dfrac{1}{\Delta y^2}\right)}$$

$$1 < i < M, \qquad 1 < j < N \qquad a)$$

En el borde superior

$$T_{i,N,m+1} = T_{i,N,m} + \frac{2\,\Delta t}{\Delta x^2 \rho c} \times \left\{k\left(\frac{T_{i+1,N,m+1} + T_{i-1,N,m+1}}{2} + T_{i,N-1,m+1} - 2T_{i,N,m+1}\right)\right\} + \dot{q}_G \frac{\Delta x^2}{2} - \bar{h}\Delta x(T_{i,N,m+1} - T_\infty)\Bigg\}$$

Despejando $T_{i,N,m+1}$ se obtiene

$$T_{i,N,m+1} = \frac{T_{i,N,m} + \dfrac{2\Delta t}{\Delta x^2 \rho c}\left\{k\left(\dfrac{T_{i+1,N,m+1} + T_{i-1,N,m+1}}{2} + T_{i,N-1,m+1}\right) + \dot{q}_G \dfrac{\Delta x^2}{2} + \bar{h}\Delta x T_\infty\right\}}{1 + \dfrac{2\,\Delta t}{\Delta x^2 \rho c}(2k + \bar{h}\Delta x)} \qquad b)$$

donde $1 < i < M$.

De manera similar, a lo largo del borde adiabático la ecuación de diferencias implícitas es

$$T_{i,1,m+1} = T_{i,1,m} + \frac{2\,\Delta t}{\Delta x^2 \rho c}\left\{k\left(\frac{T_{i+1,1,m+1} + T_{i-1,1,m+1}}{2} + T_{i,2,m+1} - 2T_{i,1,m+1}\right) + \dot{q}_G \frac{\Delta x^2}{2}\right\}$$

Por tanto,

$$T_{i,1,m+1} = \frac{T_{i,1,m} + \dfrac{2\,\Delta t}{\Delta x^2 \rho c}\left\{k\left(\dfrac{T_{i+1,1,m+1} + T_{i-1,1,m+1}}{2} + T_{i,2,\,m+1}\right) + \dot{q}_G \dfrac{\Delta x^2}{2}\right\}}{1 + \dfrac{2\,\Delta t}{\Delta x^2 \rho c}(2k)} \qquad c)$$

Los lados derechos de las ecuaciones *a*), *b*) y *c*) tienen términos evaluados en el intervalo de tiempo $m + 1$ y un término evaluado en el intervalo de tiempo m. Estas ecuaciones se pueden expresar como

$$T_{i,j,m+1} = f(T_{i,j,m}, T_{i,j,m+1})$$

El término del intervalo de tiempo m se conoce a partir del intervalo de tiempo anterior. Para encontrar los términos $m+1$ se utilizará la iteración. Para la primera suposición en los términos $m+1$ se utilizarán los valores del intervalo de tiempo anterior:

$$T^{(0)}_{i,j,m+1} = T_{i,j,m}$$

De nuevo se utilizó la notación con superíndice $T^{(0)}$ para denotar la primera suposición.

Esta suposición se inserta en los lados derechos de las ecuaciones *a*), *b*) y *c*) para obtener un valor revisado de la temperatura en el intervalo de tiempo $m+1$:

$$T^{(1)}_{t,j,m+1} = f(T_{i,j,m}, T^{(0)}_{i,j,m+1})$$

Después estos valores actualizados $T^{(1)}_{i,j,m+1}$ se pueden poner en el lado derecho de las ecuaciones *a*), *b*) y *c*) para proporcionar la siguiente actualización:

$$T^{(2)}_{i,j,m+1} = f(T_{i,j,m}, T^{(1)}_{i,j,m+1})$$

Este proceso se repite hasta que el cambio entre iteraciones sea pequeño, digamos

$$\left|T^{(p)}_{5,6,m+1} - T^{(p-1)}_{5,6,m+1}\right| < \delta T$$

donde δT es cierta pequeña diferencia de temperatura específica y el superíndice p denota la iteración p-ésima. Cuando se cumple este criterio de convergencia, se tiene la solución para el intervalo de tiempo $m+1$. Por consiguiente se puede comparar el cambio *por intervalo unitario* para ver si se ha logrado el régimen permanente:

$$\left|T^{(p)}_{5,6,m+1} - T_{5,6,m}\right| < \frac{dT}{dt}$$

donde el lado derecho de esta ecuación es cierta tasa de cambio de temperatura por tiempo unitario.

El procedimiento de solución se muestra en la figura 3.20.

Utilizando el mismo intervalo de tiempo que el empleado para la solución explícita, 3 s, el tiempo requerido para alcanzar el régimen permanente se determina que es de 1143 s y la distribución de temperatura resultante en esencia es idéntica a la de la solución explícita.

En la figura 3.21 se muestra la variación en la distribución espacial de la temperatura (plano x-y de la barra conductora) con el tiempo, en tres intervalos de tiempo intermedios diferentes ($t = 50$, 150 y 300 s) entre la condición inicial ($t = 0$) y el régimen permanente, basada en el cálculo con una cuadrícula compuesta de 161×81 nodos. Los resultados en régimen permanente correspondientes, obtenidos después de 499 s en este caso (lo que es significativamente menor que con una retícula más burda), se pueden recordar de la figura 3.18. La duplicación de este ejercicio con una retícula x-y diferente, alterando el intervalo de tiempo apropiadamente y recalculando el tiempo requerido para obtener las condiciones en régimen permanente se deja para que el estudiante lo efectúe como ejercicio de tarea.

Recuerde que la razón principal para utilizar el método implícito es que si se necesita reducir el espaciamiento nodal, Δx, entonces el método explícito obliga a

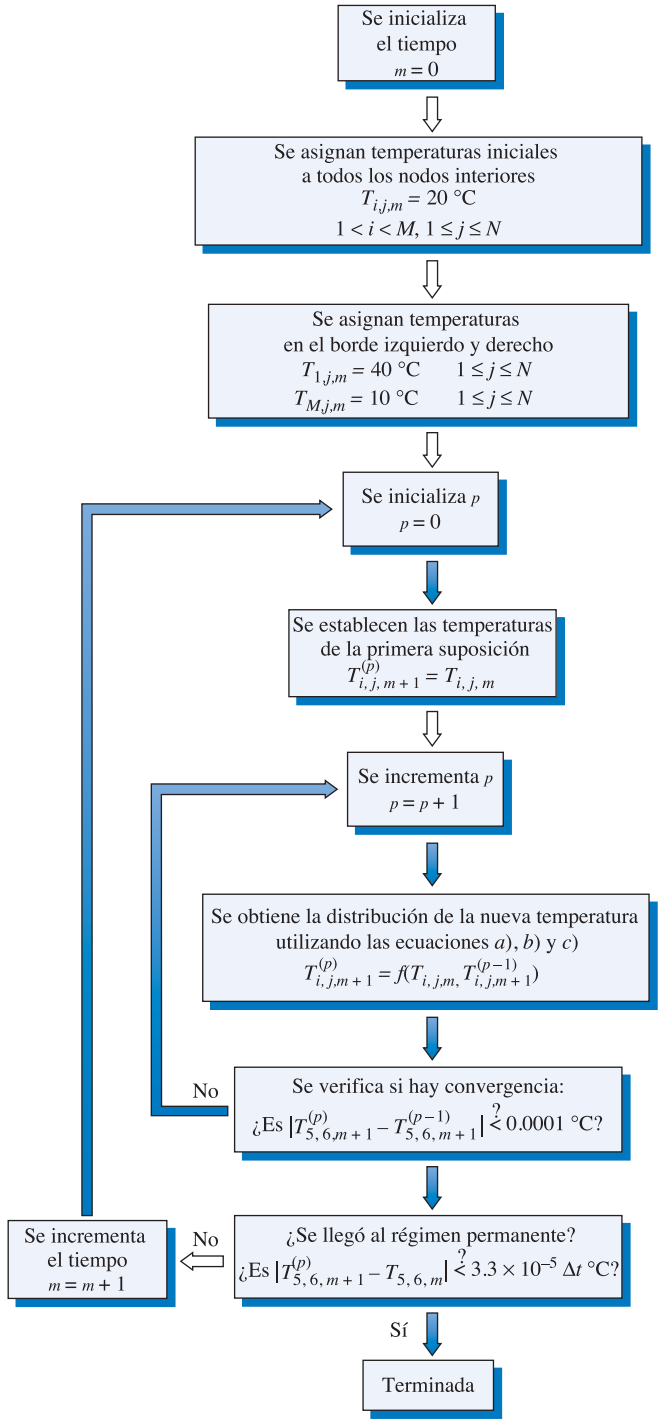


FIGURA 3.20 Diagrama de flujo para la solución implícita de un problema de conducción transitoria bidimensional, ejemplo 3.6.

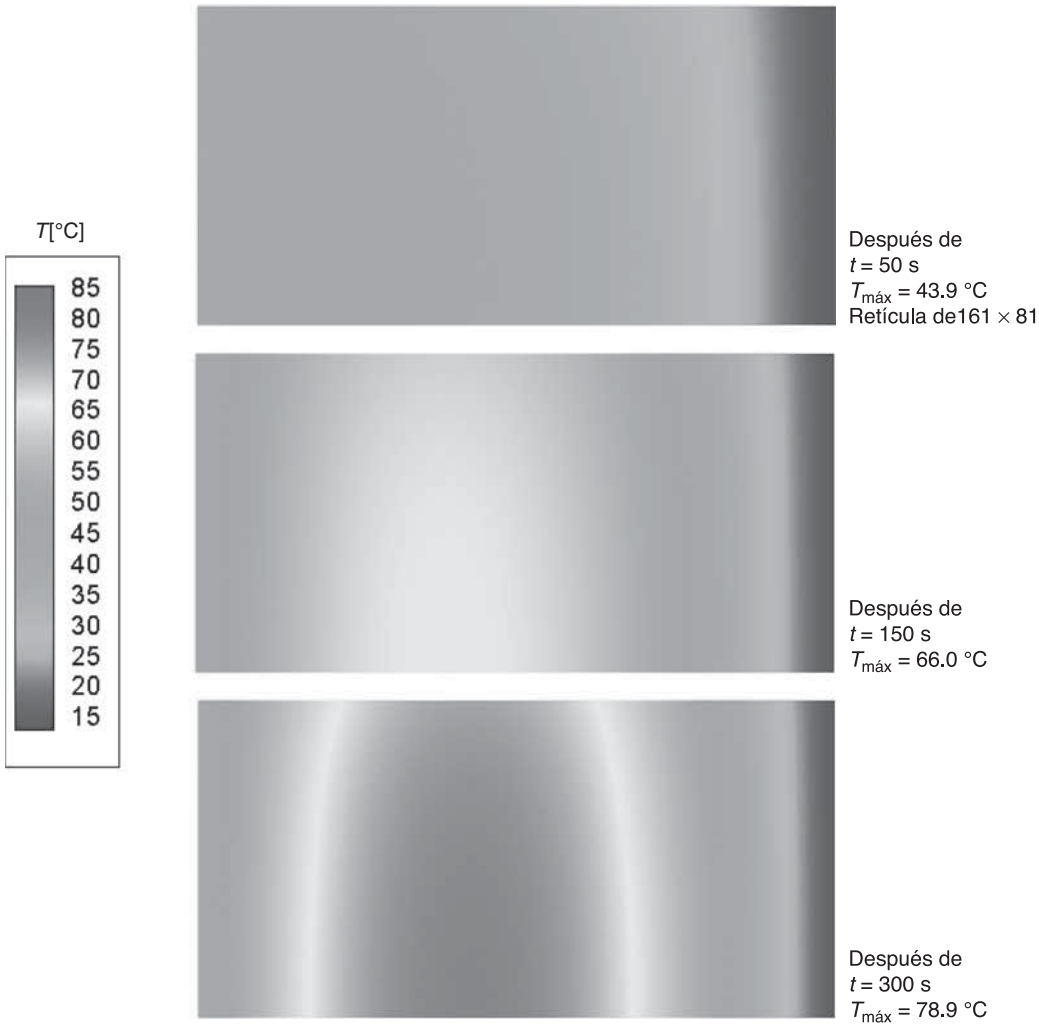


FIGURA 3.21 Variación con el tiempo ($t > 0 \rightarrow 50$, 150 y 300 s) en la distribución de temperatura en la sección transversal x-y de la barra conductora; observe que $T_{máx} = 83.3$ °C en régimen permanente ($t \rightarrow \infty$).

Fuente: Cortesía del profesor Raj M. Manglik, Thermal-Fluids & Thermal Processing Laboratory, University of Cincinnati.

reducir el intervalo de en proporción a Δx^2 en tanto que el método implícito no tiene esta restricción. Una ventaja adicional del método iterativo empleado para resolver el problema implícito es que se puede acomodar el comportamiento no lineal. Por ejemplo, si el término de generación de calor en el ejemplo 3.5 dependiera de la temperatura (como lo sería si la resistividad eléctrica de la barra conductora dependiera en gran medida de la temperatura), se necesitaría utilizar el método iterativo para asegurar la convergencia. En este caso el término $\dot{q}_G$ se recalcularía en cada iteración a partir de la temperatura calculada más recientemente.

3.5* Coordenadas cilíndricas

El sistema cilíndrico es un sistema coordenado importante debido a que tiene una variedad de aplicaciones, entre las que se incluyen la pérdida de calor de tubos, alambres, corazas de intercambiadores de calor, reactores, etc. Por tanto, vale la pena desarrollar las ecuaciones del volumen de control para coordenadas cilíndricas.

Considere un sistema bidimensional con coordenadas r y θ y el volumen de control sombreado que se muestra en la figura 3.22. Sea el radio r determinado por el índice i

$$r_i = (i - 1)\Delta r \quad i = 1, 2, \ldots, N$$

y el ángulo θ determinado por el índice j

$$\theta_j = (j - 1)\Delta\theta \quad j = 1, 2, \ldots, M$$

Para problemas inestables, se utiliza el índice m para indicar el tiempo:

$$t = m\,\Delta t \quad m = 0, 1, \ldots$$

Ahora, para una longitud unitaria en la dirección z, el área del volumen de control normal a la dirección radial es $(r - \Delta r/2)\Delta\theta$ en la superficie interior y $(r + \Delta r/2)\Delta\theta$ en la superficie exterior. El área normal a la dirección circunferencial es Δr. La distancia entre nodos es

$$(i, j) \text{ a } (i \pm 1, j): \Delta r$$

$$(i, j) \text{ a } (i, j \pm 1): r\,\Delta\theta$$

El volumen de control por ancho unitario es

$$\frac{1}{2}\Delta\theta\left[\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right)^2 - \left(r - \frac{\Delta r}{2}\right)^2\right] = r\,\Delta\theta\,\Delta r$$

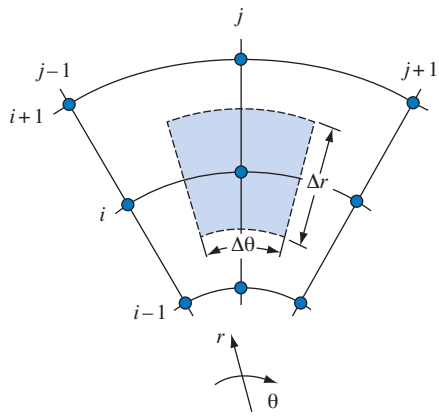


FIGURA 3.22 Volumen de control para una geometría cilíndrica.

Con esta información la ecuación de diferencias se puede determinar a partir de un equilibrio de energía:

$$\text{calor conducido hacia la cara entre } (i, j) \text{ e } (i, j-1) = k\Delta r \frac{T_{i,j-1,m} - T_{i,j,m}}{r\,\Delta\theta}$$

$$\text{calor conducido hacia la cara entre } (i, j) \text{ e } (i, j+1) = k\Delta r \frac{T_{i,j+1,m} - T_{i,j,m}}{r\,\Delta\theta}$$

$$\text{calor conducido hacia la cara entre } (i, j) \text{ e } (i-1, j) = k\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right)\Delta\theta \frac{T_{i-1,j,m} - T_{i,j,m}}{\Delta r}$$

$$\text{calor conducido hacia la cara entre } (i, j) \text{ e } (i+1+j) = k\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right)\Delta\theta \frac{T_{i+1,j,m} - T_{i,j,m}}{\Delta r}$$

La tasa a la que la energía se almacena en el volumen de control es

$$\rho cr\,\Delta\theta\,\Delta r \frac{T_{i,j,m+1} - T_{i,j,m}}{\Delta t}$$

Si la tasa de generación de calor es diferente de cero $\dot{q}_G \neq 0$, entonces la tasa de generación de calor dentro del volumen de control es

$$\dot{q}_{G,i,j,m} r\,\Delta\theta\,\Delta r$$

El equilibrio de energía resultante en el volumen del control de acuerdo con la ecuación (2.1) es

$$k\left\{\frac{\Delta r}{r\,\Delta\theta}\right\}(T_{i,j+1,m} - 2T_{i,j,m} + T_{i,j-1,m}) + \frac{r\,\Delta\theta}{\Delta r}(T_{i+1,j,m} - 2T_{i,j,m} + T_{i-1,j,m}) + \frac{\Delta\theta}{2}(T_{i+1,j,m} - T_{i-1,j,m})\Bigg\} + \dot{q}_{G,i,j,m} r\,\Delta\theta\,\Delta r = \rho cr\,\Delta\theta\,\Delta r \frac{T_{i,j,m+1} - T_{i,j,m}}{\Delta t} \tag{3.31}$$

En la forma implícita de la ecuación (3.31), todos los subíndices m en el lado izquierdo de la ecuación se remplazarían por $m + 1$.

Al comparar la ecuación (3.31) con la ecuación (3.32), se observa que las formas de las ecuaciones de diferencias para conducción de calor inestable bidimensional con generación de calor son idénticas para un sistema cartesiano y uno cilíndrico. La única diferencia es en los coeficientes que multiplican las temperaturas nodales y el término de generación de calor. Debido a esto, las técnicas de solución para geometrías cilíndricas son idénticas a las descritas para el sistema cartesiano en la sección 3.4.2.

Los equilibrios de energía en el volumen de control para los nodos frontera en una geometría cilíndrica se desarrollan igual como se hizo en una geometría cartesiana. El calor transferido hacia dentro y hacia fuera del volumen de control por conducción o por convección se debe considerar junto con los términos de generación volumétrica y de almacenamiento de energía. La diferencia principal en la geometría cilíndrica es que el volumen y las áreas superficiales del volumen de control son ligeramente más complicadas de calcular ya que dependen del radio. Este aspecto del método para geometrías cilíndricas se deja como ejercicio (consulte los problemas 3.15 y 3.38).

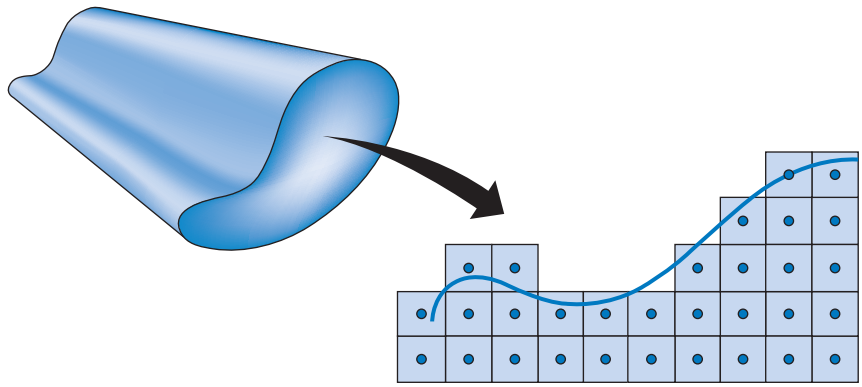


FIGURA 3.23 Volúmenes de control cerca de un límite irregular.

3.6* Límites irregulares

En la sección 3.4.1 se trabajó con volúmenes de control rectangulares y en la sección 3.5 con volúmenes de control que eran secciones de un círculo (consulte las figuras 3.11 y 3.22). La elección de la forma del volumen de control depende de la forma de la geometría global del sistema en consideración. Si la geometría del sistema es rectangular, tiene sentido trabajar en un sistema coordenado cartesiano y utilizar volúmenes de control rectangulares. Después se puede llenar con facilidad toda la geometría con volúmenes de control. En la sección 3.5 se utilizaron volúmenes de control que tenían formas como de secciones de un círculo tal que fue fácil llenar geometrías circulares. Para geometrías que no se pueden clasificar como estrictamente rectangulares o circulares, ninguna de estas formas del volumen de control llenará por completo la geometría del sistema. Se dice que estos sistemas tienen una *frontera irregular*.

Un método para resolver problemas con fronteras irregulares se sugiere mediante la figura 3.23, donde se tiene un cilindro largo de sección transversal no circular. Si el cilindro es lo suficientemente largo, el sistema se puede considerar bidimensional. La frontera curva se *aproxima* con volúmenes de control rectangulares, como se muestra en la figura 3.23. Si bien sólo se está aproximando la frontera curva, este enfoque con frecuencia es satisfactorio. La única complejidad adicional que se introduce por este enfoque es que se necesitan desarrollar ecuaciones de equilibrio de energía par volúmenes de control de tamaño completo que tienen superficies expuestas.

EJEMPLO 3.7 Un cilindro largo de sección transversal circular calentado uniformemente a 500 °C se tiene que enfriar mediante su inmersión repentina en un baño de enfriamiento a 0 °C. El diámetro del cilindro es 10 cm y tiene una conductividad térmica de 20 W/m K y una difusividad térmica de 10^{-5} m^2/s. El coeficiente de transferencia de calor en la superficie del cilindro es 200 W/m^2 K. Utilice los métodos gráficos para determinar cuánto tiempo tomará enfriar el centro del cilindro a 100 °C y compare sus resultados con los de una solución numérica explícita empleando volúmenes de control cuadrados de 1×1 cm.

SOLUCIÓN Primero se determina la solución gráfica. El número de Biot es

$$\text{Bi} = \frac{\bar{h}R_0}{k} = \frac{\left(200 \dfrac{\text{W}}{\text{m}^2\,\text{K}}\right)(0.05\,\text{m})}{\left(20 \dfrac{\text{W}}{\text{m}\,\text{K}}\right)} = 0.5$$

y

$$\frac{T(r = 0, t) - T_\infty}{T(r = 0, t = 0) - T_\infty} = \frac{100 - 0}{500 - 0} = 0.2$$

Entonces de la figura 2.43*a*) se obtiene

$$\frac{\alpha t}{R_0^2} = 1.8$$

de donde se determina $t = 450$ s.

En la figura 3.24 se muestra la configuración de los volúmenes de control y los nodos para la solución numérica. La ubicación de los volúmenes de control es un asunto de juicio, pero el objetivo es representar el límite curvo tan bien como sea posible. Debido a la simetría sólo se necesita considerar un cuarto de la sección transversal circular. Entonces los radios vertical y horizontal son superficies adiabáticas. Se tienen nueve tipos diferentes de volúmenes de control identificados por el

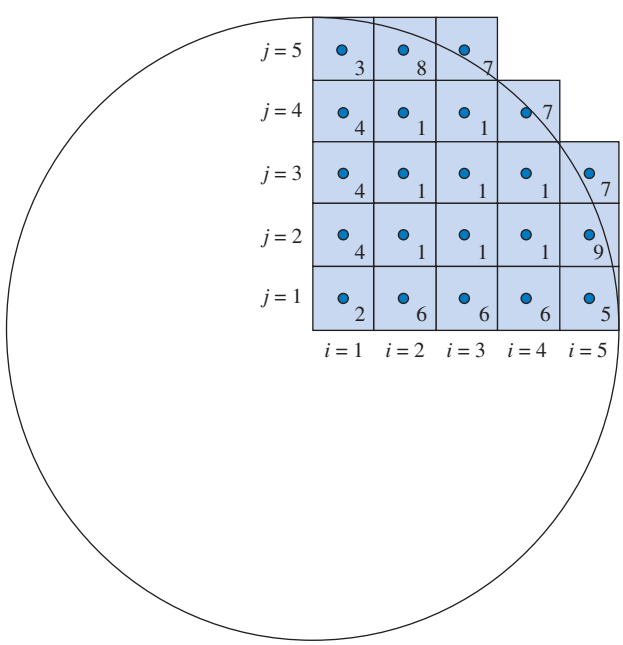


FIGURA 3.24 Configuración de los volúmenes de control y nodos del ejemplo 3.7.

número en la esquina inferior derecha de cada volumen de control. Para simplificar la notación, se define

$$T_l \equiv T_{i-1,j,m} \quad \text{(izquierdo)}$$
$$T_r \equiv T_{i+1,j,m} \quad \text{(derecho)}$$
$$T_u \equiv T_{i,j+\mathrm{I},m} \quad \text{(arriba)}$$
$$T_d \equiv T_{i,j-1,m} \quad \text{(abajo)}$$
$$T \equiv T_{i,j,m}$$
$$T_{\text{nueva}} \equiv T_{i,j,m+1}$$
$$P_1 \equiv \frac{\Delta x^2}{\alpha \Delta t}$$
$$P_2 \equiv \frac{\bar{h} \Delta x}{k}$$

El volumen de control tipo 2 es un volumen de control interior. La ecuación de equilibrio de energía para este tipo de volumen de control es

$$T_l + T_r + T_u + T_d - 4T = P_1(T_{\text{nueva}} - T)$$

El volumen de control tipo 2 tiene superficies adiabáticas a la izquierda y en la parte inferior. La ecuación de equilibrio de energía para este tipo de volumen de control es

$$T_r + T_u - 2T = P_1(T_{\text{nueva}} - T)$$

El volumen de control tipo 3 tiene una superficie adiabática en su cara izquierda y su cara superior está expuesta a condiciones de ambiente. La ecuación de equilibrio de energía para este tipo de volumen de control es

$$T_r + T_d - 2T + P_2(T_\infty - T) = P_1(T_{\text{nueva}} - T)$$

El volumen de control tipo 4 tiene una superficie adiabática en su cara izquierda. La ecuación de equilibrio de energía para este tipo de volumen de control es

$$T_u + T_r + T_d - 3T = P_1(T_{\text{nueva}} - T)$$

El volumen de control tipo 5 tiene una superficie inferior adiabática y una superficie expuesta a condiciones de ambiente. La ecuación de equilibrio de energía para este tipo de volumen de control es

$$T_l + T_u - 2T + P_2(T_\infty - T) = P_1(T_{\text{nueva}} - T)$$

El volumen de control tipo 6 tiene una superficie inferior adiabática. La ecuación de equilibrio de energía para este tipo de volumen de control es

$$T_l + T_u + T_r - 3T = P_1(T_{\text{nueva}} - T)$$

El volumen de control tipo 7 tiene sus superficies superior y derecha expuestas a condiciones de ambiente. La ecuación de equilibrio de energía para este tipo de volumen de control es

$$T_l + T_d - 2T + 2P_2(T_\infty - T) = P_1(T_{\text{nueva}} - T)$$

El volumen de control tipo 8 tiene su superficie superior expuesta a condiciones de ambiente. La ecuación de equilibrio de energía para este tipo de volumen de control es

$$T_l + T_r + T_d - 3T + P_2(T_\infty - T) = P_1(T_{\text{nueva}} - T)$$

El volumen de control tipo 9 tiene su superficie derecha expuesta a condiciones de ambiente. La ecuación de equilibrio de energía para este tipo de volumen de control es

$$T_l + T_u + T_d - 3T + P_2(T_\infty - T) = P_1(T_{\text{nueva}} - T)$$

En cada una de las ecuaciones de equilibrio de energía del volumen de control se puede despejar T_{nueva}. Entonces la solución explícita se puede determinar igual que antes. Se anticipa que el criterio de estabilidad vendrá del tipo de control 7 debido a que tiene dos superficies expuestas a condiciones de ambiente. El coeficiente de T para el volumen de control tipo 7 es

$$\frac{\Delta x^2}{\alpha \Delta t} - 2 - 2\frac{\bar{h}\,\Delta x}{k}$$

Para que este coeficiente permanezca positivo, el intervalo de tiempo máximo es

$$\Delta t_{\text{máx}} = \frac{\Delta x^2}{2\alpha\left(1 + \dfrac{\bar{h}\Delta x}{k}\right)}$$

por tanto el valor de Δt que se utilice en la solución numérica debe ser menor que este valor máximo. El cálculo continúa hasta que la temperatura para el volumen de control más cercana al eje del cilindro sea menor que 100 °C, es decir,

$$T_{1,1,m_{\text{final}}} < 100\ ^\circ\text{C}$$

Entonces el valor de m_{final} da el tiempo deseado a partir de:

$$t_{\text{final}} = m_{\text{final}}\,\Delta t$$

Los resultados del cálculo numérico dan $t_{\text{final}} = 431$ s, aproximadamente 4% menos que la solución gráfica de 450 s.

La precisión se puede mejorar utilizando volúmenes de control menores. Se pueden emplear volúmenes de control menores en todo el cilindro, o emplear volúmenes de control variables dimensionados como se analizó antes en el capítulo. En el primer caso se aumentará el tiempo de computación. En el último caso, es necesario desarrollar ecuaciones de energía del volumen de control para los dos tamaños de los volúmenes de control y para los volúmenes de control especiales donde los dos tamaños de los volúmenes de control convergen.

En los ejemplos 3.6 y 3.7 se vio que incluso un problema bidimensional relativamente simple se puede volver muy complejo debido a que se termina con un tipo de ecuación de equilibrio de energía del volumen de control para los volúmenes de control interiores y otro para cada tipo de volumen de control límite. Es claro que si un problema comprende un gran número de volúmenes de control frontera

diferentes, para establecer todas las ecuaciones de los volúmenes de control se requerirá mucho trabajo.

3.7 Comentarios finales

Este capítulo se puede considerar como una extensión del capítulo 2. Aquí se han desarrollado métodos numéricos para el análisis de problemas de conducción que no se pueden resolver con facilidad mediante métodos analíticos o gráficos. Entre los problemas que se encuentran en esta categoría se incluyen los que tiene geometrías complejas, condiciones de frontera complejas o propiedades variables. Avances recientes tanto en el hardware como en el software de cómputo hacen práctico que un ingeniero resuelva eficientemente muchos problemas de conducción con métodos numéricos.

En este capítulo se presentó el método del volumen de control ya que su implementación es la misma para todos los problemas, incluyendo problemas unidimensionales, multidimensionales, en régimen permanente e inestable. La base del método comprende dividir el dominio del problema en volúmenes de control discretos y escribir un equilibrio de energía para cada volumen de control. El resultado es un conjunto de ecuaciones algebraicas que implican las temperaturas en el centro de cada volumen de control. El conjunto resultante de ecuaciones se puede resolver mediante métodos como inversión de matrices, solucionadores de matrices tridiagonales, la marcha, la iteración o combinaciones de estos métodos. Para problemas en régimen permanente e inestables unidimensionales, las tablas 3.1 y 3.2, respectivamente, se pueden utilizar para determinar los coeficientes matriciales para tres tipos de condiciones límites. Al establecer los volúmenes de control y elegir el método de solución para el problema, se deben considerar los puntos de precisión y estabilidad.

Si bien la ecuación de equilibrio de energía para los volúmenes de control interiores se puede generalizar, las ecuaciones para los volúmenes de control frontera se pueden especializar para cada problema, en especial para problemas multidimensionales con fronteras complejas. En algunos casos el esfuerzo necesario para desarrollar estas ecuaciones especializadas para volúmenes de control frontera puede ser excesivo. Para esos problemas vale la pena considerar seriamente la adquisición de paquetes de software comercial que resuelven los problemas de conducción. En el apéndice 4 se da una lista de varios paquetes de software comercial incluyendo software de dominio de fuente abierta o pública que en la actualidad están de moda en la práctica de la ingeniería.

Referencias

1. P. Majumdar, *Computational Methods for Heat and Mass Transfer*, Taylor & Francis, Nueva York, 2005.
2. S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C., 1980.
3. J. C. Tannehill, D. A. Anderson y R. H. Pletcher, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, 2a. ed., Taylor & Frances, Washington, D.C., 1997.

Problemas

Los problemas de este capítulo están organizados por tema como se muestra a continuación.

Tema	Número de problema
Conducción en régimen permanente unidimensional	3.1-3.16
Conducción transitoria unidimensional	3.17-3.26
Conducción en régimen permanente bidimensional, coordenadas rectangulares	3.27-3.37
Conducción en régimen permanente bidimensional, coordenadas cilíndricas	3.38-3.40
Conducción transitoria bidimensional, coordenadas rectangulares	3.41-3.46
Conducción transitoria bidimensional, coordenadas cilíndricas	3.47-3.48
Límites irregulares	3.49
Conducción transitoria tridimensional	3.50-3.52

3.1 Demuestre que en el límite cuando $\Delta x \rightarrow 0$, la ecuación de diferencias para conducción en régimen permanente unidimensional con generación de calor (ecuación 3.2), es equivalente a la ecuación diferencial (2.27).

3.2 ¿Cuál es la importancia física de la afirmación de que la temperatura en cada nodo es sólo el promedio de sus vecinos si no hay generación de calor [con referencia a la ecuación (3.3)]?

3.3 Proporcione un ejemplo de un problema práctico en el que la variación de la conductividad térmica con la temperatura es significativa y para la cual una solución numérica es por tanto el único método de solución viable.

3.4 Explique las ventajas y desventajas de utilizar un volumen de control grande.

3.5 Para conducción unidimensional, ¿por qué los volúmenes de control límites tienen la mitad del tamaño de los volúmenes de control interiores?

3.6 Explique las ventajas y desventajas de dos métodos para resolver problemas de conducción en régimen permanente unidimensionales.

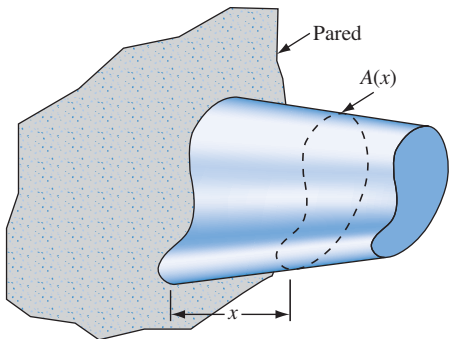
3.7 Resuelva el sistema de ecuaciones:

$$2T_1 + T_2 - T_3 = 30$$
$$T_1 - T_2 + 7T_3 = 270$$
$$T_1 + 6T_2 - T_3 = 160$$

mediante la iteración de Jacobi y Gauss-Seidel. Utilice como criterio de convergencia $|T_2^{(p)} - T_2^{(p-1)}| < 0.001$. Compare la tasa de convergencia de los dos métodos.

3.8 Desarrolle la ecuación de diferencias del volumen de control para conducción en régimen permanente unidimensional en una aleta con área de sección transversal variable $A(x)$ y perímetro $P(x)$. El coeficiente de transferencia de calor de la aleta al ambiente es una constante $\bar{h}_0$ y la punta de la aleta es adiabática. Consulte el bosquejo para el problema 3.9.

3.9 Utilizando sus resultados del problema 3.8, determine el flujo de calor en la base de la aleta para las siguientes condiciones.



Problema 3.9

$$k = 20\,\text{Btu/h ft °F}$$
$$L = 2\,\text{in}$$
$$A(x) = 0.5\left(1 - \frac{1}{3}\,\text{senh}\left(\frac{x}{L}\right)\right)\text{in}^2$$
$$P(x) = [A(x)]^{1/2}$$
$$\bar{h}_0 = 20\,\text{Btu/h ft}^2\,^\circ\text{F}$$
$$T_0 = 200\,^\circ\text{F}$$
$$T_\infty = 80\,^\circ\text{F}$$

Utilice un espaciamiento de la retícula de 0.2 in.

3.10 Considere una aleta-recta con conductividad variable $k(T)$, área de sección transversal constante A_c y perímetro constante, P. Desarrolle las ecuaciones de diferencias para conducción en régimen permanente unidimensional en la aleta y sugiera un método para resolver las ecuaciones. La aleta está expuesta a la temperatura ambiente T_a con un coeficiente de transferencia de calor h. La punta de la aleta está aislada y su base está a temperatura ambiente T_0.

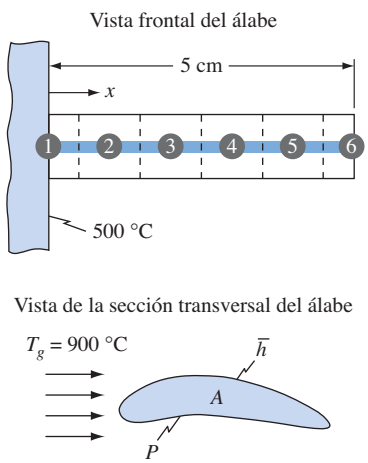
3.11 ¿Cómo trataría una condición límite de transferencia de calor por radiación en un problema en régimen permanente unidimensional? Desarrolle la ecuación de diferencias para un volumen de control cerca del límite y explique cómo resolver todo el sistema de ecuaciones de diferencias. Suponga que el flujo de calor en la superficie es

$q = \epsilon\sigma(T_s^4 - T_e^4)$, donde T_s es la temperatura superficial y T_e es la temperatura de un recinto circundante a la superficie.

3.12 ¿Cómo se implementaría el método del volumen de control en una interfaz entre dos materiales con conductividades térmicas diferentes? Ilustre con un ejemplo en régimen permanente unidimensional. Ignore la resistencia por contacto.

3.13 ¿Cómo incluiría la resistencia por contacto entre los dos materiales del problema 3.12? Deduzca las ecuaciones de diferencias apropiadas.

3.14 El álabe de una turbina de 5 cm de longitud y área de sección transversal $A = 4.5$ cm^2 y un perímetro $P = 12$ cm está hecho de un acero de alta aleación ($k = 25$ W/m K). La temperatura en el punto de colocación del álabe es 500 °C y el álabe está expuesto a gases de la combustión a 900 °C. El coeficiente de transferencia de calor entre la superficie del álabe y los gases de la combustión es 500 W/m^2 K. Utilizando la red nodal que se muestra en el bosquejo correspondiente: *a*) determine la distribución de temperatura en el álabe, la tasa de transferencia de calor hacia el álabe y la eficiencia de la aleta del álabe y *b*) compare la eficiencia de la aleta calculada numéricamente con el método exacto.



Problema 3.14

3.15 Determine la ecuación de diferencias aplicable a la línea central y en la superficie de una geometría cilíndrica axisimétrica con generación de calor volumétrica y condición de frontera de convección. Suponga condiciones en régimen permanente.

3.16 Determine las ecuaciones de diferencias apropiadas para una geometría esférica axisimétrica en régimen permanente con generación de calor volumétrica. Explique cómo resolver las ecuaciones.

3.17 Demuestre que en el límite cuando $\Delta x \to 0$ y $\Delta t \to 0$, la ecuación de diferencias, ecuación (3.13), es equivalente a la ecuación diferencial, ecuación (2.5).

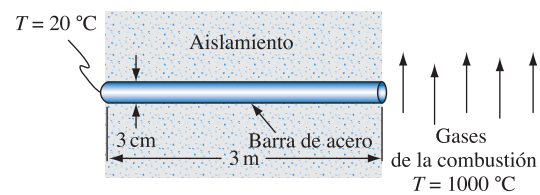
3.18 Determine el intervalo de tiempo máximo permisible para un problema de conducción transitoria unidimensional que se debe resolver mediante un método explícito si el espaciamiento nodal es 1 mm y el material es: *a*) acero al carbono 1C, *b*) cristal de ventana. Explique la diferencia en los dos resultados.

3.19 Considere una conducción transitoria unidimensional con una condición de frontera de convección en la que la temperatura ambiente cerca de la superficie es una función del tiempo. Determine el equilibrio de energía para el volumen de control frontera. ¿Cómo se necesitaría modificar el método de solución para acomodar esta complejidad?

3.20 ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de utilizar ecuaciones de diferencias explícitas e implícitas?

3.21 La ecuación (3.16) con frecuencia se denomina forma *completamente implícita* de la ecuación de diferencias de conducción transitoria unidimensional debido a que todas las cantidades en la ecuación, excepto las temperaturas en el término de almacenamiento de energía se evalúan en el nuevo intervalo de tiempo, $m + 1$. En una forma alternativa denominada forma de Crank-Nicholson, estas cantidades se evalúan tanto en el intervalo de tiempo m como en el intervalo de tiempo $m + 1$ y después se promedian. Al obtener el promedio se mejora de manera significativa la precisión de la solución numérica con relación a la forma completamente implícita sin aumentar la complejidad del método de solución. Deduzca la ecuación de diferencias de conducción transitoria unidimensional con la forma de Crank-Nicholson.

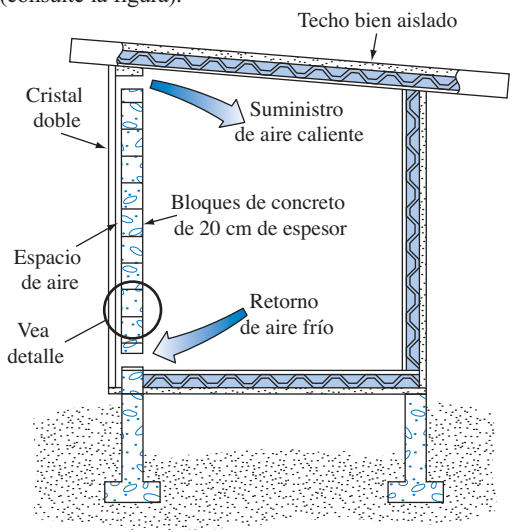
3.22 Una barra de acero de 3 m de longitud ($k = 43$ W/m K, $\alpha = 1.17) \times 10^{-5}$ m^2/s) inicialmente está a 20 °C y aislada completamente, excepto sus caras extremas. Un extremo repentinamente se expone al flujo de gases de la combustión a 1 000 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 250 W/m^2 K y el otro extremo se mantiene a 20 °C. ¿Cuánto tiempo le tomará al extremo expuesto alcanzar 700 °C? ¿Cuánta energía habrá absorbido la barra si su sección transversal es circular con un diámetro de 3 cm?



Problema 3.22

3.23 Un muro Trombe es un muro de mampostería que se utiliza con frecuencia en casas solares pasivas para almacenar energía solar. Suponga que el muro, fabricado de bloques de concreto sólido de 20 cm de espesor ($k = 0.13$ W/m K, $\alpha = 5 \times 10^{-7}$ m^2/s), inicialmente está a 15 °C en equilibrio con la habitación en la que se ubica. De repente se expone a la luz solar y absorbe 500 W/m^2 en la cara expuesta. La cara expuesta pierde calor por radiación y convección a la temperatura ambiente exterior de −15 °C con un coeficiente de transferencia de calor de

10 W/m² K. La otra cara del muro está expuesta al aire de la habitación con un coeficiente de transferencia de calor de 10 W/m² K. Suponiendo que la temperatura del aire en la habitación no cambia, determine: *a*) la temperatura máxima en el muro después de 4 h de exposición a la luz solar y *b*) el calor neto transferido a la habitación (consulte la figura).



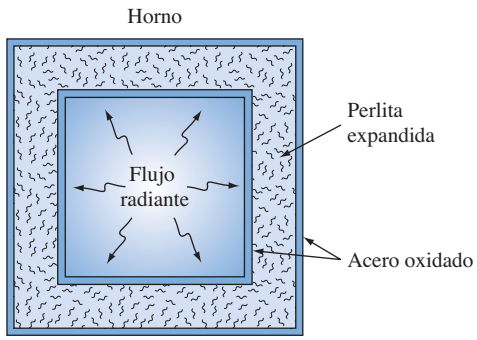
Problema 3.23

3.24 Para modelar con más precisión la entrada de energía solar, suponga que el flujo absorbido en el problema 3.23 está dado por

$$q_{abs}(t) = t(375 - 46.875t)$$

donde t está en horas y q_{abs} en W/m². (Esta variación con el tiempo de q_{abs} da la misma entrada de calor total para el muro que en el problema 3.23, es decir, 2000 W h/m²). Repita el problema 3.23 con la ecuación anterior para q_{abs} en lugar de los valores constantes de 500 W/m². Explique sus resultados.

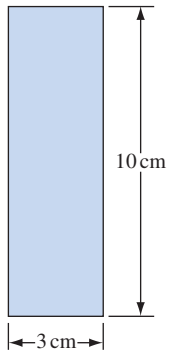
3.25 La pared interior de un horno, que inicialmente está a 0 °C, de repente se expone a un flujo radiante de 15 kW/m² cuando se prende el horno. La superficie exterior de la pared está expuesta al aire ambiente a 20 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 10 W/m² K. La pared tiene un espesor de 20 cm y está hecha de perlita expandida ($k = 0.10$ W/m K, $\alpha = 3 \times 10^{-7}$ m²/s) intercalada entre dos placas de acero oxidado (consulte el siguiente bosquejo). Determine en cuánto tiempo después del encendido la superficie metálica interior (caliente) se calentará lo suficiente tal que la radiación se vuelva significativa.



Problema 3.25

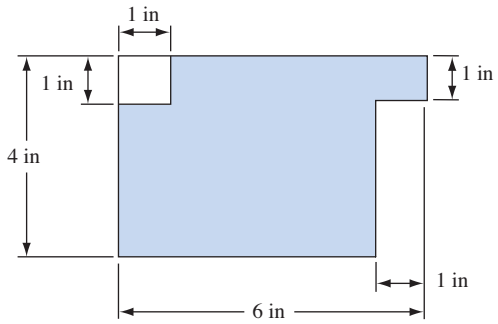
3.26 Una barra cilíndrica larga de 8 cm de diámetro, inicialmente está a una temperatura uniforme de 20 °C. En el instante $t = 0$, la barra se expone a una temperatura ambiente de 400 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 20 W/m² K. La conductividad térmica de la barra es 0.8 W/m K y la difusividad térmica es 3×10^{-6} m²/s. Determine el tiempo necesario para que el *cambio* de temperatura en la línea central de la barra alcance 93.68% de su valor máximo. Utilice una ecuación de diferencias explícitas y compare sus resultados numéricos con una solución gráfica del capítulo 2.

3.27 Desarrolle una disposición razonable de nodos y volúmenes de control para la geometría que se muestra en el siguiente bosquejo. Elabore un dibujo a escala que muestre la geometría del problema sobrepuesto con los nodos y volúmenes de control.



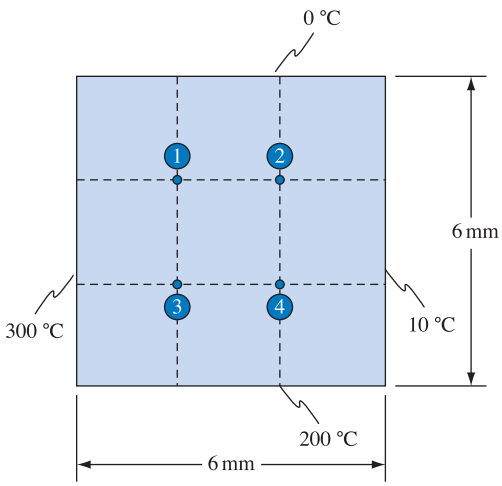
Problema 3.27

3.28 Desarrolle una disposición razonable de nodos y volúmenes de control para la geometría que se muestra en el siguiente bosquejo. Elabore un dibujo a escala que muestre la geometría del problema sobrepuesto con los nodos y volúmenes de control utilizados.



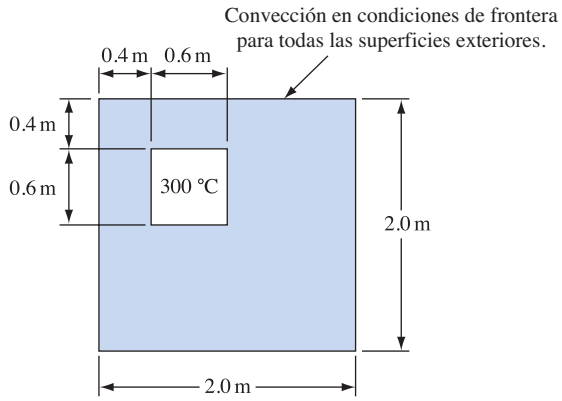
Problema 3.28

3.29 Determine la temperatura de los cuatro nodos que se muestran en el siguiente bosquejo. Suponga condiciones en régimen permanente y conducción de calor bidimensional. Las cuatro caras de la forma cuadrada están a temperaturas diferentes como se muestra.



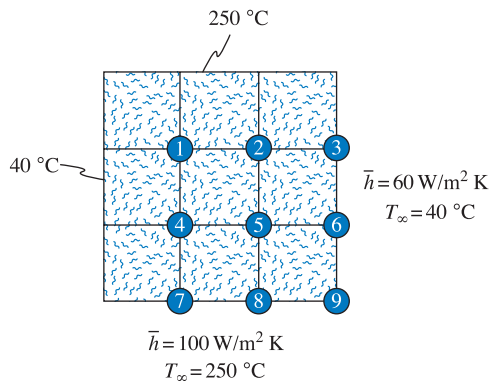
Problema 3.29

3.30 En el bosquejo siguiente se muestra la sección transversal horizontal de una chimenea industrial. Los gases de la combustión mantienen la superficie interior de la chimenea a 300 °C y la exterior está expuesta a una temperatura ambiente de 0 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 5 W/m^2 K. La conductividad térmica de la chimenea es $k = 0.5$ W/m K. Para un espaciamiento reticular de 0.2 m, determine la distribución de temperatura en la chimenea y la tasa de pérdida de calor de los gases de la combustión por longitud unitaria de chimenea.



Problema 3.30

3.31 En la barra larga cuadrada de 30 cm por lado que se muestra en el siguiente bosquejo, la cara izquierda se mantiene a 40 °C y la cara superior a 250 °C. La cara derecha está en contacto con un fluido a 40 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 60 W/m^2 K y la cara inferior está en contacto con un fluido a 250 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 100 W/m^2 K. Si la conductividad térmica de la barra es 20 W/m K, calcule la temperatura de los nueve nodos que se muestran en el bosquejo.



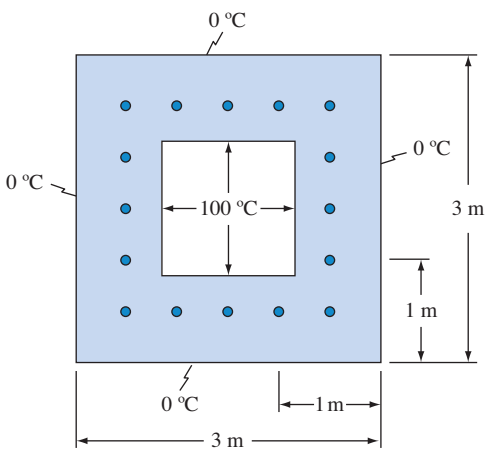
Problema 3.31

3.32 Repita el problema 3.31 si la distribución de temperatura en la superficie superior de la barra varía sinusoidalmente de 40 °C en el borde izquierdo a un máximo de 250 °C en el centro y de regreso a 40 °C en el borde derecho.

3.33 Una placa de acero cuadrada de 1 m por lado y 1 cm de espesor está expuesta a la luz solar y absorbe un flujo solar de 800 W/m^2. La parte inferior de la placa está aislada, los bordes se mantienen a 20 °C mediante abrazaderas enfriadas por agua y la cara expuesta se enfría con un coeficiente de convección de 10 W/m^2 K a una temperatura ambiente de 10 °C. La placa está pulida para minimizar la radiación. Determine la distribución de temperatura en la placa utilizando un espaciamiento nodal de 20 cm. La conductividad térmica del acero es 40 W/m K.

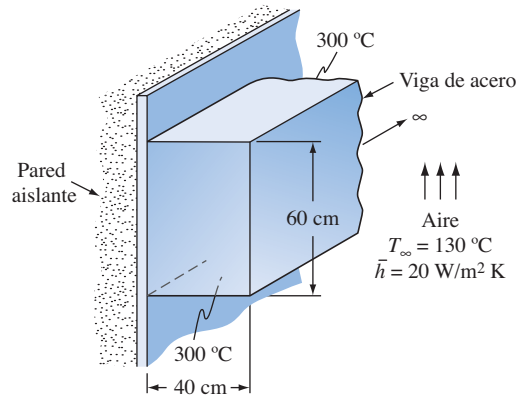
3.34 La placa del problema 3.33 se oxida gradualmente con el tiempo tal que su emisividad superficial aumenta a 0.5. Calcule la temperatura resultante en la placa, incluyendo la transferencia de calor por radiación a los alrededores a la misma temperatura que la temperatura ambiente.

3.35 Determine: *a*) la temperatura de los 16 puntos igualmente espaciados que se muestran en el bosquejo siguiente con una precisión de tres dígitos significativos y *b*) la tasa de flujo de calor por metro de espesor. Suponga flujo de calor bidimensional y $k = 1$ W/m K.



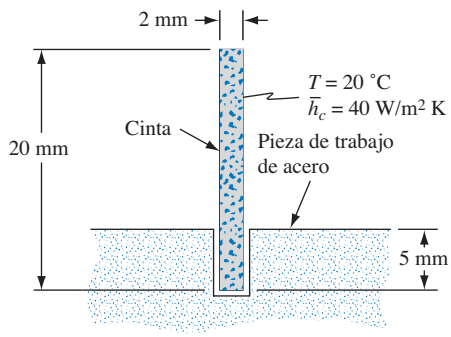
Problema 3.35

3.36 Una viga de acero larga con una sección transversal rectangular de 40×60 cm se monta sobre una pared aislada como se muestra en el bosquejo siguiente. La viga se calienta por calentadores radiantes que mantienen las superficies superior e inferior a 300 °C. Una corriente de aire a 130 °C enfría la cara expuesta con un coeficiente de transferencia de calor de 20 W/m^2 K. Utilizando un espaciamiento nodal de 1 cm, determine la distribución de temperatura y la tasa de entrada de calor hacia la viga. La conductividad térmica del acero es 40 W/m K.



Problema 3.36

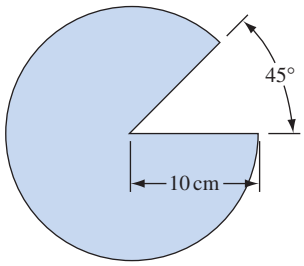
3.37 Considere una sierra de cinta utilizada para cortar barras de acero. El espesor de la cinta es de 2 mm, su altura es de 20 mm y ha penetrado la pieza de trabajo de acero hasta una profundidad de 5 mm (consulte el siguiente bosquejo). Las superficies expuestas de la cinta se enfrían por una temperatura ambiente de 20 °C con un coeficiente de convección de 40 W/m^2 K. La conductividad térmica de la cinta de acero es 30 W/m K. La energía disipada por el proceso de corte suministra un flujo de calor de 104 W/m^2 hacia las superficies de la cinta que están en contacto con la pieza de trabajo. Suponiendo conducción en régimen permanente bidimensional y temperaturas mínimas en la sección transversal de la cinta. Utilice un espaciamiento nodal de 0.5 mm horizontal y de 2 mm verticalmente.



Problema 3.37

3.38 ¿Cómo se modificarían los resultados del problema 3.15 si el problema no fuera axisimétrico?

3.39 Para la geometría que se muestra en el siguiente bosquejo, determine la disposición de los nodos y volúmenes de control. Elabore un dibujo a escala que muestre la geometría del problema sobrepuesta con los nodos y volúmenes de control. Explique cómo deducir la ecuación de equilibrio de energía para todos los volúmenes de control frontera.



Problema 3.39

3.40 Gases calientes de un horno de combustión fluyen a través de una chimenea, que tiene una altura de 7 m y sección transversal cilíndrica hueca con diámetro interior $d_i = 30$ cm y diámetro exterior $d_o = 50$ cm. Los gases de la combustión fluyen con una temperatura promedio de $T_g = 300$ °C y coeficiente de transferencia de calor convectivo de $h_g = 75$ W/m K. La chimenea está hecha de concreto, que tiene una conductividad térmica de $k = 1.4$ W/m K y está expuesta al aire exterior que tiene una temperatura promedio de $T_a = 25$ °C y coeficiente de transferencia de calor de 15 W/m^2 K. Para condiciones en régimen permanente, *a*) determine las temperaturas de las paredes interior y exterior, *b*) trace la distribución de temperatura a lo largo del espesor de la pared de la chimenea y *c*) determine la tasa de pérdida de calor de la chimenea hacia el aire exterior. Resuelva el problema mediante un análisis numérico utilizando una red nodal con $\Delta r = 2$ cm y $\Delta\theta = 10°$.

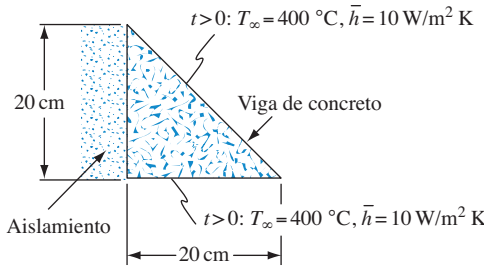
3.41 Demuestre que en el límite cuando $\Delta x \to 0$, $\Delta y \to 0$ y $\Delta t \to 0$, la ecuación de diferencias, ecuación (3.23), es equivalente a la versión bidimensional de la ecuación diferencial, ecuación (2.6).

3.42 Deduzca el criterio de estabilidad para la solución explícita de conducción transitoria bidimensional.

3.43 Deduzca la ecuación (3.28).

3.44 Deduzca el criterio de estabilidad para un volumen de control límite en una esquina interior para conducción en régimen permanente bidimensional cuando existe una condición de frontera de convección.

3.45 Una viga larga de concreto se someterá a un ensayo térmico para determinar su pérdida de resistencia en el evento de un incendio en un edificio. Inicialmente, la viga está a una temperatura uniforme de 20 °C. Al inicio del ensayo, una de las caras cortas y la cara larga se exponen a gases calientes a 400 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 10 W/m^2 K y la otra cara corta está aislada. Elabore una gráfica que muestre las temperaturas mayor y menor en la viga como una función del tiempo para la primera hora de exposición a los gases calientes. Para las propiedades del concreto utilice $k = 0.5$ W/m K y $\alpha = 5 \times 10^{-7}$ m^2/s. Utilice un espaciamiento nodal de 4 cm y emplee un esquema de diferencias explícitas.



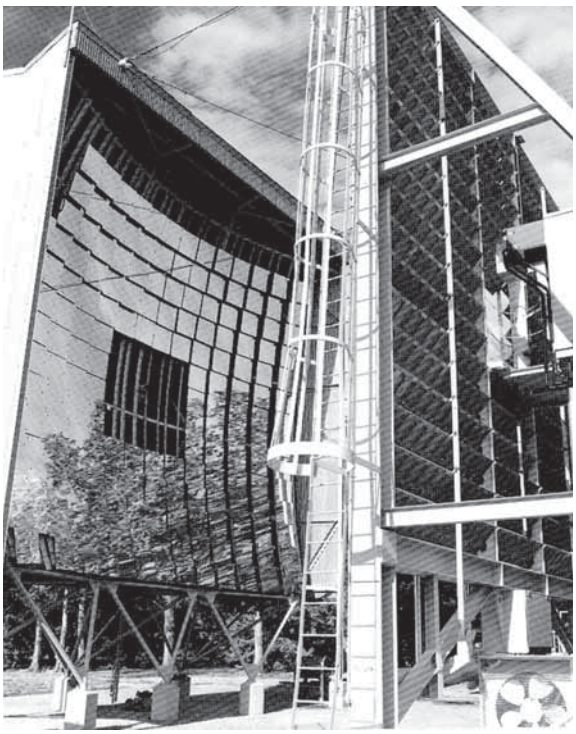
Problema 3.45

3.46 Un lingote de acero se calentará por inmersión en un baño de sal fundida. El lingote es cuadrado con 5 cm por lado y tiene una longitud de 1 m. Antes de la inmersión en el baño, el lingote está a una temperatura uniforme de 20 °C. El baño está a 600 °C y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie del lingote es 20 W/m^2 K. Trace la temperatura en el centro del lingote como una función del tiempo. ¿Cuánto tiempo se necesitará para calentar el centro del lingote a 500 °C? Utilice un esquema de diferencias implícitas con un espaciamiento nodal de 1 cm. La conductividad térmica del acero es 40 W/m K y la difusividad térmica es 1×10^{-5} m^2/s.

3.47 Se propone que un colector solar de alta concentración como el que se muestra en la fotografía de la página 228, se puede utilizar para procesar materiales de manera económica cuando se desea calentar rápidamente la superficie del material sin calentar de manera significativa la masa. En un proceso de ese tipo para el endurecimiento superficial de acero al carbono de bajo costo, la superficie de un disco delgado se expondrá a un flujo solar concentrado. La distribución del flujo solar absorbido por el disco está dada por

$$q''(r) = q''_{\text{máx}}\,(1 - 0.09(r/R_0)^2)$$

donde r es la distancia desde el eje del disco y $q''_{\text{máx}}$ y R_0 son parámetros que describen la distribución del flujo. El diámetro del disco es $2R_s$, su espesor es Z_s, su conductividad térmica es k y su difusividad térmica es α. El disco inicialmente está a una temperatura T_{inicial} y en el tiempo $t = 0$ se expone repentinamente al flujo concentrado. Deduzca el conjunto de ecuaciones de diferencias explícitas necesario para predecir cómo evoluciona la distribución de temperatura en el disco con el tiempo. El borde y la superficie inferior del disco están aisladas y la rerradiación del disco se puede ignorar.



Problema 3.47 Horno solar utilizado para generar energía solar muy concentrada.

Iconotec / Alamy

3.48 Resuelva el conjunto de ecuaciones de diferencias deducidas en el problema 3.47, dados los siguientes valores de los parámetros del problema:

$k = 40.0\,\text{W/m K}$ conductividad térmica del disco

$\alpha = 1 \times 10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s}$ difusividad térmica del disco

$R_s = 25\,\text{mm}$ radio del disco

$Z_s = 5\,\text{mm}$ espesor del disco

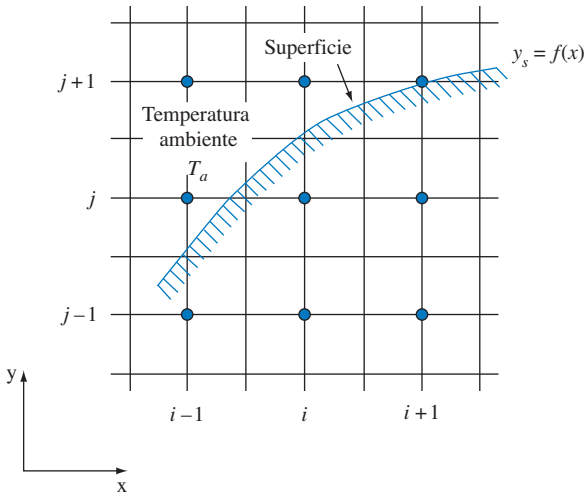
$q''_{\text{máx}} = 3 \times 10^6\,\text{W/m}^2$ flujo absorbido pico

$R_0 = 50\,\text{mm}$ parámetro en la distribución del flujo

$T_{\text{inicial}} = 20°\text{C}$ temperatura inicial del disco

Determine la distribución de temperatura en el disco cuando la temperatura máxima es 300 °C.

3.49 Considere la conducción en régimen permanente bidimensional cerca de un límite curvo. Determine la ecuación de diferencias para un volumen de control apropiado cerca del nodo (i, j). El límite experimenta transferencia de calor por convección con un coeficiente h hacia la temperatura ambiente T_a. La superficie del límite está dada por $y_s = f(x)$.



Problema 3.49

3.50 Deduzca la ecuación de equilibrio de energía para conducción transitoria tridimensional con generación de calor en un sistema coordenado rectangular.

3.51 Deduzca una ecuación de equilibrio de energía para un volumen de control ubicado en una esquina en un problema de conducción en régimen permanente tridimensional con generación de calor en un sistema coordenado rectangular. Suponga una condición de frontera adiabática y espaciamiento nodal igual en las tres dimensiones.

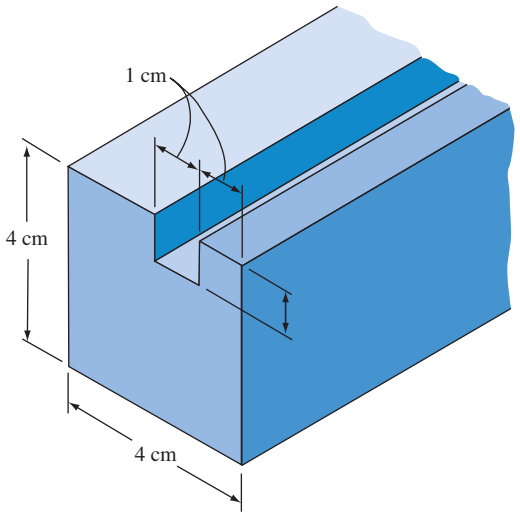
3.52 Determine el criterio de estabilidad para una solución explícita de conducción transitoria tridimensional en una geometría rectangular.

Problemas de diseño

3.1 **Análisis de enfriamiento de la extrusión de aluminio** (capítulos 3 y 7)

Este es el primero de dos pasos de un problema. Suponga que una extrusión de aluminio larga que tiene las dimensiones que se muestran en la siguiente figura se ha calentado uniformemente a 150 °C. En necesario determinar el tiempo requerido para que esta extrusión se enfríe a una temperatura máxima de 40 °C en aire ambiente en calma con una temperatura de 20 °C. Para la estimación inicial, utilice un coeficiente de transferencia de calor promedio de la tabla 1.3. Después que haya estudiado transferencia de calor por convección, se le pedirá reconsiderar este

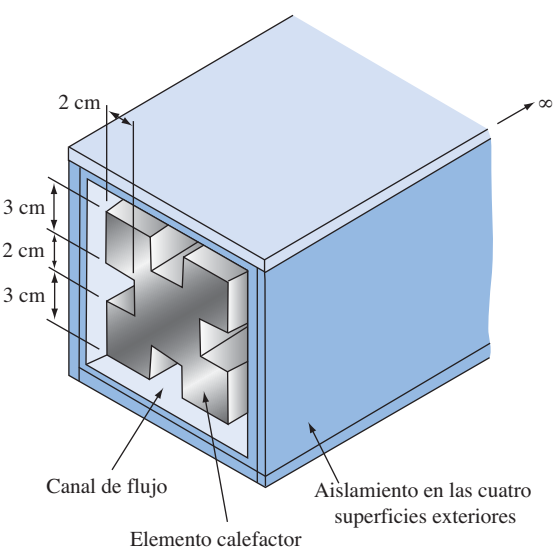
problema con coeficientes de transferencia de calor por convección calculados a partir de información aprendida en el capítulo 7.



Problema de diseño 3.1

3.2 **Calentador de agua de respuesta rápida** (capítulos 3, 6 y 10)

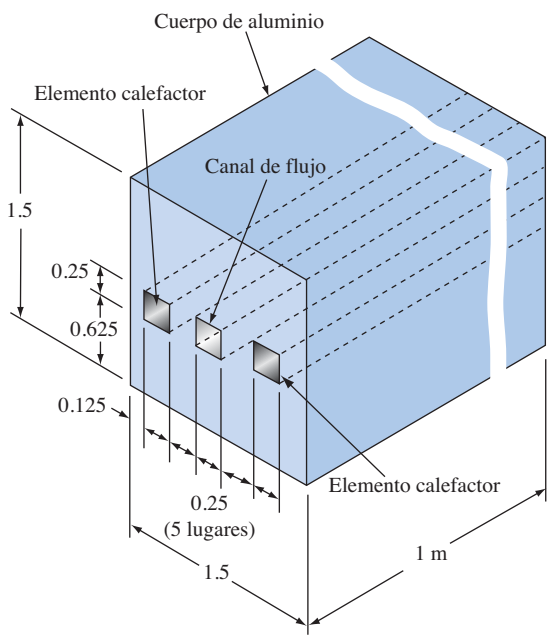
El diseño preliminar de un calentador de respuesta rápida se completó en el problema de diseño 2.7. En el bosquejo siguiente se muestra una sección transversal del calentador. Un elemento calefactor extruido se ubica dentro del tubo que conduce agua que se calentará. (La forma de la sección transversal del elemento calefactor proporciona más área superficial que un elemento calefactor con sección transversal cuadrada o redonda.) Este elemento disipa 4 800 watts por metro de longitud, tiene una conductividad térmica de 20 W/m K y tiene una temperatura máxima de operación de 110 °C. El dispositivo calentará el agua hasta 65 °C. La superficie del elemento calefactor no debe sobrepasar 100 °C para evitar la ebullición del agua. Determine el coeficiente de transferencia de calor convectivo, suponiendo que es uniforme en toda la superficie del elemento calefactor.



Problema de diseño 3.2

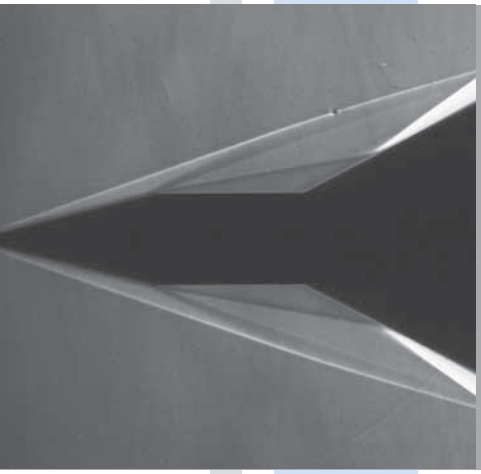
3.3 **Precalentador de gas** (capítulo 3)

En el siguiente bosquejo se muestra una vista en sección transversal de un precalentador de gas de 1 m de longitud. El dispositivo proporciona 14 g/min de gas precalentado a 150 °C a un reactor nuclear. Las barras del calentador disipan 700 watts cada una. Para evitar la descomposición química del gas, es importante que la pared del canal de flujo de gas no exceda 300 °C. El cuerpo de aluminio que contiene el canal de flujo de gas y los elementos del calentador distribuyen el calor transferido de los elementos calefactores al gas, pero no pueden sobrepasar 325 °C. Suponiendo un coeficiente de transferencia de calor de 500 W/m^2 K entre el gas y las superficies del canal rectangular de flujo, determine si el cuerpo de aluminio puede operar dentro de la temperatura máxima requerida. Estime los coeficientes de transferencia de calor para las superficies exteriores de la tabla 1.3 y compare sus resultados con la suposición de que las superficies están aisladas.



Problema de diseño 3.3

CAPÍTULO 4



Análisis de transferencia de calor por convección

Flujo a alta velocidad sobre el cuerpo de un misil genérico que muestra una onda de impacto oblicua en la punta del cuerpo, un embudo de expansión en el hombro y una región de aire inerte debida a la interacción de la capa límite laminar-onda de impacto y características de flujo base a alta velocidad en la parte posterior.

Fuente: Impresa con permiso de Erdem E., Yang L. y Kontis K. Presentada como "Drag Reduction by Energy Deposition in Hypersonic Flows", en la 16a. AIAA/DLR/DGLR International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Bremen, Alemania 2009. Afiliación: The School of MACE, The University of Manchester.

Conceptos y análisis que se deben aprender

La transferencia de calor por convección comprende dos mecanismos de ocurrencia simultánea, difusión o conducción, acompañada con transporte macroscópico de calor hacia (o desde) un fluido en movimiento o circulando. Este modo de transferencia de calor se encuentra en una gran variedad de aplicaciones que incluyen, entre muchas otras, efectos de sensación térmica en el invierno, enfriamiento de toberas de cohetes, enfriamiento de láminas microelectrónicas, recuperación de calor de gases de la combustión en un intercambiador de calor, enfriamiento de álabes de turbinas de gas, calentamiento de agua en un colector solar y enfriamiento de una mezcla de agua-glicol en un radiador automotriz. Así pues, es necesario tener una buena comprensión de los conceptos y expresiones matemáticas que describen la transferencia de calor por convección para el diseño ingenieril de esos sistemas y dispositivos. Estos conceptos y expresiones matemáticas se desarrollan en este capítulo y su estudio le enseñará:

- Cómo modelar una capa límite en transferencia de calor por convección.
- Cómo deducir las ecuaciones matemáticas para la conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía térmica.
- Cómo efectuar análisis dimensionales y desarrollar correlaciones para transferencia de calor por convección con fluidos diferentes en flujo laminar y turbulento.
- Cómo obtener soluciones analíticas para las ecuaciones de capa límite de flujo laminar comunes.
- Cómo aplicar la analogía entre la cantidad de movimiento y la transferencia de calor para resolver problemas de convección de flujo turbulento.

4.1 Introducción

En los capítulos anteriores, se consideró la convección sólo hasta el punto en que proporciona la condición de frontera cuando la superficie de un cuerpo está en contacto con un fluido a una temperatura diferente. Sin embargo, a partir de los problemas ilustrativos, puede darse cuenta que es difícil que existan problemas que se puedan tratar sin tener conocimiento del mecanismo mediante el cual el calor se transfiere entre la superficie de un cuerpo y el medio circundante. Por tanto, en este capítulo se ampliará el tratamiento de la convección para adquirir una mejor comprensión del mecanismo y de algunos de los parámetros clave que influyen en él.

4.2 Transferencia de calor por convección

Antes de intentar calcular un coeficiente de transferencia de calor, se debe examinar el proceso de convección con cierto detalle y relacionar la transferencia de calor hacia o desde el fluido en movimiento. En la figura 4.1 se muestra una placa plana caliente que se enfría por una corriente de aire que circula sobre ella. También se muestran las distribuciones de velocidad y temperatura que representan esta situación de convección. El primer punto que se debe observar es que la velocidad disminuye en la dirección hacia la superficie como resultado de fuerzas viscosas que actúan en el fluido. Como la velocidad de una capa de fluido adyacente a la pared es cero, la transferencia de calor entre la superficie y esta capa de fluido debe ser, por conducción:

$$q''_c = -k_f \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = h_c(T_s - T_\infty) \tag{4.1}$$

Si bien esta ecuación sugiere que el proceso se puede considerar como conducción, el gradiente de temperatura en la superficie $(\partial T/\partial y)_{y=0}$ se determina por la tasa a la que el fluido alejado de la pared puede transportar la energía hacia la corriente principal.

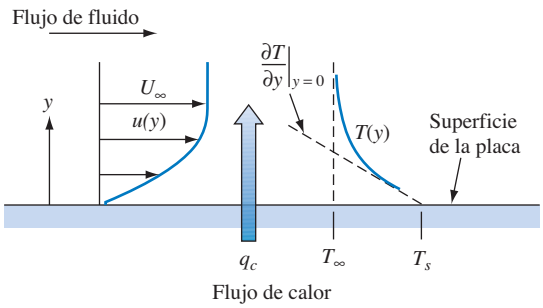


FIGURA 4.1 Distribuciones de la velocidad y la temperatura en un flujo por convección forzada laminar sobre una placa plana calentada a temperatura T_s.

Por tanto, el gradiente de temperatura en la pared depende del campo de flujo, donde las velocidades mayores pueden producir gradientes de temperatura mayores y tasas mayores de transferencia de calor; cómo se explica más adelante, la transferencia de calor por convección en un flujo turbulento a una velocidad mayor por lo general es mayor que en un flujo laminar a una velocidad menor de los fluidos. Sin embargo, al mismo tiempo la conductividad térmica del fluido tiene un efecto. Por ejemplo, el valor de k_f para el agua es un orden de magnitud mayor que para el aire; por tanto, como se muestra en la tabla 1.3, el coeficiente de transferencia de calor por convección para el agua es mayor que para el aire.

EJEMPLO 4.1 Sobre una placa plana cuya temperatura superficial es 100 °C circula aire a 20 °C. En una cierta ubicación, la temperatura se mide como una función de la distancia desde la superficie de la placa; los resultados están trazados en la figura 4.2. Con estos datos, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección en esa ubicación.

SOLUCIÓN De la ecuación (4.1), el coeficiente de transferencia de calor se puede expresar en la forma

$$h_c = \frac{-k_f(\partial T/\partial y)_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

La tabla 28 del apéndice 2 muestra que la conductividad térmica del aire a la temperatura promedio entre la placa y la corriente de fluido (60 °C) es 0.028 W/m K. El gradiente de temperatura $\partial T/\partial y$ en la superficie se obtiene de manera gráfica trazando una línea tangente a los datos de temperatura medidos que se muestran en la figura 4.2. De esta manera se obtiene $(\partial T/\partial y)_{y=0} \approx -66.7$ K/mm. Sustituyendo este valor del gradiente en la superficie calentada de la placa en la ecuación (4.1) se obtiene

$$h_c = \frac{-(0.028 \text{ W/m K})(-66.7 \text{ K/mm})}{(100 - 20) \text{ K}} \times 10^3 \text{ mm/m}$$
$$= 23.3 \text{ W/m}^2\text{K}$$

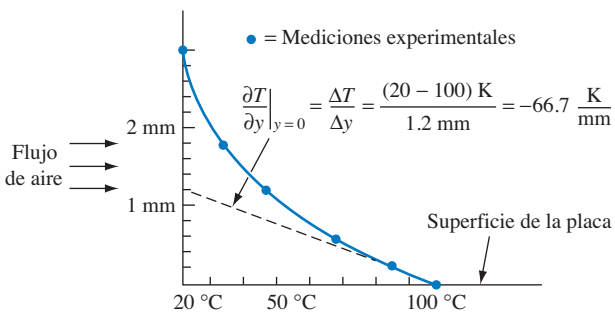


FIGURA 4.2 Datos experimentales sobre la distribución de la temperatura del ejemplo 4.1.

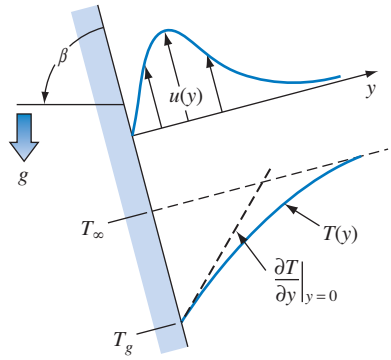


FIGURA 4.3 Distribuciones de temperatura y velocidad en convección natural sobre una placa caliente inclinada en un ángulo β con respecto a la horizontal.

La situación es muy similar en convección natural, como se muestra en la figura 4.3. Se debe recordar que en la convección natural o libre, el movimiento del fluido lo ocasionan los efectos de flotación debidos a la inversión de la densidad del fluido (lo que requiere una diferencia de temperatura), en tanto que en convección forzada, un gradiente de presión impuesto acciona el flujo de fluido. La diferencia principal en su distribución de velocidad respectiva es que en convección forzada la velocidad se aproxima al valor de corriente libre impuesto por una fuerza externa, en tanto que en convección natural, la velocidad primero se incrementa al aumentar la distancia desde la placa debido a que el efecto de la viscosidad disminuye rápidamente en tanto que la diferencia de densidad disminuye lentamente. Sin embargo, con el tiempo la fuerza de flotación disminuye conforme la densidad del fluido se aproxima al valor del fluido circundante, lo que ocasiona que la velocidad primero alcance un máximo y después tienda a cero alejada de la superficie calentada. Los campos de temperatura en convección natural y forzada tienen formas similares y en los dos casos, el mecanismo de transferencia de calor en la interfaz fluido/sólido es de conducción.

El análisis anterior indica que el coeficiente de transferencia de calor por convección depende de la densidad, viscosidad y velocidad del fluido así como de sus propiedades térmicas. En convección forzada, la velocidad se suele imponer en el sistema por una bomba o un ventilador y se puede especificar de manera directa. En convección natural, la velocidad depende del efecto de flotación debido a la diferencia de temperatura entre la superficie y el fluido, del coeficiente de dilatación térmica del fluido, lo que determina el cambio de densidad por diferencia de temperatura unitaria y del campo de fuerza, que en sistemas ubicados en la Tierra es simplemente la fuerza gravitacional.

4.3 Fundamentos de la capa límite

Para comprender los parámetros que son significativos en la convección forzada, se examinará el campo de flujo con más detalle. En la figura 4.4 se muestra la distri-

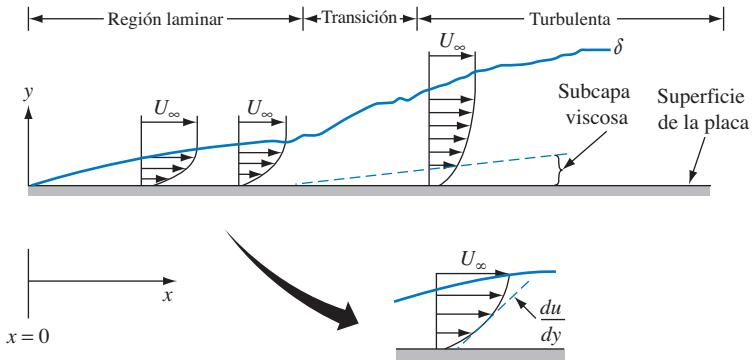


FIGURA 4.4 Perfiles de velocidad en capas de límite laminar, de transición y turbulenta en flujo sobre una placa plana.

bución de velocidad a varias distancias del borde de ataque de una placa. Desde el borde de ataque hacia adentro, se desarrolla una región en el flujo en la que las fuerzas viscosas ocasionan que el fluido aminore su velocidad. Estas fuerzas viscosas dependen del esfuerzo cortante τ. En flujo sobre una placa plana, la velocidad del fluido paralela a la placa se puede utilizar para definir este esfuerzo como

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \tag{4.2}$$

donde du/dy es el gradiente de velocidad y la constante de proporcionalidad μ se denomina viscosidad dinámica. Si el esfuerzo cortante se expresa en newtons por metro cuadrado y el gradiente de velocidad en (segundos)$^{-1}$, entonces μ tiene las unidades de newton-segundos por metro cuadrado (N s/m^2).*

La región de flujo cerca de la placa donde la velocidad del fluido disminuye por las fuerzas viscosas se denomina *capa límite*. La distancia desde la placa a la que la velocidad alcanza 99% de la velocidad de corriente libre se designa arbitrariamente como el espesor de la capa límite y la región más allá de este punto se denomina corriente libre sin perturbar o régimen de flujo potencial.

Inicialmente, el flujo en la capa límite es completamente laminar. El espesor de la capa límite crece al aumentar la distancia desde el borde de ataque y a cierta distancia crítica, x_c, los efectos inerciales se vuelven lo suficientemente grandes comparados con la acción de amortiguamiento viscoso que las pequeñas perturbaciones en el flujo comienzan a crecer. Conforme estas perturbaciones se amplifican, la regularidad del flujo viscoso se perturba y tiene lugar una transición de flujo laminar o flujo turbulento. En la región de flujo turbulento, trozos macroscópicos de fluido se mueven a través de las líneas de corriente y vigorosamente transportan energía térmica así como cantidad de movimiento. Como se muestra en mecánica de fluidos [1], el parámetro adimensional que relaciona de manera cuantitativa las

*Observe que μ también se puede expresar en las unidades de kg/m s. Con estas unidades es necesario emplear la constante de conversión g_c por consistencia dimensional y la ecuación 4.2 sería entonces $\tau = (\mu/g_c)\, du/dy$.

fuerzas viscosas e inerciales y cuyo valor determina la transición de flujo laminar a turbulento es el número de Reynolds* Re_x, que se define como

$$\mathrm{Re}_x = \frac{\rho U_\infty x}{\mu} = \frac{U_\infty x}{\nu} \tag{4.3}$$

donde U_∞ = velocidad de corriente libre
x = distancia desde el borde de ataque
$\nu = \mu/\rho$ = viscosidad cinemática del fluido
ρ = densidad del fluido

En la figura 4.4 se muestran bosquejos de formas aproximadas de los perfiles de velocidad en flujo laminar y turbulento. En el intervalo laminar, el perfil de la capa límite es aproximadamente parabólico. En el intervalo turbulento, existe una capa delgada cerca de la superficie (la subcapa viscosa), a través de la que el perfil de velocidad es casi lineal. Fuera de esta capa el perfil de velocidad es plano comparado con el perfil laminar.

El valor crítico de Re_x al cual ocurre la transición, $\mathrm{Re}_{c,x}$, depende de la rugosidad superficial y del nivel de actividad turbulenta, el nivel de turbulencia, en la corriente principal. Cuando en el flujo principal están presentes perturbaciones grandes, la transición comienza cuando $\mathrm{Re}_x = 10^5$, pero en campos de flujo menos perturbados, no empezará hasta $\mathrm{Re}_x = 2 \times 10^5$ [1, 2]. Si el flujo está muy libre de perturbaciones, la transición puede que no ocurra hasta que $\mathrm{Re} = 10^6$. Por ejemplo, considere el flujo de aire a 1 m/s y a 20 °C paralelo a una placa plana. Dado que $\nu = 15.7 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$, la distancia desde el borde de ataque donde ocurre la transición está dada por

$$x_c = \frac{\mathrm{Re}_{c,x}\nu}{U_\infty} = \frac{(10^5)\left(15.7 \times 10^{-6}\,\dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}\right)}{\left(1\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)} = 1.57\,\mathrm{m}$$

El régimen de transición se extiende hasta un número de Reynolds de aproximadamente el doble del valor al que comienza la transición y más allá de este punto la capa límite es turbulenta.

4.4 Ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía para flujo laminar sobre una placa plana

En el enfoque clásico de la convección, se deducen ecuaciones diferenciales para los equilibrios de cantidad de movimiento y energía en la capa límite y después se resuelven estas ecuaciones para el gradiente de temperatura en el fluido en la interfaz

*El número de Reynolds, que describe la similitud dinámica adimensional de flujos de fluidos dada por la relación de las fuerzas inerciales a las viscosas, se nombra así en honor del matemático y profesor de ingeniería británico, Osborne Reynolds (1842-1912), que nació en Irlanda; estudió en la Cambridge University; trabajó en el Owens College en Manchester, Inglaterra y realizó experimentos que desarrollaron la base de la similitud para determinar la transición de flujos laminares a turbulentos.

fluido/pared para evaluar el coeficiente de transferencia de calor. Un enfoque un poco más simple, pero más útil es deducir ecuaciones integrales en vez de diferenciales y utilizar un análisis aproximado para obtener una solución. En esta sección, se deducirán las ecuaciones diferenciales que rigen el flujo de un fluido sobre una placa plana, para ilustrar la similitud entre transferencia de calor y cantidad de movimiento y para introducir parámetros adimensionales apropiados que se relacionan con el proceso. Después se desarrollarán y resolverán las ecuaciones integrales para flujo sobre una superficie plana, para ilustrar un enfoque analítico que también se utilizará para obtener los coeficientes de la capa límite de transferencia de calor en flujo turbulento.

Para deducir la ecuación de *conservación de masa* o de continuidad, considere un volumen de control dentro de la capa límite, como se muestra en la figura 4.5 y suponga que prevalecen condiciones en régimen permanente. No hay gradientes en la dirección z (perpendicular al plano del bosquejo) y el fluido es incompresible. Entonces las tasas de flujo másico hacia y fuera del volumen de control, respectivamente, en la dirección x son

$$\rho u\, dy \quad \text{y} \quad \rho\left(u + \frac{\partial u}{\partial x}\, dx\right) dy$$

Por tanto, el flujo másico neto hacia el elemento en la dirección x es

$$-\rho \frac{\partial u}{\partial x}\, dx\, dy$$

De manera similar, el flujo másico neto hacia el volumen de control en la dirección y es

$$-\rho \frac{\partial v}{\partial y}\, dx\, dy$$

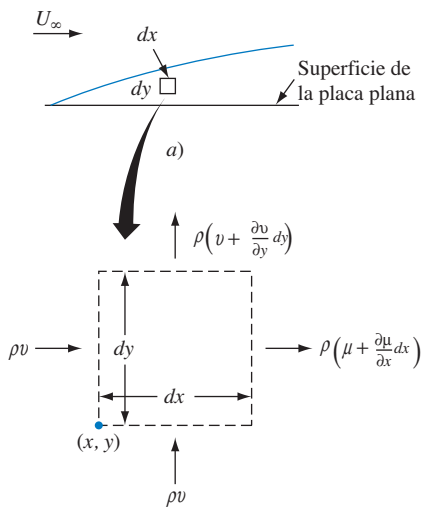


FIGURA 4.5 Volumen de control ($dx\, dy \cdot 1$) para la conservación de masa en una capa límite incompresible en flujo sobre una placa plana.

Como el gasto másico neto que sale del volumen de control debe ser cero, se obtiene

$$-\rho\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)dx\,dy = 0$$

de donde se deduce que en un flujo en régimen permanente bidimensional, la conservación de la masa requiere que

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{4.4}$$

La ecuación de *conservación de la cantidad de movimiento* se obtiene de la aplicación de la segunda ley del movimiento de Newton al elemento. Suponiendo que el flujo es newtoniano, que no hay gradientes de presión en la dirección y y que el cortante viscoso en la dirección y es insignificante, las tasas de flujo de la cantidad de movimiento en la dirección x para el fluido circulando a través de las caras verticales izquierda y derecha (consulte la figura 4.6) son $\rho u^2\,dy$ y $\rho[u + (\partial u/\partial x)\,dx]^2\,dy$, respectivamente. Sin embargo, se debe observar que el flujo a través de las caras horizontales también contribuirá al equilibrio de la cantidad de movimiento en la dirección x. El flujo de la cantidad de movimiento x entrante a través de la cara inferior es $\rho uv\,dx$ y el flujo de la cantidad de movimiento por ancho unitario saliente a través de la cara superior es

$$\rho\left(v+\frac{\partial v}{\partial y}\,dy\right)\left(u+\frac{\partial u}{\partial y}\,dy\right)dx$$

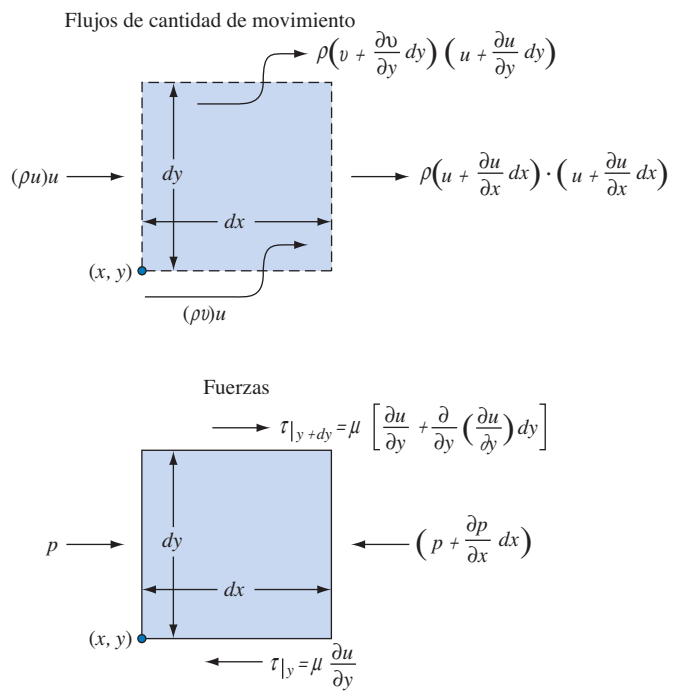


FIGURA 4.6 Volumen de control diferencial para la conservación de la cantidad de movimiento en una capa límite incompresible bidimensional.

La fuerza cortante viscosa en la cara inferior es $\tau|_y = -\mu\ (\partial u/\partial y)\ dx$ y sobre la cara superior es

$$|\tau|_{y+dy} = \mu\ dx\left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)dy\right]$$

Por tanto, el cortante viscoso neto en la dirección x es $\mu\ dx(\partial^2 u/\partial y^2)\ dy$.

La fuerza de presión sobre la cara izquierda es $p\ dy$ y sobre la cara derecha es $-[p + (\partial p/\partial x)\ dx]\ dy$. Por tanto, la fuerza de presión neta en la dirección de movimiento es $-(\partial p/\partial x)\ dx\ dy$. Igualando la suma de las fuerzas con la velocidad de circulación de la cantidad de movimiento que sale del volumen de control en la dirección x da

$$\rho\left(u + \frac{\partial u}{\partial x}dx\right)^2 dy - \rho u^2\ dy + \rho\left(v + \frac{\partial v}{\partial y}dy\right)\left(u + \frac{\partial u}{\partial y}dy\right)dx - \rho v u\ dx = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dx\ dy - \frac{\partial p}{\partial x}dx\ dy$$

Ignorando las diferenciales de segundo orden y utilizando la ecuación de conservación de la masa, la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento se reduce a

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial p}{\partial x} \tag{4.5}$$

En la figura 4.7 se muestra la tasa a la que la energía se conduce por convección hacia dentro y hacia fuera del volumen de control. Hay cuatro términos convectivos además de los términos conductivos deducidos en el capítulo 2. Un equilibrio de energía requiere que la tasa neta de conducción y convección sea cero. Esto produce

$$k\ dx\ dy\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) - \left[\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x}T + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x}dx\right)\right]dx\ dy - \left[\rho c_p\left(v\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y}T + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}dy\right)\right]dx\ dy = 0$$

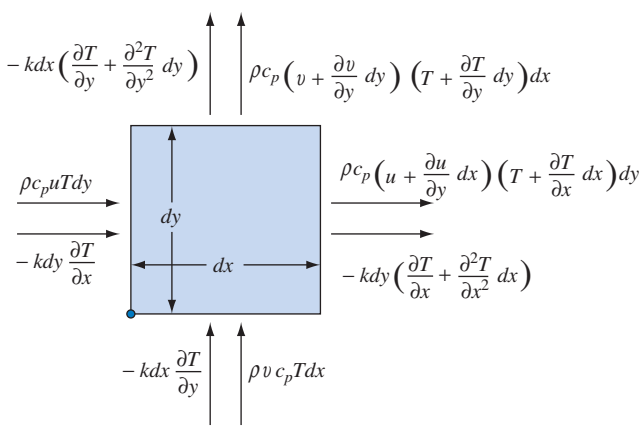


FIGURA 4.7 Volumen de control diferencial para la conservación de energía.

La ecuación de la *conservación de energía* se dedujo con base en la suposición de que todas las propiedades físicas son dependientes de la temperatura y que la velocidad del flujo es suficientemente pequeña que se puede ignorar la disipación viscosa. Cuando la disipación viscosa no se puede ignorar, la energía mecánica se convierte irreversiblemente en energía térmica, dando origen a un término adicional en el lado izquierdo de la ecuación. El término, denominado *disipación viscosa* Φ, está dado por

$$\Phi = \mu\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right] - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right\}$$

para propiedades constantes. El efecto de la disipación viscosa puede ser significativo si el fluido es muy viscoso, como en las chumaceras, o si la velocidad de cortante en el fluido es extremadamente alta [3, 4].

Utilizando la ecuación de conservación de la masa e ignorando los términos de segundo orden, como se hizo en la deducción de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, da la expresión siguiente para la ecuación de la energía sin disipación:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{4.6}$$

Como una capa límite es muy delgada, en condiciones normales $\partial T/\partial y \gg \partial T/\partial x$. Además, el término de presión en la ecuación de la cantidad de movimiento es cero para flujo sobre una placa plana ya que $(\partial U_\infty/\partial x) = 0$. Entonces la similitud entre las ecuaciones de la cantidad de movimiento y de la energía se vuelve aparente:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \tag{4.7a}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{4.7b}$$

En las relaciones anteriores, ν es la viscosidad cinemática, que es igual a μ/ρ y con frecuencia se denomina difusividad de la cantidad de movimiento. La relación ν/α es igual a $(\mu/\rho)/(k/pc_p)$, que es el número de Prandtl, Pr:

$$\text{Pr} = \frac{c_p\mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha} \tag{4.8}$$

Si ν es igual a α, entonces Pr es 1 y las ecuaciones de la cantidad de movimiento y energía son idénticas. Para esta condición, las soluciones no dimensionales de $u(y)$ y $T(y)$ son idénticas si las condiciones de frontera son similares. Por tanto, es evidente que el número de Prandtl, que es la relación de las propiedades del fluido (o más rigurosamente la relación de la cantidad de movimiento y las difusividades térmicas), controla la relación entre las distribuciones de velocidad y temperatura.

4.5 Ecuaciones adimensionales de la capa límite y parámetros de similitud

Las soluciones de la ecuaciones (4.7*a* y *b*), llamadas ecuaciones de capa límite laminar para convección forzada a baja velocidad, producirán los perfiles de velocidad

y temperatura. En general, estas soluciones son muy complicadas y el lector debe consultar Schlichting [1], Van Driest [2] y Langhaar [5] para ver el planteamiento de los procedimientos matemáticos, los cuales están fuera del alcance de este libro. Sin embargo, se puede obtener una visión adicional considerable de los aspectos físicos del flujo de la capa límite así como de la forma de los parámetros de similitud que rigen los procesos de transporte al dimensionar las ecuaciones gobernantes, incluso sin resolverlas.

En la figura 4.8 se muestra el desarrollo de las capas límite de velocidad y térmica para el flujo sobre una superficie plana de forma arbitraria. Para expresar las ecuaciones de la capa límite en forma adimensional, se definen las variables adimensionales siguientes, que son similares a las definidas en la sección 2.2:

$$x^* = \frac{x}{L} \qquad v^* = \frac{v}{U_\infty}$$

$$y^* = \frac{y}{L} \qquad p^* = \frac{p}{\rho_\infty U_\infty^2}$$

$$u^* = \frac{u}{U_\infty} \qquad T^* = \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s}$$

donde L es una dimensión de longitud característica como la longitud de una placa, U_∞ es la velocidad de corriente libre, T_s es la temperatura superficial, T_∞ es la temperatura de corriente libre y ρ_∞ es la densidad de corriente libre.

Sustituyendo las variables adimensionales anteriores en las ecuaciones dimensionales (4.4), (4.5) y (4.7*b*) se obtienen las ecuaciones correspondientes de capa límite:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \tag{4.9a}$$

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{\mathrm{Re}_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \tag{4.9b}$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L \mathrm{Pr}} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \tag{4.9c}$$

Observe que al no dimensionar las ecuaciones de capa límite se han puesto en una forma en la que aparecen los parámetros de similitud adimensionales Re_L y Pr. Estos parámetros de similitud permiten aplicar soluciones de un sistema a otro sistema

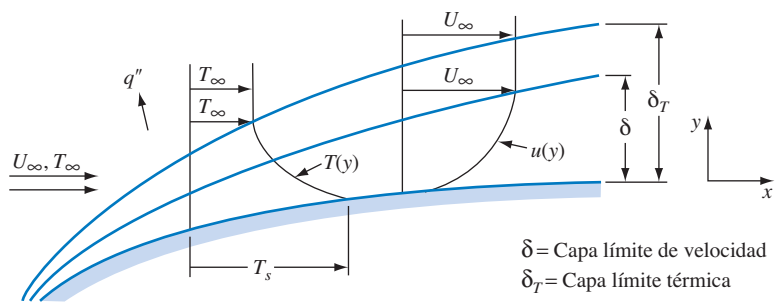


FIGURA 4.8 Desarrollo de las capas límite de velocidad y térmica en flujo sobre una superficie plana de forma arbitraria.

geométricamente similar, siempre que los parámetros de similitud tengan el mismo valor en los dos. Por ejemplo, si el número de Reynolds es el mismo, las distribuciones de velocidad adimensionales para aire, agua y glicerina fluyendo sobre una placa plana serán las mismas a valores dados de x^*.

Al analizar la ecuación (4.9*a*) se observa que v^* está relacionada con u^*, y^* y x^*:

$$v^* = f_1(u^*, y^*, x^*) \tag{4.10}$$

y que de la ecuación (4.9*b*) la solución para u^*, como corresponde, se puede expresar en la forma

$$u^* = f_2\left(x^*, y^*, \mathrm{Re}_L, \frac{\partial p^*}{\partial x^*}\right) \tag{4.11}$$

La distribución de la presión sobre la superficie de un cuerpo se determina por su forma. De la ecuación de la cantidad de movimiento y se puede demostrar que $\partial p^*/\partial y^* = 0$ y p^* sólo es una función de x^*. De aquí, dp^*/dx^* se puede obtener de manera independiente y representa la influencia de la forma sobre la distribución de la velocidad en la corriente libre justo fuera de la capa límite.

4.5.1 Coeficiente de fricción

De la ecuación (4.2), el esfuerzo cortante en la superficie τ_s está dado por

$$\tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{\mu U_\infty}{L} \left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} \tag{4.12}$$

Definiendo el coeficiente de resistencia de rozamiento local C_f como

$$C_{fx} = \frac{\tau_s}{\rho U_\infty^2/2} \tag{4.13}$$

y sustituyendo la ecuación (4.12) para τ_s da

$$C_{fx} = \frac{2}{\mathrm{Re}_L} \left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} \tag{4.14}$$

De la ecuación (4.11), es aparente que el gradiente de velocidad adimensional $\partial u^*/\partial y^*$ en la superficie ($y^* = 0$) depende sólo de x^*, Re_L y dp^*/dx^*. Pero dado que dp^*/dx^* se determina por completo por la forma geométrica de un cuerpo, la ecuación (4.14) se reduce a la forma

$$C_{fx} = \frac{2}{\mathrm{Re}_L} f_3(x^*, \mathrm{Re}_L) \tag{4.15}$$

para cuerpos de forma similar. La relación anterior implica que para flujo sobre cuerpos de forma similar el coeficiente de rozamiento local está relacionado a x^* y Re_L mediante una función universal que es independiente de la velocidad del fluido o de la velocidad de corriente libre.

La resistencia de rozamiento promedio sobre un cuerpo $\bar{\tau}$ se puede determinar integrando el esfuerzo cortante local τ sobre la superficie del cuerpo. De aquí, $\bar{\tau}$ debe ser independiente de x^* y el coeficiente de fricción promedio $\bar{C}_f$ sólo depende del valor del número de Reynolds para el flujo sobre cuerpos geométricamente similares:

$$\bar{C}_f = \frac{\bar{\tau}}{\rho U_\infty^2/2} = \frac{2}{\mathrm{Re}_L} f_4(\mathrm{Re}_L) \tag{4.16}$$

EJEMPLO 4.2 Para flujo sobre una superficie ligeramente curva, el esfuerzo cortante local está dado por la relación

$$\tau_s(x) = 0.3\left(\frac{\rho\mu}{x}\right)^{0.5} U_\infty^{1.5}$$

A partir de esta ecuación dimensional, obtenga relaciones no dimensionales para los coeficientes de fricción local y promedio.

SOLUCIÓN De la ecuación (4.13), el coeficiente de fricción local es

$$C_{fx} = \frac{\tau_s(x)}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} = 0.6\left(\frac{\rho\mu}{x}\right)^{0.5} \frac{U_\infty^{1.5}}{\rho U_\infty^2}$$

$$= 0.6\left(\frac{\mu}{\rho U_\infty x}\right)^{0.5} = \frac{0.6}{\mathrm{Re}_x^{0.5}} = \frac{0.6}{(\mathrm{Re}_L x^*)^{0.5}}$$

Integrando el valor local y dividiendo entre el área por ancho unitario ($L \times 1$) da el cortante promedio $\bar{\tau}$:

$$\bar{\tau} = \frac{1}{L}\int_0^L 0.3\left(\frac{\rho\mu}{x}\right)^{0.5} U_\infty^{1.5}\, dx = 0.6\left(\frac{\rho\mu}{L}\right)^{0.5} U_\infty^{1.5}$$

y por tanto el coeficiente de fricción promedio es

$$\bar{C}_f = \frac{\bar{\tau}}{\rho U_\infty^2/2} = \frac{1.2}{\mathrm{Re}_L^{0.5}}$$

4.5.2 Número de Nusselt

En la transferencia de calor por convección, la incógnita clave es el coeficiente de transferencia de calor. De la ecuación (4.1), se obtiene la ecuación siguiente en términos de los parámetros adimensionales:

$$h_c = -\frac{k_f}{L}\left[\frac{(T_\infty - T_s)}{(T_s - T_\infty)}\right]\left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = +\frac{k_f}{L}\left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} \tag{4.17}$$

El análisis de esta ecuación sugiere que la forma adimensional apropiada del coeficiente de transferencia de calor es el denominado número de Nusselt, Nu, definido por

$$\mathrm{Nu} = \frac{h_c L}{k_f} \equiv \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} \tag{4.18}$$

De las ecuaciones (4.9*a*) y (4.9*c*), es aparente que para una geometría preescrita el número de Nusselt local depende sólo de x^*, Re_L y Pr:

$$\mathrm{Nu} = f_5(x^*, \mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr}) \tag{4.19}$$

Una vez que se conoce esta relación funcional ya sea a partir de un análisis o de experimentos con un fluido particular, se puede utilizar para obtener el valor de Nu para otros fluidos y para cualesquiera valores de U_∞ y L. Además, del valor local de Nu, primero se puede obtener el valor local de h_c y después un valor promedio del coeficiente de transferencia de calor $\bar{h}_c$ y un número de Nusselt promedio $\overline{\mathrm{Nu}}_L$. Como el coeficiente de transferencia de calor promedio se obtiene integrando sobre la superficie de transferencia de calor de un cuerpo, es independiente de x^* y el número de Nusselt promedio es una función de Re_L y Pr:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = \frac{\bar{h}_c L}{k_f} = f_6(\mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr}) \tag{4.20}$$

4.6 Evaluación de los coeficientes de transferencia de calor por convección

Existen cinco métodos generales para la evaluación de los coeficientes de transferencia de calor por convección:

1. Análisis dimensional combinado con experimentos
2. Soluciones matemáticas exactas de las ecuaciones de la capa límite
3. Análisis aproximados de las ecuaciones de la capa límite mediante métodos integrales
4. La analogía entre transferencia de calor y de cantidad de movimiento
5. Métodos de análisis numérico, o modelado con dinámica de fluidos computacional (CFD)

Estas cinco técnicas han contribuido a la comprensión de la transferencia de calor por convección. No obstante ningún método por sí solo puede resolver todos los problemas, debido a que cada uno tiene limitaciones que restringen su alcance de aplicación.

El *análisis dimensional* es matemáticamente simple y ha encontrado un intervalo amplio de aplicación [5, 6]. La limitación principal de este método es que los resultados obtenidos son incompletos y muy inútiles sin datos experimentales. El análisis dimensional contribuye poco al entendimiento del proceso de transferencia, pero facilita la interpretación y extiende el intervalo de datos experimentales al correlacionarlo en términos de grupos adimensionales.

Existen dos métodos diferentes para determinar grupos adimensionales adecuados para correlacionar datos experimentales. El primero de estos métodos, analizado en la sección siguiente, sólo requiere una lista de las variables pertinentes a un fenómeno. Esta técnica es simple de utilizar, pero si se omite una variable pertinente, se originan resultados erróneos. En el segundo método, los grupos adimensionales y las condiciones de similitud se deducen a partir de ecuaciones deferenciales que describen

el fenómeno. Este método se prefiere cuando el fenómeno se puede describir matemáticamente, pero la solución de las ecuaciones resultantes con frecuencia es demasiado complicada para ser práctica. Esta técnica se presentó en la sección 4.5.

Los *análisis matemáticos exactos* requieren la solución simultánea de las ecuaciones que describen el movimiento de fluido y la transferencia de energía en el fluido en movimiento [7]. El método presupone que los mecanismos físicos se comprenden lo suficiente para describirlos en lenguaje matemático. Este requerimiento preliminar limita el alcance de las soluciones exactas debido a que las ecuaciones matemáticas completas que describen los mecanismos de flujo de fluido y de transferencia de calor sólo se pueden escribir para flujo laminar. Incluso para flujo laminar, las ecuaciones son muy complicadas, pero se han obtenido soluciones para una variedad de sistemas simples como el flujo sobre una placa plana, sobre una superficie aerodinámica o sobre un cilindro circular [7].

Las soluciones exactas son importantes dado que las suposiciones hechas en el curso del análisis se pueden especificar con precisión y su validez se puede verificar con experimentos. También sirven como una base de comparación y comprobación en métodos aproximados más simples. Además, el desarrollo de computadoras de alta velocidad ha aumentado el intervalo de problemas apropiados para su solución matemática y los resultados de cálculos para sistemas diferentes se publican de manera continua en la bibliografía especializada.

El *análisis aproximado de la capa límite* evita la descripción matemática detallada del flujo en la capa límite. En su lugar, se utiliza una ecuación simple, pero razonable, para describir las distribuciones de velocidad y temperatura en la capa límite. Después el problema se analiza en una base macroscópica aplicando la ecuación de movimiento y la ecuación de energía al total de las partículas de fluido contenidas dentro de la capa límite. Este método es relativamente simple; además, produce soluciones para problemas que no se pueden tratar con un análisis matemático exacto. En casos donde existan otras soluciones, éstas concuerdan dentro de la precisión ingenieril con las soluciones obtenidas mediante este método aproximado. La técnica no está limitada a flujo laminar sino que también se puede aplicar a flujo turbulento.

La analogía entre la transferencia de calor y de cantidad de movimiento es una herramienta útil para analizar procesos de transferencia turbulenta. Nuestro conocimiento de los mecanismos de intercambio turbulento es insuficiente para escribir ecuaciones matemáticas que describan la distribución de la temperatura de manera directa, pero el mecanismo de transferencia de calor se puede describir en términos de un modelo simplificado. De acuerdo con un modelo ampliamente aceptado, un movimiento mezclado en una dirección perpendicular al flujo principal explica la transferencia de cantidad de movimiento así como de energía. El movimiento de mezclado se puede describir con una base estadística mediante un método similar al que se utilizó para representar el movimiento de moléculas de gas en la teoría cinética. De ninguna manera puede decirse que hay un acuerdo de que este modelo corresponde a condiciones que en realidad existen en la naturaleza, pero para fines prácticos, su uso se puede justificar por el hecho de que los resultados experimentales concuerdan sustancialmente con predicciones analíticas basadas en el modelo hipotético.

Con los *métodos numéricos* es posible resolver en una forma apropiada las ecuaciones exactas de movimiento [8, 9]. La aproximación resulta de la necesidad de expresar las variables de campo (temperatura, velocidad y presión) en puntos discretos en el tiempo y el espacio en lugar de continuamente. Sin embargo, la solución se puede hacer lo suficientemente precisa si se tiene el cuidado de discretizar las

ecuaciones exactas. Una de las ventajas más importantes de los métodos numéricos es que una vez que se haya programado el procedimiento de solución, es posible calcular con facilidad soluciones para diferentes condiciones de frontera, variables de propiedades, etc. En general, con los métodos numéricos se pueden manejar con facilidad condiciones de frontera complejas. Los métodos numéricos para resolver problemas de convección se analizan en [9] y son una extensión de los métodos presentados en el capítulo 3 para problemas de conducción.

4.7 Análisis dimensional

El análisis dimensional difiere de otros enfoques en que no produce ecuaciones que se puedan resolver. En lugar de eso, combina diferentes variables en grupos adimensionales, como el número de Nusselt, que facilitan la interpretación y extienden el intervalo de aplicación de datos experimentales. En la práctica, los coeficientes de transferencia de calor por convección por lo general se calculan a partir de ecuaciones empíricas obtenidas correlacionando datos experimentales con ayuda del análisis dimensional.

La limitación más seria del análisis dimensional es que no proporciona información acerca de la naturaleza del problema. De hecho, para aplicar el análisis dimensional es necesario saber de antemano qué variables influyen en el fenómeno y el éxito o falla del método depende de la selección apropiada de estas variables. Por tanto, es importante tener al menos una teoría preliminar o una comprensión física completa de un fenómeno antes de que se pueda efectuar un análisis dimensional. Sin embargo, una vez que se conocen las variables pertinentes, el análisis dimensional se puede aplicar a la mayoría de los problemas mediante un procedimiento de rutina descrito a continuación.*

4.7.1 Dimensiones primarias y fórmulas dimensionales

El primer paso es seleccionar un sistema de *dimensiones primarias*. La elección de las dimensiones primarias es arbitraria, pero las fórmulas dimensionales de todas las variables pertinentes se deben poder expresar en términos de ellas. En el sistema SI, se utilizan la dimensiones primarias de longitud L, tiempo t, temperatura T y masa M.

La fórmula dimensional de una cantidad física proviene de definiciones o leyes físicas. Por ejemplo, la fórmula dimensional para la longitud de una barra es $[L]$ por definición.† La velocidad promedio de una partícula de fluido es igual a la distancia dividida entre el intervalo de tiempo que le toma recorrerla. Por tanto, la fórmula dimensional de la velocidad es $[L/t]$ o $[Lt^{-1}]$ (es decir, una distancia o longitud dividida entre el tiempo). Las unidades de la velocidad se podrían expresar en metros por segundo, pies por segundo o millas por hora ya que todas son una longitud dividida entre un tiempo. Las fórmulas dimensionales y los símbolos de cantidades físicas que se presentan con frecuencia en problemas de transferencia de calor se dan en la tabla 4.1.

---

*La teoría algebraica del análisis dimensional no se desarrollará aquí. Para consultar un tratamiento riguroso y amplio de los fundamentos matemáticos se recomiendan los capítulos 3 y 4 de Langhaar [5].

†Los paréntesis rectangulares indican que la cantidad tiene la fórmula dimensional indicada entre los paréntesis.

TABLA 4.1 Cantidades físicas importantes de transferencia de calor, masa y sus dimensiones

Cantidad	Símbolo	Dimensiones en el sistema *MLtT*
Longitud	L, x	L
Tiempo	t	t
Masa	M	M
Fuerza	F	ML/t^2
Temperatura	T	T
Calor	Q	ML^2/t^2
Velocidad	u, v, U_∞	L/t
Aceleración	a, g	L/t^2
Trabajo	W	ML^2/t^2
Presión	p	M/t^2L
Densidad	ρ	M/L^3
Energía interna	e	L^2/t^2
Entalpía	i	L^2/t^2
Calor específico	c	L^2/t^2T
Viscosidad absoluta	μ	M/Lt
Viscosidad cinemática	$\nu = \mu/\rho$	L^2/t
Conductividad térmica	k	ML/t^3T
Difusividad térmica	α	L^2/t
Resistencia térmica	R	Tt^3/ML^2
Coeficiente de dilatación	β	$1/T$
Tensión superficial	σ	M/t^2
Esfuerzo cortante	τ	M/Lt^2
Coeficiente de transferencia de calor	h	M/t^3T
Gasto másico	$\dot{m}$	M/t

4.7.2 Teorema π de Buckingham

Para determinar el número de grupos adimensionales independientes necesario para obtener una relación que describa un fenómeno físico, se puede utilizar el teorema π de Buckingham.‡ De acuerdo con esta regla, el número requerido de grupos adimensionales independientes que se puede formar combinando las variables físicas pertinentes a un problema es igual al número de estas cantidades físicas n (por ejemplo, densidad, viscosidad, coeficiente de transferencia de calor) menos el número de dimensiones primarias m necesario para expresar las fórmulas dimensionales de las n cantidades físicas. Si estos grupos se designan por π_1, π_2 y así sucesivamente, la ecuación que expresa la relación entre las variables tiene una solución con la forma

$$F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \ldots) = 0 \tag{4.21}$$

‡Una regla más rigurosa propuesta por Van Driest [26] demuestra que el teorema π es válido siempre que el conjunto de ecuaciones simultáneas formado al igualar los exponentes de cada dimensión primaria a cero sea linealmente independiente. Si una ecuación en el conjunto es una combinación lineal de una o más de las otras ecuaciones (es decir, si las ecuaciones son linealmente dependientes), el número de grupos adimensionales es igual al número total de variables n menos el número de ecuaciones independientes.

En un problema que comprenda cinco cantidades físicas y tres dimensiones primarias, $n - m$ es igual a dos y la solución tiene la forma

$$F(\pi_1, \pi_2) = 0 \tag{4.22}$$

o bien

$$\pi_1 = f(\pi_2) \tag{4.23}$$

En ese caso, los datos experimentales se pueden presentar de manera conveniente trazando π_1 contra π_2. La curva empírica resultante revela la relación funcional entre π_1 y π_2, que no se puede deducir a partir de un análisis dimensional.

Para un fenómeno que se pueda describir en términos de grupos adimensionales (es decir, si $n - m = 3$), la ecuación (4.21) tiene la forma

$$F(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0 \tag{4.24}$$

pero también se puede escribir como

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3)$$

Para ese caso, los datos experimentales se pueden correlacionar trazando π_1 contra π_2 para varios valores de π_3. En ocasiones es posible combinar de alguna manera dos de las π y trazar este parámetro contra la π restante en una sola curva.

4.7.3 Determinación de grupos adimensionales

Ahora se ilustrará un método simple para determinar grupos adimensionales aplicándolo al problema de correlacionar datos experimentales de transferencia de calor por convección para un fluido que circula a través de un tubo caliente. Se podría emplear exactamente el mismo enfoque para transferencia de calor en flujo a través de un tubo o sobre una placa.

A partir de la descripción del proceso de transferencia de calor por convección, es razonable esperar que las cantidades físicas dadas en la tabla 4.2 sean pertinentes al problema.

Existen siete cantidades físicas y cuatro dimensiones primarias. Por tanto, se espera que se requieran tres grupos adimensionales para correlacionar los datos. Para determinar estos grupos adimensionales, se escribe π como un producto de las variables, cada una elevada a una potencia desconocida:

$$\pi = D^a k^b U_\infty^c \rho^d \mu^e c_p^f \bar{h}_c^g \tag{4.25}$$

TABLA 4.2 Cantidades físicas pertinentes en transferencia de calor por convección

Variable	Símbolo	Dimensiones
Diámetro del tubo	D	$[L]$
Conductividad térmica del fluido	k	$[ML/t^3T]$
Velocidad de corriente libre del fluido	U_∞	$[L/t]$
Densidad del fluido	ρ	$[M/L^3]$
Viscosidad del fluido	μ	$[M/Lt]$
Calor específico a presión constante	c_p	$[L^2/t^2T]$
Coeficiente de transferencia de calor	$\bar{h}_c$	$[M/t^3T]$

y se sustituyen las fórmulas dimensionales

$$\pi = [L]^a \left[\frac{ML}{t^3T}\right]^b \left[\frac{L}{t}\right]^c \left[\frac{M}{L^3}\right]^d \left[\frac{M}{Lt}\right]^e \left[\frac{L^2}{t^2T}\right]^f \left[\frac{M}{t^3T}\right]^g \tag{4.26}$$

Para que π sea adimensional, la suma de los exponentes por separado de cada dimensión primaria debe sumar cero. Igualando la suma de los exponentes de cada dimensión primaria a cero, se obtiene el conjunto de ecuaciones siguiente:

$$\begin{aligned} b + d + e + g &= 0 \quad \text{para} \quad M \\ a + b + c - 3d - e + 2f &= 0 \quad \text{para} \quad L \\ -3b - c - e - 2f - 3g &= 0 \quad \text{para} \quad t \\ -b - f - g &= 0 \quad \text{para} \quad T \end{aligned}$$

Es evidente que cualquier conjunto de valores de a, b, c, d y e que satisfaga simultáneamente este conjunto de ecuaciones hará que π sea adimensional. Hay siete incógnitas, pero sólo cuatro ecuaciones. Por tanto, se pueden elegir valores para tres de los exponentes en cada uno de los grupos adimensionales. La única restricción en la elección de los exponentes es que cada uno de los exponentes seleccionados sea independiente de los otros. Un exponente es independiente si el determinante formado con los coeficientes de los términos restantes no desaparece (es decir, no es igual a cero).

Dado que $\bar{h}_c$, el coeficiente de transferencia de calor por convección, es la variable que finalmente se quiere evaluar, es conveniente igualar su exponente g a la unidad. El mismo tiempo, se hace $c = d = 0$ para simplificar las manipulaciones algebraicas. Al resolver las ecuaciones simultáneamente, se obtiene $a = 1$, $b = -1$, $e = f = 0$. Entonces el primer grupo adimensional es

$$\pi_1 = \frac{\bar{h}_c D}{k}$$

el cual se conoce como el *número de Nusselt*, $\overline{\text{Nu}}_D$.

Para π_2, se selecciona g igual a cero, tal que $\bar{h}_c$ no aparezca de nuevo y se hace $a = 1$ y $f = 0$. La solución simultánea con estas elecciones da $b = 0$, $c = d = 1$, $e = -1$ y

$$\pi_2 = \frac{U_\infty D \rho}{\mu}$$

Este grupo adimensional es el *número de Reynolds*, Re_D, con el diámetro del tubo como el parámetro de longitud.

Si se hace $e = 1$ y $c = g = 0$, se obtiene el tercer grupo adimensional,

$$\pi_3 = \frac{c_p \mu}{k}$$

que es el *número de Prandtl*, Pr.

Se observa que aunque el coeficiente de transferencia de calor por convección es una función de seis variables, con ayuda del análisis dimensional las siete varia-

bles originales se han combinado en tres grupos adimensionales. De acuerdo con la ecuación (4.24), la relación funcional se puede escribir como

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = f(\mathrm{Re}_D, \mathrm{Pr})$$

y ahora los datos experimentales se pueden correlacionar en términos de tres variables en vez de las siete originales. La importancia de esta reducción en el número de variables se vuelve aparente cuando se intenta planear experimentos y correlacionar datos experimentales.

4.7.4 Correlación de datos experimentales

Suponga que en una serie de pruebas con aire fluyendo sobre un tubo de 25 mm de diámetro exterior, el coeficiente de transferencia de calor se ha medido experimentalmente a velocidades variando de 0.15 a 30 m/s. Este intervalo de velocidades corresponde a números de Reynolds basados en el diámetro $D\rho U_\infty/\mu$ que van de 250 a 50 000. Como la velocidad fue la única variable en estas pruebas, los resultados

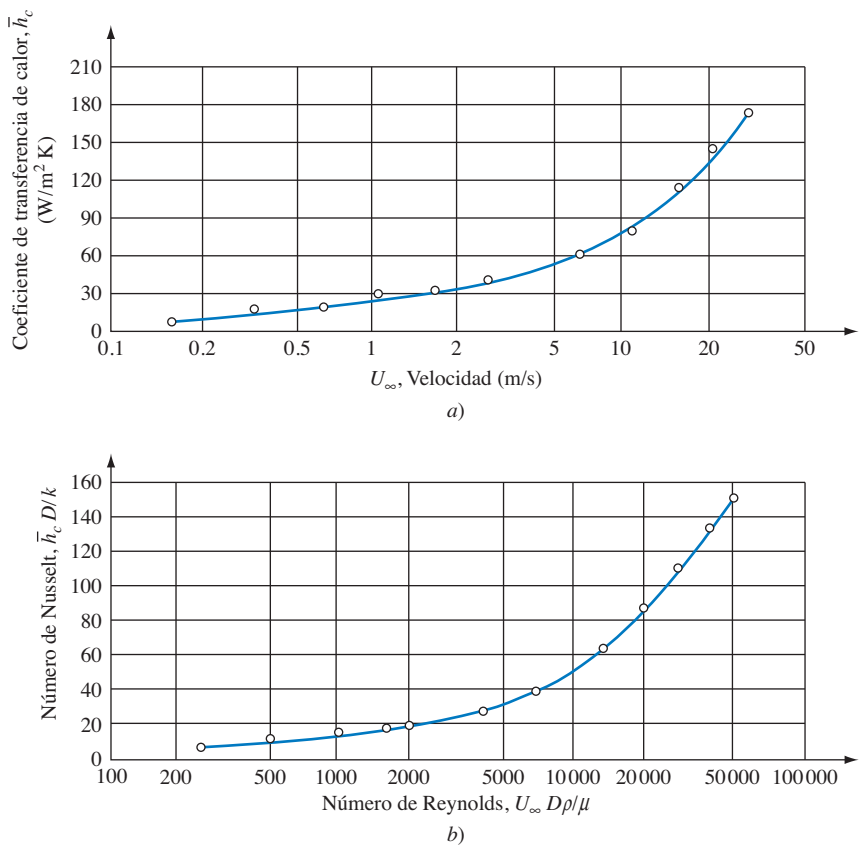


FIGURA 4.9 Variación del número de Nusselt con el número de Reynolds para flujo transversal de aire sobre un tubo o cilindro largo *a*) gráfica dimensional, *b*) gráfica adimensional.

están correlacionados en la figura 4.9*a*) trazando el coeficiente de transferencia de calor $\bar{h}_c$ contra la velocidad U_∞. La curva resultante permite la determinación directa de $\bar{h}_c$ en cualquier velocidad para el sistema utilizado en las pruebas, pero no se puede emplear para determinar los coeficientes de transferencia de calor para cilindros que sean mayores o menores que el utilizado en las pruebas. Tampoco se podría evaluar el coeficiente de transferencia de calor si el aire estuviera a presión y su densidad fuera diferente de la empleada en las pruebas. A menos que los datos experimentales se pudieran correlacionar de manera más efectiva, sería necesario efectuar experimentos separados para cada diámetro del cilindro, cada densidad, etc. El esfuerzo sería enorme.

Sin embargo, con ayuda del análisis dimensional, los resultados de una serie de pruebas se pueden aplicar a una variedad de otros problemas, como se ilustra en la figura 4.9*b*), donde los datos de la figura 4.9*a*) se volvieron a trazar en términos de grupos adimensionales pertinentes. La abscisa en la figura 4.9*b*) es el número de Reynolds $U_\infty D\rho/\mu$ y la ordenada es el número de Nusselt $\bar{h}_c D/k$. Esta correlación de los datos permite la evaluación del coeficiente de transferencia de calor para aire fluyendo sobre cualquier tipo de tubo o alambre siempre que el número de Reynolds del sistema se encuentre dentro del intervalo cubierto en el experimento y que los sistemas sean geométricamente similares.

Datos experimentales obtenidos solamente con aire no revelan la dependencia del número de Nusselt en el número de Prandtl ya que el número de Prandtl es una combinación de propiedades físicas cuyo valor no varía de manera apreciable para gases. Para determinar la influencia del número de Prandtl, es necesario utilizar fluidos diferentes. De acuerdo con el análisis anterior, se necesitan datos experimentales con varios fluidos cuyas propiedades físicas produzcan un intervalo amplio de números de Prandtl para completar la correlación.

En la figura 4.10 están trazados los resultados experimentales de varias investigaciones independientes para transferencia de calor entre aire, agua y aceites en flujo transversal sobre un tubo o un alambre para un intervalo amplio de temperaturas, tamaños de cilindros y velocidades. La ordenada en la figura 4.10 es la cantidad

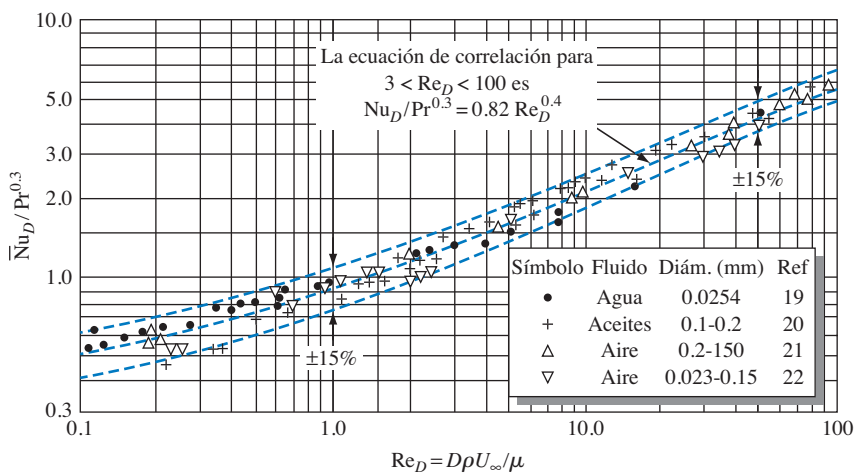


FIGURA 4.10 Correlación de datos experimentales de transferencia de calor para varios fluidos en flujo transversal sobre tubos, alambres y cilindros circulares.

adimensional* $\overline{\mathrm{Nu}}_D/\mathrm{Pr}^{0.3}$ y la abscisa es Re_D. Un examen de los resultados muestra que todos los datos siguen una sola línea razonablemente bien y por tanto se pueden correlacionar empíricamente.

Se debe observar que los datos experimentales de las figuras 4.9 y 4.10 cubren intervalos diferentes de números de Reynolds entre 0.1 y 100 en la figura 4.10 y entre aproximadamente 200 y 50 000 en la figura 4.9. La extrapolación de la ecuación de correlación en la figura 4.10 en un intervalo del número de Reynolds mucho mayor que 200 o 300 conduciría a errores graves. Por ejemplo, para aire (Pr = 0.71) fluyendo sobre un cilindro en $\mathrm{Re}_D = 20\,000$, la ecuación de correlación en la figura 4.10 anticiparía

$$\mathrm{Nu}_D = \mathrm{Pr}^{0.3} \times 0.82 \times \mathrm{Re}_D^{0.4} = 0.71^{0.3} \times 0.82 \times 20\,000^{0.4} = 39$$

en tanto que los datos experimentales en la figura 4.9 dan $\mathrm{Nu}_D = 85$, una diferencia sustancial. Cuando no existan datos en un intervalo encontrado en un diseño, puede ser necesario hacer una extrapolación, pero como se muestra en el ejemplo anterior, la extrapolación de datos más allá del intervalo de parámetros adimensionales cubiertos en experimentos se deberá evitar si es posible. Si no hay oportunidad de conducir experimentos apropiados, los resultados de una extrapolación se deben tratar con precaución.

4.7.5 Principio de similitud

El resultado extraordinario de la figura 4.10 se puede explicar mediante el principio de similitud. De acuerdo con este principio, con frecuencia denominado ley, el comportamiento de dos sistemas será similar si las relaciones de sus dimensiones lineales, fuerzas, velocidades y así sucesivamente son las mismas. En condiciones de convección forzada en sistemas geométricamente similares, los campos de velocidad serán similares siempre que la relación de las fuerzas inerciales con relación a las fuerzas viscosas sea la misma en los dos fluidos. El número de Reynolds es la relación de estas fuerzas y en consecuencia, se esperan condiciones de flujo similares en convección forzada para un valor dado del número de Reynolds. El número de Prandt es la relación de dos propiedades de transporte molecular, la viscosidad cinemática $\nu = \mu/\rho$, que afecta la distribución de velocidad y la difusividad térmica $k/\rho c_p$, que afecta el perfil de temperatura. En otras palabras, es un grupo adimensional que relaciona la distribución de temperatura con la distribución de velocidad. De aquí que en sistemas geométricamente similares con los mismos números de Prandtl y Reynolds, las distribuciones de temperatura serán similares. El número de Nusselt es igual a la relación del gradiente de temperatura en una interfaz fluido a superficie a un gradiente de temperatura de referencia. Por tanto, se espera que, en sistemas con geometrías y campos de temperatura similares, los valores numéricos de los números de Nusselt serán iguales. Esta predicción se confirma por los resultados experimentales que aparecen en la figura 4.10.

Se han realizado análisis dimensionales para numerosos sistemas de transferencia de calor y en la tabla 4.3 se resumen los grupos adimensionales más importantes utilizados en el diseño.

---

*El combinar el número de Nusselt con el de Prandtl para trazar los datos es simplemente un asunto de conveniencia. Como ya se mencionó, cualquier combinación de parámetros adimensionales es satisfactoria. La selección del parámetro más conveniente suele hacerse con base en la experiencia mediante prueba y error con ayuda de resultados experimentales, aunque en ocasiones los grupos característicos se sugieren por los resultados de las soluciones analíticas.

TABLA 4.3 Grupos adimensionales de importancia en la transferencia de calor y flujo de fluidos

Grupo	Definición	Interpretación
Número de Biot (Bi)	$\frac{\bar{h}L}{k_s}$	Relación de la resistencia térmica interna de un cuerpo sólido a su resistencia térmica superficial
Coeficiente de arrastre (C_f)	$\frac{\tau_s}{\rho U_\infty^2/2}$	Relación del esfuerzo cortante superficial a la energía cinética de corriente libre
Número de Eckert (Ec)	$\frac{U_\infty^2}{c_p(T_s - T_\infty)}$	Energía cinética del flujo relativa a la diferencia de entalpía de la capa límite
Número de Fourier (Fo)	$\frac{\alpha t}{L^2}$	Tiempo adimensional; relación de la tasa de conducción de calor a la tasa de almacenamiento de energía interna en un sólido
Factor de fricción (f)	$\frac{\Delta p}{(L/D)(\rho U_m^2/2)}$	Caída de presión adimensional para flujo interno a través de conductos
Número de Grashof (Gr_L)	$\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$	Relación entre fuerzas de flotación y viscosas
Factor j de Colburn j (j_H)	$\mathrm{StPr}^{2/3}$	Coeficiente de transferencia de calor adimensional
Número de Nusselt (Nu_L)	$\frac{\bar{h}_c L}{k_f}$	Coeficiente de transferencia de calor adimensional; relación de transferencia de calor por convección a conducción en una capa de fluido de espesor L
Número de Peclet (Pe_L)	$\mathrm{Re}_L\mathrm{Pr}$	Producto de los números de Reynolds y Prandtl
Número de Prandtl (Pr)	$\frac{c_p\mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$	Relación de la difusividad de la cantidad de movimiento molecular a la difusividad térmica
Número de Rayleigh (Ra)	$\mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr}$	Producto de los números de Grashof y Prandtl
Número de Reynolds (Re_L)	$\frac{U_\infty L}{\nu}$	Relación de fuerzas de inercia y viscosas
Número de Stanton (St)	$\frac{\bar{h}_c}{\rho U_\infty c_p} = \frac{\mathrm{Nu}_L}{\mathrm{Re}_L\mathrm{Pr}}$	Coeficiente de transferencia de calor adimensional

4.8* Solución analítica para el flujo laminar de capa límite sobre una placa plana†

En la sección anterior se determinaron grupos adimensionales para correlacionar datos experimentales para transferencia de calor por convección forzada. Se encontró que el número de Nusselt depende del número de Reynolds y de Prandtl, es decir,

$$\mathrm{Nu} = \phi(\mathrm{Re})\psi(\mathrm{Pr}) \tag{4.27}$$

†En el resto de este capítulo, se pueden omitir los detalles matemáticos en un curso introductorio sin romper la continuidad de la presentación.

En las siguientes secciones se considerarán métodos analíticos para determinar las relaciones funcionales en la ecuación (4.27) para flujo a baja velocidad sobre una placa plana. Este sistema se ha seleccionado principalmente debido a que es el más simple de analizar, pero los resultados tienen muchas aplicaciones prácticas, por ejemplo, son buenas aproximaciones para flujo sobre las superficies de cuerpos aerodinámicos como las alas de aviones o los álabes de turbinas.

En vista de las diferencias en las características de flujo, las fuerzas de fricción así como la transferencia de calor están gobernadas por relaciones diferentes para flujo laminar y turbulento. Primero se abordará la capa límite laminar, la cual se presta para un método de solución exacto y aproximado. La capa límite turbulenta se analiza en la sección 4.10.

Para determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección forzada y el coeficiente de fricción para flujo incompresible sobre una superficie plana, se deben satisfacer las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía simultáneamente. Estas relaciones se dedujeron en la sección 4.4 y por conveniencia se repiten a continuación.

Continuidad:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{4.4}$$

Cantidad de movimiento:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial p}{\partial x} \tag{4.5}$$

Energía:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{4.7b}$$

4.8.1 Espesor de la capa límite y fricción en la superficie

La ecuación (4.5) se debe resolver simultáneamente con la ecuación de continuidad, ecuación (4.4), a fin de determinar la distribución de velocidad, el espesor de la capa límite y la fuerza de fricción en la pared. Estas ecuaciones se resuelven primero definiendo una función de corriente $\psi(x, y)$ que automáticamente satisface la ecuación de continuidad, es decir,

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{y} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Introduciendo la nueva variable

$$\eta = y\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}$$

se puede hacer

$$\psi = \sqrt{\nu x U_\infty}\, f(\eta)$$

donde $f(\eta)$ denota una función de corriente adimensional. En términos de $f(\eta)$, las componentes de la velocidad son

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = U_\infty \frac{d[f(\eta)]}{d\eta}$$

y

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\nu U_\infty}{x}}\left\{\frac{d[f(\eta)]}{d\eta}\eta - f(\eta)\right\}$$

Expresando $\partial u/\partial x$, $\partial u/\partial y$ y $\partial^2 u/\partial y^2$ en términos de η e insertando las expresiones resultantes en la ecuación de la cantidad de movimiento se obtiene la ecuación diferencial ordinaria, no lineal y de tercer orden

$$f(\eta)\frac{d^2[f(\eta)]}{d\eta^2} + 2\frac{d^3[f(\eta)]}{d\eta^3} = 0$$

la cual se debe resolver sujeta a las tres condiciones de frontera

$$f(\eta) = 0 \quad \text{y} \quad \frac{d[f(\eta)]}{d\eta} = 0 \quad \text{en} \quad \eta = 0$$

y

$$\frac{d[f(\eta)]}{d\eta} = 1 \quad \text{en} \quad \eta = \infty$$

La solución para esta ecuación diferencial la obtuvo numéricamente Blasius en 1908 [10]. Los resultados significativos se muestran en las figuras 4.11 y 4.12.

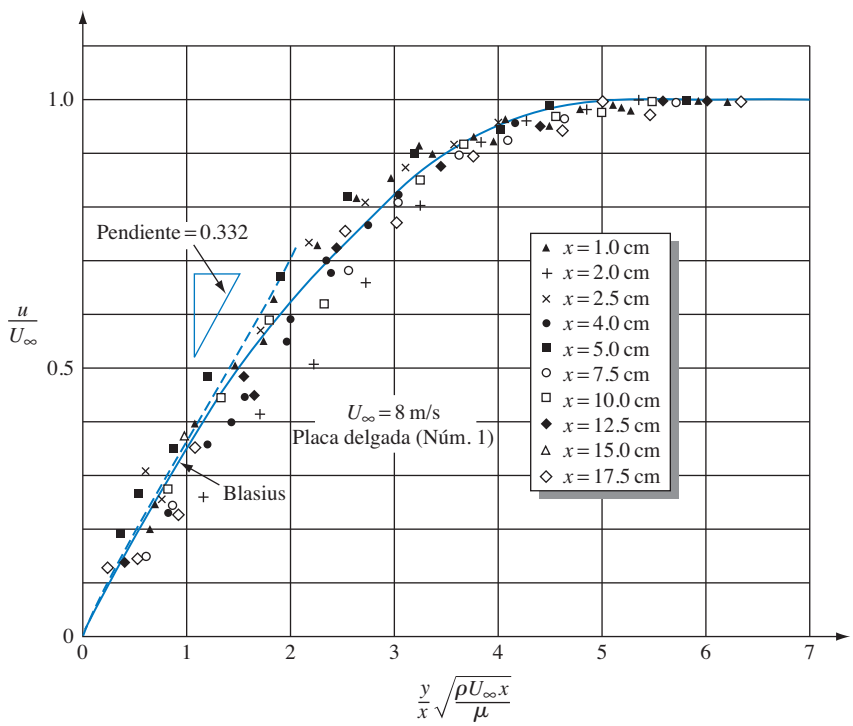


FIGURA 4.11 Perfil de velocidad en una capa límite laminar de acuerdo con Blasius, con datos experimentales de Hansen [11].

Fuente: Cortesía del National Advisory Committee for Aeronautics, NACA TM 585.

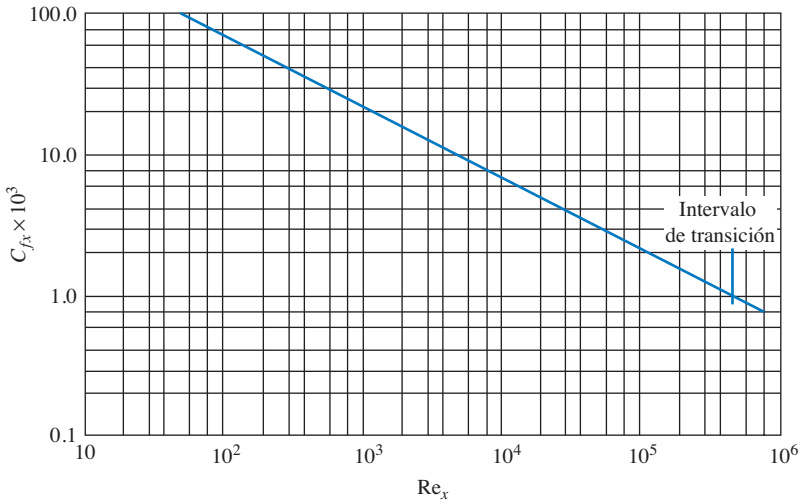


FIGURA 4.12 Coeficiente de fricción local contra el número de Reynolds basado en la distancia desde el borde de ataque para flujo laminar sobre una placa plana.

En la figura 4.11, los perfiles de velocidad de Blasius en la capa límite laminar en una placa plana están trazados en forma adimensional junto con datos experimentales obtenidos por Hansen [11]. La ordenada es la velocidad local en la dirección x, que es u, dividida entre la velocidad de corriente libre U_∞ y la abscisa es un parámetro de distancia adimensional $(y/x)\sqrt{(\rho U_\infty x)/\mu}$. Se observa que una sola curva es suficiente para correlacionar las distribuciones de velocidad en todas las estaciones a lo largo de la placa. La velocidad u alcanza 99% del valor de corriente libre U_∞ en $(y/x)\sqrt{(\rho U_\infty x)/\mu} = 5.0$. Si se define el espesor de la capa límite hidrodinámica como la distancia desde la superficie a la que la velocidad local u alcanza 99% del valor de corriente libre U_∞, el espesor de la capa límite δ se vuelve

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \tag{4.28}$$

donde $\mathrm{Re}_x = \rho U_\infty x/\mu$, que es el número de Reynolds local. La ecuación (4.28) satisface la descripción cualitativa del crecimiento de la capa límite, δ es cero en el borde de ataque ($x = 0$) y aumenta con x a lo largo de la placa. En cualquier situación, es decir, a cualquier valor dado de x, el espesor de la capa límite es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de Reynolds local. De aquí, un aumento en la velocidad resulta en una disminución en el espesor de la capa límite.

La fuerza cortante en la pared se puede determinar a partir del gradiente de velocidad en $y = 0$ en la figura 4.11. Se observa que

$$\left.\frac{\partial(u/U_\infty)}{\partial(y/x)\sqrt{\mathrm{Re}_x}}\right|_{y=0} = 0.332$$

y por tanto en cualquier valor especificado de x el gradiente de velocidad en la superficie es

$$\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = 0.332\,\frac{U_\infty}{x}\sqrt{\mathrm{Re}_x}$$

Sustituyendo este gradiente de velocidad en la ecuación para el cortante, el cortante en la pared por área unitaria τ_s es

$$\tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = 0.332\mu \frac{U_\infty}{x} \sqrt{\mathrm{Re}_x} \tag{4.29}$$

Se observa que el cortante en la pared cerca del borde de ataque es muy grande y disminuye con el aumento en la distancia desde el borde de ataque.

Para una representación gráfica, es más conveniente utilizar coordenadas adimensionales. Dividiendo los dos lados de la ecuación (4.29) entre la presión de la velocidad de la corriente libre $\rho U_\infty^2/2$, se obtiene

$$C_{fx} = \frac{\tau_s}{\rho U_\infty^2/2} = \frac{0.664}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \tag{4.30}$$

donde C_{fx} es el coeficiente de rozamiento local adimensional o coeficiente de fricción. La figura 4.12 es una gráfica de C_{fx} contra Re_x y muestra la variación del coeficiente de fricción local de manera gráfica. El coeficiente de fricción promedio se obtiene integrando la ecuación (4.30) entre el borde de ataque $x = 0$ y $x = L$:

$$\bar{C}_f = \frac{1}{L}\int_0^L C_{fx}\,dx = 1.33\sqrt{\frac{\mu}{U_\infty \rho L}} \tag{4.31}$$

Por tanto, para flujo laminar sobre una placa plana, el coeficiente de fricción promedio $\bar{C}_f$ es igual al doble del valor del coeficiente de fricción local en $x = L$:

4.8.2 Transferencia de calor por convección

La ecuación de conservación de la energía para una capa límite laminar es

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{4.7b}$$

Las velocidades en la ecuación de conservación de la energía, u y v, tienen los mismos valores en cualquier punto (x, y) como en la ecuación de dinámica de fluidos, ecuación (4.5). En el caso de la placa plana, Pohlhausen [12] utilizó las velocidades calculadas antes por Blasius [10] para obtener la solución del problema de transferencia de calor. Sin considerar los detalles de esta solución matemática, se pueden obtener resultados significativos comparando la ecuación (4.7*b*) con la ecuación (4.5), la ecuación de la cantidad de movimiento. Las dos ecuaciones son similares; de hecho $u(x, y)$ también es una solución para la distribución de temperatura $T(x, y)$ si $v = \alpha$ y si la temperatura de la placa T_s es constante. Esto se puede verificar con facilidad remplazando el símbolo T en la ecuación (4.7*b*) por el símbolo u y observando que las condiciones límites para T y u son idénticas. Si se utiliza la temperatura

superficial como referencia y se deja que la variable en la ecuación (4.7*b*) sea $(T - T_s)/(T_\infty - T_s)$, entonces las condiciones de frontera son

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{u}{U_\infty} = 0 \quad \text{en } y = 0$$

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{u}{U_\infty} = 1 \quad \text{en } y \to \infty$$

donde T_∞ es la temperatura de corriente libre.

La condición de que $\nu = \alpha$ corresponde a un número de Prandtl igual a la unidad ya que

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$$

Para Pr = 1, la distribución de velocidad es, por tanto, idéntica a la distribución de temperatura. Una interpretación en términos de procesos físicos es que la transferencia de cantidad de movimiento es análoga a la transferencia de calor cuando Pr = 1. Las propiedades físicas de la mayoría de los gases son tales que tienen números de Prandtl que varían de 0.6 a 1.0 y por tanto, la analogía es satisfactoria. Por otro lado, los líquidos tiene números de Prandtl considerablemente diferentes y el análisis anterior no se puede aplicar directamente [13].

Utilizando los resultados analíticos del trabajo de Pohlhausen, la distribución de temperatura en la capa límite laminar para Pr = 1 se puede modificar empíricamente para incluir fluidos con números de Prandtl diferentes de la unidad. En la figura 4.13 se muestran perfiles de temperatura calculados teóricamente en la capa límite para valores de Pr de 0.6. 0.8, 1.0, 3.0, 7.0, 15 y 50. Ahora se define un espesor de capa límite térmica δ_t como la distancia desde la superficie a la que la diferencia de temperatura entre la pared y el fluido alcanza 99% del valor de corriente libre. Al analizar los perfiles de temperatura se tiene que la capa límite térmica es mayor que la capa límite hidrodinámica para fluidos con Pr menores que la unidad, pero

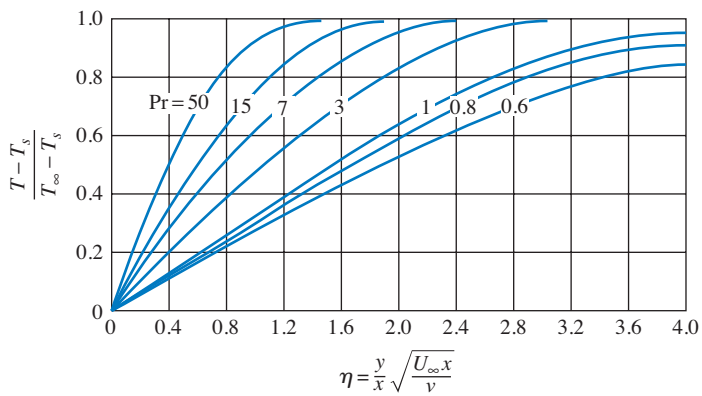


FIGURA 4.13 Distribuciones de temperatura adimensionales en un fluido que circula sobre una placa caliente para varios números de Prandtl.

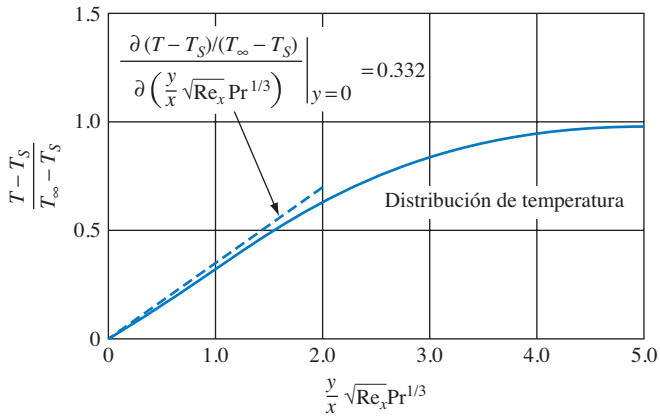


FIGURA 4.14 Distribución de temperatura adimensional para flujo laminar sobre una placa caliente a temperatura uniforme.

son menores cuando Pr es mayor que la unidad. De acuerdo con los cálculos de Pohlhausen, la relación entre las capas límites térmica e hidrodinámica es aproximadamente

$$\delta/\delta_t = \mathrm{Pr}^{1/3} \tag{4.32}$$

Utilizando el mismo factor de corrección, $\mathrm{Pr}^{1/3}$, a cualquier distancia desde la superficie, las curvas de la figura 4.13 se vuelven a trazar en la figura 4.14. La nueva abscisa es $\mathrm{Pr}^{1/3}(y/x)\sqrt{\mathrm{Re}_x}$ y la ordenada es la temperatura adimensional $(T - T_s)/(T_\infty - T_s)$, donde T es la temperatura local del fluido, T_s es la temperatura superficial de la placa y T_∞ la temperatura de corriente libre. Esta modificación de la ordenada produce los perfiles de temperatura para un intervalo amplio de números de Prandtl en una sola línea, que es la curva para $\mathrm{Pr} = 1$.

4.8.3 Evaluación del coeficiente de transferencia de calor por convección

Ahora se pueden determinar la tasa de transferencia de calor por convección y el coeficiente de transferencia de calor por convección. El gradiente de temperatura adimensional en la superficie (en $y = 0$) es

$$\left.\frac{\partial[(T - T_s)/(T_\infty - T_s)]}{\partial[(y/x)\sqrt{\mathrm{Re}_x}\,\mathrm{Pr}^{1/3}]}\right|_{y=0} = 0.332$$

Por tanto, en cualquier valor especificado de x,

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = 0.332\,\frac{\mathrm{Re}_x^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3}}{x}(T_\infty - T_s) \tag{4.33}$$

y la tasa local de transferencia de calor por convección por área unitaria se convierte, al sustituir $\partial T/\partial y$ de la ecuación (4.33), en

$$q_c'' = -k\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = -0.332\,k\,\frac{\mathrm{Re}_x^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3}}{x}(T_\infty - T_s) \tag{4.34}$$

La tasa total de transferencia de calor de una placa de ancho b y longitud L, obtenida integrando q_c'' de la ecuación (4.34) entre $x = 0$ y $x = L$, es

$$q = 0.664k\,\mathrm{Re}_L^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3}b(T_s - T_\infty) \tag{4.35}$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección es

$$h_{cx} = \frac{q_c''}{(T_s - T_\infty)} = 0.332\,\frac{k}{x}\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3} \tag{4.36}$$

y el número de Nusselt local correspondiente es

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_{cx}x}{k} = 0.332\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3} \tag{4.37}*$$

El número de Nusselt promedio $\overline{h}_cL/k$ se obtiene integrando el lado derecho de la ecuación (4.36) entre $x = 0$ y $x = L$ y dividiendo el resultado entre L para obtener $\overline{h}_c$, que es el valor promedio de h_{cx}; multiplicando $\overline{h}_c$ por L/k da

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.664\,\mathrm{Re}_L^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3} \tag{4.38}$$

El valor promedio del número de Nusselt sobre una longitud L de la placa es, por tanto, el doble del valor local de $\mathrm{Nu}_x =$ en $x = L$. Se puede verificar con facilidad que la misma relación entre el valor promedio y el local es válida también para el coeficiente de transferencia de calor, es decir,

$$\overline{h}c = 2h_{c(x=L)} \tag{4.39}$$

En la práctica, las propiedades físicas en las ecuaciones (4.32) a (4.38) varían con la temperatura, en tanto que para fines de análisis se supuso que las propiedades físicas son constantes. Se han determinado datos experimentales que concuerdan satisfactoriamente con los resultados anticipados analíticamente si las propiedades se evalúan a una temperatura media a la mitad entre la de la superficie y la temperatura de corriente libre; esta temperatura media se denomina *temperatura de película.*

EJEMPLO 4.3 Un colector solar de placa plana se coloca horizontalmente sobre un techo, como se muestra en la figura 4.15. Para determinar su eficiencia, se necesita calcular la pérdida de calor de su superficie al entorno. El colector es una franja larga de 1 ft de ancho. La temperatura superficial del colector es 140 °F. Si un viento a 60 °F sopla sobre el colector a una velocidad de 10 ft/s, calcule las cantidades siguientes en $x = 1$ ft y $x = x_c$ en unidades inglesas y SI:

a) el espesor de la capa límite
b) el coeficiente de fricción local
c) el coeficiente de fricción promedio
d) el rozamiento local o esfuerzo cortante debido a la fricción

*Observe que la ecuación (4.37) se dedujo con la suposición de que $\mathrm{Pr} \geq 1$. Por tanto, no es válida para valores pequeños de Pr, es decir, metales líquidos. Una ecuación empírica para los números de Nusselt locales para metales líquidos ($\mathrm{Pr} < 0.1$) se da en la tabla 4.5 en la página 283.

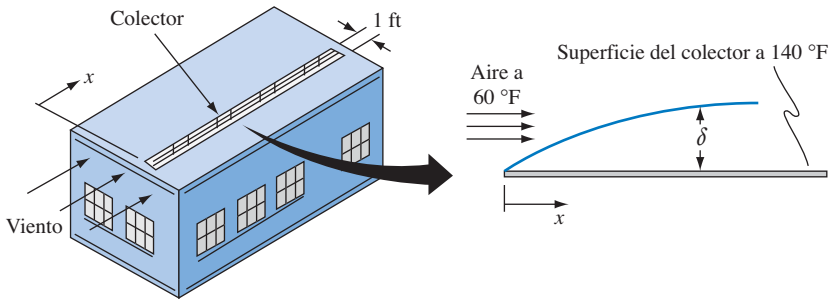


FIGURA 4.15 Colector solar de placa plana del ejemplo 4.3.

e) espesor de la capa límite térmica
f) coeficiente de transferencia de calor por convección local
g) coeficiente de transferencia de calor por convección promedio
h) tasa de transferencia de calor por convección

SOLUCIÓN Las propiedades relevantes del aire a 100 °F en unidades inglesas son

$$\begin{aligned}\rho &= 0.071\,\text{lb}_\text{m}/\text{ft}^3\\ c_p &= 0.240\,\text{Btu}/\text{lb}_\text{m}\,^\circ\text{F}\\ \mu &= 1.285\times10^{-5}\,\text{lb}_\text{m}/\text{ft s}\\ k &= 0.0154\,\text{Btu/h ft}\,^\circ\text{F}\\ \text{Pr} &= 0.72\end{aligned}$$

El número local de Reynolds en $x = 1$ ft (0.305 m) es

$$\text{Re}_{x=1} = \frac{U_\infty \rho x}{\mu} = \frac{(10\,\text{ft/s})(0.071\,\text{lb}_\text{m}/\text{ft}^3)(1\,\text{ft})}{1.285\times10^{-5}\,\text{lb}_\text{m}/\text{ft s}} = 55\,200$$

y en $x = 9$ ft es

$$\text{Re}_{x=9} = 5\times10^5$$

Suponiendo que el número crítico de Reynolds es 5×10^5, la distancia crítica es

$$x_c = \frac{\text{Re}_c\mu}{U_\infty\rho} = \frac{(5\times10^5)(1.285\times10^{-5}\,\text{lb}_\text{m}/\text{ft s})}{(10\,\text{ft/s})(0.071\,\text{lb}_\text{m}/\text{ft}^3)} = 9.0\,\text{ft}\,(2.8\,\text{m})$$

Las cantidades deseadas se determinan sustituyendo los valores apropiados de la variable en las ecuaciones pertinentes. Los resultados de los cálculos se muestran en la tabla 4.4 y se sugiere que el lector los verifique.

TABLA 4.4 Resultados del ejemplo 4.3

Parte	Símbolo	Ecuación utilizada	Unidades inglesas	Resultado ($x = 1$ ft)	Resultado ($x = 9$ ft)	Unidades SI	Resultado ($x = 0.305$ m)	Resultado ($x = 2.8$ m)
a)	δ	(4.28)	ft	0.0213	0.0638	m	0.00648	0.0195
b)	C_{fx}	(4.30)	—	0.00283	0.000942	—	0.00283	0.000942
c)	$\bar{C}_f$	(4.31)	—	0.00566	0.00189	—	0.00566	0.00189
d)	τ_s	(4.29)	lb_f/ft^2	3.12×10^{-4}	1.04×10^{-4}	N/m^2	0.0149	0.00497
e)	δ_t	(4.32)	ft	0.0237	0.0712	m	0.00723	0.0217
f)	h_{cx}	(4.36)	Btu/h ft² °F	1.08	0.359	W/m² K	6.12	2.04
g)	$\bar{h}_c$	(4.39)	Btu/h ft² °F	2.18	0.718	W/m² K	12.23	4.08
h)	q	(4.35)	Btu/h	172	517	W	50.5	152

Una relación útil entre el número de Nusselt local, Nu_x y el coeficiente de fricción correspondiente, C_{fx}, se obtiene dividiendo la ecuación (4.37) entre $Re_x Pr^{1/3}$.

$$\left(\frac{Nu_x}{Re_x Pr}\right) Pr^{2/3} = \frac{0.332}{Re_x^{1/2}} = \frac{C_{fx}}{2} \tag{4.40}$$

La relación adimensional $Nu_x/Re_x Pr$ se conoce como el *número de Stanton*, St_x. De acuerdo con la ecuación (4.40), el número de Stanton por el número de Prandtl elevado a la potencia de dos tercios es igual a la mitad del valor del coeficiente de fricción. Esta relación entre transferencia de calor y fricción del fluido la propuso Colburn [14] e ilustra la interrelación de los dos procesos.

4.9* Análisis integral aproximado de la capa límite

Para evitar los problemas implicados en la solución de ecuaciones diferenciales parciales de la capa límite, se puede utilizar un enfoque integral. Para ese fin, considere un volumen de control elemental que se extiende de la pared hasta más allá del límite de la capa límite en la dirección y, tiene un espesor dx en la dirección x y tiene un ancho unitario en la dirección z, como se muestra en la figura 4.16. Para obtener una relación para el flujo neto de entrada de la cantidad de movimiento y el transporte

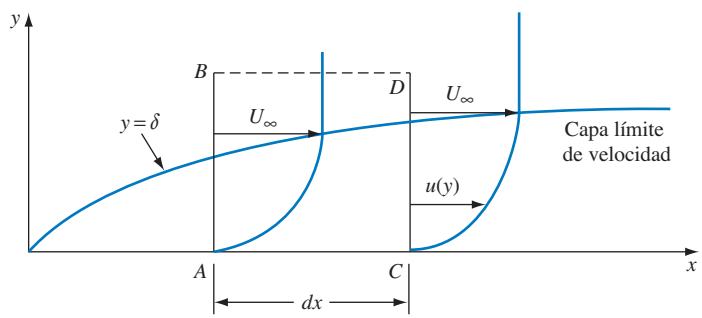


FIGURA 4.16 Volumen de control para el análisis integral de la cantidad de movimiento.

de energía neto, se procede de una manera similar a la empleada para deducir las ecuaciones de la capa límite en la sección anterior.

El flujo de la cantidad de movimiento a través de la cara *AB* en la figura 4.16 será:

$$\int_0^\delta \rho u^2 \, dy$$

De manera similar, el flujo de la cantidad de movimiento a través de la cara *CD* será

$$\int_0^\delta \rho u^2 \, dy + \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u^2 \, dy \, dx$$

El fluido también entra en el volumen de control a través de la cara *BD* a una tasa de

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u \, dy \, dx$$

Esta cantidad es la diferencia entre la tasa de flujo que sale a través de la cara *CD* y la del flujo que entra a través de la cara *AB*. Como el fluido que entra a través de *BD* tiene una componente de la velocidad en la dirección x igual a la velocidad de corriente libre U_∞, el flujo de la cantidad de movimiento x hacia el volumen de control a través de la cara superior es

$$U_\infty \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u \, dy \, dx$$

Sumando las componentes de la cantidad de movimiento x da

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u^2 \, dy \, dx - U_\infty \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u \, dy \, dx = -\frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u (U_\infty - u) \, dy$$

No habrá cortante a través de la cara *BD* ya que esta cara está fuera de la capa límite, donde du/dy es igual a cero. Sin embargo, existe un esfuerzo cortante τ_w que actúa sobre las caras *AB* y *CD*. Escribiendo las fuerzas netas que actúan sobre el volumen de control y sumándolas se obtiene la relación

$$p\delta - \left(p + \frac{dp}{dx} dx\right)\delta - \tau_w \, dx = -\delta \frac{dp}{dx} dx - \tau_w \, dx \tag{4.41}$$

Para flujo sobre una placa plana, el gradiente de presión en la dirección x se puede ignorar y entonces la ecuación de la cantidad de movimiento se puede escribir en la forma

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u (U_\infty - u) dy = \tau_w \tag{4.42}$$

La ecuación integral de la energía se puede deducir de una manera similar. Sin embargo, en este caso en la deducción se debe utilizar un volumen de control que se extienda más allá de los límites tanto de la temperatura como de las capas límites de

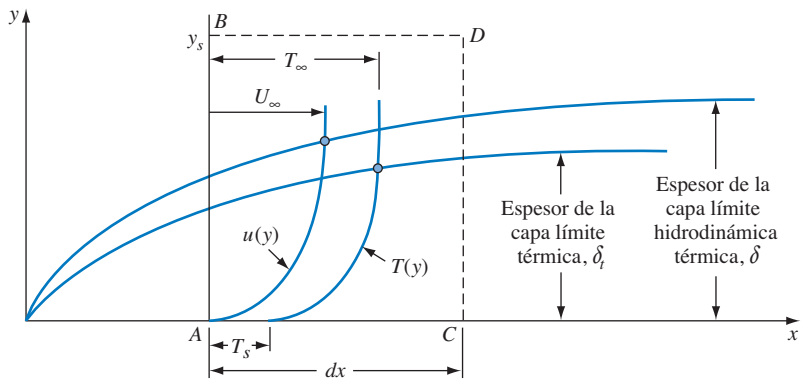


FIGURA 4.17 Volumen de control para el análisis integral de conservación de la energía.

la velocidad (consulte la figura 4.17). La primera ley de la termodinámica demanda que se considere la energía en forma de entalpía, energía cinética y calor, así como de trabajo de corte. Sin embargo, para velocidades bajas los términos de la energía cinética y del trabajo de corte son pequeños comparados con las otras cantidades y se pueden ignorar; entonces la tasa a la que entra la entalpía a través de la cara *AB* está dada por

$$\int_0^{y_s} c_p \rho u T \, dy$$

en tanto que la tasa de flujo de salida de la entalpía a través de la cara *CD* es

$$\int_0^{y_s} c_p \rho u T \, dy + \frac{d}{dx} \int_0^{y_s} c_p \rho u T dy \, dx$$

La entalpía transportada hacia el volumen de control a través de la cara superior está dada por

$$c_p T_s \frac{d}{dx} \int_0^{y_s} \rho u \, dy \, dx$$

Por último, el calor se conducirá a través de la interfaz entre el fluido y la superficie del sólido a la tasa

$$-k\,dx \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}$$

Sumando todas las cantidades de energía se obtiene la ecuación integral para la conservación de la energía en la forma

$$c_p T_\infty \frac{d}{dx} \int_0^{y_s} \rho u \, dy \, dx - \frac{d}{dx} \int_0^{y_s} \rho c_p T u \, dy \, dx - k\,dx \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = 0 \qquad (4.43)$$

Sin embargo, se debe observar que fuera del límite de la capa límite térmica, la temperatura es igual a la temperatura de corriente libre, T_∞, de manera que la integración sólo se necesita calcular hasta $y = \delta_t$. Por tanto, la ecuación (4.43) se puede simplificar a la forma

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_t}(T_\infty - T)u\,dy - \alpha\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = 0 \tag{4.44}$$

que suele conocerse como la ecuación integral de la energía de la capa límite laminar para flujo a baja velocidad.

4.9.1 Evaluación de la transferencia de calor y de los coeficientes de fricción en flujo laminar

En el método integral aproximado, el primer paso es suponer contornos de velocidad y temperatura en la forma de polinomios. Después, los coeficientes de los polinomios se evalúan para satisfacer las condiciones de frontera. Suponiendo un polinomio de cuatro términos para la distribución de la velocidad [15]

$$u(y) = a + by + cy^2 + dy^3 \tag{4.45}$$

las constantes se evalúan aplicando condiciones de frontera

$$\text{en } y = 0: \quad u = 0 \quad \text{por tanto} \quad a = 0$$

$$u = v = 0 \quad \text{por tanto} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$y = \delta: \quad u = U_\infty \quad \text{y} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

Estas condiciones proporcionan cuatro ecuaciones para la evaluación de los cuatro coeficientes desconocidos en términos de la velocidad de corriente libre y del espesor de la capa límite. Se puede verificar con facilidad que los coeficientes que satisfacen estas condiciones de frontera son

$$a = 0 \qquad b = \frac{3}{2}\frac{U_\infty}{\delta} \qquad c = 0 \qquad d = -\frac{U_\infty}{2\delta^3}$$

Sustituyendo estos coeficientes en la ecuación (4.45) y dividiendo todo entre la velocidad de la corriente libre U_∞ para no dimensionalizar el resultado, se obtiene

$$\frac{u}{U_\infty} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \tag{4.46}$$

Sustituyendo la ecuación (4.46) para la distribución de la velocidad en la ecuación integral de la cantidad de movimiento [ecuación (4.42)] se obtiene

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta}\rho U_\infty^2\left[\frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]\cdot\left[1 - \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} + \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]dy = \tau_w = \mu\left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0} \tag{4.47}$$

El esfuerzo cortante en la pared τ_w se puede obtener evaluando el gradiente de velocidad de la ecuación (4.46) en $y = 0$. Sustituyendo para τ_w y efectuando la integración en la ecuación (4.47) da

$$\frac{d}{dx}\left(\rho U_\infty^2 \frac{39\delta}{280}\right) = \frac{3}{2}\mu\frac{U_\infty}{\delta} \tag{4.48}$$

La ecuación (4.48) se puede reacomodar e integrar para obtener el espesor de la capa límite en términos de la viscosidad, de la distancia desde el borde de ataque y distribución de la velocidad de la corriente libre:

$$\frac{\delta^2}{2} = \frac{140\nu x}{13U_\infty} + C \tag{4.49}$$

Como $\delta = 0$ en el borde de ataque (es decir, $x = 0$), el coeficiente C en la relación anterior debe ser igual a 0 y

$$\delta^2 = \frac{280\nu x}{13U_\infty}$$

o

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\mathrm{Re}_x^{1/2}} \tag{4.50}$$

Para evaluar el coeficiente de fricción, se sustituye la ecuación (4.46) en la ecuación (4.47):

$$\tau_w = \mu\frac{du}{dy}\bigg|_{y=0} = \mu\frac{3}{2}\frac{U_\infty}{\delta}$$

Sustituyendo para δ de la ecuación (4.50) da

$$\tau_w = \frac{3}{9.28}\frac{\mu U_\infty}{x}\mathrm{Re}_x^{1/2}$$

y el coeficiente de fricción C_{fx} es

$$C_{fx} = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} = \frac{0.647}{\mathrm{Re}_x^{1/2}} \tag{4.51}$$

A continuación se recurre a la ecuación de energía y se propone una distribución de temperatura en la capa límite de la misma forma que la distribución de velocidad:

$$T(y) = e + fy + gy^2 + hy^3 \tag{4.52}$$

Las condiciones de frontera para la distribución de la temperatura son en $y = 0$, $T = T_s$; en $y = \delta_t$ (el espesor de la capa límite térmica), $T = T_\infty$ y $dT/dy = 0$. Además, de la ecuación (4.7*b*), d^2T/dy^2 en $y = 0$ debe ser cero debido a que u y v son cero en la interfaz. A partir de estas condiciones, se deduce que las constantes son:

$$e = T_s \quad f = \frac{3}{2}\frac{(T_\infty - T_s)}{\delta_t} \quad g = 0 \quad h = \frac{(T_\infty - T_s)}{2\delta_t^3}$$

Si la variable en la ecuación de energía se toma como la temperatura en el fluido menos la temperatura en la pared, la distribución de temperatura se puede escribir en la forma adimensional

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3 \tag{4.53}$$

Utilizando las ecuaciones (4.53) y (4.46) para $T - T_s$ y u, respectivamente, la integral en la ecuación (4.44) se puede escribir como

$$\int_0^{\delta_t} (T_\infty - T)u\, dy = \int_0^{\delta_t} [(T_\infty - T_s) - (T - T_s)]u\, dy$$

$$= (T_\infty - T_s)U_\infty \int_0^{\delta_t} \left[1 - \frac{3}{2}\frac{y}{\delta_t} + \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3\right]\left[\frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right] dy$$

Efectuando la multiplicación bajo el signo de integral, se obtiene

$$(T_\infty - T_s)U_\infty \int_0^{\delta_t} \left(\frac{3}{2\delta}y - \frac{9}{4\delta\delta_t}y^2 + \frac{3}{4\delta\delta_t^3}y^4 - \frac{1}{2\delta^3}y^3 + \frac{3}{4\delta_t\delta^3}y^4 - \frac{1}{4\delta_t^3\delta^3}y^6\right) dy$$

que produce, después de integrar,

$$(T_\infty - T_s)U_\infty \left(\frac{3}{4}\frac{\delta_t^2}{\delta} - \frac{3}{4}\frac{\delta_t^2}{\delta} + \frac{3}{20}\frac{\delta_t^2}{\delta} - \frac{1}{8}\frac{\delta_t^4}{\delta^3} + \frac{3}{20}\frac{\delta_t^4}{\delta^3} - \frac{1}{28}\frac{\delta_t^4}{\delta^3}\right)$$

Si se hace $\zeta = \delta_t/\delta$, la expresión anterior se puede escribir como

$$(T_\infty - T_s)U_\infty \delta \left(\frac{3}{20}\zeta^2 - \frac{3}{280}\zeta^4\right)$$

Para fluidos que tienen un número de Prandtl igual a o mayor que la unidad, ζ es igual a o menor que la unidad y el segundo término entre paréntesis se puede ignorar comparado con el primero.* Sustituyendo esta forma aproximada para la integral en la ecuación (4.44), se obtiene

$$\frac{3}{20}U_\infty(T_\infty - T_s)\zeta^2\frac{\partial\delta}{\partial x} = \alpha\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{3}{2}\alpha\frac{T_\infty - T_s}{\delta\zeta}$$

o

$$\frac{1}{10}U_\infty\zeta^3\delta\frac{\partial\delta}{\partial x} = \alpha$$

*Para metales líquidos, que tienen $\Pr \ll 1$, $\zeta > 1$ y el segundo término se puede ignorar.

De la ecuación (4.50), se obtiene

$$\delta \frac{\partial \delta}{\partial x} = 10.75 \frac{\nu}{U_\infty}$$

y con esta expresión se obtiene

$$\zeta^3 = \frac{10}{10.75} \frac{\alpha}{\nu}$$

o

$$\delta_t = 0.976\delta \, \mathrm{Pr}^{-1/3} \tag{4.54}$$

Excepto para la constante numérica (0.976 comparada con 1.0), el resultado anterior concuerda con el cálculo exacto de Pohlhausen [12].

La tasa de flujo de calor por convección de la placa por área unitaria es, de las ecuaciones (4.1) y (4.53),

$$q_c'' = -k \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = -\frac{3}{2} \frac{k}{\delta_t} (T_\infty - T_s)$$

Sustituyendo en las ecuaciones (4.50) y (4.54) para δ y δ_t se obtiene

$$q'' = -\frac{3}{2} \frac{k}{x} \frac{\mathrm{Pr}^{1/3}\mathrm{Re}_x^{1/2}}{(0.976)(4.64)} (T_\infty - T_s) = 0.33 \frac{k}{x} \mathrm{Re}_x^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3}(T_s - T_\infty) \tag{4.55}$$

y el número de Nusselt local, Nu_x, es

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_{cx}x}{k} = \frac{q_c''}{(T_s - T_\infty)} \frac{x}{k} = 0.33\mathrm{Re}_x^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3} \tag{4.56}$$

Este resultado concuerda muy bien con la ecuación (4.37), el resultado de un análisis exacto de Pohlhausen [12].

El ejemplo anterior ilustra la utilidad del análisis aproximado de la capa límite. Con un poco de visión e intuición física como guía, esta técnica produce resultados satisfactorios sin la complicación matemática inherente en las ecuaciones exactas de la capa límite. El método aproximado se ha aplicado a muchos otros problemas y los resultados están disponibles en obras de consulta.

4.10* Analogía entre la cantidad de movimiento y la transferencia de calor en flujo turbulento sobre una superficie plana

En la mayoría de aplicaciones prácticas, el flujo en la capa límite es turbulento en lugar de laminar. De forma cuantitativa el mecanismo de intercambio en flujo turbulento se puede representar como una magnificación del intercambio molecular en flujo laminar. En flujo laminar en régimen permanente, las partículas de fluido siguen líneas de corriente bien definidas. El calor y la cantidad de movimiento se transfieren a través de las líneas de corriente sólo por difusión molecular y el flujo transversal es tan pequeño que cuando se inyecta un tinte de color en el fluido en algún

punto, éste sigue una línea de corriente sin mezclarse de manera apreciable. Por otro lado, en flujo turbulento el tinte se distribuirá sobre un área amplia, una distancia corta, corriente abajo, desde el punto de la inyección. El mecanismo de mezclado consiste en remolinos con fluctuaciones rápidas que transportan partículas del fluido de manera irregular. Los grupos de partículas chocan unos contra otros de forma aleatoria, establecen un flujo transversal a una escala macroscópica y mezclan de manera efectiva el fluido. Como el mezclado en un flujo turbulento es a una escala macroscópica con grupos de partículas transportados en una trayectoria zigzagueante a través del fluido, el mecanismo de intercambio es muchas veces más efectivo que en flujo laminar. Como resultado, las tasas de transferencia de calor y de cantidad de movimiento en flujo turbulento y la fricción asociada y los coeficientes de transferencia de calor son muchas veces mayores que en flujo laminar.

Si el flujo turbulento en un punto se promedia durante un periodo prolongado (comparado con el periodo de una sola fluctuación), las propiedades medidas con respecto al tiempo y la velocidad del fluido son constantes si el flujo promedio permanece en régimen permanente. Por tanto, es posible describir cada propiedad del fluido y la velocidad en flujo turbulento en términos de un *valor medio* que no varía con el tiempo y de una *componente fluctuante* que es una función del tiempo. Para simplificar el problema, considere un flujo bidimensional (figura 4.18) en el que el valor medio de la velocidad es paralelo a la dirección x. Entonces las componentes de la velocidad instantánea u y v se pueden expresar en la forma

$$u = \bar{u} + u' \qquad (4.57)$$
$$v = v'$$

donde la barra sobre un símbolo denota el valor medio con respecto al tiempo y la comilla simple denota la desviación instantánea del valor medio. De acuerdo con el modelo utilizado para describir el flujo,

$$\bar{u} = \frac{1}{t^*} \int_0^{t^*} u\, dt \qquad (4.58)$$

donde t^* es un intervalo de tiempo prolongado comparado con el periodo de las fluctuaciones. En la figura 4.19 se muestra de manera cualitativa la variación del tiempo de u y u'. De la ecuación (4.58) o del análisis de la gráfica, es evidente que el promedio del tiempo de u' es cero (es decir, $\overline{u'} = 0$). Un argumento similar muestra que $\overline{v'}$ y $\overline{(pv')}$ también son cero.

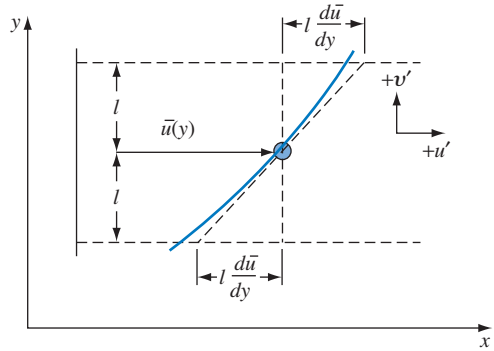


FIGURA 4.18 Longitud de mezclado para transferencia de calor en flujo turbulento.

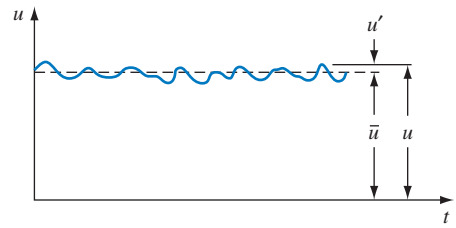


FIGURA 4.19 Variación de la velocidad instantánea con el tiempo en flujo turbulento.

Las componentes fluctuantes de la velocidad transportan masa de manera continua y en consecuencia cantidad de movimiento, a través de un plano normal a la dirección y. La tasa instantánea de transferencia en la dirección y de la cantidad de movimiento x por área unitaria en cualquier punto es

$$-(\rho v)'(\bar{u} + u')$$

donde el signo menos, como se mostrará más adelante, toma en cuenta la correlación estadística entre u' y v'.

El promedio con respecto al tiempo de la transferencia de cantidad de movimiento x da origen a un esfuerzo cortante turbulento *aparente* o esfuerzo de Reynolds τ_t, definido por

$$\tau_t = -\frac{1}{t^*}\int_0^{t^*} (\rho v)'(\bar{u} + u')\, dt \tag{4.59}$$

Descomponiendo en partes este término, el promedio con respecto al tiempo de la primera es

$$\frac{1}{t^*}\int_0^{t^*} (\rho v)'\bar{u}\, dt = 0$$

puesto que $\bar{u}$ es una constante y el promedio con respecto al tiempo de $(\rho v)'$ es cero. Integrando el segundo término, la ecuación (4.59) se convierte en

$$\tau_t = -\frac{1}{t^*}\int_0^{t^*} (\rho v)'u'\, dt = -\overline{(\rho v)'u'} \tag{4.60}$$

o, si ρ es constante,

$$\tau_t = -\rho\overline{(v'u')} \tag{4.61}$$

donde $\overline{(v'u')}$ es el promedio con respecto al tiempo del producto de u' y v'.

No es difícil visualizar que los promedios con respecto al tiempo de los productos mezclados de las fluctuaciones de la velocidad, como $\overline{v'u'}$, difieren de cero. De la figura 4.18, se puede observar que las partículas que viajan hacia arriba $(v' > 0)$ llegan a una capa en el fluido en la que la velocidad media $\bar{u}$ es mayor que la capa de donde provienen. Suponiendo que las partículas de fluido conservan, en promedio, su velocidad original $\bar{u}$ durante su migración, tenderán a aminorar la

velocidad de otras partículas de fluido después de que hayan llegado a su destino y, de esa manera, dan origen a una componente negativa u'. Por el contrario, si v' es negativa, el valor observado de u' en el nuevo destino será positivo y viceversa. Por tanto, el promedio con respecto al tiempo de $\overline{u'v'}$ no es en promedio distinto de cero, sino una cantidad negativa. El esfuerzo cortante turbulento definido por la ecuación (4.61) es, por tanto, positivo y tiene el mismo signo que el esfuerzo cortante laminar correspondiente.

$$\tau_l = \mu \frac{d\bar{u}}{dy} = \rho\nu \frac{d\bar{u}}{dy}$$

Sin embargo, se debe observar que el esfuerzo cortante laminar es un esfuerzo verdadero, en tanto que el esfuerzo cortante turbulento aparente es simplemente un concepto introducido para tomar en cuenta los efectos de la transferencia de cantidad de movimiento por fluctuaciones turbulentas. Este concepto permite expresar el esfuerzo cortante total en flujo turbulento como

$$\tau = \frac{\text{fuerza viscosa}}{\text{área}} + \frac{\text{flujo de cantidad de}}{\text{movimiento turbulento}} \tag{4.62}$$

Para relacionar el flujo de la cantidad de movimiento turbulento con el gradiente de velocidad promedio con respecto al tiempo $d\bar{u}/dy$, se postula que las fluctuaciones de las partículas macroscópicas del fluido en flujo turbulento son, en promedio, similares al movimiento de las moléculas en un gas [es decir, viajan, en promedio, una distancia l perpendicular a $\bar{u}$ (figura 4.18) antes de llegar al reposo en otro plano y]. Esta distancia l se conoce como *longitud de mezclado de Prandtl* [16, 17] y corresponde cualitativamente a la trayectoria libre media de una molécula de gas. Suponiendo que las partículas de fluido retienen su identidad y propiedades físicas durante el movimiento transversal y que las fluctuaciones turbulentas se originan principalmente de la diferencia en las propiedades medias con respecto al tiempo entre los planos y espaciados una distancia l, si una partícula de fluido viaja de una capa y a una capa $y + l$,

$$u' \simeq l \frac{d\bar{u}}{dy} \tag{4.63}$$

Con este modelo, el esfuerzo cortante turbulento τ_t en una forma análoga al esfuerzo cortante laminar es

$$\tau_t = -\rho\overline{v'u'} = \rho\varepsilon_M \frac{d\bar{u}}{dy} \tag{4.64}$$

donde el símbolo ε_M se denomina *viscosidad eddy* o coeficiente de intercambio turbulento para la cantidad de movimiento. La viscosidad eddy ε_M es formalmente análoga a la viscosidad cinemática ν, pero, mientras que ν es una propiedad física, ε_M depende de la dinámica del flujo. Al combinar las ecuaciones (4.63) y (4.64) se demuestra que $\varepsilon_M = -v'l$, y la ecuación (4.62) da el esfuerzo cortante total en la forma

$$\tau = \rho(\nu + \varepsilon_M) \frac{d\bar{u}}{dy} \tag{4.65}$$

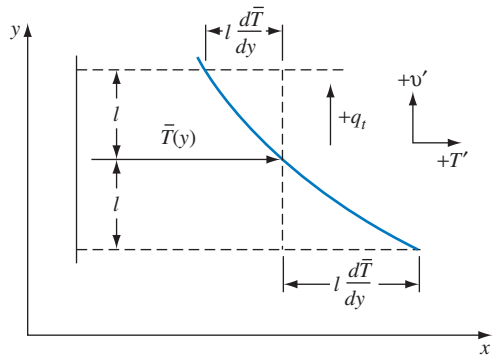


FIGURA 4.20 Longitud de mezclado para transferencia de energía en flujo turbulento.

En flujo turbulento, ε_M es mucho mayor que ν y, por tanto, el término viscoso se puede ignorar.

La transferencia de energía como calor en un flujo turbulento se puede representar de manera análoga. Considere una distribución de temperatura media con respecto al tiempo bidimensional, como se muestra en la figura 4.20. Las componentes fluctuantes de la velocidad transportan partículas de fluido y la energía almacenada en ellas a través de un plano normal a la dirección y. La tasa instantánea de transferencia de energía por área unitaria en cualquier punto en la dirección y es

$$(\rho v')(c_p T) \tag{4.66}$$

donde $T = \bar{T} + T'$. Siguiendo la misma línea de razonamiento que condujo a la ecuación (4.61), el promedio con respecto al tiempo de la transferencia de energía debida a las fluctuaciones, *tasa turbulenta de transferencia de calor,* q_t, es

$$q_t = A\rho c_p \overline{v'T'} \tag{4.67}$$

Utilizando el concepto de la longitud de mezclado de Prandtl, se puede relacionar la fluctuación de la temperatura con el gradiente de temperatura medio con respecto al tiempo mediante la ecuación

$$T' \simeq l\frac{d\bar{T}}{dy} \tag{4.68}$$

Físicamente esto significa que cuando una partícula de fluido migra de una capa y a otra capa a una distancia l arriba o abajo, la fluctuación resultante de la temperatura se ocasiona principalmente por la diferencia entre las temperaturas medias con respecto al tiempo en las capas. Suponiendo que los mecanismos de transporte de la temperatura (o energía) y la velocidad son similares, las longitudes de mezclado en las ecuaciones (4.63) y (4.68) son iguales. Sin embargo, el producto $\overline{v'T'}$, es positivo en promedio debido a que una v' positiva se acompaña por una T', positiva y viceversa.

Combinando las ecuaciones (4.67) y (4.68), la tasa turbulenta de transferencia de calor por área unitaria se convierte en

$$q_t'' = \frac{q_t}{A} = c_p\rho\overline{v'T'} = -c_p\rho\overline{v'l}\frac{d\bar{T}}{dy} \tag{4.69}$$

donde el signo menos es una consecuencia de la segunda ley de la termodinámica (consulte el capítulo 1). Para expresar el flujo de calor turbulento en una forma análoga a la ecuación de conducción de Fourier, se define ε_H, una cantidad denominada *coeficiente de intercambio turbulento para temperatura* o *difusividad eddy de transferencia de calor* por la ecuación $\varepsilon_H = \overline{v'l}$. Sustituyendo ε_H por $\overline{v'l}$ en la ecuación (4.69) da

$$q''_t = -c_p \rho \varepsilon_H \frac{d\bar{T}}{dy} \tag{4.70}$$

La tasa total de transferencia de calor por área unitaria normal a la velocidad de corriente media entonces se puede escribir como

$$q'' = \frac{q}{A} = \frac{\text{conducción molecular}}{\text{área unitaria}} + \frac{\text{transferencia turbulenta}}{\text{área unitaria}}$$

o en forma simbólica como

$$q'' = -c_p \rho (\alpha + \varepsilon_H) \frac{d\bar{T}}{dy} \tag{4.71}$$

donde $\alpha = k/c_p\rho$, que es la difusividad molecular de transferencia de calor. La contribución a la transferencia de calor por conducción molecular es proporcional a α, y la contribución turbulenta es proporcional a ε_H. Para todos los fluidos excepto metales líquidos, ε_H es mucho mayor que α en flujo turbulento. La relación de la viscosidad cinemática molecular a la difusividad molecular del calor, v/α, se ha nombrado con anterioridad número de Prandtl. De manera similar, la relación de la viscosidad eddy turbulenta a la difusividad eddy, $\varepsilon_M/\varepsilon_H$ se podría considerar como un número de Prandtl turbulento Pr_t. De acuerdo con la teoría de la longitud de mezclado de Prandtl, el número de Prandtl turbulento es la unidad ya que $\varepsilon_M = \varepsilon_H = \overline{v'l}$.

Si bien este tratamiento del flujo turbulento está demasiado simplificado, resultados experimentales indican que al menos es cualitativamente correcto. Isakoff y Drew [18] determinaron que Pr_t, para el calentamiento del mercurio en flujo turbulento dentro de un tubo puede variar de 1.0 a 1.6; Forstall y Shapiro [19] determinaron que Pr_t es aproximadamente de 0.7 para gases. Estos últimos investigadores también demostraron que Pr_t es sustancialmente independiente del valor del número de Prandtl laminar así como del tipo de experimento. Suponiendo que Pr_t es igual a la unidad, el flujo de calor turbulento se puede relacionar con el esfuerzo cortante turbulento combinando las ecuaciones (4.64) y (4.70):

$$q''_t = -\tau_t c_p \frac{d\bar{T}}{d\bar{u}} \tag{4.72}$$

Esta relación originalmente se dedujo en 1874 por el científico británico Osborn Reynolds y se denomina *analogía de Reynolds*. Es una buena aproximación cuando el flujo es turbulento y se puede aplicar a capas límite turbulentas así como a flujo turbulento en tubos o conductos. Sin embargo, la analogía de Reynolds no es válida en la subcapa viscosa [20]. Puesto que esta capa ofrece una resistencia térmica grande al flujo de calor, la ecuación (4.72) en general, no es suficiente para describir una solución cuantitativa. Sólo puede emplearse directamente para fluidos que tengan un número de Prandtl de la unidad para calcular la tasa de transferencia de calor. Ahora se considerará este caso especial.

4.11 Analogía de Reynolds para flujo turbulento sobre superficies planas

Para deducir la relación entre la transferencia de calor y la fricción superficial en flujo sobre una superficie plana para un número de Prandtl de la unidad, se recuerda que el esfuerzo cortante laminar τ es

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

y la tasa de flujo de calor por área unitaria a través de cualquier plano perpendicular a la dirección y es

$$q'' = -k \frac{dT}{dy}$$

Combinando estas ecuaciones se produce

$$q'' = -\tau \frac{k}{\mu} \frac{dT}{du} \tag{4.73}$$

Al examinar las ecuaciones (4.72) y (4.73) se observa que si $c_p = k/\mu$ (es decir, para $\text{Pr} = 1$), la misma ecuación de flujo de calor se aplica en las capas laminar y turbulenta.

Para determinar la tasa de transferencia de calor de una placa plana a un fluido con $\text{Pr} = 1$ fluyendo sobre ella en flujo turbulento, se remplaza k/μ por c_p se separan las variables en la ecuación (4.73). Suponiendo que q'' y τ son constantes, se obtiene

$$\frac{q_s''}{\tau_s c_p} du = -dT \tag{4.74}$$

donde el subíndice s se utiliza para indicar que tanto q'' como τ se consideran en la superficie de la placa. Integrando la ecuación (4.74) entre los límites $u = 0$ cuando $T = T_s$ y $u = U_\infty$ cuando $T = T_\infty$ da

$$\frac{q_s''}{\tau_s c_p} U_\infty = (T_s - T_\infty) \tag{4.75}$$

Pero como por definición los coeficientes de transferencia de calor local y de fricción son

$$h_{cx} = \frac{q_s''}{(T_s - T_\infty)} \quad \text{y} \quad \tau_{sx} = C_{fx} \frac{\rho U_\infty^2}{2}$$

La ecuación (4.75) se puede escribir así:

$$\frac{h_{cx}}{c_p \rho U_\infty} = \frac{\text{Nu}_x}{\text{Re}_x \text{Pr}} = \frac{C_{fx}}{2} \tag{4.76}$$

La ecuación (4.76) es satisfactoria para gases en los que Pr es aproximadamente igual a la unidad. Colburn [14] demostró que la ecuación (4.76) también se puede

emplear para fluidos con números de Prandtl que varíen de 0.6 a aproximadamente 50 si se modifica de acuerdo con resultados experimentales para que sea

$$\frac{\mathrm{Nu}_x}{\mathrm{Re}_x\mathrm{Pr}}\,\mathrm{Pr}^{2/3} = \mathrm{St}_x\mathrm{Pr}^{2/3} = \frac{C_{fx}}{2} \tag{4.77}$$

donde el subíndice x denota la distancia desde el borde de ataque de la placa.

En la práctica para aplicar la analogía entre transferencia de calor y transferencia de cantidad de movimiento, se necesita conocer el coeficiente de fricción C_{fx}. Para flujo turbulento sobre una superficie plana, la ecuación empírica para el coeficiente de fricción local

$$C_{fx} = 0.0576\left(\frac{U_\infty x}{\nu}\right)^{-1/5} \tag{4.78a}$$

concuerda bien con resultados experimentales en el número de Reynolds variando entre 5×10^5 y 10^7 siempre que no ocurra separación. Suponiendo que la capa límite turbulenta empieza en el borde de ataque, el coeficiente de fricción promedio sobre una superficie plana de longitud L se puede obtener integrando la ecuación (4.78*a*):

$$\bar{C}_f = \frac{1}{L}\int_0^L C_{fx}\,dx = 0.072\left(\frac{U_\infty L}{\nu}\right)^{-1/5} \tag{4.78b}$$

Utilizando el método integral de la sección 4.9 combinado con datos experimentales para el coeficiente de fricción, también se puede deducir una expresión para el espesor de la capa límite en flujo turbulento. De acuerdo con Schlichting [1], el espesor de la capa límite hidrodinámica se puede aproximar mediante la relación

$$(\delta/x) = 0.37/\mathrm{Re}_x^{0.2} \tag{4.79}$$

Al comparar las ecuaciones (4.78a) y (4.79) con los resultados para flujo laminar, las ecuaciones (4.30) y (4.28), es evidente que el decaimiento del coeficiente de fricción con la distancia es más gradual en flujo turbulento que en flujo laminar ($x^{-0.2}$ contra $x^{-0.5}$), en tanto que el espesor de la capa límite aumenta más rápidamente en flujo turbulento que en flujo laminar ($\delta_t \propto x^{0.8}$ contra $\delta \propto x^{0.5}$).

En flujo turbulento, el crecimiento de la capa límite se afecta más por fluctuaciones aleatorias en el fluido que por difusión molecular. De aquí que el número de Prandtl no tiene un papel importante en el proceso y para $\mathrm{Pr} > 0.5$, la ecuación (4.79) también es una aproximación razonable para determinar el espesor de la capa límite térmica, es decir, $\delta \approx \delta_t$ en flujo turbulento [21].

4.12 Capa límite mezclada

En realidad, una capa límite laminar precede a la capa límite turbulenta entre $x = 0$ y $x = x_c$. Como la resistencia de rozamiento local de una capa límite laminar es menor que la resistencia de rozamiento local de una capa límite turbulenta en el mismo número de Reynolds, el rozamiento promedio calculado con la ecuación (4.78*b*) sin corregir para la parte laminar de la capa límite es demasiado grande. Sin embargo, el rozamiento real se puede estimar bastante bien suponiendo que detrás del punto

de transición, la capa límite turbulenta se comporta como si hubiera empezado en el borde de ataque.

Sumando la resistencia de rozamiento por fricción laminar entre $x = 0$ y $x = x_c$ con el rozamiento turbulento entre $x = x_c$ y $x = L$ da, por ancho unitario,

$$\bar{C}_f = \frac{[0.072\mathrm{Re}_L^{-1/5}L - 0.072\mathrm{Re}_{x_c}^{-1/5}x_c + 1.33\mathrm{Re}_{x_c}^{-1/2}x_c]}{L}$$

Para un número de Reynolds crítico de 5×10^5, esto da

$$\bar{C}_f = 0.072\left(\mathrm{Re}_L^{-1/5} - \frac{0.0464x_c}{L}\right) \tag{4.80}$$

Sustituyendo la ecuación (4.78*a*) para C_{fx} en la ecuación (4.77) se obtiene el número de Nusselt local en cualquier valor de x mayor que x_c:

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_{cx}x}{k} = 0.0288\mathrm{Pr}^{1/3}\left(\frac{U_\infty x}{\nu}\right)^{0.8} \tag{4.81}$$

Se observa que el coeficiente de transferencia de calor local h_{cx} para transferencia de calor por convección a través de una capa límite turbulenta disminuye con la distancia x como $h_{cx} \propto 1/x^{0.2}$. La ecuación (4.81) muestra que en comparación con el flujo laminar, donde $h_{cx} \propto 1/x^{1/2}$, el coeficiente de transferencia de calor en flujo turbulento disminuye rápidamente con x y que el coeficiente de transferencia de calor turbulento es mucho mayor que el coeficiente de transferencia de calor laminar a un valor dado del número de Reynolds.

El coeficiente de transferencia de calor promedio en flujo turbulento sobre una superficie plana de longitud L se puede calcular hasta una primera aproximación integrando la ecuación (4.81) entre $x = 0$ y $x = L$:

$$\bar{h}_c = \frac{1}{L}\int_0^L h_{cx}\,dx$$

En forma adimensional, se obtiene

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = \frac{\bar{h}_c L}{k} = 0.036\mathrm{Pr}^{1/3}\mathrm{Re}_L^{0.8} \tag{4.82}$$

En la ecuación (4.82) se ignora la existencia de la capa límite laminar y, por tanto, es válida sólo cuando $L \gg x_c$. La capa límite laminar se puede incluir en el análisis si la ecuación (4.56) se utiliza entre $x = 0$ y $x = x_c$ y si la ecuación (4.81) se utiliza entre $x = x_c$ y $x = L$ para la integración de h_{cx}. Esto produce, con $\mathrm{Re}_c = 5 \times 10^5$,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.036\mathrm{Pr}^{1/3}(\mathrm{Re}_L^{0.8} - 23\,200) \tag{4.83}$$

EJEMPLO 4.4 El cárter de un automóvil tiene dimensiones aproximadas de 0.6 m de longitud, 0.2 m de ancho y 0.1 m de profundidad (consulte la figura 4.21). Suponiendo que la temperatura superficial del cárter es 350 K, estime la tasa de flujo de calor del cárter al aire

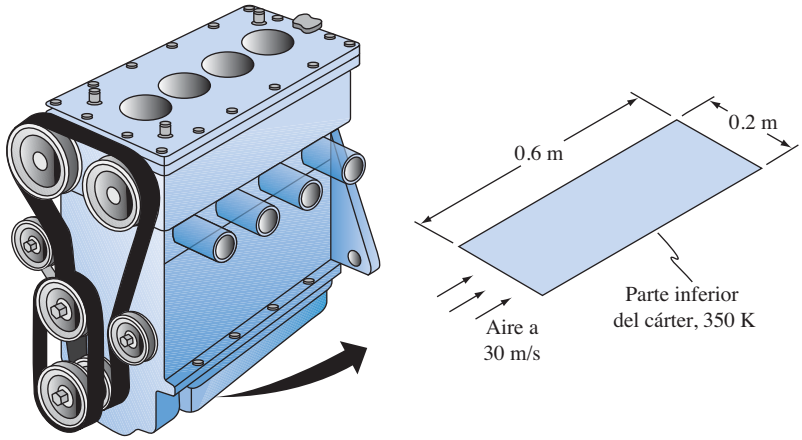


FIGURA 4.21 Cárter automotriz del ejemplo 4.4.

atmosférico a 276 K a una velocidad de marcha de 30 m/s. Suponga que las vibraciones del motor y del chasís inducen la transición de flujo laminar a turbulento tan cerca del borde de ataque que, para fines prácticos, la capa límite es turbulenta sobre toda la superficie. Ignore la radiación y utilice para las superficies frontal y posterior el mismo coeficiente de transferencia de calor por convección promedio que para los lados inferior y laterales.

SOLUCIÓN Utilizando las propiedades del aire a 313 K, el número de Reynolds es

$$\mathrm{Re}_L = \frac{\rho U_\infty L}{\mu} = \frac{1.092 \times 30 \times 0.6}{19.123 \times 10^{-6}} = 1.03 \times 10^6$$

De la ecuación (4.82), el número de Nusselt promedio es

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{Nu}}_L &= 0.036\mathrm{Pr}^{1/3}\mathrm{Re}_L^{0.8} \\ &= 0.036(0.71)^{1/3}(1.03 \times 10^6)^{0.8} \\ &= 2075\end{aligned}$$

y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio se convierte en

$$\bar{h}_c = \frac{\overline{\mathrm{Nu}}_L k}{L} = \frac{2075 \times (0.0265\,\mathrm{W/mK})}{(0.6\,\mathrm{m})} = 91.6\,\mathrm{W/m^2K}$$

El área superficial que disipa calor es 0.28 m^2 y, por tanto, la tasa de pérdida de calor del cárter es

$$\begin{aligned}q_c &= \bar{h}_c A(T_s - T_\infty) = (91.6\,\mathrm{W/m^2K})(0.28\,\mathrm{m^2})(350 - 276)(\mathrm{K}) \\ &= 1898\,\mathrm{W}\end{aligned}$$

4.13* Condiciones de frontera especiales y flujo a alta velocidad

En las secciones anteriores de este capítulo, la condición de frontera en la superficie supuso una temperatura constante y uniforme. Sin embargo, existen otras situaciones de interés práctico, por ejemplo, una superficie con flujo de calor constante y una placa plana con una longitud inicial sin calentar seguida de una temperatura superficial uniforme mayor que la temperatura ambiente.

Las condiciones de frontera para una placa plana con flujo sobre su superficie y una longitud inicial sin calentar se ilustra en la figura 4.22. La capa límite hidrodinámica inicia en $x = 0$, en tanto que la capa límite térmica comienza en $x = \zeta$, donde la temperatura superficial aumenta de T_∞ a T_s. No ocurre transferencia de calor entre $0 \leq x < \zeta$. Para este caso, suponiendo flujo laminar, el método integral da

$$\mathrm{Nu}_x/\mathrm{Nu}_{x,\zeta=0} = \{1 - (\zeta/x)^{3/4}\}^{-0.33} \tag{4.84}$$

donde $\mathrm{Nu}_{x,\zeta=0}$ se determina a partir de la ecuación (4.56).

Para flujo turbulento con una longitud inicial sin calentar,

$$\mathrm{Nu}_x/\mathrm{Nu}_{x,\zeta=0} = \{1 - (\zeta/x)^{0.9}\}^{-0.9} \tag{4.85}$$

donde $\mathrm{Nu}_{x,\zeta=0}$ se obtiene con la ecuación (4.81).

Cuando el flujo ocurre sobre una placa plana con un flujo de calor constante impuesto (por ejemplo, por calentamiento eléctrico), el número de Nusselt en flujo laminar está dado por

$$\mathrm{Nu}_x = 0.453\mathrm{Re}_x^{0.5}\mathrm{Pr}^{0.33} \tag{4.86}$$

en tanto que para flujo turbulento

$$\mathrm{Nu}_x = 0.0308\mathrm{Re}_x^{0.8}\mathrm{Pr}^{0.33} \tag{4.87}$$

Para una longitud inicial sin calentar con flujo de calor constante en $x > \zeta$, las ecuaciones (4.86) y (4.87) se pueden modificar utilizando factores de corrección iguales en los lados derechos de las ecuaciones (4.84) y (4.85), respectivamente.

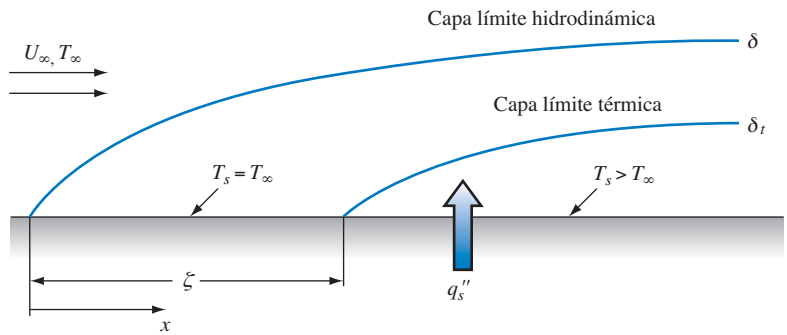


FIGURA 4.22 Placa paralela en flujo paralelo con longitud inicial sin calentar.

Con flujo de calor constante, la temperatura superficial no es uniforme, pero una vez que se conoce el coeficiente de transferencia de calor, la temperatura superficial se puede obtener con

$$T_s(x) = T_\infty + (q_s''/h_x) \tag{4.88}$$

en cualquier ubicación dada.

Otra condición superficial especial se tiene en el flujo a alta velocidad. La transferencia de calor por convección en flujo a alta velocidad es importante en aeronaves y misiles cuando la velocidad se aproxima o excede la del sonido. Para un gas perfecto la velocidad del sonido a se puede obtener de

$$a = \sqrt{\frac{\gamma \mathcal{R}_u T}{\mathcal{M}}} \tag{4.89}$$

donde γ = relación de calores específicos (casi 1.4 para aire)
$\mathcal{R}_u$ = constante universal de los gases
T = temperatura absoluta
$\mathcal{M}$ = peso molecular del gas

Cuando la velocidad de un gas que fluye sobre una superficie calentada o enfriada es del orden de la velocidad del sonido o mayor, el campo de flujo ya no se puede describir únicamente en términos del número de Reynolds; en cambio, también se debe considerar la relación de la velocidad del flujo de gas a la velocidad acústica: el número de Mach, $M = U_\infty/a_\infty$. Cuando la velocidad del gas en sistema de flujo alcanza un valor de aproximadamente la mitad de la velocidad del sonido, los efectos de la disipación viscosa en la capa límite se vuelven importantes. En esas condiciones, la temperatura de la superficie sobre la cual fluye un gas, en realidad puede exceder la temperatura de corriente libre. Para flujo sobre una superficie adiabática, como una pared perfectamente aislada, la figura 4.23 muestra de manera esquemática las distribuciones de velocidad y temperatura. La alta temperatura en la superficie es el resultado combinado del calentamiento debido a la disipación viscosa y al aumento de temperatura del fluido cuando la energía cinética del flujo se convierte en energía interna, mientras que el flujo desacelera a través de la capa límite. La forma real del perfil de temperatura depende de la relación entre la tasa a la que el trabajo cortante viscoso aumenta la energía interna del fluido y de la tasa a la que el calor se conduce hacia la corriente libre.

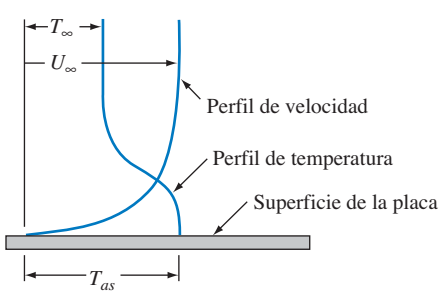


FIGURA 4.23 Distribuciones de velocidad y temperatura en flujo a alta velocidad sobre una placa aislada.

Aunque los procesos en una capa límite a alta velocidad no son adiabáticos, es práctica general relacionarlos con procesos adiabáticos. La conversión de energía cinética en un gas que se desacelera adiabáticamente a una velocidad cero se describe por

$$i_0 = i_\infty + \frac{U_\infty^2}{2g_c} \tag{4.90}$$

donde i_0 es la entalpía de estancamiento e i_∞ es la entalpía del gas en la corriente libre. Para un gas ideal, la ecuación (4.90) se convierte en

$$T_0 = T_\infty + \frac{U_\infty^2}{2g_c c_p} \tag{4.91}$$

o, en términos del número de Mach,

$$\frac{T_0}{T_\infty} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \tag{4.92}$$

donde T_0 es la temperatura de estancamiento y T_∞ es la temperatura de corriente libre.

En una capa límite real, el fluido no se lleva al reposo reversiblemente debido a que el proceso de cortante viscoso es termodinámicamente irreversible. Para tomar en cuenta la irreversibilidad en un flujo de una capa límite, se define un factor de recuperación r como

$$r = \frac{T_{as} - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \tag{4.93}$$

donde T_{as} es la temperatura superficial adiabática.

Mediante experimentos [22] se ha demostrado que en flujo laminar:

$$r = \mathrm{Pr}^{1/2} \tag{4.94}$$

en tanto que en flujo turbulento:

$$r = \mathrm{Pr}^{1/3} \tag{4.95}$$

Cuando una superficie no está aislada, la tasa de transferencia de calor por convección entre un gas a alta velocidad y esa superficie está gobernada por la relación

$$q_c'' = -k \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0}$$

La influencia de la transferencia de calor hacia y desde la superficie en la distribución de la temperatura se ilustra en la figura 4.24. Se observa que en flujo a alta velocidad el calor se puede transferir hacia la superficie incluso cuando la temperatura superficial esté arriba de la temperatura de corriente libre. Este fenómeno es el resultado del cortante viscoso y con frecuencia se denomina calentamiento aerodinámico. La tasa de transferencia de calor en flujo a alta velocidad sobre una superficie plana se puede predecir [1] a partir de la ecuación de energía de la capa límite:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho c_p}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2$$

donde en el último término se toma en cuenta la disipación viscosa. Sin embargo, para la mayoría de los fines prácticos, la tasa de transferencia de calor se puede calcular

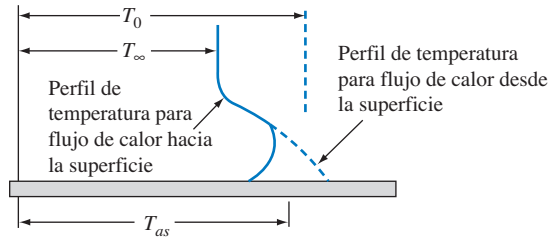


FIGURA 4.24 Perfiles de temperatura en una capa límite a alta velocidad para calentamiento y enfriamiento.

con las mismas relaciones utilizadas para flujo a baja velocidad si el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio se redefine mediante la relación

$$q_c'' = \bar{h}_c(T_s - T_{as}) \tag{4.96}$$

que producirá flujo de calor cero cuando la temperatura superficial T_s sea igual a la temperatura superficial adiabática.

Puesto que en el flujo a alta velocidad los gradientes de temperatura en una capa límite son grandes, las variaciones en las propiedades físicas del fluido también serán sustanciales. Sin embargo, Eckert [23] demostró que las ecuaciones de transferencia de calor de propiedades constantes aún se pueden utilizar si todas las propiedades se evalúan a una temperatura de referencia T^* dada por

$$T^* = T_\infty + 0.5(T_s - T_\infty) + 0.22(T_{as} - T_\infty) \tag{4.97}$$

Los valores locales del coeficiente de transferencia de calor, definidos por

$$h_{cx} = \frac{q_c''}{T_s - T_{as}} \tag{4.98}$$

se pueden obtener a partir de las ecuaciones siguientes:

Capa límite laminar ($\mathbf{Re_x^* < 10^5}$):

$$\mathrm{St}_x^* = \left(\frac{h_{cx}}{c_p \rho U_\infty}\right)^* = 0.332(\mathrm{Re}_x^*)^{-1/2}(\mathrm{Pr}^*)^{-2/3} \tag{4.99}$$

Capa límite turbulenta ($\mathbf{10^5 < Re_x^* < 10^7}$):

$$\mathrm{St}_x^* = \left(\frac{h_{cx}}{c_p \rho U_\infty}\right)^* = 0.0288(\mathrm{Re}_x^*)^{-1/5}(\mathrm{Pr}^*)^{-2/3} \tag{4.100}$$

Capa límite turbulenta ($\mathbf{10^7 < Re_x^* < 10^9}$):

$$\mathrm{St}_x^* = \left(\frac{h_{cx}}{c_p \rho U_\infty}\right)^* = \frac{2.46}{(\ln \mathrm{Re}_x^*)^{2.584}}(\mathrm{Pr}^*)^{-2/3} \tag{4.101}$$

La ecuación (4.101) se basa en datos experimentales de los coeficientes de fricción locales en flujo de gas a alta velocidad [23] en el intervalo del número de Reynolds de 10^7 a 10^9 que se correlacionan mediante

$$C_{fx} = \frac{4.92}{(\ln \mathrm{Re}_x^*)^{2.584}} \tag{4.102}$$

Si se tiene que determinar el valor promedio de los coeficientes de transferencia de calor, las expresiones anteriores se tienen que integrar entre $x = 0$ y $x = L$. Sin embargo, la integración puede que se tenga que efectuar numéricamente en la mayoría de los casos prácticos ya que la temperatura de referencia T^* no es la misma para las partes laminar y turbulenta de la capa límite, como se demuestra mediante las ecuaciones (4.94) y (4.95).

Cuando la velocidad de un gas es extremadamente alta, la capa límite se vuelve tan caliente que el gas comienza a desasociarse. En esas situaciones, Eckert [23] recomienda que el coeficiente de transferencia de calor se apoye en la diferencia de entalpía entre la superficie y el estado adiabático, $(i_s - i_{as})$ y se puede definir por

$$q_c'' = h_{ci}(i_s - i_{as}) \tag{4.103}$$

Si se define un factor de recuperación de la entalpía por

$$r_i = \frac{i_{as} - i_\infty}{i_0 - i_\infty}$$

se puede utilizar la misma relación empleada antes para calcular la temperatura de referencia para calcular una entalpía de referencia:

$$i^* = i_\infty + 0.5(i_s - i_\infty) + 0.22(i_{as} - i_\infty) \tag{4.104}$$

Entonces el número local de Stanton se redefine como

$$\mathrm{St}_{x,t}^* = \frac{h_{c,i}}{\rho^* u_\infty} \tag{4.105}$$

y se utiliza en las ecuaciones (4.99), (4.100) y (4.101) para calcular el coeficiente de transferencia de calor. Se debe observar que las entalpías en las relaciones anteriores son los valores totales, que incluyen la energía química de disociación así como la energía interna. Como se demuestra en [23], este método de cálculo concuerda bastante bien con datos experimentales.

En algunas situaciones, por ejemplo, a altitudes extremadamente altas, la densidad del fluido puede ser tan pequeña que la distancia entre las moléculas de gas se vuelve del mismo orden de magnitud que la capa límite. En esos casos, el fluido no se puede tratar como un continuo y se necesitan subdividir los procesos de flujo en regímenes. Estos regímenes de flujo están caracterizados por la relación de la trayectoria libre molecular y una escala física significativa del sistema; esta relación se denomina número de Knudsen, Kn. Un flujo continuo corresponde a valores pequeños de Kn, en tanto que a valores mayores de Kn, los choques moleculares ocurren principalmente en la superficie y en la corriente principal. Como el transporte de energía es por el movimiento libre de moléculas entre la superficie y la corriente principal, este régimen se denomina régimen de “moléculas libres”. Entre los regímenes de

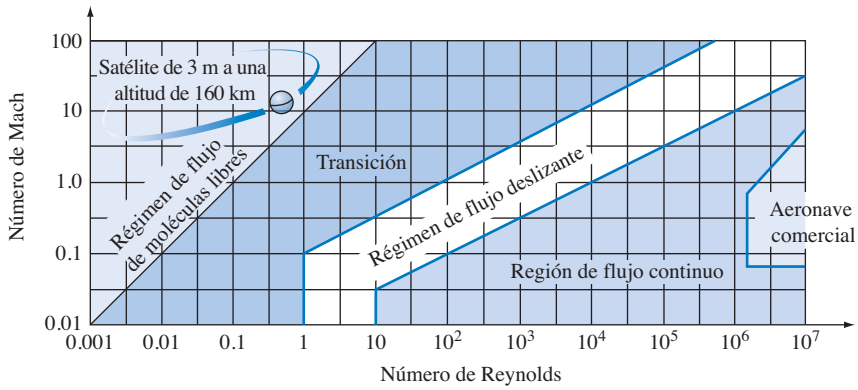


FIGURA 4.25 Regímenes de flujo a alta velocidad.

moléculas libres y continuo existe un intervalo de transición, denominado régimen de "flujo deslizante" debido a que se trata suponiendo que la temperatura y la velocidad se "deslizan" en las interfaces fluido-sólido. En la figura 4.25 se muestra un mapa de estos regímenes. Para consultar un tratamiento de transferencia de calor y fricción en estos sistemas de flujo especializados al lector se le refiere a [24-27].

4.14 Comentarios finales

En este capítulo, se estudiaron los principios de la transferencia de calor por convección forzada. Se vio que la transferencia de calor por convección está muy relacionada con la mecánica del flujo de fluido, en particular con el flujo en la vecindad de la superficie de transferencia. También se observó que la naturaleza de la transferencia de calor, así como los fenómenos de flujo, depende en gran medida de si el fluido muy alejado de la superficie está en flujo laminar o en turbulento.

Para familiarizarse con los principios básicos de la teoría de la capa límite y de la transferencia de calor por convección forzada, se consideró el problema de convección en flujo sobre una placa plana con cierto detalle. Este sistema es geométricamente simple, pero ilustra las características más importantes de la convección forzada. En capítulos subsiguientes, se abordará la transferencia de calor por convección en sistemas geométricamente más complicados. En el capítulo siguiente, se examinan los fenómenos de convección natural. En el capítulo 6 se abordará la transferencia de calor por convección hacia y desde fluidos circulando dentro de tubos y conductos. En el capítulo 7 se considerará la convección forzada en flujo sobre las superficies exteriores de cuerpos como cilindros, esferas, tubos y paquetes de tubos. La aplicación de los principios de la transferencia de calor por convección forzada para el diseño y selección de equipo de transferencia de calor se abordará en el capítulo 8.

Para la conveniencia del lector, en la tabla 4.5 se presenta un resumen de las ecuaciones utilizadas para calcular la transferencia de calor y los coeficientes de fricción en flujo a baja velocidad de gases y líquidos sobre superficies planas o planas sólo ligeramente curvas. Para consultar información adicional y correlaciones o ecuaciones para otras condiciones y geometrías, al lector se le refiere a [3, 18, 21 y 28].

TABLA 4.5 Resumen de ecuaciones empíricas útiles para calcular factores de fricción y coeficientes de transferencia de calor en flujo sobre superficies planas o ligeramente curvas con un ángulo de ataque igual a cero[a]

Coeficiente	Ecuación	Condiciones
	Flujo laminar	
Coeficiente de fricción local	$C_{fx} = 0.664 Re_x^{-0.5}$	$Re_x < 5 \times 10^5$
Número de Nusselt local a una distancia x del borde de ataque	$Nu_x = 0.332 Re_x^{0.5} Pr^{0.33}$ $Nu_x = 0.565 (Re_x Pr)^{0.5}$	$Pr > 0.5$, $Re_x < 5 \times 10^5$ $Pr < 0.1$, $Re_x < 5 \times 10^5$
Coeficiente de fricción promedio	$\bar{C}_f = 1.33 Re_L^{-0.5}$	$Re_L < 5 \times 10^5$
Número de Nusselt promedio entre $x = 0$ y $x = L$	$\overline{Nu}_L = 0.664 Re_L^{0.5} Pr^{0.33}$	$Pr > 0.5$, $Re_L < 5 \times 10^5$
	Flujo turbulento	
Coeficiente de fricción local	$C_{fx} = 0.0576 Re_x^{-0.2}$	$Re_x > 5 \times 10^5$, $Pr > 0.5$
Número de Nusselt local a una distancia x del borde de ataque	$Nu_x = 0.0288 Re_x^{0.8} Pr^{0.33}$	
Coeficiente de fricción promedio	$\bar{C}_f = 0.072 [Re_L^{-0.2} - 0.0464 (x_c/L)]$	$Re_L > 5 \times 10^5$, $Pr > 0.5$
Número de Nusselt promedio entre $x = 0$ y $x = L$ con transición en $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$	$\overline{Nu}_L = 0.036 Pr^{0.33} [Re_L^{0.8} - 23{,}2000]$	

[a]Aplicable a flujo a baja velocidad (número de Mach <0.5) de gases y líquidos con todas las propiedades físicas evaluadas a la temperatura pelicular media, $T_f = (T_s + T_\infty)/2$.

$$C_{fx} = \tau_s/(\rho U_\infty^2/2g_c) \qquad \bar{C}_f = (1/L)\int_0^L C_{fx}\,dx \qquad Pr = c_p\mu/k$$

$$Nu_x = h_c x/k \qquad \overline{Nu} = \bar{h}_c L/k \qquad \bar{h}_c = (1/L)\int_0^L h_c(x)\,dx$$

$$Re_x = \rho U_\infty x/\mu \qquad Re_L = \rho U_\infty L/\mu$$

Referencias

1. H. Schlichting, *Boundary Layer Theory*, 6a. ed., J. Kestin, transl., McGraw-Hill, Nueva York, 1968.
2. E. R. Van Driest, "Calculation of the Stability of the Laminar Boundary Layer in a Compressible Fluid on a Flat Plate with Heat Transfer", *J. Aero. Sci.*, vol. 19, pp. 801-813, 1952.
3. S. Kakaç, R. K. Shah y W. Aung, *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Wiley, Nueva York, 1987.
4. L. D. Landau y E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*, Pergamon Press, Nueva York, 1959.
5. H. L. Langhaar, *Dimensional Analysis and Theory of Models*, Wiley, Nueva York, 1951.
6. E. R. Van Driest, "On Dimensional Analysis and the Presentation of Data in Fluid Flow Problems", *J. Appl. Mech.*, vol. 13, p. A-34, 1940.
7. *Handbook of Heat Transfer*, W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett, y Y. I. Cho, eds., McGraw-Hill, Nueva York, 1998.
8. S. V. Patankar y D. B. Spalding, *Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*, 2a. ed., International Textbook Co., Londres, 1970.
9. P. Majumdar, *Computational Methods for Heat and Mass Transfer*, Taylor & Francis, Nueva York, NY, 2005.
10. M. Blasius, "Grenzschichten in Flüssigkeiten mit Kleiner Reibung", *Z. Math. Phys.*, vol. 56, núm. 1, 1908.

11. M. Hansen, "Velocity Distribution in the Boundary Layer of a Submerged Plate", NACA TM 582, 1930.
12. E. Pohlhausen, "Der Wärmeaustausch zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten mit kleiner Reibung und kleiner Wärmeleitung", *Z. Angew. Math. Mech.*, vol. 1, p. 115, 1921.
13. B. Gebhart, *Heat Transfer*, 2a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1971.
14. A. P. Colburn, "A Method of Correlating Forced Convection Heat Transfer Data and a Comparison with Fluid Friction", *Trans. AIChE*, vol. 29, pp. 174-210, 1993.
15. E. R. G. Eckert y R. M. Drake, *Heat and Mass Transfer*, 2a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1959.
16. L. Prandtl, "Bemerkungen über den Wärmeübergang irn Rohr", *Phys. Zeit.*, vol. 29, p. 487, 1928.
17. L. Prandtl, "Eine Beziehung zwischen Wärmeaustauch und Ströhmungswiederstand der Flüssigkeiten", *Phys. Zeit.*, vol. 10, p. 1072, 1910.
18. S. E. Isakoff y T. B. Drew, "Heat and Momentum Transfer in Turbulent Flow of Mercury", *Institute of Mechanical Engineers and ASME, Proceedings, General Discussion on Heat Transfer*, pp. 405-409, 1951.
19. W. Forstall, Jr., y A. H. Shapiro, "Momentum and Mass Transfer in Co-axial Gas Jets", *J. Appl. Mech.*, vol. 17, p. 399, 1950.
20. R. C. Martinelli, "Heat Transfer to Molten Metals", *Trans. ASME*, vol. 69, pp. 947-959, 1947.
21. W. Kays, M. Crawford y B. Weigand, *Convective Heat and Mass Transfer*, 4a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, NY, 2005.
22. J. Kaye, "Survey of Friction Coefficients, Recovery Factors, and Heat Transfer Coefficients for Supersonic Flow", *J. Aeronaut. Sci.*, vol. 21, núm. 2, pp. 117-229, 1954.
23. E. R. G. Eckert, "Engineering Relations for Heat Transfer and Friction in High-Velocity Laminar and Turbulent. Boundary Layer Flow over Surfaces with Constant Pressure and Temperature", *Trans. ASME*, vol. 78, pp. 1273-1284, 1956.
24. E. R. Van Driest, "Turbulent Boundary Layer in Compressible Fluids", *J. Aeronaut. Sci.*, vol. 18, núm. 3, pp. 145-161, 1951.
25. A. K. Oppenheim, "Generalized Theory of Convective Heat Transfer in a Free-Molecule Flow", *J. Aeronaut. Sci.*, vol. 20, pp. 49-57, 1953.
26. W. D. Hayes y R. F. Probstein, *Hypersonic Flow Theory*, Academic Press, Nueva York, 1959.
27. F. M. White, *Viscous Fluid Flow*, 2a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1991.
28. R. B. Bird, W. E. Stewart y E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, 2a. ed., Wiley, Nueva York, NY, 2007.

Problemas

Los problemas de este capítulo están organizados por tema como se muestra a continuación.

Tema	Problema número
Números adimensionales	4.1-4.6
Análisis dimensional	4.7-4.19
Capas límites	4.20-4.28
Flujo sobre una placa plana	4.29-4.40
Analogía entre transferencia de calor y de cantidad de movimiento	4.41-4.44
Disipación viscosa	4.45-4.48
Problemas de diseño	4.49-4.59
Flujo a alta velocidad	4.60-4.66

4.1 Evalúe el número de Reynolds para flujo sobre un tubo a partir de los datos siguientes: $D = 6$ cm, $U_\infty = 1.0$ m/s, $\rho = 300$ kg/m^3, $\mu = 0.04$ N s/m^2.

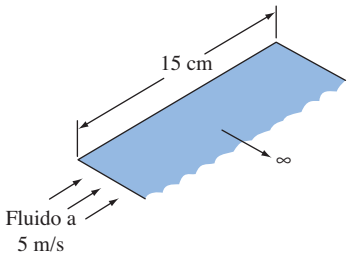
4.2 Evalúe el número de Prandtl a partir de los datos siguientes: $c_p = 0.5$ Btu/lb$_m$ °F, $k = 2$ Btu/ft h °F, $\mu = 0.3$ lb$_m$/ft s.

4.3 Evalúe el número de Nusselt para flujo sobre una esfera para las condiciones siguientes: $D = 6$ in, $k = 0.2$ W/m K, $\bar{h}_c = 18$ Btu/h ft^2 °F.

4.4 Evalúe el número de Stanton para flujo sobre un tubo a partir de los datos siguientes: $D = 10$ cm, $U_\infty = 4$ m/s, $\rho = 13\,000$ kg/m^3, $\mu = 1 \times 10^{-3}$ N s/m^2, $c_p = 140$ J/kg K, $\bar{h}_c = 1000$ W/m^2 K.

4.5 Evalúe los grupos adimensionales, $\bar{h}_c D/k$, $U_\infty D\rho/\mu$ y $c_p\mu/k$ para agua, alcohol *n*-butílico, mercurio, hidrógeno, aire y vapor saturado a una temperatura de 100 °C. Sea $D = 1$ m, $U_\infty = 1$ m/sec y $\bar{h}_c = 1$ W/m^2 K.

4.6 Un fluido circula a 5 m/s sobre una placa plana ancha de 15 cm de longitud. Para cada elemento de la lista siguiente, calcule el número de Reynolds en el extremo corriente abajo de la placa. Indique si el flujo en ese punto es laminar, de transición o turbulento. Suponga que todos los fluidos están a 40 °C. *a*) aire, *b*) CO_2, *c*) agua, *d*) aceite para motores.

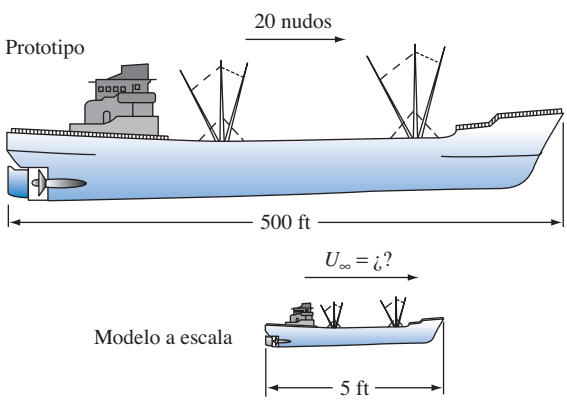


Problema 4.6

4.7 Trace de nuevo los puntos de datos de la figura 4.9*b*) en papel logarítmico y determine una ecuación que aproxime la mejor línea de correlación. Compare sus resultados con la figura 4.10. Luego suponga que vapor a 1 atm y a 100 °C fluye a través de un tubo con diámetro exterior de 5 cm a una velocidad de 1 m/s. Utilizando los datos de la figura 4.10, estime el número de Nusselt, el coeficiente de transferencia de calor y la tasa de transferencia de calor por metro de longitud de tubo si éste está a 200 °C; compare estos resultados con predicciones de su ecuación de correlación.

4.8 El número de Reynolds promedio para aire que pasa con flujo turbulento sobre una placa plana de 2 m de longitud es 2.4×10^6. En estas condiciones, el número de Nusselt promedio se determinó igual a 4 150. Determine el coeficiente de transferencia de calor promedio para un aceite que tiene propiedades térmicas similares a las que se encuentran en el apéndice 2, tabla 18, a 30 °C al mismo número de Reynolds y que fluye sobre la misma placa.

4.9 La relación adimensional $U_\infty/\sqrt{Lg}$, denominada número de Froude, es una medida de similitud entre un barco que navega por el océano y un modelo a escala del barco que se probará en un canal de agua en un laboratorio. Un barco de carga de 500 ft de longitud está diseñado para que navegue a 20 nudos y un modelo de 5 ft geométricamente similar se remolca en un canal de agua para estudiar la resistencia de las olas. ¿Cuál debe ser la velocidad de remolcado en ms^{-1}?



Problema 4.9

4.10 El par de torsión debido a la resistencia de fricción de la película de aceite entre un eje giratorio y su cojinete depende de la fuerza F normal al eje, de la velocidad de rotación N del eje, de la viscosidad dinámica μ del aceite y del diámetro del eje D. Establezca una correlación entre estas variables empleando el análisis dimensional.

4.11 Cuando una esfera cae libremente a través de un fluido homogéneo, alcanza una velocidad terminal a la que el peso de la esfera se equilibra por la fuerza de flotación y por la resistencia de fricción del fluido. Haga un análisis dimensional de este problema e indique cómo se podrían correlacionar los datos experimentales para este problema. Ignore los efectos de compresibilidad y la influencia de la rugosidad superficial.

4.12 Se han realizado experimentos sobre la distribución de temperatura en un cilindro largo homogéneo (0.1 m de diámetro, conductividad térmica de 0.2 W/m K) con generación de calor interna uniforme. Mediante un análisis dimensional, determine la relación entre la temperatura en régimen permanente en el centro del cilindro T_c, el diámetro, conductividad térmica y tasa de generación de calor. Tome la temperatura en la superficie como referencia. ¿Cuál es la ecuación para la temperatura del centro si la diferencia entre la temperatura en el centro y en la superficie es 30 °C cuando la generación de calor es 3000 W/m^3?

4.13 Las ecuaciones de convección que relacionan los números de Nusselt, Reynolds y Prandtl se pueden reacomodar para demostrar que para gases el coeficiente de transferencia de calor h_c depende de la temperatura absoluta T y del grupo $\sqrt{U_\infty/x}$. Esta formulación es de la forma $h_{c,x}\ CT^n\sqrt{U_\infty/x}$, donde n y C son constantes. Indique con claridad cómo se podría obtener esa relación para el caso de flujo laminar a partir de $Nu_x = 0.332\ Re_x^{0.5}Pr^{0.333}$ para la condición $0.5 < Pr < 5.0$. De ser necesario establezca restricciones.

4.14 Mediante una serie de pruebas en las que se calentó agua mientras fluía a través de un tubo de 38.6 in de longitud y 0.527 in de diámetro interior calentado eléctricamente se obtuvieron los datos de caída de presión experimentales que se muestran en la tabla siguiente.

Flujo másico $\dot{m}$ (lb/sec)	Temperatura en la masa del fluido T_b (°F)	Temperatura superficial del tubo T_s (°F)	Caída de presión con la transferencia de calor, Δp_{ht} (psi)
3.04	90	126	9.56
2.16	114	202	4.74
1.82	97	219	3.22
3.06	99	248	8.34
2.15	107	283	4.45

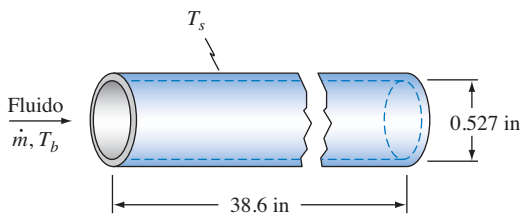
Los datos de la caída de presión isotérmica para el mismo tubo se dan a continuación en términos del factor de fricción adimensional $f = (\Delta p/\rho \bar{u}^2)(2D/L)g_c$ y del número de Reynolds con base en el diámetro del tubo, $\mathrm{Re}_D = 4\dot{m}/\pi D\mu$. El símbolo $\bar{u}$ denota la velocidad promedio en el tubo.

Re_D	f
1.71×10^5	0.0189
1.05×10^5	0.0205
1.9×10^5	0.0185
2.41×10^5	0.0178

Comparando los coeficientes de fricción isotérmica con los no isotérmicos a números de Reynolds de la masa similares deduzca una ecuación adimensional para los coeficientes de fricción no isotérmicos en la forma

$$f = \text{constante} \times \mathrm{Re}_D^n(\mu_s/\mu_b)^m$$

donde μ_s = viscosidad a temperatura superficial, μ_b = viscosidad a temperatura de masa y n y m = constantes empíricas.



Problema 4.14

4.15 Los datos experimentales que se muestran en la tabla siguientes se obtuvieron haciendo pasar alcohol *n*-butílico a una temperatura de masa de 15 °C sobre una placa plana calentada de 0.3 m de longitud, 0.9 m de ancho y con una temperatura superficial de 60 °C. Correlacione los datos experimentales utilizando números adimensionales apropiados y compare la línea de mejor ajuste de los datos con la ecuación (4.38).

Velocidad (m/s)	Coeficiente de transferencia de calor promedio (W/m²°C)
0.089	121
0.305	218
0.488	282
1.14	425

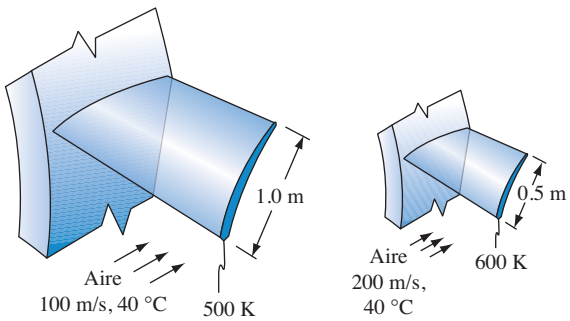
4.16 Los datos de pruebas que se muestran en la tabla siguiente se obtuvieron a partir de mediciones hechas para determinar el coeficiente de transferencia de calor dentro de tubos a números de Reynolds sólo ligeramente arriba de la transición y a números de Prandtl relativamente altos (como los asociados con aceites). Las pruebas se realizaron en un intercambiador de tubo dentro de tubo con un flujo transversal de agua para fines de enfriamiento. El tubo utilizado para transportar los aceites era de 5/8 in de diámetro exterior, 18 BWG y 121 in de longitud. Correlacione los datos en términos de parámetros adimensionales apropiados.

Prueba núm.	Fluido	$\bar{h}_c$	ρu	c_p	k_f	μ_b	μ_f
11	Aceite 10C	87.0	1 072 000	0.471	0.0779	13.7	19.5
19	Aceite 10C	128.2	1 504 000	0.472	0.0779	13.3	19.1
21	Aceite 10C	264.8	2 460 000	0.486	0.0776	9.60	14.0
23	Aceite 10C	143.8	1 071 000	0.495	0.0773	7.42	9.95
24	Aceite 10C	166.5	2 950 000	0.453	0.0784	23.9	27.3
25	Aceite 10C	136.3	1 037 000	0.496	0.0773	7.27	11.7
36	Piranol 1488	140.7	1 795 000	0.260	0.0736	12.1	16.9
39	Piranol 1488	133.8	2 840 000	0.260	0.0740	23.0	29.2
45	Piranol 1488	181.4	1 985 000	0.260	0.0735	10.3	12.9
48	Piranol 1488	126.4	3 835 000	0.260	0.0743	40.2	53.5
49	Piranol 1488	105.8	3 235 000	0.260	0.0743	39.7	45.7

donde $\bar{h}_c$ = coeficiente de transferencia de calor superficial promedio basado en la diferencia de temperatura media, Btu/h ft²°F
ρu = velocidad de la masa, $\mathrm{lb_m}$/h ft²
c_p = calor específico, Btu/$\mathrm{lb_m}$ °F
k_f = conductividad térmica, Btu/h ft °F (basada en la temperatura superficial)
μ_b = viscosidad, basada en la temperatura de masa promedio (media mezclada), $\mathrm{lb_m}$/h ft
μ_f = viscosidad, basada en la temperatura pelicular promedio, $\mathrm{lb_m}$/h ft

Sugerencia: Inicie correlacionando Nu y Re_D independientemente de los números de Prantl ya que la influencia del número de Prandtl en el número de Nusselt se espera que sea relativamente pequeña. Al trazar Nu contra Re en papel logarítmico, se puede suponer la naturaleza de la ecuación de correlación, $\mathrm{Nu} = f_1(\mathrm{Re})$. Después una gráfica de $\mathrm{Nu}/f_1(\mathrm{Re})$ contra Pr revelará la dependencia en Pr. Para la ecuación final, también se considerará la influencia de la variación de la viscosidad.

4.17 Un álabe de una turbina con una longitud característica de 1 m se enfría en un túnel de viento a presión atmosférica por aire a 40 °C con una velocidad de 100 m/s. Para una temperatura superficial de 500 K, la tasa de enfriamiento es de 10 000 watts. Utilice estos resultados para estimar la tasa de enfriamiento de otro álabe de turbina de forma similar, pero con una longitud característica de 0.5 m y que funciona con una temperatura superficial de 600 K en aire a 40 °C con una velocidad de 200 m/s.

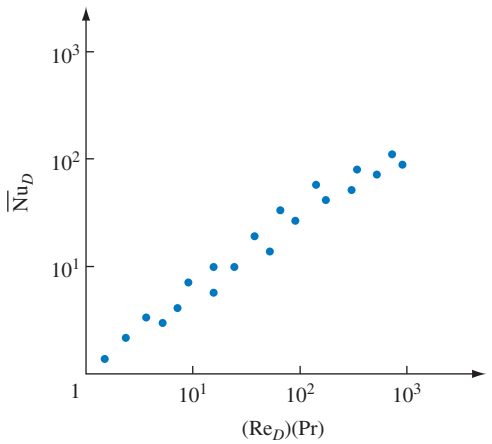


Problema 4.17

4.18 El rozamiento sobre la ala de un avión en vuelo se sabe que es una función de la densidad del aire (ρ), de la viscosidad del aire (μ), de la velocidad de corriente libre (U_∞), de una dimensión característica del ala (s) y del esfuerzo cortante sobre su superficie (τ_s).

Demuestre que el rozamiento adimensional, $\frac{\tau_s}{\rho U_\infty^2}$, se puede expresar como una función del número de Reynolds, $\frac{\rho U_\infty s}{\mu}$.

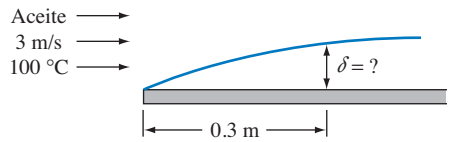
4.19 Suponga que la gráfica siguiente muestra valores medidos de h_c para aire en convección forzada sobre un cilindro de diámetro D, trazados en una gráfica logarítmica de Nu_D como una función de $\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr}$.



Problema 4.19

Escriba una correlación adimensional apropiada para el número de Nusselt promedio para estos datos y establezca cualesquiera limitaciones de su ecuación.

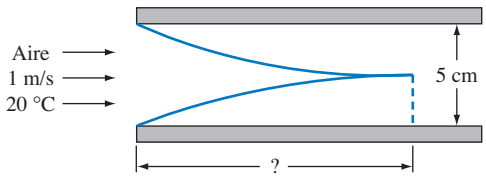
4.20 Sobre una superficie plana y de manera paralela a ella fluye aceite para motores a 100 °C a una velocidad de 3 m/s. Calcule el espesor de la capa límite hidrodinámica a una distancia de 0.3 m del borde de ataque de la superficie.



Problema 4.20

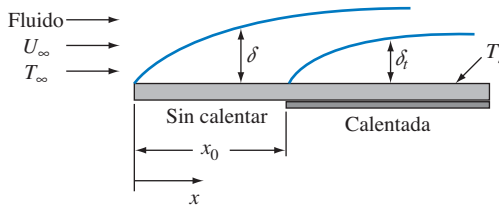
4.21 Suponiendo una distribución lineal de velocidad y distribución lineal de temperatura en la capa límite sobre una placa plana, deduzca una relación entre los espesores de las capas límites, térmica e hidrodinámica y el número de Prandtl.

4.22 Entre dos placas planas paralelas separadas 5 cm fluye aire a 20 °C a 1 m/s. Estime la distancia desde la entrada hasta el punto en el que convergen las capas límites hidrodinámicas.



Problema 4.22

4.23 Un fluido a temperatura T_∞ circula a una velocidad U_∞ sobre una placa plana que está a la misma temperatura que el fluido a lo largo de una distancia x_0 desde el borde de ataque, pero a una temperatura mayor T_s más allá de este punto.



Problema 4.23

Demuestre mediante las ecuaciones integrales de la capa límite que ζ, la relación del espesor de la capa límite

térmica al espesor de la capa límite hidrodinámica, sobre la parte calentada de la placa es aproximadamente de

$$\zeta \approx \mathrm{Pr}^{-1/3}\left[1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{3/4}\right]^{1/3}$$

si el flujo es laminar.

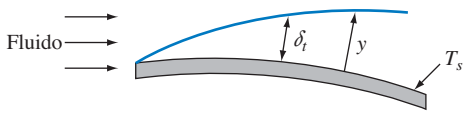
4.24 Entre dos placas paralelas separadas 1 cm fluye aire a 1 000 °C a una velocidad de entrada de 2 m/s. Estime la distancia desde la entrada hasta el punto donde convergen la capas límites.

4.25 Mediciones experimentales de la distribución de temperatura del flujo de aire a presión atmosférica sobre el ala de un avión indican que la distribución de temperatura cerca de la superficie se puede aproximar mediante una ecuación lineal:

$$(T - T_s) = ay(T_\infty - T_s)$$

donde a = una constante = 2 m^{-1}, T_s = temperatura superficial, K, T_∞ = temperatura de corriente libre, K, y y = distancia perpendicular desde la superficie (mm). *a*) Estime el coeficiente de transferencia de calor por convección si $T_s = 50$ °C y $T_\infty = -50$ °C. *b*) Calcule el flujo de calor en W/m^2.

4.26 Para flujo sobre una superficie isotérmica ligeramente curva, la distribución de temperatura dentro de la capa límite δ_t se puede aproximar mediante el polinomio $T(y) = a + by + cy^2 + dy^3 (y < \delta_t)$, donde y es la distancia normal a la superficie. *a*) Aplicando condiciones límites apropiada evalúe las constantes *a, b, c* y *d*.



Problema 4.26

b) Después obtenga una relación adimensional para la distribución de temperatura en la capa límite.

4.27 El método integral también se puede aplicar a condiciones de flujo turbulento si se dispone de datos experimentales del esfuerzo cortante en la pared. En uno de los primeros intentos para analizar el flujo turbulento sobre una placa plana, Ludwig Prandtl propuso en 1921 las relaciones siguientes para la velocidad adimensional y distribuciones de temperatura:

$$u/U_\infty = (y/\delta)^{1/7}$$

$$(T - T_\infty)/(T_s - T_\infty) = 1 - (y/\delta_t)^{1/7} \quad (T_s > T > T_\infty)$$

A partir de datos experimentales, una relación empírica que relaciona el esfuerzo cortante en la pared con el espesor de la capa límite es:

$$\tau_s = 0.023\rho U_\infty^2/\mathrm{Re}_\delta^{0.25} \quad \text{donde} \quad \mathrm{Re}_\delta = U_\infty\delta/\nu$$

Siguiendo el enfoque descrito en la sección 4.9.1 para condiciones laminares, sustituya las relaciones en las ecuaciones integrales de la capa límite, cantidad de movimiento, energía y deduzca ecuaciones para: *a*) el espesor de la capa límite, *b*) el coeficiente de fricción local y *c*) el número de Nusselt local. Suponga que $\delta = \delta_t$ y explique las limitaciones de sus resultados.

4.28 Para metales líquidos con números de Prandtl mucho menores que la unidad, la capa límite hidrodinámica es mucho más delgada que la capa límite térmica. Como resultado, se podría suponer que la velocidad en la capa límite es uniforme [$u = U_\infty$ y $v = 0$]. Partiendo con la ecuación (4.7*b*), demuestre que la ecuación de energía y su condición límite son análogas a las correspondientes para una losa semiinfinita con un cambio repentino en la temperatura superficial [consulte la ecuación (2.93)]. Después demuestre que el número de Nusselt local está dado por

$$\mathrm{Nu}_x = 0.56\ (\mathrm{Re}_x\mathrm{Pr})^{0.5}$$

Compare esta ecuación con la relación apropiada en la tabla 4.5.

4.29 A lo largo de una placa plana fluye hidrógeno a 15 °C y a una presión de 1 atm, con una velocidad de 3 m/s. Si la placa tiene un ancho de 0.3 m y está a 71 °C, calcule las cantidades siguientes en $x = 0.3$ m y a la distancia correspondiente al punto de transición, es decir, $\mathrm{Re}_x = 5 \times 10^5$ (utilice propiedades a 43 °C): *a*) el espesor de la capa límite hidrodinámica, en cm, *b*) el espesor de la capa límite térmica, en cm, *c*) el coeficiente de fricción local, adimensional, *d*) el coeficiente de fricción promedio, adimensional, *e*) la fuerza de rozamiento, en N, *f*) el coeficiente de transferencia de calor por convección, en $W/m^2°C$, *g*) el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio, en W/m^2 °C y *h*) la tasa de transferencia de calor, en W.

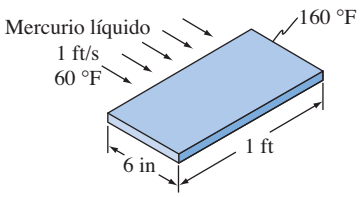
4.30 Repita el problema 4.29, incisos *d*), *e*), *g*) y *h*) con $x = 4.0$ m y $U_\infty = 80$ m/s, *a*) tomando en cuenta la capa límite laminar y *b*) suponiendo que la capa límite turbulenta empieza en el borde de ataque.

4.31 Determine la tasa de pérdida de calor en Btu/h de la pared de un edificio que resulta de un viento a 10 mph que sopla paralelo a su superficie. La pared es de 80 ft de longitud y 20 ft de altura, su temperatura superficial es 80 °F y la temperatura del aire ambiente es 40 °F.

4.32 Un intercambiador de calor de placa plana funcionará en una atmósfera de nitrógeno a una presión de aproximadamente 10^4 N/m^2 y 38 °C. El intercambiador de calor de placa plana originalmente se diseñó para funcionar en aire a 1 atm y 38 °C en flujo turbulento. Estime la relación del coeficiente de transferencia de calor en aire al correspondiente en nitrógeno, suponiendo enfriamiento por circulación forzada de la superficie de la placa plana a la misma velocidad en los dos casos.

4.33 Un intercambiador de calor para calentar mercurio líquido está en desarrollo. El intercambiador se puede visualizar

como una placa plana de 6 in de longitud y 1 ft de ancho. La placa se mantiene a 160 °F y el mercurio fluye paralelo al lado corto a 60 °F con una velocidad de 1 ft/s. *a*) Determine el coeficiente de fricción local en el punto medio de la placa y la fuerza de rozamiento total sobre la placa. *b*) Determine la temperatura del mercurio en un punto a 4 in del borde de ataque y a 0.05 in de la superficie de la placa. *c*) Calcule el número de Nusselt en el extremo de la placa.



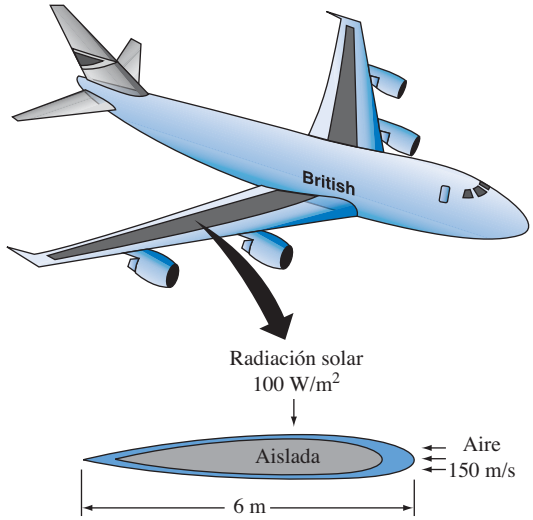
Problema 4.33

4.34 Agua a una velocidad de 2.5 m/s fluye paralela a una placa plana y delgada de 1 m de longitud, horizontal y lisa. Determine los espesores de la capa límite térmica local e hidrodinámica y el coeficiente de fricción local en el punto medio de la placa. ¿Cuál es la tasa de transferencia de calor de un lado de la placa al agua por ancho unitario de la placa si la temperatura superficial se mantiene uniforme a 150 °C y la temperatura de la corriente de agua principal es 15 °C?

4.35 Una placa plana delgada se coloca en una corriente de aire a presión atmosférica que fluye paralela a ella a una velocidad de 5 m/s. La temperatura en la superficie de la placa se mantiene uniformemente a 200 °C y la correspondiente a la corriente de aire principal es 30 °C. Calcule la temperatura y la velocidad horizontal en un punto a 30 cm del borde de ataque y a 4 mm arriba de la superficie de la placa.

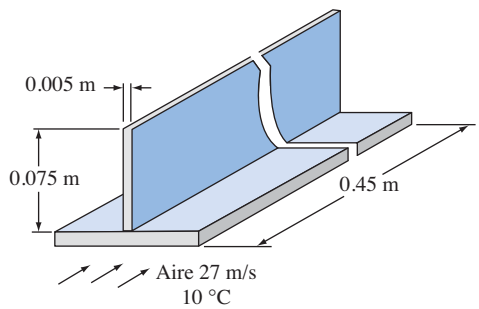
4.36 La temperatura superficial de una placa plana delgada ubicada paralela a una corriente de aire es de 90 °C. La velocidad de corriente libre es 60 m/s y la temperatura del aire es 0 °C. La placa tiene un ancho de 60 cm y una longitud de 45 cm en la dirección de la corriente de aire. Ignorando el efecto del extremo de la placa y suponiendo que el flujo en la capa límite cambia abruptamente de laminar a turbulento a un número de Reynolds de $Re_{tr} = 4 \times 10^5$, determine: *a*) el coeficiente de transferencia de calor promedio en las regiones laminar y turbulenta, *b*) la tasa de transferencia de calor para toda la placa, considerando los dos lados, *c*) el coeficiente de fricción promedio en las regiones laminar y turbulenta y *d*) la fuerza de rozamiento total. Además, trace el coeficiente de transferencia de calor y el de fricción local como una función de la distancia desde el borde de ataque de la placa.

4.37 El ala de un avión tiene una cubierta de aluminio pulido. A una altitud de 1 500 m, absorbe 100 W/m^2 por radiación. Suponiendo que la superficie interior de la cubierta del ala está bien aislada y que tiene una cuerda de 6 m de longitud (es decir, $L = 6$ m), estime la temperatura de equilibrio del ala a una velocidad de vuelo de 150 m/s a distancias de 0.1, 1 y 5 m desde el borde de ataque. Explique el efecto del gradiente de temperatura a lo largo de la cuerda.



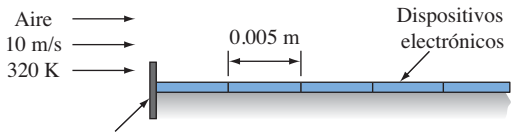
Problema 4.37

4.38 Una aleta de enfriamiento de aluminio para un intercambiador de calor está ubicada paralela a una corriente de aire a presión atmosférica. La aleta, como se muestra en el bosquejo, tiene una altura de 0.075 m, un espesor de 0.005 m y 0.45 m en la dirección del flujo. Su temperatura en la base es 88 °C y el aire está a 10 °C. La velocidad del aire es 27 m/s. Determine la fuerza de rozamiento total y la tasa total de transferencia de calor de la aleta al aire.



Problema 4.38

4.39 Se utiliza aire a 320 K con una velocidad de corriente libre de 10 m/s para enfriar dispositivos electrónicos montados sobre una tarjeta de circuitos impresos, como se muestra en el bosquejo siguiente. Cada dispositivo tiene una plataforma cuadrada de 5 × 5mm y disipa 60 mW. Un dispositivo para crear una corriente turbulenta está ubicado en el borde de ataque para ocasionar que la capa límite se vuelva turbulenta. Suponiendo que las superficies inferiores de los dispositivos electrónicos están aisladas, estime la temperatura superficial en el centro del quinto dispositivo en la tarjeta de circuitos (consulte la página siguiente).



Dispositivo para crear una corriente turbulenta

Problema 4.39

4.40 El coeficiente de fricción promedio para flujo sobre una placa larga de 0.6 m de longitud es 0.01. ¿Cuál es el valor de la fuerza de rozamiento para los siguientes fluidos? *a*) Aire a 15 °C, *b*) vapor a 100 °C y presión atmosférica, *c*) agua a 40 °C, *d*) mercurio a 100 °C y *e*) alcohol *n*-butílico a 100 °C.

4.41 Una placa plana, delgada y cuadrada de 6 in por lado se someterá a una prueba de rozamiento en un túnel de viento con aire a 100 ft/s, 14.7 psia y 60 °F que fluye en sentido transversal y paralelo a las superficies superior e inferior. La fuerza de rozamiento total observada es 0.0135 lb. Utilizando la definición del coeficiente de fricción [ecuación (4.13)] y la analogía de Reynolds, calcule la tasa de transferencia de calor de esta placa cuando la temperatura superficial se mantiene a 250 °F.

4.42 Una placa plana, delgada y cuadrada de 15 cm por lado está suspendida de una balanza en una corriente de aceite para motores que fluye uniformemente de tal manera que el aceite fluye paralelo a y a lo largo de las dos superficies de la placa. El rozamiento total sobre la placa se midió igual a 55.5 N. Si el aceite fluye a una velocidad de 15 m/s con una temperatura de 45 °C, calcule el coeficiente de transferencia de calor utilizando la analogía de Reynolds.

4.43 Para un estudio sobre el calentamiento global, se ha diseñado un instrumento para mapear las características de absorción de CO_2 del Océano Pacífico. El paquete de instrumentos se parece a una placa plana con un área superficial total (superior e inferior) de 2 m^2. Para operarlo con seguridad, su temperatura superficial no debe exceder la temperatura del océano en más de 2 °C. Para monitorear la temperatura del paquete de instrumentos, que se remolca por un barco que se navega a 20 m/s, se mide la tensión en el cable de remolque. Si la tensión es 400 N, calcule la tasa de generación de calor máxima permisible del paquete de instrumentos.

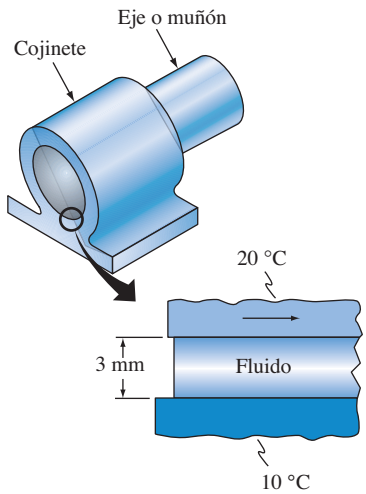
4.44 Para flujo de gas sobre una superficie plana que se asperezó de manera artificial con un chorro de arena, el coeficiente de transferencia de calor local por convección se puede correlacionar mediante la relación adimensional $Nu_x = 0.05Re_x^{0.9}$. *a*) Deduzca una relación para el coeficiente de transferencia de calor promedio en flujo sobre una placa plana de longitud L. *b*) Suponiendo que es válida la analogía entre la transferencia de calor y de cantidad de movimiento, deduzca una relación para el coeficiente de fricción local. *c*) Si el gas es aire a una temperatura de 400 K fluyendo a una velocidad de 50 m/s, estime el flujo de calor a 1 m del borde de ataque para una temperatura superficial de la placa de 300 K.

4.45 Cuando la disipación viscosa es apreciable, en la conservación de la energía [ecuación (4.6)] se debe tomar en cuenta la tasa a la que la energía mecánica se convierte irreversiblemente en energía térmica debido a los efectos viscosos en el fluido. Esto da origen a un término adicional, ϕ, la disipación viscosa, en el lado derecho, donde:

$$\frac{\phi}{\mu} = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right] - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2$$

Aplique la ecuación resultante a un flujo laminar entre dos placas paralelas infinitas, en donde la placa superior se mueve a una velocidad U. Suponiendo propiedades físicas constantes (ρ, c_p, k y μ), obtenga expresiones para las distribuciones de velocidad y temperatura. Compare la solución con el término de disipación incluido con los resultados cuando se ignora la disipación. Encuentre la velocidad de la placa necesaria para producir un aumento de temperatura de 1 K en aire nominalmente a 40 °C relativa al caso donde se ignora la disipación.

4.46 Una chumacera se puede idealizar como una placa plana estacionaria y una placa plana móvil que se mueve paralela a ella. El espacio entre las dos placas está lleno con un fluido incompresible. Considere un cojinete en el que las placas estacionaria y móvil están a 10 y 20 °C, respectivamente, la distancia entre ellas es 3 mm, la velocidad de la placa móvil es 5 m/s y hay aceite para motores entre las placas. *a*) Calcule el flujo de calor hacia las placas superior e inferior. *b*) Determine la temperatura máxima del aceite.

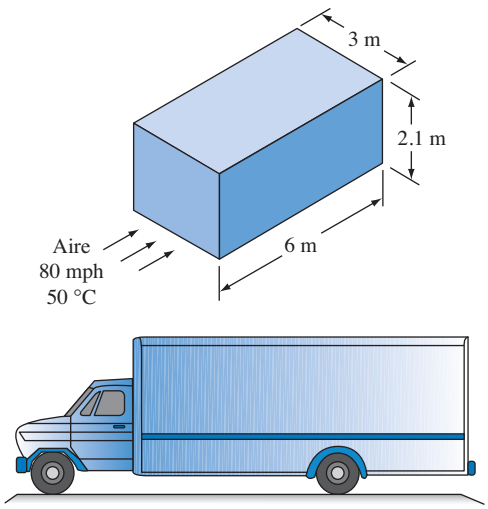


Problema 4.46

4.47 Una chumacera tiene una holgura de 0.5 mm. El muñón tiene un diámetro de 100 mm y gira a 3 600 rpm dentro del cojinete. Está lubricado con un aceite que tiene una densidad de 800 kg/m^3, una viscosidad de 0.01 kg/ms y una conductividad térmica de 0.14 W/m K. Si la superficie del cojinete está a 60 °C, determine la distribución de temperatura en la película de aceite, suponiendo que la superficie de la chumacera está aislada.

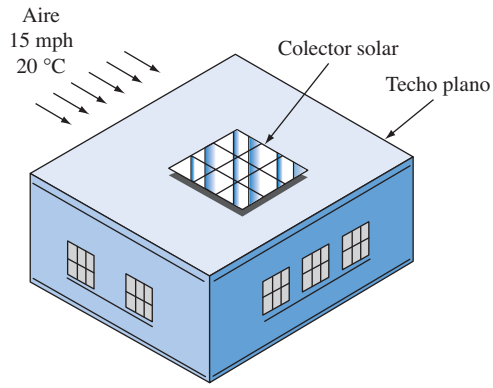
4.48 Una chumacera tiene una holgura de 0.5 mm. El muñón tiene un diámetro de 100 mm y gira a 3 600 rpm dentro del cojinete. Está lubricado con un aceite que tiene una densidad de 800 kg/m^3, una viscosidad de 0.01 kg/ms y una conductividad térmica de 0.14 W/m K. Si las temperaturas del muñón y del cojinete se mantienen a 60 °C, calcule la tasa de transferencia de calor del cojinete y la potencia necesaria por rotación por unidad de longitud.

4.49 Un camión refrigerado viaja a 80 mph por una carretera en el desierto donde la temperatura del aire es 50 °C. El cuerpo del camión se puede idealizar como una caja rectangular de 3 m de ancho, 2.1 m de altura y 6 m de longitud, a una temperatura superficial de 10 °C. Suponga que: 1) la transferencia de calor de la parte frontal y posterior del camión se puede ignorar, 2) la corriente de aire no se separa de la superficie y 3) la capa límite es turbulenta sobre toda la superficie. Si se requiere una capacidad de 1 ton por cada 3600 W de pérdida de calor, calcule el tonelaje necesario de la unidad de refrigeración.



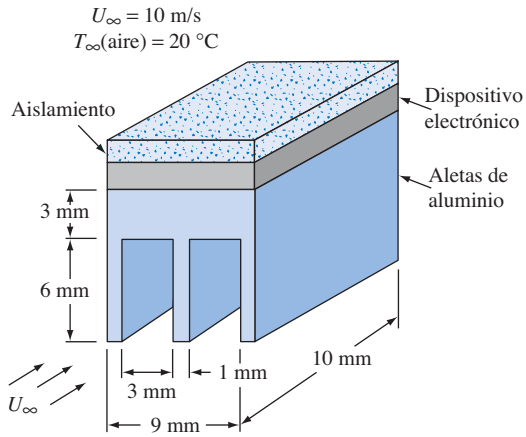
Problema 4.49

4.50 En el ecuador, donde el sol está aproximadamente arriba de la cabeza al medio día, una orientación casi óptima para un calentador solar de placa plana es en la posición horizontal. Suponga que para calentar agua para uso doméstico se utiliza un colector solar de 4×4 m montado sobre un techo horizontal, como se muestra en el bosquejo siguiente. La temperatura superficial de la cubierta de cristal se estima que es 40 °C y aire a 20 °C sopla sobre el techo a una velocidad de 15 mph. Estime la pérdida de calor por convección del colector al aire cuando el colector está montado: *a*) en el borde de ataque del techo ($L_c = 0$) y *b*) a una distancia de 10 m del borde de ataque.



Problema 4.50

4.51 Un dispositivo electrónico se enfriará por aire fluyendo sobre aletas de aluminio fijas a la superficie inferior como se muestra:

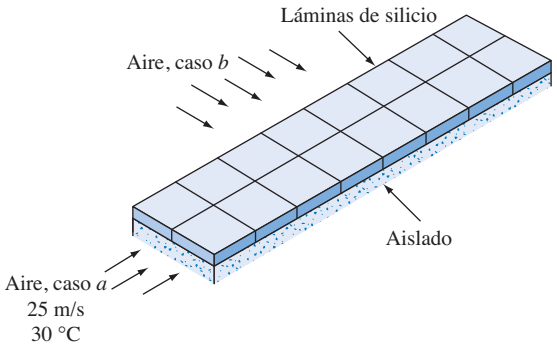


Problema 4.51

El dispositivo disipa 5 W y la resistencia por contacto térmico entre la superficie inferior del dispositivo y la superficie superior del conjunto de aletas de enfriamiento es 0.1 cm^2 K/W. Si el dispositivo está a una temperatura uniforme y aislado en la parte superior, estime la temperatura en régimen permanente.

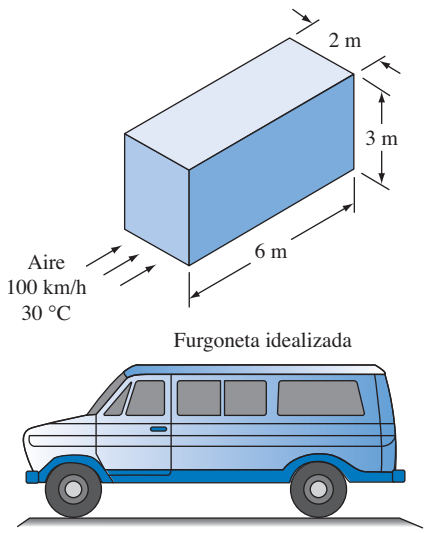
4.52 Un arreglo de 16 láminas de silicio configuradas en dos filas está aislado en la parte inferior y se enfría por aire que fluye por convección forzada sobre la parte superior. El arreglo se puede colocar con su lado largo o bien con el corto de frente al aire de enfriamiento. Si cada chip tiene un área superficial de 10×10 mm y

disipa la misma energía, calcule la tasa de disipación de energía máxima permisible para los dos arreglos si la temperatura superficial máxima permisible de las láminas es 100 °C. ¿Cuál sería el efecto de un dispositivo para crear una corriente turbulenta en el borde de ataque para ocasionar la capa límite en flujo turbulento? La temperatura del aire es 30 °C y su velocidad es 25 m/s.



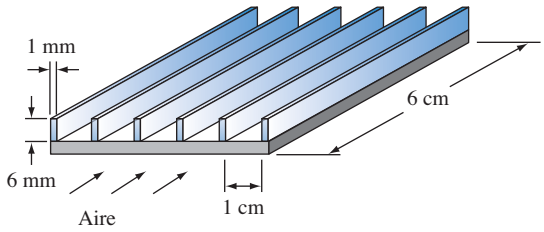
Problema 4.52

4.53 Se quiere dimensionar el sistema de acondicionamiento de aire en una furgoneta Chevrolet para su uso en climas desérticos. El sistema debe mantener una temperatura interior de 20 °C cuando la furgoneta viaje a 100 km/h a través de aire seco a 30 °C en la noche. Si la parte superior de la furgoneta se puede idealizar como una placa plana de 6 m de longitud y 2 m de ancho y los lados como placas planas de 3 m de altura y 6 m de longitud, estime la tasa a la que el calor se debe remover del interior para mantener las condiciones de comodidad especificadas. Suponga que el coeficiente de transferencia de calor en el interior de la furgoneta es 10 W/m^2 K.



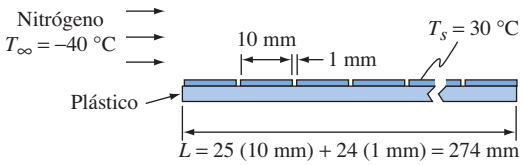
Problema 4.53

4.54 Las seis aletas idénticas de aluminio que se muestran en el siguiente bosquejo están fijas a un dispositivo electrónico para su enfriamiento. El aire de enfriamiento está disponible a una velocidad de 5 m/s de un ventilador a 20 °C. Si la temperatura promedio en la base de una aleta no debe exceder 100 °C, estime la disipación de energía máxima permisible del dispositivo.



Problema 4.54

4.55 Veinticinco láminas cuadradas de computadora, cada una con tamaño de 10 × 10 mm y 1 mm de espesor, están montadas separadas 1 mm en un sustrato plástico aislante como se muestra en el siguiente bosquejo. Las láminas se enfriarán con nitrógeno fluyendo a lo largo de la longitud de la fila a −40 °C y presión atmosférica para evitar que su temperatura exceda 30 °C. El diseño debe proporcionar una tasa de disipación de 30 mW por chip. Estime la velocidad de corriente libre mínima necesaria para proporcionar condiciones de seguridad para cada chip en el arreglo.

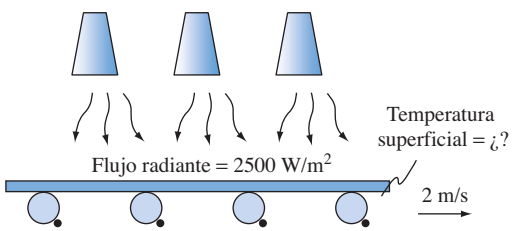


Problema 4.55

4.56 Se propone remolcar témpanos de hielo de la región polar al Medio Este a fin de suministrar agua potable a regiones áridas allí. Un témpano común adecuado para remolcarlo deberá ser relativamente ancho y plano. Considere un témpano de 0.25 km de espesor y 1 km por lado. El témpano se remolcará a 1 km/h una distancia de 6 000 km a través de agua cuya temperatura promedio durante el viaje es 8 °C. Suponiendo que la interacción del témpano con sus alrededores se puede aproximar por la transferencia de calor y fricción en su superficie inferior, calcule los parámetros siguientes: *a*) la tasa a la que el hielo se fundirá en la superficie inferior y *b*) la potencia requerida para remolcar el témpano a la velocidad designada. *c*) Si la energía de remolcar cuesta aproximadamente 50 ¢/kW · h por

hora de potencia y el costo de suministrar agua en el destino se puede aproximar con la misma cifra, calcule el costo de agua dulce. El calor latente de fusión del hielo es 334 kJ/kg y su densidad es 900 kg/m^3.

4.57 En un proceso de manufactura, una tira larga de plancha metálica se transporta en una banda de transporte a una velocidad de 2 m/s mientras un recubrimiento en su parte superior tiene que curarse por calentamiento radiante. Suponga que lámparas infrarrojas montadas arriba de la banda proporcionan un flujo radiante de 2500 W/m^2 sobre el recubrimiento. El recubrimiento absorbe 50% del flujo radiante incidente, tiene una emisividad de 0.5 e irradia hacia los alrededores a una temperatura de 25 °C. Además, el recubrimiento pierde calor por convección a través de un coeficiente de transferencia de calor por convección tanto en la superficie superior como en la inferior y el aire ambiente, que se puede suponer que está a la misma temperatura que el ambiente. Estime la temperatura del recubrimiento en condiciones de régimen permanente.

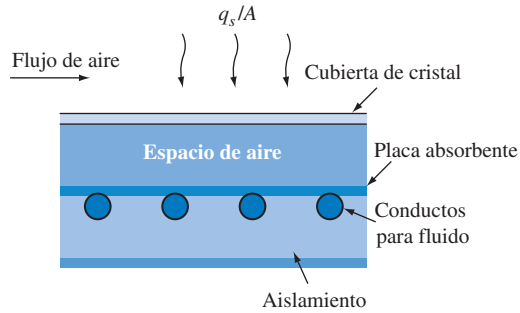


Problema 4.57

4.58 El siguiente esquema es de un colector solar de placa plana de 4 m^2 para calentamiento de agua para uso doméstico. Sobre la cubierta de cristal incide una radiación solar a una tasa de 750 W/m^2, que transmite 90% del flujo incidente. Fluye agua a través de los tubos soldados en la parte posterior de la placa absorbente, entrando con una temperatura de 25 °C. La cubierta de cristal tiene una temperatura de 27 °C en régimen permanente e irradia calor con una emisividad de 0.92 al cielo a −50 °C. Además, la cubierta de cristal pierde calor por convección al aire a 20 °C que fluye sobre su superficie a 20 mph.

a) Calcule la tasa a la que el calor se colecta por el fluido de trabajo, es decir, el agua en los tubos, por área unitaria de la placa absorbente. *b*) Calcule la eficiencia del colector η_c, que se define como la relación de la energía útil transferida al agua en los tubos a la energía solar incidente en la placa de cubierta del colector. *c*) Calcule la temperatura de salida del agua si su tasa de flujo a través del colector es 0.02 kg/s. El calor específico del agua es 4 179 J/kg K.

4.59 Una barra de tránsito de 6 in de longitud y 1 in de diámetro ($k = 0.56$, Btu/h ft °F, $\rho = 100$ lb/cu ft, $c = 0.20$ Btu/lb °F) en el extremo de una barra de madera de 1 in de diámetro a una temperatura uniforme de 212 °F repentinamente se coloca en una corriente de vapor a 60 °F y 100 ft/s que fluye paralela al eje de la barra. Estime la temperatura promedio en el eje de la barra de tránsito 8 min después de que inicia el enfriamiento. Suponga conducción de calor radial, pero incluya las pérdidas por radiación basadas en una emisividad de 0.90 a alrededores negros a la temperatura del aire.

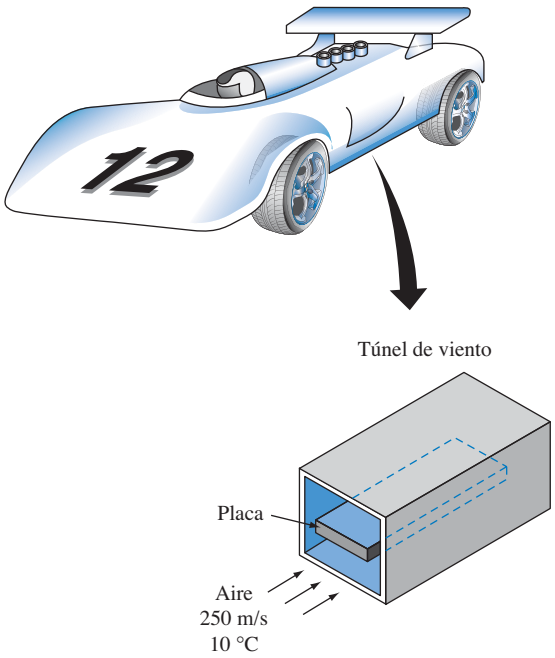


Problema 4.58

4.60 Una placa plana de cromo altamente pulido se coloca en un túnel de viento de alta velocidad para simular el flujo sobre el fuselaje de una aeronave supersónica. El aire que fluye en el túnel de viento está a una temperatura de 0 °C y a una presión de 3500 N/m^2 y tiene una velocidad paralela a la placa de 800 m/s. ¿Cuál es la temperatura en la pared adiabática en la región laminar y cuál es la longitud de la capa laminar?

4.61 Fluye aire, a una temperatura estática de 70 °F y a una presión estática de 0.1 psia, a un ángulo de ataque cero sobre una placa plana calentada eléctricamente a una velocidad de 20 fps. Si la placa tiene una longitud de 4 in en la dirección del flujo y de 24 in en la dirección normal al flujo, determine la tasa de disipación de calor eléctrico necesaria para mantener la placa a una temperatura promedio de 130 °F.

4.62 El rechazo de calor de automóviles de carreras es un problema debido a que los intercambiadores de calor requeridos por lo general crean un rozamiento adicional. Se ha propuesto probar la integración del rechazo de calor hacia la cubierta del vehículo para un automóvil en el lago salado *Bonneville Salt Flats*. Las pruebas preliminares se realizarán en un túnel de viento en una placa plana sin rechazo de calor. El aire atmosférico en el túnel está a 10 °C y fluye a 250 m/s^{-1} sobre la placa plana térmicamente no conductora de 3 m de longitud. ¿Cuál es la temperatura de la placa a 1 m corriente abajo desde el borde de ataque? ¿Qué tanto difiere esta temperatura de la temperatura a 0.005 m del borde de ataque?



Problema 4.62

4.63 Fluye aire sobre una tira plana metálica de 0.1 m de longitud a 15 °C y a una presión atmosférica de 0.01 a una velocidad de 250 m/s en la dirección del flujo. Determine: *a*) la temperatura superficial de la placa en equilibrio y *b*) la tasa de remoción de calor necesaria por metro de ancho si la temperatura superficial se debe mantener a 30 °C.

4.64 Una placa plana se coloca en un túnel de viento supersónico con aire que fluye sobre ella a un número de Mach de 2.0, a una presión de 25 000 N/m^2 y a una temperatura ambiente de −15 °C. Si la placa tiene una longitud de 30 cm en la dirección del flujo, calcule la tasa de enfriamiento por área unitaria que se necesita para mantener la temperatura de la placa por debajo de 120 °C.

4.65 Un satélite reingresa en la atmósfera de la Tierra a una velocidad de 2 700 m/s. Estime la temperatura máxima que alcanzara el blindaje de calor si no se permite que su material se desprenda y se ignoran los efectos de la radiación. La temperatura de la capa superior de la atmósfera es ≅−50 °C.

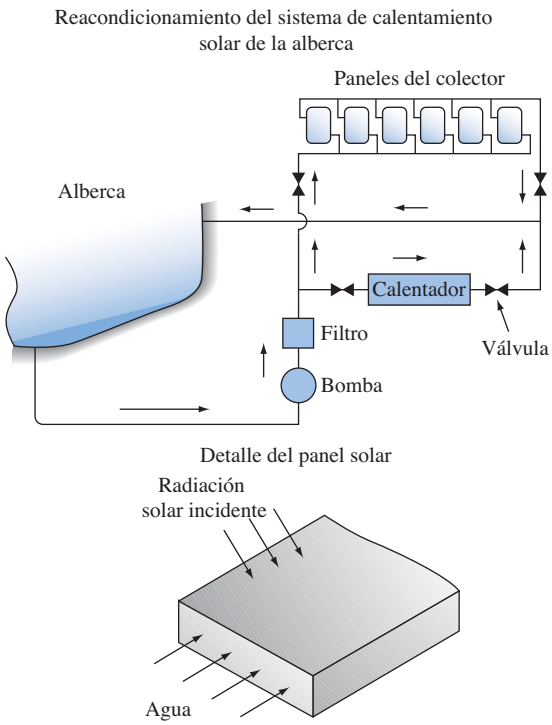
4.66 En un túnel de viento se prueba un modelo a escala de una sección del ala de un avión a un número de Mach 1.5. La presión y temperatura en la sección de prueba son 20 000 N/m^2 y −30 °C, respectivamente. Si la sección del ala debe mantenerse a una temperatura promedio de 60 °C, determine la tasa de enfriamiento requerida. El modelo del ala se puede aproximar como una placa plana de 0.3 m de longitud en la dirección del flujo.

Problemas de diseño

4.1 **Carga de calefacción en una fábrica** (continuación del problema de diseño 1.3)
En el problema de diseño 1.3, usted calculó la pérdida de calor de un edificio industrial pequeño en el invierno. En los cálculos iniciales, estimó el coeficiente de transferencia de calor por convección de la tabla 1.3. Ahora repita los cálculos de la pérdida de calor, pero calcule el coeficiente de transferencia de calor externo con base en el material presentado en este capítulo. Para estimar las condiciones de convección forzada en el edificio, suponga que los vientos en Denver, Colorado, pueden ser tan altos como 70 mph, pero en condiciones normales no sobrepasarán 20 mph. Analice el efecto de la iluminación en la carga de calor y estime cuál sería el efecto de las luces eléctricas si se necesitan 20 bombillos eléctricos de 150 W para proporcionar una iluminación adecuada para este edificio industrial. ¿Puede sugerir un método de iluminación mejorado?

4.2 **Camión refrigerado** (continuación del problema de diseño 2.10)
Refine el diseño térmico del contenedor de embarque refrigerado del problema de diseño 2.10 calculando el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre los dos lados y la parte superior a 65 mph a partir de la información presentada en este capítulo. La pérdida de calor de las partes frontal y posterior del camión se puede estimar con información de la tabla 1.3. La pérdida de calor de la parte inferior del contenedor será relativamente pequeña debido a que queda relativamente cerca de la carretera sobre la plataforma del camión.

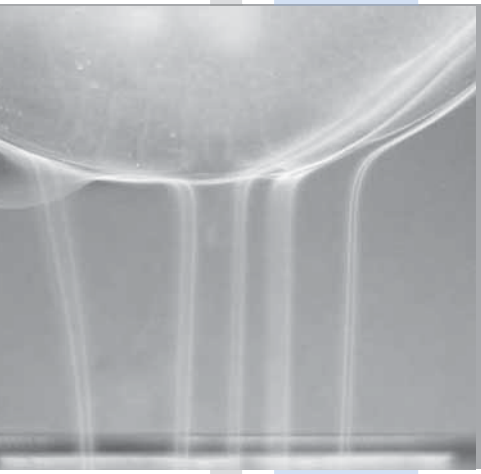
4.3 **Alberca con calentamiento solar**
Estime la pérdida de calor de la superficie de una alberca con área superficial de 3 × 10 m y una profundidad promedio de 1.5 m y después diseñe un sistema de calentamiento solar para ella. Con anterioridad la alberca se calentó con un calentador eléctrico que se



Problema de diseño 4.3

puede utilizar como respaldo cuando no haya suficiente radiación solar para mantener la temperatura de la alberca, pero que pueda apagarse cuando haya suficiente radiación para que los colectores calienten la alberca. Los paneles del colector están hacia el sur con una pendiente igual a la latitud menos 10 °C, como recomiendan los expertos en calentadores solares (consulte, por ejemplo, J.F. Kreider, C.J. Hoogendoorn y F. Kreith, *Solar Design: Component, Systems, Economics*, Hemisphere Publishing, 1989). La alberca está ubicada en San Diego, California, donde la velocidad promedio del viento es 10 mph, se debe mantener a una temperatura de 28 °C todo el año. El sistema de calentamiento solar es un bucle cerrado de agua con una configuración de tuberías que permite que el flujo sólo llegue al calentador existente, el flujo a través del calentador eléctrico, de los paneles solares y sólo hacia los paneles solares, como se muestra en el bosquejo. El colector solar tiene que ser de una extrusión de plástico negro sin una cubierta para minimizar su costo. El coeficiente de transferencia de calor para el agua en los pasajes de flujo rectangular del colector se puede estimar con base en la tabla 1.3. Sugiera maneras para reducir la pérdida de calor de la alberca de noche y estime la efectividad en cuanto al costo del sistema.

CAPÍTULO 5



Convección natural

Capa límite en convección natural alrededor de un objeto plano representada por líneas ascendentes de humo cálido chocando sobre un cuerpo abultado.

Fuente: Cortesía de Sanjeev Sharma y del profesor Jean Hertzberg, Department of Mechanical Engineering, University of Colorado, Boulder, Co.

Conceptos y análisis que se deben aprender

La transferencia de calor por convección natural, a la que también se le refiere como *convección libre* o *flujo inducido por flotación con transferencia de calor*, es el resultado del movimiento de un fluido producido por inversión de su densidad. Por ejemplo, el aire en contacto con una superficie caliente se calienta, su densidad disminuye y en presencia de gravedad, sube debido a la flotación. Después el aire frío se desplaza desde los alrededores para llenar este vacío y se establece una corriente de flujo de aire ascendente. El proceso inverso ocurre cuando el aire entra en contacto con una superficie más fría. Se hunde, o se mueve hacia abajo y se desarrolla una corriente inversa. Esto, en esencia, describe la convección natural y es el modo de transferencia de calor que se observa cuando, por ejemplo, una taza de café se enfría en una mesa. Al estudiar este capítulo aprenderá:

- Cómo modelar matemáticamente la transferencia de calor por convección natural en condiciones de régimen permanente.
- Cómo obtener parámetros de escala de similitud o adimensionales.
- Cómo aplicar correlaciones diferentes para determinar la transferencia de calor por convección natural para geometrías y orientaciones diferentes de superficies, cuerpos abultados y espacios cerrados.
- Cómo determinar el efecto de la convección natural en convección forzada.
- Cómo calcular la transferencia de calor debida a la convección natural de aletas y superficies con aletas.

5.1 Introducción

La transferencia de calor por convección natural ocurre cuando un cuerpo se coloca en un fluido a una temperatura mayor o menor que la del cuerpo. Como resultado de la diferencia de temperatura, el calor fluye entre el fluido y el cuerpo y ocasiona un cambio en la densidad del fluido en la vecindad de la superficie. La diferencia en densidad conduce a un flujo hacia abajo del fluido más pesado y a un flujo hacia arriba del más ligero. Si el movimiento del fluido se ocasiona únicamente por diferencias en densidad resultantes de gradientes de temperatura y no se asiste por una bomba o un ventilador, al mecanismo de transferencia de calor asociado se le denomina *convección natural*. Las corrientes de convección natural transfieren energía interna almacenada en el fluido esencialmente de la misma manera que las corrientes de convección forzada. Sin embargo, la intensidad del movimiento de mezclado es, por lo general, menor en convección natural y en consecuencia, los coeficientes de transferencia de calor son menores que en convección forzada.

Si bien los coeficientes de transferencia de calor por convección natural son relativamente pequeños, muchos dispositivos dependen en gran medida en este modo de transferencia de calor para su enfriamiento. En el campo de la ingeniería eléctrica, las líneas de transmisión, los transformadores, rectificadores, dispositivos electrónicos y cables calentados eléctricamente como los elementos calefactores de un horno eléctrico se enfrían en parte por convección natural. Las temperaturas de estos cuerpos aumentan arriba de la correspondiente a los alrededores como resultado del calor generado internamente. Conforme aumenta la diferencia de temperatura, la tasa de flujo de calor también se incrementa hasta que se alcanza un estado de equilibrio en el que la tasa de generación de calor es igual a la tasa de disipación de calor.

La convección natural es el mecanismo de transferencia de calor predominante en radiadores de vapor, en las paredes de edificios o el cuerpo humano estacionario en una atmósfera en calma. Por tanto, para determinar la carga de calor en equipo de calefacción, acondicionamiento de aire y cómputo es necesario conocer los coeficientes de transferencia de calor por convección natural. La convección natural también es responsable de las pérdidas de calor de tubos que transportan vapor u otros fluidos calientes. La convección natural se ha propuesto en aplicaciones de energía nuclear para enfriar las superficies de cuerpos en los que se genera calor por fisión [1]. La importancia de la transferencia de calor por convección natural ha conducido a la publicación de un libro de texto dedicado por completo al tema [2].

En todos los ejemplos antes mencionados, la atracción gravitacional es la fuerza sobre el cuerpo responsable de las corrientes de convección. Sin embargo, la gravedad no es la única fuerza sobre el cuerpo que puede producir convección natural. En ciertas aplicaciones aeronáuticas, existen componentes como los álabes de turbinas de gas y estatorreactores de helicópteros que giran a altas velocidades. Asociadas con estas velocidades rotatorias existen grandes fuerzas centrífugas cuyas magnitudes, al igual que la fuerza gravitacional, también son proporcionales a la densidad del fluido y de aquí que pueden generar corrientes de convección natural. Por tanto, el enfriamiento de componentes rotatorios por convección natural es posible incluso en flujos térmicos elevados.

Las velocidades de los fluidos en corrientes de convección natural, en especial las generadas por la gravedad, por lo general son bajas, pero las características del flujo en la vecindad de la superficie de transferencia de calor son similares a las de la

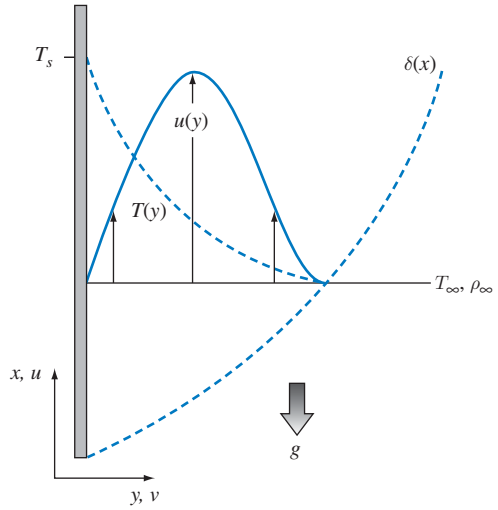


FIGURA 5.1 Distribuciones de velocidad y temperatura en la vecindad de una placa plana caliente colocada verticalmente en aire en calma.

Fuente: Según E. Schmidt y W. Beckmann [3].

convección forzada. Se forma una capa límite cerca de la superficie y la velocidad del fluido en la interfaz es cero. En la figura 5.1 se muestran las distribuciones de velocidad y temperatura cerca de una placa plana calentada en una posición vertical en aire [3]. A una distancia dada de la parte inferior de la placa, la velocidad local ascendente aumenta al incrementarse la distancia desde la superficie hasta alcanzar un valor máximo cerca de la superficie, después disminuye y tiende a cero de nuevo, como se muestra en la figura 5.1. Aunque el perfil de la velocidad es diferente del que se observa en la convección forzada sobre una placa plana, donde la velocidad se aproxima de manera asintótica a la velocidad de corriente libre, en la vecindad de la superficie las características de los dos tipos de capas límite son similares. En la convección natural, al igual que en la convección forzada, el flujo puede ser laminar o turbulento, dependiendo de la distancia desde el borde de ataque, de las propiedades del fluido, de la fuerza sobre el cuerpo y de la diferencia de temperatura entre la superficie y el fluido.

El campo de temperatura en convección natural (figura 5.1) es similar al que se observa en la convección forzada. De aquí que sea válida la interpretación física del número de Nusselt presentada en la sección 4.5. Sin embargo, en aplicaciones prácticas suele emplearse la ecuación de Newton, ecuación (1.11),

$$dq = h_c\, dA(T_s - T_\infty)$$

La ecuación está escrita para un área diferencial dA, debido a que en convección natural, el coeficiente de transferencia de calor h_c no es uniforme sobre una superficie. Por tanto, al igual que en la convección forzada sobre una placa plana, se debe distinguir entre un valor local de h_c y un valor promedio h_c obtenido promediando h_c sobre toda la superficie. La temperatura T_∞ se refiere a un punto en el fluido lo suficientemente alejado del cuerpo de manera que la temperatura del fluido no se afecta por la presencia de una fuente de calentamiento (o enfriamiento) en el cuerpo.

La evaluación exacta del coeficiente de transferencia de calor por convección natural de la capa límite es muy difícil. El problema sólo se ha resuelto para geome-

trías simples como en una placa plana vertical y un cilindro horizontal [3, 4]. Aquí no se analizarán estas soluciones especializadas, pero se establecerán las ecuaciones diferenciales para la convección natural de una placa plana vertical utilizando sólo principios físicos fundamentales. A partir de estas ecuaciones, sin que en realidad se resuelvan, se determinarán las condiciones de similitud y los parámetros adimensionales asociados que correlacionan los datos experimentales. En la sección 5.3, se presentarán los datos experimentales para varias formas de interés práctico en términos de estos parámetros adimensionales y se analizará su importancia práctica. En la sección 5.4 se aborda la convección natural de objetos rotatorios, en los que la fuerza sobre un cuerpo debida a una aceleración centrífuga puede ser más importante que la fuerza gravitacional sobre el cuerpo. En la sección 5.5 se tratan los problemas en los que la convección natural y la convección forzada actúan al mismo tiempo, es decir, convección mezclada. En la sección 5.6 se estudia la transferencia de calor hacia y desde superficies con aletas en convección natural.

5.2 Parámetros de similitud para convección natural

En el análisis de la convección natural se utilizará un fenómeno al que comúnmente se le refiere como flotación y que con frecuencia se describe así: un cuerpo sumergido en un fluido experimenta una fuerza de flotación o sustentación igual a la masa del fluido desplazado. De aquí, un cuerpo sumergido sube cuando su densidad es menor que la del fluido circundante y se hunde cuando su densidad es mayor. Esto es en esencia el efecto de flotación y es la fuerza propulsora en la conducción natural.

Para fines de nuestro análisis, considere un panel calefactor doméstico. El panel se puede idealizar como una placa plana vertical, muy larga y muy ancha en el plano perpendicular al piso, de manera que el flujo es bidimensional (figura 5.2). Cuando el calentador se apaga, el panel está a la misma temperatura que el aire circundante. La fuerza gravitacional o sobre el cuerpo que actúa en cada elemento de fluido está en

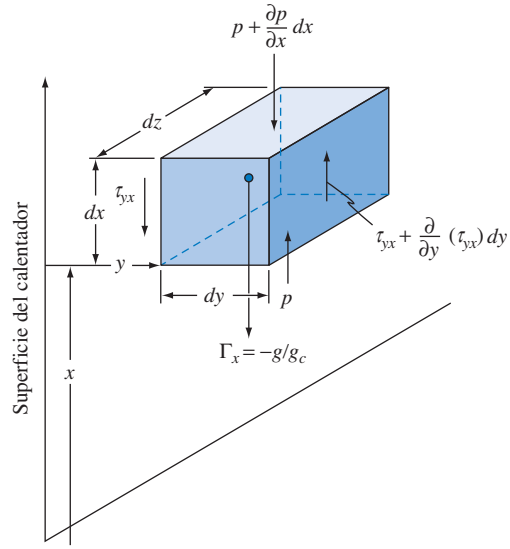


FIGURA 5.2 Fuerzas que actúan en un elemento de fluido en flujo en convección natural.

equilibrio con el gradiente de presión hidrostática y el aire está inmóvil. Cuando el calentador se enciende, el fluido en la vecindad del panel se calentará y su densidad disminuirá. De aquí, la fuerza sobre el cuerpo (definida como la fuerza por masa unitaria) sobre un volumen unitario en la parte calentada del fluido es menor que en el fluido sin calentar. Este desequilibrio ocasiona que el fluido calentado suba: un fenómeno bien conocido por experiencia. Además de la fuerza de flotación, existen fuerzas de presión y también fuerzas friccionales que actúan cuando el aire está en movimiento. Una vez que se han establecido condiciones en régimen permanente, la fuerza total sobre un elemento de volumen *dx dy dz* en la dirección *x* perpendicular al piso consiste en lo siguiente:

1. La fuerza debida al gradiente de presiones

$$p\,dy\,dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}\,dx\right)dy\,dz = -\frac{\partial p}{\partial x}\,(dx\,dy\,dz)$$

2. La fuerza sobre el cuerpo $\Gamma_x \rho(dx\ dy\ dz)$, donde $\Gamma_x = -g/g_c$, ya que sólo la gravedad está activa*
3. Las fuerzas cortantes friccionales debidas al gradiente de velocidades

$$(-\tau_{yx})\,dx\,dz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\,dy\right)dx\,dz$$

Como $\tau_{yx} = \mu(\partial u/\partial y)/g_c$ en flujo laminar, la fuerza friccional neta es

$$\left(\frac{\mu}{g_c}\,\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)dx\,dy\,dz$$

Las fuerzas debidas a la deformación del elemento del fluido no se tomarán en cuenta en vista de la baja velocidad. Ostrach [1] demostró que los efectos del trabajo de compresión y del calor friccional pueden ser importantes en problemas de convección natural cuando existen diferencias de temperaturas muy grandes, cuando se consideran escalas de longitud muy grandes y cuando pueden existir fuerzas sobre el cuerpo muy elevadas, como en maquinaria rotatoria a alta velocidad.

La rapidez de cambio de la cantidad de movimiento del elemento de fluido es $\rho\ dx\ dy\ dz \times [u(\partial u/\partial x) + v(\partial u/\partial y]$, como se muestra en la sección 4.4. Aplicando la segunda ley de Newton al volumen elemental da

$$\rho\left(u\,\frac{\partial u}{\partial x} + v\,\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -g_c\,\frac{\partial p}{\partial x} - \rho g + \mu\,\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{5.1}$$

después de cancelar *dx dy dz.* El fluido sin calentar alejado de la placa está en equilibrio hidrodinámico, o $g_c(\partial p_e/\partial x) = -\rho_e g$, donde el subíndice *e* denota condiciones de

*g_c es la constante gravitacional, igual a 1 kg m/N s^2 en el sistema SI.

equilibrio. En cualquier elevación, la presión es uniforme y por tanto $\partial p/\partial x = \partial p_e/\partial x$. Sustituyendo $\rho_e g$ en lugar de $-(\partial p/\partial x)$ en la ecuación (5.1) da

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = (\rho_e - \rho)g + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{5.2}$$

Se puede hacer una simplificación adicional suponiendo que la densidad ρ depende sólo de la temperatura y no de la presión. Para un fluido incompresible, esto es evidente, pero para un gas, implica que la dimensión vertical del cuerpo es lo suficientemente pequeña que la densidad hidrostática ρ_e es constante. A esta simplificación se le refiere como *aproximación de Boussinesq.* Con estas suposiciones, el término de flotación se puede escribir como

$$g(\rho_e - \rho) = g(\rho_\infty - \rho) = -g\rho\beta(T_\infty - T) \tag{5.3}$$

donde β es el coeficiente de dilatación térmica, definido como

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial T}\bigg|_p \cong \frac{\rho_\infty - \rho}{\rho(T - T_\infty)} \tag{5.4}$$

Para un gas ideal (es decir, $\rho = p/RT$), el coeficiente de dilatación térmica es

$$\beta = \frac{1}{T_\infty} \tag{5.5}$$

donde la temperatura T_∞ es la temperatura absoluta lejos de la placa.

La ecuación de movimiento para convección natural se obtiene sustituyendo el término de flotación, ecuación (5.3), en la ecuación (5.2), lo que da

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{5.6}$$

Al deducir la ecuación de conservación de la energía para el flujo cerca de la placa, se siguen los mismos pasos utilizados en el capítulo 4 para deducir la ecuación de conservación de la energía para el flujo forzado cerca de una placa plana. Esto conduce a la ecuación (4.7*b*), que también describe el campo de temperatura para el problema de convección natural:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{4.7b}$$

Los parámetros adimensionales se pueden determinar a partir del teorema π de Buckingham, sección 4.7. Se tienen siete cantidades físicas

$$\begin{aligned} U_\infty &= \text{velocidad característica} \\ L &= \text{longitud característica} \\ g &= \text{aceleración de la gravedad} \\ \beta &= \text{coeficiente de dilatación} \\ (T - T_\infty) &= \text{diferencia de temperatura} \\ \nu &= \text{viscosidad cinemática} \\ \alpha &= \text{difusividad térmica} \end{aligned}$$

que se pueden expresar en cuatro dimensiones principales: masa, longitud, tiempo y temperatura. Por tanto, el coeficiente de transferencia de calor adimensional (número de Nusselt) se puede expresar en términos de $7 - 4 = 3$ grupos adimensionales:

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}(\pi_1, \pi_2, \pi_3) \tag{5.7}$$

Utilizando el método descrito en la sección 4.7, se obtiene

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{U_\infty L}{\nu} \\ \pi_2 &= \frac{\nu}{\alpha} \\ \pi_3 &= \frac{g\beta(T - T_\infty)L^3}{\nu^2} \end{aligned} \tag{5.8}$$

Se reconoce a π_1 como el número de Reynolds y a π_2 como el número de Prandtl. El tercer grupo adimensional se denomina *número de Grashof*, Gr, y representa la relación de las fuerzas de flotación con las fuerzas viscosas. Las unidades consistentes son:

α, ν (m^2/s)	g (m/s^2)
L (m)	β (1/K)
U_∞ (m/s)	$(T - T_\infty)$ (K)

Como la velocidad del flujo se determina por el campo de temperatura, π_1 no es un parámetro adimensional. Así pues, se elimina la dependencia del número de Nusselt en π_1. Por tanto, los resultados experimentales para el coeficiente de transferencia de calor por convección natural se pueden correlacionar mediante una ecuación del tipo

$$\mathrm{Nu} = \phi(\mathrm{Gr})\psi(\mathrm{Pr}) \tag{5.9}$$

El número de Grashof y el número de Prandtl con frecuencia se agrupan como un producto GrPr, que se denomina *número de Rayleigh*, Ra. Después la relación del número de Nusselt se convierte en

$$\mathrm{Nu} = \phi(\mathrm{Ra}) \tag{5.10}$$

Utilizando una ecuación de este tipo, en la figura 5.3 se correlacionan datos experimentales de varias fuentes para convección natural de alambres y tubos horizontales de diámetro D trazando $\bar{h}_c D/k$, el número de Nusselt promedio, contra $c_p\rho^2 g\beta\Delta T D^3/\mu k$, que es el número de Rayleigh. Las propiedades físicas se evalúan a la temperatura de película. Se observa que los datos para fluidos tan diferentes como el aire, la glicerina y el agua están bien correlacionados sobre un intervalo de números de Rayleigh de 10^{-5} a 10^9 para cilindros que varían de alambres pequeños a tubos grandes.

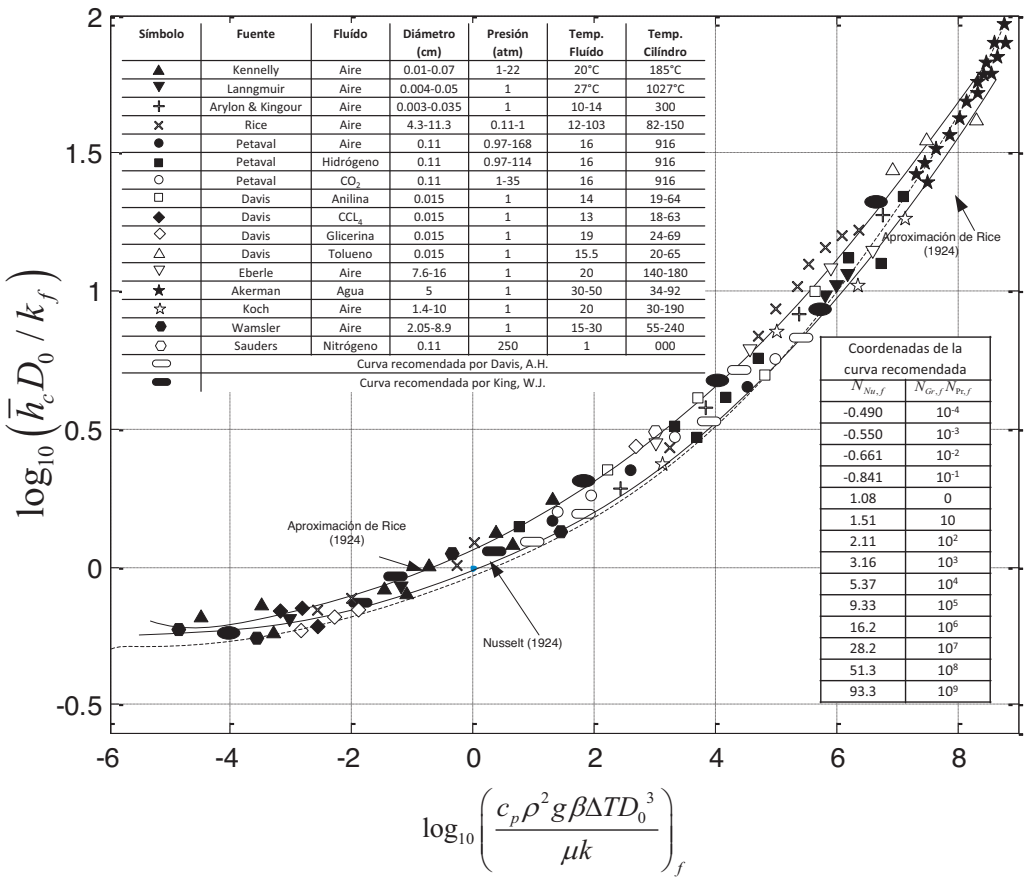


FIGURA 5.3 Correlación de datos para la transferencia de calor por convección natural de cilindros horizontales en gases y líquidos.

EJEMPLO 5.1 El calentador eléctrico de una habitación consiste en una bobina horizontal de alambre de resistencia eléctrica, como se muestra en la figura 5.4. La bobina se probará a baja energía que resultará en una temperatura del alambre de 127 °C. Calcule la tasa de convección de la pérdida de calor por convección por longitud unitaria del alambre, que es de 1 mm de diámetro interior. Para fines de este cálculo, el alambre se puede aproximar como si estuviera recto y horizontal. El aire en la habitación está a 27 °C. Repita el cálculo para una prueba conducida en una atmósfera de dióxido de carbono, también a 27 °C.

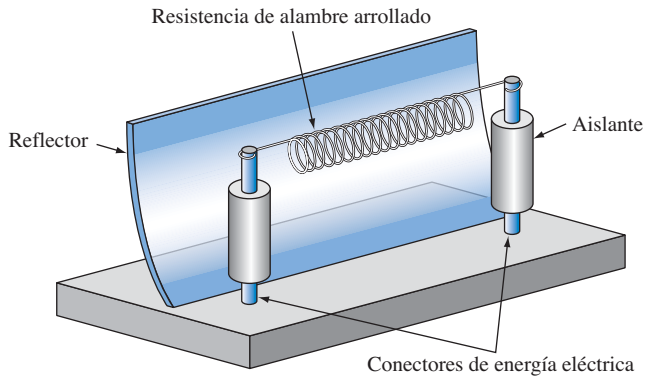


FIGURA 5.4 Diagrama esquemático del calentador eléctrico del ejemplo 5.1.

SOLUCIÓN Utilizando la temperatura pelicular de 77 °C para calcular las propiedades del apéndice 2, tabla 28, el número de Rayleigh es

$$\mathrm{Ra}_D = \frac{g\beta\Delta T D^3}{\nu^2}\,\mathrm{Pr}$$

$$= \frac{(9.8\ \mathrm{m/s^2})(350\,\mathrm{K})^{-1}(100\ \mathrm{K})(0.001\ \mathrm{m})^3}{(2.12\times10^{-5}\ \mathrm{m^2/s})^2}(0.71) = 4.43$$

$$\log_{10}\mathrm{Ra}_D = 0.646$$

De la figura 5.5, $\log_{10}\mathrm{Nu}_D = 0.12$, $\mathrm{Nu}_D = 1.32$ y

$$\bar{h}_c = \frac{(1.32)(0.0291\ \mathrm{W/m\,K})}{0.001\ \mathrm{m}}$$

$$= 38.4\ \mathrm{W/m^2\,K}$$

La tasa de pérdida de calor por metro de longitud en aire es

$$q = (38.4\ \mathrm{W/m^2\,K})(100\ \mathrm{K})\pi(0.001\ \mathrm{m^2/m})$$

$$= 12.1\ \mathrm{W/m}$$

Utilizando la tabla 29 del apéndice 2 para obtener las propiedades del dióxido de carbono se obtiene

$$\mathrm{Ra}_D = 16.90$$

$$\log_{10}\mathrm{Ra}_D = 1.23$$

$$\log_{10}\mathrm{Nu}_D = 0.21$$

$$\mathrm{Nu}_D = 1.62$$

$$\bar{h}_c = 33.2\ \mathrm{W/m^2\,K}$$

$$q = 10.4\ \mathrm{W/m}$$

Se ha afirmado [5] que la correlación en la figura 5.3 también aproxima los resultados para formas tridimensionales como cilindros y bloques cortos si la dimensión de la longitud característica se determina por:

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_{\text{hor}}} + \frac{1}{L_{\text{vert}}}$$

donde L_{vert} es la altura y L_{hor} es la dimensión horizontal promedio del cuerpo. Sin embargo, Sparrow y Ansari [6] demostraron que la longitud característica dada por esta ecuación puede conducir a grandes errores al predecir $\overline{\text{Nu}}_L$ para algunos cuerpos tridimensionales. De hecho, sus datos sugieren que es probable que ninguna longitud característica individual genere datos para un intervalo amplio de formas geométricas y que puede necesitarse una ecuación de correlación separada para cada forma.

En la figura 5.5* se muestra una correlación para la convección natural de placas y cilindros verticales. La ordenada es $\overline{h}_c L/K$, el número de Nusselt promedio basado en la altura del cuerpo y la abscisa es $c_p\rho^2\beta g\Delta TL^3/\mu k$, el número de Rayleigh. Se observa que existe un cambio en la pendiente de la línea que correlaciona los datos experimentales a un número de Reynolds de 10^9. La razón del cambio en la pendiente es que el flujo es laminar hasta un número de Reynolds de casi 10^8, pasa por

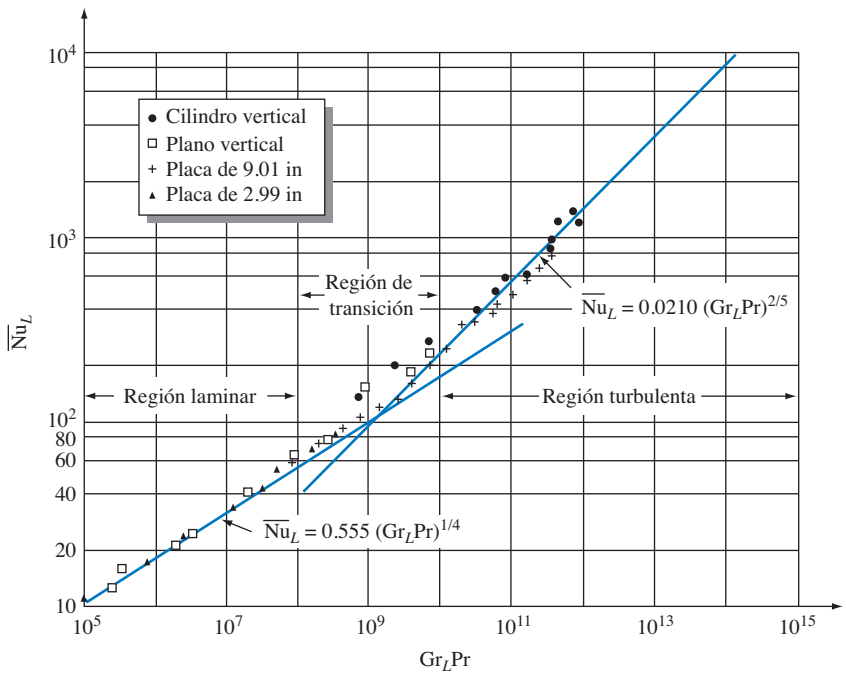


FIGURA 5.5 Correlación de datos para transferencia de calor por convección natural de placas y cilindros verticales [10].

*De acuerdo con Gebhart [9], un cilindro vertical de diámetro D se puede tratar como una placa plana de altura L cuando $D/L > 35\text{Gr}_L^{-1/4}$.

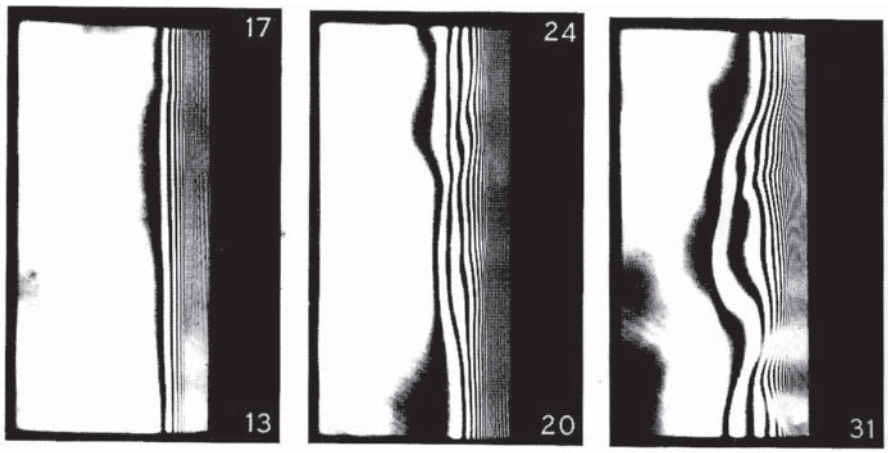


FIGURA 5.6 Fotografía de interferencia que ilustra el flujo laminar y turbulento por convección natural de aire a lo largo de una placa plana vertical. Los números en la fotografía indican la altura desde el borde inferior en pulgadas.

Fuente: Cortesía del profesor E. R. C. Eckert.

un régimen de transición entre 10^8 y 10^{10} y se vuelve completamente turbulento a números de Reynolds arriba de 10^{10}. Estos cambios se ilustran en las fotografías de la figura 5.6. Estas fotografías muestran líneas de densidad constante en convección natural de una placa plana vertical al aire a presión atmosférica y se obtuvieron con un interferómetro óptico de Mach-Zehnder [7, 8]. Este instrumento produce franjas de interferencia que las registra una cámara. Las franjas son el resultado de gradientes de densidades ocasionados por gradientes de temperaturas en gases. El espaciamiento de las franjas es una medida directa de la distribución de la densidad, que está relacionada con la distribución de la temperatura. En la figura 5.6 se muestra el patrón de franjas que se observa en aire cerca de una placa plana vertical caliente de 0.91 m de altura y 0.46 m de ancho. El flujo es laminar hasta aproximadamente 51 cm desde la parte inferior de la placa. La transición a flujo turbulento inicia a 53 cm, lo que corresponde a un número de Reynolds crítico de casi 4×10^8. Cerca de la parte superior de la placa, se aproxima a flujo turbulento. Este tipo de comportamiento es común de la convección natural en superficies verticales y en condiciones normales, el valor crítico del número de Rayleigh suele tomarse igual a 10^9 para aire. En [2] y [9] se presentan estudios completos de la transición y estabilidad en sistemas de convección natural.

Cuando las propiedades físicas del fluido varían considerablemente con la temperatura y la diferencia de temperatura entre la superficie del cuerpo T_s y el medio circundante T_∞ es grande, se pueden obtener resultados satisfactorios evaluando las propiedades físicas incluidas en la ecuación (5.10) a la temperatura media $(T_s + T_\infty)/2$. Sin embargo, cuando la temperatura superficial no se conoce, inicialmente se debe suponer un valor. Después se puede utilizar para calcular el coeficiente de transferencia de calor hasta una primera aproximación. Después se vuelve a calcular la temperatura superficial con este valor del coeficiente de transferencia de calor y si hay una discrepancia significativa entre los valores supuesto y calculado de T_s, se utiliza este último para recalcular el coeficiente de transferencia de calor

para la segunda aproximación. Clausing [11] proporciona correlaciones que incluyen específicamente el efecto de las propiedades variables.

EJEMPLO 5.2 Se quiere determinar el valor nominal del calentador de resistencia de la placa vertical que se muestra en la figura 5.7. Estime la energía eléctrica necesaria para mantener la superficie del calentador vertical a 130 °C en aire ambiente a 20 °C. La placa tiene una altura de 15 cm y un ancho de 10 cm. Compare con los resultados para una placa de 450 cm de altura. El coeficiente de transferencia de calor por radiación $\bar{h}$ es 8.5 W/m² K para la temperatura superficial especificada.

SOLUCIÓN La temperatura de película es 75 °C y el valor correspondiente de Gr_L se determina que es 65 $L^3(T_s - T_\infty)$, donde L está en centímetros y T en K, según la última columna en la tabla 28, apéndice 2 por interpolación. Para las condiciones especificadas, se obtiene

$$\mathrm{Gr}_L = (65\ \mathrm{cm^{-3}\,K^{-1}})(15\ \mathrm{cm})^3(110\ \mathrm{K}) = 2.41 \times 10^7$$

para la placa más pequeña. Como el número de Grashof es menor que 10^9, el flujo es laminar. Para aire a 75 °C, el número de Prandtl es 0.71 y por tanto GrPr es 1.17×10^7. De la figura 5.5, el número de Nusselt promedio es 35.7 en GrPr = 1.7×10^7 y por tanto

$$\bar{h}_c = 35.7\frac{k}{L} = (35.7)\frac{(2.9 \times 10^{-2}\,\mathrm{W/m\,K})}{(0.15\,\mathrm{m})} = 6.90\,\mathrm{W/m^2\,K}$$

Combinando los efectos de la convección y la radiación como se muestra en el capítulo 1, la tasa de disipación total de los dos lados de la placa es por tanto:

$$\begin{aligned} q &= A(\bar{h}_c + \bar{h}_r)(T_s - T_\infty) \\ &= [(2)(0.15)(0.10)\ \mathrm{m^2}][(6.9 + 8.5)\,\mathrm{W/m^2\,K}](110\,\mathrm{K}) = 50.8\,\mathrm{W} \end{aligned}$$

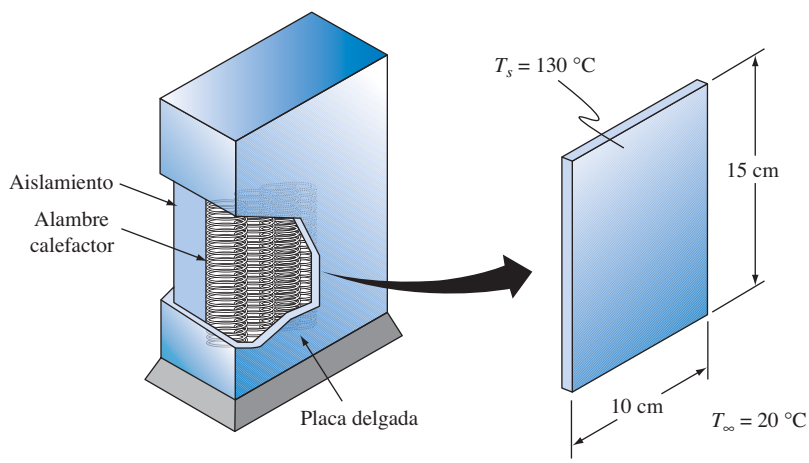


FIGURA 5.7 Diagrama esquemático del calentador por resistencia de placa vertical del ejemplo 5.2.

Para la placa larga, el número de Reynolds es $(450/15)^3$ veces mayor o $\text{Ra} = 4.62 \times 10^{11}$, lo que indica que el flujo es turbulento. De la figura 5.5, el número de Nusselt promedio es 973 y $\bar{h}_c = 6.3\ \text{W/m}^2\,\text{K}$. Por tanto, la tasa de disipación de calor total de los dos lados de la placa es:

$$q = [(2)(4.5)(0.10)\ \text{m}^2][(6.3 + 8.5)\,\text{W/m}^2\,\text{K}](110\ \text{K}) = 1465\,\text{W}$$

5.3 Correlación empírica para varias formas geométricas

Después de haber correlacionado los datos experimentales mediante un análisis dimensional, es práctica general determinar una ecuación de la curva de mejor ajuste de los datos. También es útil comparar los resultados experimentales con los obtenidos con medios analíticos, si es que se dispone de ellos. Esta comparación permite determinar si el método analítico describe de manera adecuada los resultados experimentales. Si los dos concuerdan, se pueden describir con confianza los mecanismos físicos que son importantes para el problema.

En esta sección se presentan los resultados de algunos estudios experimentales sobre convección natural para una variedad de formas geométricas de interés práctico. Cada forma está asociada con una dimensión característica, como su distancia desde el borde de ataque x, la longitud L, el diámetro D y así sucesivamente. La dimensión característica se adjunta como subíndice a los parámetros adimensionales Nu y Gr. Los valores promedio del número de Nusselt para una superficie dada se identifican con una barra, es decir, $\overline{\text{Nu}}$; los valores locales se muestran sin barra. Todas las propiedades físicas se evaluarán a la media aritmética entre la temperatura superficial T_s y la temperatura del fluido sin perturbar T_∞. La diferencia de temperatura en el número de Grashof, ΔT, representa el valor absoluto de la diferencia entre las temperaturas T_s y T_∞. La precisión con la que el coeficiente de transferencia de calor se puede predecir a partir de cualquiera de las ecuaciones en la práctica, por lo general no es mejor que 20% debido a que la mayoría de los datos experimentales tienen una dispersión hasta de ±15% o mayor y en la mayor parte de las aplicaciones en ingeniería, son inevitables las corrientes parásitas debidas a alguna interacción con superficies diferentes de la que transfiere el calor.

En las subsecciones siguientes, se presentan ecuaciones de correlación para varias geometrías importantes. Esa información también se muestra en forma resumida en los comentarios finales, sección 5.7, donde se dan descripciones breves e ilustraciones simples de las geometrías junto con las ecuaciones de correlación apropiadas.

5.3.1 Placas y cilindros verticales

Para una superficie vertical plana, es posible determinar soluciones analíticas y aproximadas de las ecuaciones de la cantidad de movimiento y energía, ecuaciones (5.6) y (4.7*b*), utilizando el análisis integral de la capa límite introducido en la sección 4.9. Los detalles del método para la convección natural se encuentran en la referencia [2]. Los resultados indican que el valor local del coeficiente de transferencia de calor para convección natural laminar de una placa vertical isotérmica o de un cilindro a una distancia x desde el borde de ataque es

$$h_{cx} = 0.508\text{Pr}^{1/2}\,\frac{\text{Gr}_x^{1/4}}{(0.952 + \text{Pr})^{1/4}}\,\frac{k}{x} \qquad (5.11a)$$

y el espesor de la capa límite está dado por

$$\delta(x) = 4.3x\left[\frac{\text{Pr} + 0.56}{\text{Pr}^2\text{Gr}_x}\right]^{1/4} \tag{5.11b}$$

Como $\text{Gr}_x \sim x^3$, en la ecuación (5.11*a*) se observa que el coeficiente de transferencia de calor disminuye con la distancia desde el borde de ataque a la potencia 1/4, en tanto que en la ecuación (5.11*b*) se tiene que el espesor de la capa límite aumenta con $x^{1/4}$. El borde de ataque es el borde inferior de una superficie calentada y el borde superior de una superficie más fría que el fluido circundante. El valor promedio del coeficiente de transferencia de calor para una altura L se obtiene integrando la ecuación (5.11*a*) y dividiendo entre L:

$$\bar{h}_c = \frac{1}{L}\int_0^L h_{cx}\,dx = 0.68\text{Pr}^{1/2}\frac{\text{Gr}_L^{1/4}}{(0.952 + \text{Pr})^{1/4}}\frac{k}{L} \tag{5.12a}$$

En forma adimensional, el número promedio de Nusselt es

$$\overline{\text{Nu}}_L \frac{\bar{h}_c L}{k} = 0.68\text{Pr}^{1/2}\frac{\text{Gr}_L^{1/4}}{(0.952 + \text{Pr})^{1/4}} \tag{5.12b}$$

Gryzagoridis [12] demostró experimentalmente que la ecuación (5.12*b*) representa de manera adecuada los datos en el régimen $10 < \text{Gr}_L\text{Pr} < 10^8$.

Para un plano vertical sumergido en un metal líquido ($\text{Pr} < 0.03$), el número de Nusselt promedio en flujo laminar es [13]:

$$\overline{\text{Nu}}_L \frac{\bar{h}_c L}{k} = 0.68(\text{Gr}_L\text{Pr}^2)^{1/3} \tag{5.12c}$$

Para convección natural sobre una placa plana vertical o cilindro vertical en la región turbulenta, el valor de h_{cx}, el coeficiente de transferencia de calor local, es casi constante sobre la superficie. De hecho, McAdams [5] recomienda, para $\text{Gr}_L > 10^9$, la ecuación

$$\overline{\text{Nu}}_L \frac{\bar{h}_c L}{k} = 0.13(\text{Gr}_L\text{Pr})^{1/3} \tag{5.13}$$

De acuerdo con esta ecuación, el coeficiente de transferencia de calor es independiente de la longitud L.

Además de los problemas en los que el cuerpo tiene una temperatura superficial uniforme, en ocasiones existen situaciones, como en el calentamiento eléctrico, en las que se especifica un flujo de calor superficial uniforme. Como en este caso la diferencia de temperatura no se conoce *a priori*, se debe suponer un valor e iterar o seguir el procedimiento propuesto por Sparrow y Gregg [14], quienes resolvieron el problema de flujo de calor uniforme para una placa plana vertical con varios números de Prandtl en flujo laminar. Sin embargo, datos experimentales de Dotson [15] indican que las ecuaciones para convección natural laminar de una placa plana vertical se aplican a una temperatura superficial constante así como para un flujo de calor uniforme sobre la superficie (en el último caso, la temperatura superficial T_s se toma a la mitad de la altura total de la placa). Un estudio experimental de Yan y Lin [16] demostró que para un flujo de calor constante la relación para placas planas verticales también se puede aplicar para convección natural para fluidos dentro de tubos verticales a número de Reynolds altos. En las referencias [17] y [18] se presentan otros tipos de correlaciones para flujo de calor constante.

Para una placa plana vertical larga o una con una inclinación a un ángulo θ con respecto a la vertical con la superficie calentada hacia abajo (figura 5.8*a*) (o la superficie

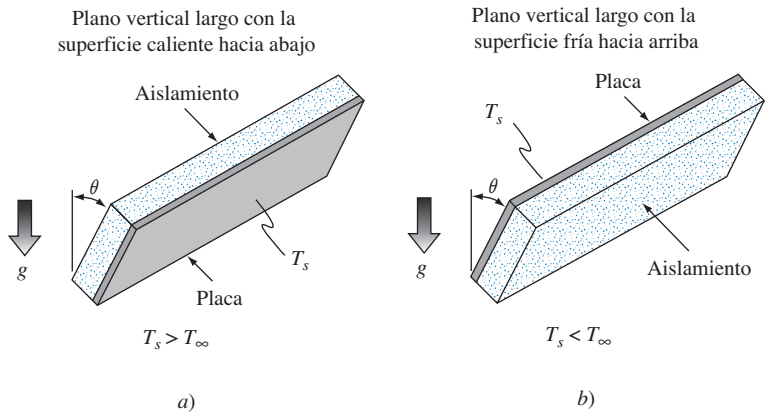


FIGURA 5.8 *a*) Placa vertical larga con la superficie caliente hacia abajo, *b*) placa vertical larga con la superficie fría hacia arriba.

enfriada hacia arriba (figura 5.8*b*), Fujii e Imura [19] determinaron que la ecuación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.56(\mathrm{Gr}_L \mathrm{Pr} \cos\theta)^{1/4} \tag{5.14}$$

es válida en el intervalo

$$10^5 < \mathrm{Gr}_L \mathrm{Pr} \cos\theta < 10^{11} \quad \text{y} \quad 0 \leq \theta \leq 89°$$

En la ecuación (5.14), L es la longitud de la placa, la dimensión que gira en un plano vertical conforme θ aumenta. Si la superficie calentada está hacia arriba (o la superficie enfriada está hacia abajo), se recomienda utilizar la ecuación (5.13).

5.3.2 Placas horizontales

Para placas horizontales bidimensionales como las que se muestran en las figuras 5.9 y 5.10, las siguientes ecuaciones correlacionan los datos experimentales [5, 20].

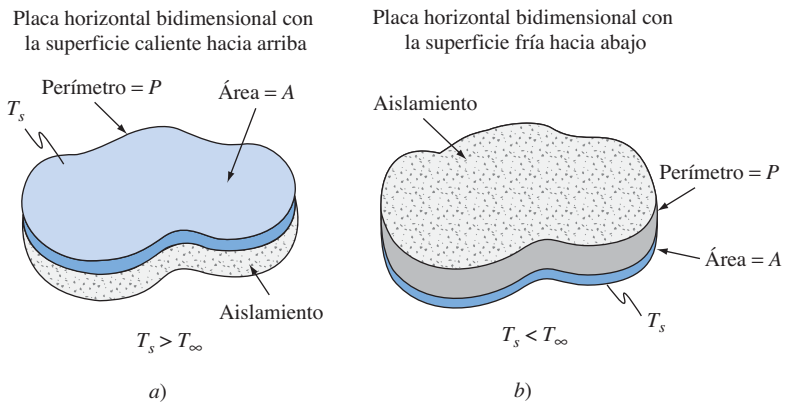


FIGURA 5.9

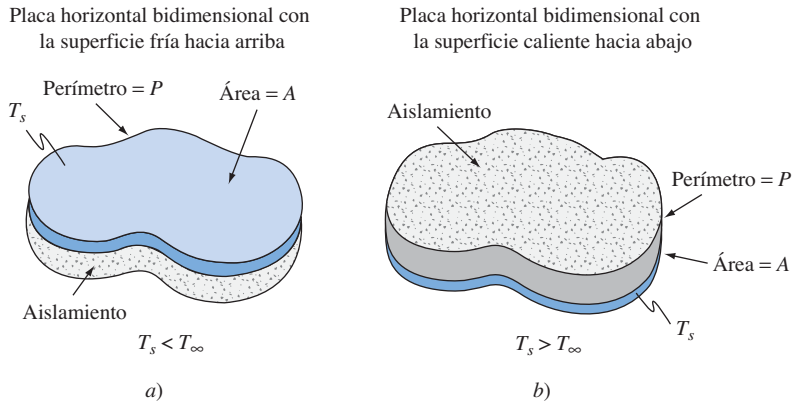


FIGURA 5.10

Superficie superior caliente o superficie inferior fría [figuras 5.9 *a*) y *b*)]:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.54\mathrm{Ra}_L^{1/4} \quad (10^5 \lesssim \mathrm{Ra}_L \lesssim 10^7) \tag{5.15}$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.15\mathrm{Ra}_L^{1/3} \quad (10^7 \lesssim \mathrm{Ra}_L \lesssim 10^{10}) \tag{5.16}$$

Superficie inferior caliente o superficie superior fría [figuras 5.10*a*) y *b*)]:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.27\mathrm{Ra}_L^{1/4} \quad (10^5 \lesssim \mathrm{Ra}_L \lesssim 10^{10}) \tag{5.17}$$

donde $L = \dfrac{\text{área superficial}}{\text{perímetro}}$

Los datos experimentales para una placa horizontal circular fría de cara hacia abajo en un metal líquido están correlacionados, según la referencia [21], por la relación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 0.26(\mathrm{Gr}_D\mathrm{Pr}^2)^{0.35} \tag{5.18}$$

EJEMPLO 5.3

Calcule la tasa de pérdida de calor por convección de la partes superior e inferior de una parrilla plana de un restaurante, que está en posición horizontal, tiene un área de 1 m^2 y se calienta a 227 °C en aire ambiente a 27 °C (consulte la figura 5.11).

SOLUCIÓN

La dimensión de longitud apropiada para una placa cuadrada es $L^2/4L = 0.25$ m. Utilizando las propiedades del aire a la temperatura media se tiene que

$$\mathrm{Ra}_L = \frac{(9.8\,\mathrm{m/s^2})(200\,\mathrm{K})(0.25\,\mathrm{m})^3\,0.71}{(396\,\mathrm{K})(2.7 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s})^2} = 7.55 \times 10^7$$

De la ecuación (5.17), el número de Nusselt para la transferencia de calor de la parte inferior de la placa es

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.27(7.55 \times 10^7)^{0.25} = 25.2$$

y de la ecuación (5.16), el número de Nusselt de la superficie superior es

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.15(7.55 \times 10^7)^{0.33} = 63.4$$

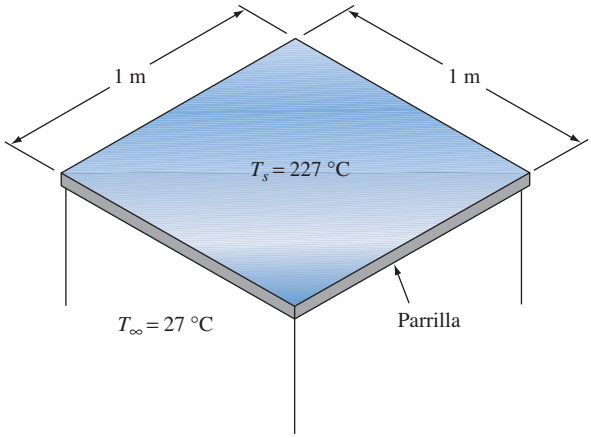


FIGURA 5.11 Diagrama esquemático de la parrilla del ejemplo 5.3.

Los coeficientes de transferencia de calor correspondientes son

Parte inferior: $\bar{h}_c = (25.2)(0.032\,\text{W/m K})/(0.25\,\text{m}) = 3.23\,\text{W/m}^2\,\text{K}$

Parte superior: $\bar{h}_c = (63.4)(0.032\,\text{W/m K})/(0.25\,\text{m}) = 8.11\,\text{W/m}^2\,\text{K}$

De aquí, la pérdida de calor por convección total es

$$q = (1\,\text{m}^2)(3.23 + 8.11)(\text{W/m}^2\,\text{K})(200\,\text{K}) = 2268\,\text{W}$$

Observe que el calor disipado por la superficie en dirección hacia arriba es de casi 72% del total.

5.3.3 Cilindros, esferas, conos y cuerpos tridimensionales

La distribución de temperaturas alrededor de un cilindro horizontal calentado en aire se ilustra en la figura 5.12, en donde se muestran franjas de interferencia fotografiadas por Eckert y Soehnghen [8]. El flujo es laminar sobre toda la superficie. El espaciamiento estrecho de las franjas de interferencia sobre la parte inferior del cilindro indica un gradiente de temperatura más pronunciado y en consecuencia un coeficiente de transferencia de calor local mayor que sobre la parte superior. La variación del coeficiente de transferencia de calor con posición angular α se muestra en la figura 5.13 para dos números de Grashof. Los resultados experimentales no difieren de manera apreciable de los cálculos teóricos de Hermann [4], quien dedujo la ecuación

$$\text{Nu}_{D\alpha} = 0.604\,\text{Gr}_D^{1/4}\phi(\alpha) \tag{5.19}$$

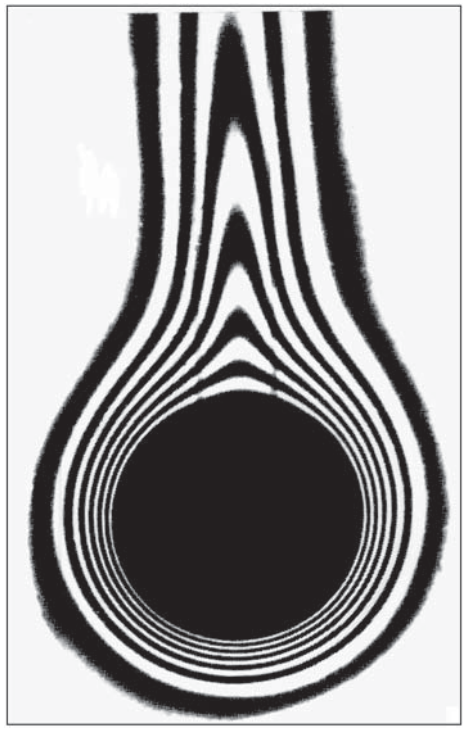


FIGURA 5.12 Fotografía de interferencia que ilustra la distribución de temperaturas alrededor de un cilindro horizontal en flujo laminar.

Fuente: Cortesía del profesor E. R. G. Eckert.

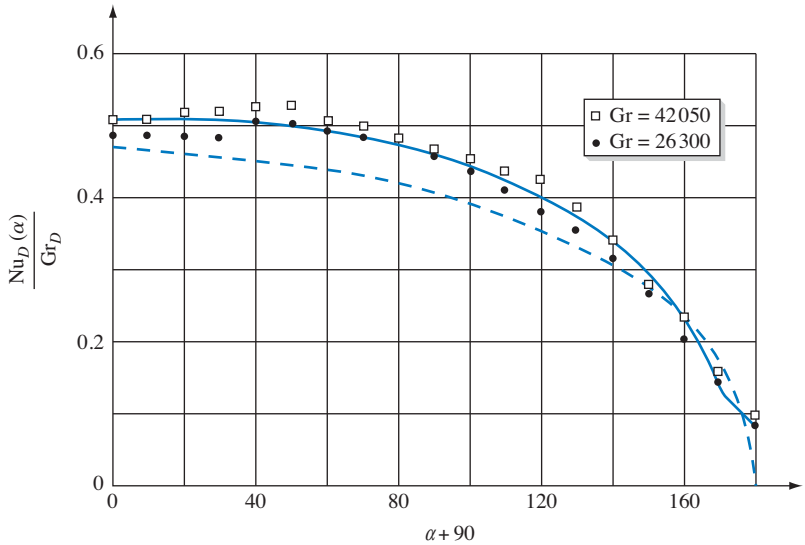


FIGURA 5.13 Coeficiente de transferencia de calor adimensional local a lo largo de la circunferencia de un cilindro horizontal en convección natural laminar.

Fuente: E. R. G. Eckert y E. E. Soehnghen, "Studies on Heat Transfer in Laminar Free Convection with the Zehnder-Mach Interferometer", USAF Technical Report 5747, diciembre de 1948; la línea discontinua según Hermann [4].

para aire, es decir, Pr = 0.71. El ángulo α se mide desde la posición horizontal y los valores numéricos de la función $\phi(\alpha)$ son los siguientes:

	Mitad inferior			Mitad superior				
α	−90	−60	−30	0	30	60	75	90
$\phi(\alpha)$	0.76	0.75	0.72	0.66	0.58	0.46	0.36	0

Una ecuación para el coeficiente de transferencia de calor promedio de alambres o tubos horizontales individuales en convección natural, con base en los datos experimentales de la figura 5.3, es

$$\overline{\mathrm{Nu}_D} = 0.53(\mathrm{Gr}_D\mathrm{Pr})^{1/4} \tag{5.20}$$

Esta ecuación es válida para números de Prandtl mayores que 0.5 y números de Grashof que varían de 10^3 a 10^9. Para diámetros muy pequeños, Langmuir demostró que la tasa de disipación de calor por longitud unitaria es casi independiente del diámetro del alambre, un fenómeno que aplicó en su invento de los filamentos arrollados en lámparas incandescentes llenas de gas. El número de Nusselt promedio para Gr_D menores que 10^3 se evalúa de manera más conveniente a partir de la línea discontinúa trazada a través de los puntos de datos en la figura 5.3 en el intervalo bajo del número de Grashof.

En flujo turbulento, se ha observado que el flujo de calor se puede incrementar sustancialmente sin un aumento correspondiente en la temperatura superficial. Parece que en la convección natural el mecanismo de intercambio turbulento aumenta en intensidad conforme la tasa de flujo de calor se aumenta y por ende se reduce la resistencia térmica.

EJEMPLO 5.4 ¿A qué temperatura un tubo de acero horizontal, largo y calentado de 1 m de diámetro producirá flujo turbulento en aire a 27 °C? Repita para el caso donde el tubo se coloca en un baño de agua a 27 °C. Utilice valores de las propiedades a 27 °C.

SOLUCIÓN El criterio para la transición es $\mathrm{Ra}_D = 10^9$. Para aire a 27 °C, esto da

$$\mathrm{Ra}_D = \frac{(9.8\,\mathrm{m/s^2})(300\,\mathrm{K})^{-1}(\Delta T)(1\,\mathrm{m})^3(0.71)}{(1.64\times10^{-5}\,\mathrm{m^2/s})^2} = 10^9$$

Por tanto,

$$\Delta T = 12\ ^\circ\mathrm{C}$$
$$T_{\text{tubo}} = 12 + 27 = 39\ ^\circ\mathrm{C}$$

Para agua (tabla 13, apéndice 2), se obtiene

$$\mathrm{Ra}_D = \frac{(9.8\,\mathrm{m/s^2})(2.73\times10^{-4}\,\mathrm{K^{-1}})(\Delta T)(1\,\mathrm{m})^3(5.9)}{(0.861\times10^{-6}\,\mathrm{m^2/s})^2} = 10^9$$

Despejando ΔT, se tiene que $\Delta T = 0.05$ °C. Observe que en agua incluso una diferencia de temperatura pequeña inducirá turbulencia.

Para metales líquidos en flujo laminar, la ecuación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.53(\mathrm{Gr}_D\mathrm{Pr}^2)^{1/4} \tag{5.21}$$

correlaciona los datos disponibles [22] para cilindros horizontales.

Al-Arabi y Khamis [23] correlacionaron los datos de transferencia de calor para cilindros de varias longitudes, diámetros y ángulos de inclinación con respecto a la vertical, como se muestra en la figura 5.14. Sus resultados son de la forma $\overline{\mathrm{Nu}}_L = m(\mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr})^n$, donde m y n son funciones del diámetro del cilindro y del ángulo de inclinación con respecto a la vertical, θ. La transición a flujo turbulento ocurrió cerca de:

$$(\mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr})_{\mathrm{cr}} = 2.6 \times 10^9 + 1.1 \times 10^9 \tan\theta \tag{5.22}$$

En el régimen laminar, $9.88 \times 10^7 \leq \mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr} \leq (\mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr})_{\mathrm{cr}}$, determinaron

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = [2.9 - 2.32(\mathrm{sen}\,\theta)^{0.8}](\mathrm{Gr}_D)^{-1/12}(\mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr})^{[1/4+(1/12)(\mathrm{sen}\,\theta)1.2]} \tag{5.23}$$

y en el régimen turbulento, $(\mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr})_{\mathrm{cr}} \leq \mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr} \leq 2.95 \times 10^{10}$, determinaron

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = [0.47 + 0.11(\mathrm{sen}\,\theta)^{0.8}](\mathrm{Gr}_D)^{-1/12}(\mathrm{Gr}_L\mathrm{Pr})^{1/3} \tag{5.24}$$

En los dos regímenes, el número de Grashof basado en el diámetro del cilindro está restringido al intervalo $1.08 \times 10^4 \leq \mathrm{Gr}_D \leq 6.9 \times 10^5$.

Sparrow y Stretton [24] correlacionaron datos de convección natural para cubos, esferas y cilindros verticales cortos para un intervalo del número de Rayleigh de aproximadamente 200 a 1.5×10^9 mediante la relación empírica:

$$\mathrm{Nu}_{L^+} = 5.75 + 0.75[\mathrm{Ra}_{L^+}/F(\mathrm{Pr})]^{0.252} \tag{5.25}$$

donde

$$F(\mathrm{Pr}) = [1 + (0.49/\mathrm{Pr})^{9/16}]^{16/9}$$

En la ecuación (5.25), la dimensión de longitud en Nu_{L^+} y Ra_{L^+} se define por la relación

$$L^+ = A/(4A_{\mathrm{horiz}}/\pi)^{1/2}$$

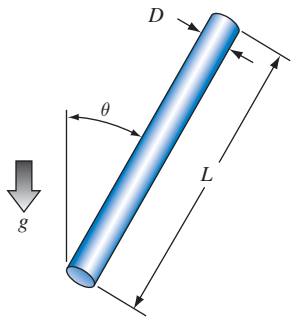


FIGURA 5.14 Nomenclatura para un cilindro finito caliente o frío de longitud L y diámetro D inclinado con respecto a la vertical.

donde A = área superficial del cuerpo

A_{horiz} = área de la proyección horizontal del cuerpo

Por ejemplo, para un cubo con lados de longitud S y una superficie horizontal,

$$L^+ = \frac{6S^2}{\sqrt{\frac{4S^2}{\pi}}} = 5.32S$$

en tanto que para un esfera de diámetro D,

$$L^+ = \frac{\pi D^2}{\sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{\pi D^2}{4}}} = \pi D$$

Para convección natural hacia o desde esferas pequeñas de diámetro D, se recomienda la ecuación empírica [25].

$$\overline{\text{Nu}}_D = 2 + 0.392(\text{Gr}_D)^{1/4} \quad \text{para } 1 < \text{Gr}_D < 10^5 \tag{5.26}$$

Para esferas muy pequeñas, cuando el número de Grashof tiende a cero, el número de Nusselt se aproxima a un valor de 2, es decir, $\bar{h}_c D/k \rightarrow 2$. Esta condición corresponde a conducción pura a través de una capa estancada de fluido que circunda la esfera.

Se han correlacionado [26] datos experimentales para convección natural de conos verticales apuntando hacia abajo con ángulos de sus vértices entre 3 y 12° mediante

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.63(1 + 0.72\varepsilon)\text{Gr}_L^{1/4} \tag{5.27}$$

donde $3° < \phi < 12°, \quad 7.5 < \log \text{Gr}_L < 8.7, \quad 0.2 \leq \varepsilon \leq 0.8$

$$\varepsilon = \frac{2}{\text{Gr}_L^{1/4} \tan(\phi/2)}$$

ϕ = ángulo del vértice

L = altura inclinada del cono

5.3.4 Espacios cerrados

La transferencia de calor por convección natural a través de espacios cerrados como se muestra esquemáticamente en la figura 5.15 es importante para determinar la pérdida de calor a través de ventanas de doble cristal, de colectores solares de placas planas, a través de muros de edificios y en muchas otras aplicaciones. Si el recinto consiste en dos superficie paralelas isotérmicas a temperaturas T_1 y T_2 separadas una distancia δ y de altura L y las partes superior e inferior del recinto están aisladas, el número de Grashof se define por

$$\text{Gr}_\delta = \frac{g\beta(T_1 - T_2)\delta^3}{\nu^2}$$

y el parámetro L/δ se denomina *relación de aspecto.* Una diferencia de temperatura producirá flujo en el recinto. En cavidades verticales ($\tau = 90°$), Hollands y Konicek

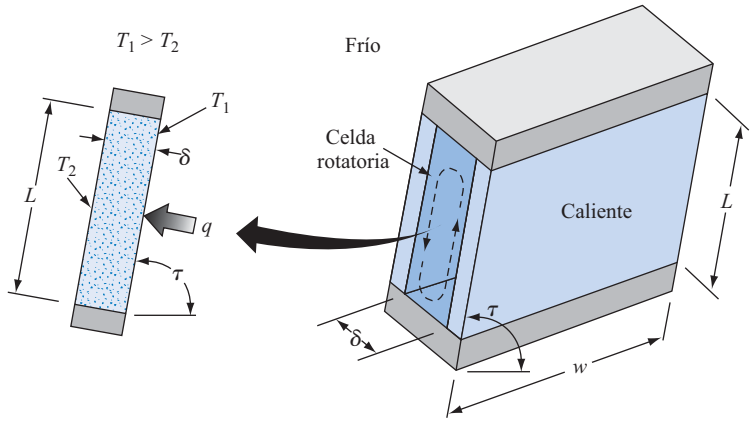


FIGURA 5.15 Nomenclatura para convección natural en espacios cerrados inclinados.

[27] determinaron que para $\mathrm{Gr}_\delta \lesssim 8\,000$ el flujo consiste en una celda grande girando en el recinto. El mecanismo de transferencia de calor es en esencia por conducción a través del recinto para $\mathrm{Gr}_\delta < 8\,000$. Conforme el número de Grashof aumenta más allá de este valor, el flujo se vuelve más del tipo de capa límite con el fluido subiendo en una capa cerca de la superficie caliente, dando vuelta en la esquina en la parte superior y fluyendo hacia abajo en una capa cerca de la superficie fría. El espesor de la capa límite disminuye con $\mathrm{Gr}_\delta^{1/4}$ y la región central está más o menos inactiva y térmicamente estratificada.

Para la geometría que se muestra en la figura 5.15, con $\tau = 90°$, Catton [28] recomienda utilizar las correlaciones de Berkovsky y Polevikov:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\delta = 0.22\left(\frac{L}{\delta}\right)^{-1/4}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}}\,\mathrm{Ra}_\delta\right)^{0.28} \tag{5.28a}$$

en el intervalo

$$2 < L/\delta < 10, \quad \mathrm{Pr} < 10 \quad \text{y} \quad \mathrm{Ra}_\delta < 10^{10}$$

y

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\delta = 0.18\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}}\,\mathrm{Ra}_\delta\right)^{0.29} \tag{5.28b}$$

en el intervalo

$$1 < L/\delta < 2, \quad 10^{-3} < \mathrm{Pr} < 10^5 \quad \text{y} \quad 10^3 < \frac{\mathrm{Ra}_\delta \mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}}$$

Para relaciones de aspecto mayores y $\tau = 90°$, se recomienda emplear la siguiente relación [29]:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\delta = 0.42\mathrm{Ra}_\delta^{0.25}\mathrm{Pr}^{0.012}/(L/\delta)^{0.3} \tag{5.29a}$$

en el intervalo $10 < L/\delta < 40$, $1 < \mathrm{Pr} < 2 \times 10^4$ y $10^4 < \mathrm{Ra}_\delta < 10^7$.

Para números de Reynolds mayores en el intervalo $10^6 < \mathrm{Ra}_\delta < 10^9$, proporciones dimensionales en el intervalo $1 < L/\delta < 40$ y $1 < \mathrm{Pr} < 20$, se recomienda [29] la relación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\delta = 0.046\,\mathrm{Ra}_\delta^{0.33} \tag{5.29b}$$

Todas las propiedades en las ecuaciones (5.28) y (5.29) se deben evaluar a la temperatura media $(T_1 + T_2)/2$.

No hay datos para proporciones dimensionales menores que 1. Imberger [30] determinó que cuando $\mathrm{Ra}_\delta \to \infty$, $\mathrm{Nu}_\delta \to (L/\delta)\mathrm{Ra}_\delta^{1/4}$ para $L/\delta = 0.01$ y 0.02. Bejan y colaboradores [31] determinaron que $\mathrm{Nu}_\delta 0.014\mathrm{Ra}_\delta^{0.38}$ para $L/\delta = 0.0625$ y $2 \times 10^8 < \mathrm{Ra}_\delta < 2 \times 10^9$. Nansteel y Greif [32] determinaron $\mathrm{Nu}_\delta = 0.748\mathrm{Ra}_\delta^{0.226}$ para $L/\delta = 0.5$, $2 \times 10^{10} < \mathrm{Ra}_\delta \leq 10^{11}$ y $3.0 \leq \mathrm{Pr} \leq 4.3$.

En una capa de fluido horizontal con calentamiento desde la parte superior, la transferencia de calor es sólo por conducción. El calentamiento desde la parte inferior resulta en transferencia de calor por conducción sólo si $\mathrm{Ra}_\delta < 1\,700$, donde la escala de longitud es la capa que comprende la separación. Arriba de este valor de Ra_δ, el movimiento de fluido es en forma de celdas múltiples girando con respecto a un eje horizontal, que se conocen como celdas de Benard. El flujo comienza a volverse turbulento para $\mathrm{Ra}_\delta \sim 5500$ para $\mathrm{Pr} = 0.7$ y para $\mathrm{Ra}_\delta \sim 55\,000$ para $\mathrm{Pr} = 8500$ [34] y se vuelve completamente turbulento para $\mathrm{Ra}_\delta \sim 10^6$.

Hollands y colaboradores [34] correlacionaron datos para capas de aire horizontales contenidas entre dos placas planas y calentadas desde la parte inferior (consulte la figura 5.16) sobre un intervalo muy amplio de números de Rayleigh con

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\delta = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1708}{\mathrm{Ra}_\delta}\right]^{\cdot} + \left[\left(\frac{\mathrm{Ra}_\delta}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]^{\cdot} \tag{5.30a}$$

donde la notación $[\ ]^{\cdot}$ indica que si la ecuación dentro los corchetes es negativa la cantidad se debe tomar igual a cero. Esta ecuación representa datos muy cercanos para aire desde el número de Reynolds crítico ($\mathrm{Ra}_\delta = 1700$) hasta $\mathrm{Ra}_\delta = 10^8$. Para relacionar datos muy estrechamente para agua, fue necesario agregar un término a la ecuación anterior:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\delta = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1708}{\mathrm{Ra}_\delta}\right]^{\cdot} + \left[\left(\frac{\mathrm{Ra}_\delta}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]^{\cdot} + 2.0\left[\frac{\mathrm{Ra}_\delta^{1/3}}{140}\right]^{[1-\ln(\mathrm{Ra}_\delta^{1/3}/140)]} \tag{5.30b}$$

que entonces es válida desde el número de Rayleigh crítico (~1700) hasta $\mathrm{Ra}_\delta = 3.5 \times 10^9$. Estas dos ecuaciones de correlación se muestran con datos experimentales en las figuras 5.17 y 5.18.

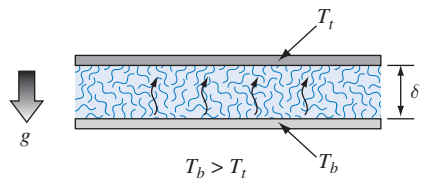


FIGURA 5.16 Capa de aire horizontal calentada desde abajo.

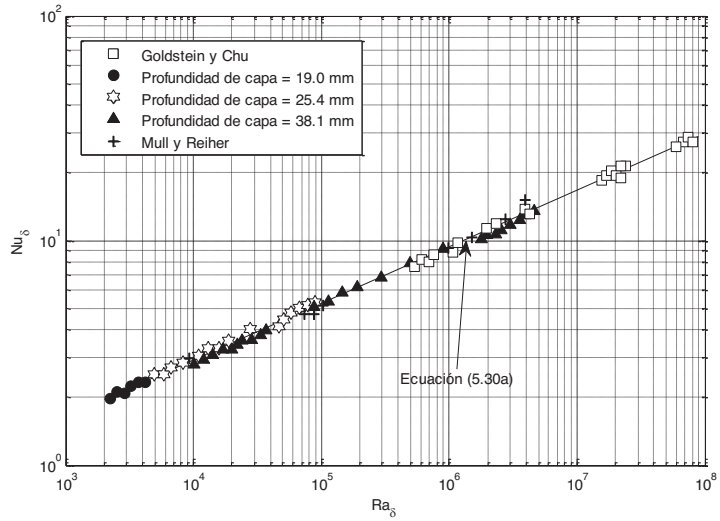


FIGURA 5.17 Correlación de datos para transferencia de calor por convección natural a través de una capa horizontal de aire contenida entre dos placas planas y calentada desde abajo.

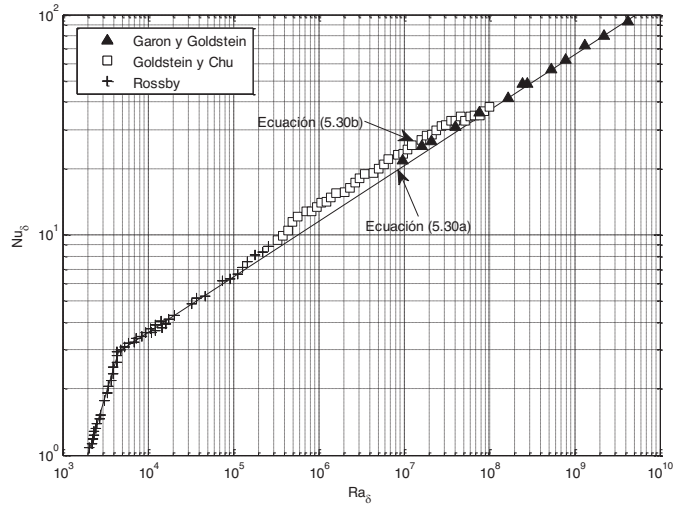


FIGURA 5.18 Correlación de datos para transferencia de calor por convección natural a través de una capa de agua calentada desde abajo.

EJEMPLO 5.5 Una cacerola cubierta, llena de agua, de 8 cm de profundidad se coloca sobre el quemador de una estufa, como se muestra en la figura 5.19. El elemento del quemador está termostáticamente controlado y mantiene la parte inferior de la cacerola a 100 °C. Suponiendo que la superficie superior del agua está inicialmente a temperatura ambiente, 20 °C, ¿cuál es la tasa de transferencia de calor del quemador al agua? La cacerola es circular y tiene un diámetro de 15 cm.

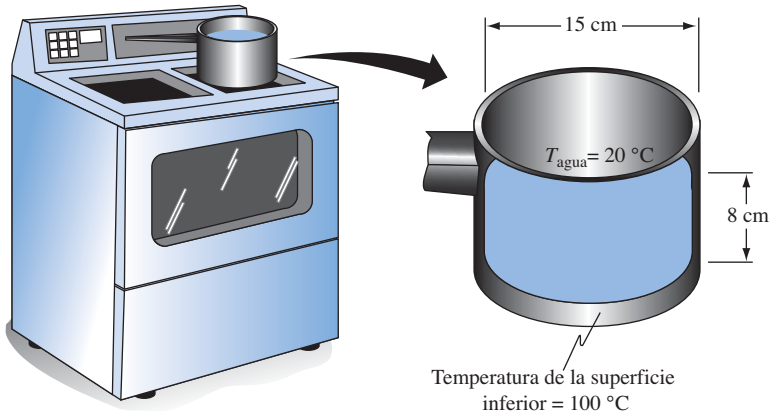


FIGURA 5.19 Diagrama esquemático del ejemplo 5.5.

SOLUCIÓN Para las propiedades del agua a 60 °C, se tiene

$$\mathrm{Ra}_\delta = \frac{(9.8\ \mathrm{m/s^2})(5.18 \times 10^{-4}\ \mathrm{K^{-1}})(80\ \mathrm{K})(0.08\ \mathrm{m})^3(3.02)}{(0.478 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s})^2}$$

$$= 2.75 \times 10^9$$

De la ecuación (5.30*b*), se determina

$$\overline{\mathrm{Nu}}_\delta = 1 + 1.44 + 76.8 + 0.1 = 79.3$$

$$\bar{h}_c = \overline{\mathrm{Nu}}_\delta \frac{k}{\delta} = \frac{(79.3)(0.657\ \mathrm{W/m\ K})}{0.08\ \mathrm{m}} = 651\ \mathrm{W/m^2K}$$

Por tanto, la tasa inicial de transferencia de calor es

$$q = (651\,\mathrm{W/m^2K})\left(\frac{\pi 0.15^2\,\mathrm{m^2}}{4}\right)(80\,\mathrm{K})$$

$$= 920\,\mathrm{W}$$

La convección natural en una cavidad formada entre dos placas inclinadas (consulte la figura 5.15) se encuentra en colectores solares de placas planas y en ventanas de doble cristal ($\tau = 90$ °C). Esta configuración se ha investigado para proporciones dimensionales grandes ($L/\delta > 12$) por Hollands y colaboradores [35]. Ellos determinaron que la ecuación siguiente correlaciona datos experimentales a ángulos de inclinación τ, menores que 70°:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1708}{\mathrm{Ra}_L \cos\tau}\right]^*\left[1 - \frac{1708(\mathrm{sen}\ 1.8\tau)^{1.6}}{\mathrm{Ra}_L \cos\tau}\right]$$

$$+ \left[\left(\frac{\mathrm{Ra}_L \cos\tau}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]^*$$

De nuevo, la notación [ ] implica que, si la cantidad entre corchetes es negativa, se debe igualar a cero. La implicación es que, si el número de Rayleigh es menor que un valor crítico $Ra_{L,c} = 1708/\cos\tau$, no hay flujo dentro de la cavidad.

Para ángulos de inclinación entre 70 y 90°, Catton [28] recomienda que el número de Nusselt para un recinto vertical ($\tau = 90°$) se multiplique por (sen τ)$^{1/4}$, es decir, $\overline{Nu}_L(\tau) = \overline{Nu}_L(\tau = 90°)$ sen $\tau^{1/4}$. Catton también da correlaciones para relaciones dimensionales menores que 12.

Para convección natural dentro de cavidades esféricas de diámetro D, se recomienda [36] la relación

$$\frac{D\bar{h}_c}{k} = C(\mathrm{Gr}_D\mathrm{Pr})^n \tag{5.32}$$

con las constantes C y n seleccionadas de la tabulación siguiente:

$\mathbf{Gr_DPr}$	C	n
10^4-10^9	0.59	1/4
10^9-10^{12}	0.13	1/3

Para transferencia de calor por convección natural a través del espacio libre entre dos cilindros concéntricos horizontales, como se muestra en la figura 5.20, Raithby y Hollands [37] sugieren la ecuación de correlación:

$$\frac{k_{\mathrm{ef}}}{k} = 0.386\left[\frac{\ln(D_o/D_i)}{b^{3/4}(1/D_i^{3/5} + 1/D_o^{3/5})^{5/4}}\right]\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.861 + \mathrm{Pr}}\right)^{1/4}\mathrm{Ra}_b^{1/4} \tag{5.33}$$

Aquí, D_o es el diámetro del cilindro exterior, D_i es el diámetro del cilindro interior, $2b = D_o - D_i$, y el número de Rayleigh Ra_b se basa en la diferencia de temperatura a través del espacio libre. La conductividad térmica efectiva k_{ef} es la conductividad térmica que un fluido estático (con conductividad k) en el espacio libre debe tener para transferir la misma cantidad de calor que el fluido en movimiento.

La ecuación de correlación, ecuación (5.33), es válida sobre el intervalo siguiente de parámetros:

$$0.70 \le \mathrm{Pr} \le 6000$$

$$10 \le \left[\frac{\ln(D_o/D_i)}{b^{3/4}(1/D_i^{3/5} + 1/D_o^{3/5})^{5/4}}\right]^4 \mathrm{Ra}_b \le 10^7$$

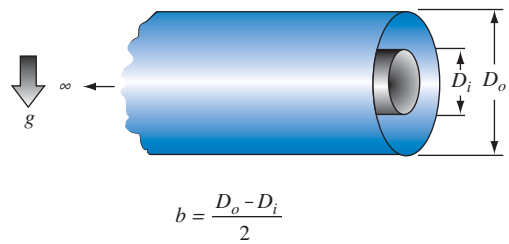


FIGURA 5.20 Nomenclatura para convección natural entre dos cilindros concéntricos horizontales.

Para esferas concéntricas, Raithby y Hollands [37] recomiendan

$$\frac{k_{\text{ef}}}{k} = 0.74\left[\frac{b^{1/4}}{D_o D_i (D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^{5/4}}\right]\text{Ra}_b^{1/4}\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4} \tag{5.34}$$

La ecuación (5.34) es válida para

$$0.70 \leq \text{Pr} \leq 4200$$

y

$$10 \leq \left[\frac{b}{(D_o D_i)^4 (D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5}\right]\text{Ra}_b \leq 10^7$$

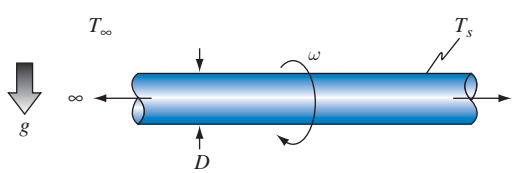
donde $2b = D_o - D_i$.

5.4* Cilindros, discos y esferas rotatorias

La transferencia de calor por convección entre un cuerpo rotatorio y un fluido circundante es de importancia en el análisis térmico de sistemas de ejes, volantes de inercia, rotores de turbinas y en otros componentes rotatorios de varias máquinas. La convección al aire ambiente de un cilindro horizontal rotatorio calentado, la estudió Anderson y Saunders [38].

Con la transferencia de calor, se alcanza una velocidad crítica cuando la velocidad circunferencial de la superficie de un cilindro se vuelve aproximadamente igual a la velocidad de la convección natural hacia arriba en el lado de un cilindro estacionario calentado. A un valor menor que el de la velocidad crítica, la convección natural simple, caracterizada por el número de Grashof convencional $\beta g(T_s - T_\infty)D^3\nu^2$ controla la tasa de transferencia de calor. A velocidades mayores que la crítica ($\text{Re}_\omega > 8\,000$ en aire), el número de Reynolds a la velocidad periférica $\pi D^2\omega/\nu$ se convierte en el parámetro de control. Los efectos combinados de los números de Reynolds, Prandtl y Grashof sobre el número de Nusselt promedio para un cilindro horizontal girando en aire a una velocidad mayor que la velocidad crítica (consulte la figura 5.21) se pueden expresar mediante la ecuación empírica [39]:

$$\overline{\text{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 0.11(0.5\text{Re}_\omega^2 + \text{Gr}_D\text{Pr})^{0.35} \tag{5.35}$$



$\text{Gr} = \rho^2\beta g\,(T_s - T_\infty)D^3/\mu^2$
$\text{Re}_\omega = \rho\pi D^3\omega/\mu$

FIGURA 5.21 Cilindro horizontal girando en aire.

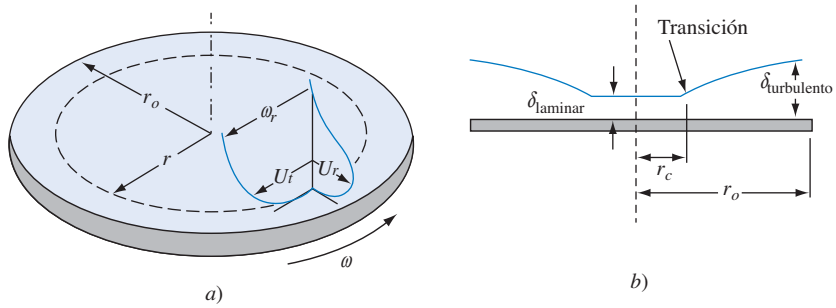


FIGURA 5.22 Perfiles de la capa límite y de velocidad para un disco girando en un entorno infinito.

La transferencia de calor de un disco rotatorio la investigaron en forma experimental Cobb y Saunders [40] y de forma teórica Millsap y Pohlhausen [41] y por Kreith y Taylor [42], entre otros. La capa límite en el disco es laminar y de espesor uniforme a números de Reynolds rotacionales $\omega D^2/\nu$ menores que aproximadamente 10^6. A números de Reynolds mayores, el flujo se vuelve turbulento cerca del borde exterior y conforme Re_ω aumenta, el punto de transición se mueve radialmente hacia dentro. El espesor de la capa límite aumenta al incrementarse el radio (consulte la figura 5.22). Para el régimen laminar, el número de Nusselt promedio para un disco girando en aire es [40, 43]:

$$\overline{\text{Nu}}_D = \frac{\bar{h}D}{k} = 0.36\left(\frac{\omega D^2}{\nu}\right)^{1/2} \tag{5.36}$$

para $\omega D^2/\nu < 10^6$.

En el régimen de flujo turbulento de un disco girando en aire [40], el valor local del número de Nusselt a un radio r está dado aproximadamente por

$$\text{Nu}_r = \frac{h_c r}{k} = 0.0195\left(\frac{\omega r^2}{\nu}\right)^{0.8} \tag{5.37}$$

El valor promedio del número de Nusselt para flujo laminar entre $r = 0$ y r_c y flujo turbulento en el anillo exterior entre $r = r_c$ y r_o es

$$\overline{\text{Nu}}_{r_o} = \frac{\bar{h}_c r_o}{k} = 0.36\left(\frac{\omega r_o^2}{\nu}\right)^{1/2}\left(\frac{r_c}{r_o}\right)^2 + 0.015\left(\frac{\omega r_o^2}{\nu}\right)^{0.8}\left(1 - \left(\frac{r_c}{r_o}\right)^{2.6}\right) \tag{5.38}$$

para $r_c < r_o$.

EJEMPLO 5.6 Para aplicarle un tratamiento térmico a un eje de acero de 20 cm de diámetro éste se calienta a 400 °C. Después el eje se enfría en aire (a 20 °C) mientras gira con respecto a su propio eje (horizontal) a 3 rpm. Calcule la tasa de transferencia de calor por convección del eje cuando se ha enfriado a 100 °C.

SOLUCIÓN La velocidad rotacional del eje es

$$\omega = \frac{3\,\text{rev/min}(2\pi\,\text{rad/rev})}{(60\,\text{s/min})} = 0.31\,\text{rad/s}$$

De las propiedades del aire a 60 °C, el número de Reynolds es

$$\text{Re}_\omega = \frac{\pi(0.2\,\text{m})^2(0.31\,\text{s}^{-1})}{1.94 \times 10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s}} = 2008$$

y el número de Rayleigh es

$$\text{Ra} = \frac{(9.8\,\text{m/s}^2)(333\,\text{K})^{-1}(80\,\text{K})(0.2\,\text{m})^3(0.71)}{(1.94 \times 10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s})^2} = 3.55 \times 10^7$$

De la ecuación (5.35),

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.11[0.5(2008)^2 + 3.55 \times 10^7]^{0.35} = 49.2$$

$$\bar{h}_c = \frac{(49.2)(0.0279\,\text{W/m K})}{0.20\,\text{m}} = 6.86\,\text{W/m}^2\,\text{K}$$

y

$$q = (6.86\,\text{W/m}^2\,\text{K})[\pi(0.2)(1)\,\text{m}^2](80\,\text{K}) = 345\,\text{W/m}$$

Observe que el efecto de la convección natural inducida por la gravedad es grande relativa a la inducida por la rotación del eje.

Para un disco girando en un fluido que tiene un número de Prandtl mayor que la unidad, el número de Nusselt local se puede obtener, de acuerdo con [44], con la ecuación

$$\text{Nu}_r = \frac{\text{Re}_r\text{Pr}\sqrt{(C_{Dr}/2)}}{5\text{Pr} + 5\ln(5\text{Pr} + 1) + \sqrt{(2/C_{Dr})} - 14} \tag{5.39}$$

donde C_{Dr} es el coeficiente de rozamiento local para el radio r, que de acuerdo con [45], está dado por

$$\frac{1}{\sqrt{C_{Dr}}} = -2.05 + 4.07\log_{10}\text{Re}_r\sqrt{C_{Dr}} \tag{5.40}$$

Para una esfera de diámetro D girando en un entorno infinito con $\text{Pr} > 0.7$ en el régimen de flujo laminar ($\text{Re}_\omega = \omega D^2/\nu < 5 \times 10^4$), el número de Nusselt promedio ($\bar{h}_c D/k$) se puede obtener con

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.43\text{Re}_\omega^{0.5}\text{Pr}^{0.4} \tag{5.41}$$

en tanto que en el intervalo del número de Reynolds entre 5×10^4 y 7×10^5, la ecuación

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.066\text{Re}_\omega^{0.67}\text{Pr}^{0.4} \tag{5.42}$$

correlaciona los datos experimentales disponibles [46].

5.5 Convección forzada y natural combinadas

En el capítulo 4 se analizó la convección forzada en flujo sobre una superficie plana y las secciones anteriores de este capítulo tratan sobre la transferencia de calor en sistemas de convección natural. En esta sección se considera la interacción entre los procesos de convección natural y forzada.

En cualquier proceso de transferencia de calor ocurren gradientes de densidad y en la presencia de un campo de fuerza se originan corrientes de convección natural. Si los efectos de la convección forzada son muy grandes, la influencia de las corrientes de convección forzada pueden ser insignificantes y de manera similar, cuando las fuerzas de convección natural son muy fuertes, los efectos de la convección forzada pueden ser insignificantes. Ahora las interrogantes que se quieren considerar son, ¿en qué circunstancias se puede ignorar la convección forzada o bien la natural y cuáles son las condiciones cuando los dos efectos son del mismo orden de magnitud?

Para obtener una indicación de las magnitudes relativas de los efectos de la convección natural y la forzada, se considera la ecuación diferencial que describe el flujo uniforme sobre una placa plana vertical con el efecto de flotación y la velocidad de corriente libre U_∞ en la misma dirección. Este sería el caso cuando la placa se calienta y el flujo forzado es hacia arriba o cuando la placa se enfría y el flujo forzado es hacia abajo. Tomando la dirección del flujo como x y suponiendo que las propiedades físicas son uniformes, excepto para el efecto de la temperatura sobre la densidad, la ecuación de la capa límite de Navier-Stokes incluyendo las fuerzas de la convección natural es

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta(T - T_\infty) \tag{5.43}$$

Esta ecuación se puede generalizar como sigue. Sustituyendo X en lugar de x/L y en lugar de y/L, θ en lugar de $(T - T_\infty)/(T_0 - T_\infty)$, P en lugar de $(p - p_\infty)(\rho U^2{}_\infty/2g_c)$, U en lugar de U_∞ y V en lugar de v/U_∞ en la ecuación (5.43) se obtiene

$$\begin{aligned} U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} &= -\frac{1}{2}\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{\mu}{\rho U_\infty L}\right)\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \\ &\quad + \left[\frac{g\beta L^3(T_0 - T_\infty)}{\nu^2}\right]\frac{\nu^2}{U_\infty^2 L^2}\theta \end{aligned} \tag{5.44}$$

En la región cerca de la superficie, es decir, en la capa límite, $\partial U/\partial X$ y U son del orden de magnitud de la unidad. Como U cambia de 1 en $x = 0$ a un valor muy pequeño en $x = 1$ y puesto que u es del mismo orden de magnitud que U_∞, el lado izquierdo de la ecuación (5.44) es del orden de la unidad. Un razonamiento similar indica que los dos primeros términos en el lado derecho así como θ son del orden de la unidad. En consecuencia, el efecto de flotación influirá en la distribución de la velocidad, de la que, a su vez, depende la distribución de la temperatura, si el coeficiente de θ es del orden de 1 o mayor; es decir, si

$$\frac{[g\beta L^3(T_0 - T_\infty)]/\nu^2}{(U_\infty L/\nu)^2} = \frac{\mathrm{Gr}_L}{\mathrm{Re}_L^2} \cong 1 \tag{5.45}$$

En otras palabras, la relación Gr/Re^2 da una indicación cualitativa de la influencia de la flotación sobre la convección forzada. Cuando el número de Grashof es del mismo orden de magnitud que o mayor que el cuadrado del número de Reynolds, los efectos de la convección natural no se pueden ignorar, comparados con la convección forzada. De manera similar, en un proceso de convección natural, la influencia de la convección forzada se vuelve significativa cuando el cuadrado del número de Reynolds es del mismo orden de magnitud que el número de Grashof.

En la bibliografía [47-49] sobre el tema se han tratado varios casos especiales. Por ejemplo, para convección forzada laminar sobre una placa plana vertical, Sparrow y Gregg [47] demostraron que para números de Prandtl entre 0.01 y 10 el efecto de la flotación sobre el coeficiente de transferencia de calor local para convección forzada pura será menor que 10% si

$$\mathrm{Gr}_x \leq 0.150\mathrm{Re}_x^2 \tag{5.46}$$

Eckert y Diaguila [49] estudiaron la convección mezclada en un tubo vertical con aire, principalmente en el régimen turbulento. Cuando el flujo inducido por flotación era en la misma dirección que el flujo forzado, ellos determinaron que el coeficiente de transferencia de calor local difería del correspondiente al comportamiento de convección natural puro en menos de 10% si

$$\mathrm{Gr}_x > 0.007\mathrm{Re}_x^{2.5} \tag{5.47a}$$

y del comportamiento de la convección forzada pura en menos de 10% si

$$\mathrm{Gr}_x < 0.0016\mathrm{Re}_x^{2.5} \tag{5.47b}$$

En la figura 5.23, las ecuaciones (5.46) y (5.47) están trazadas para delinear los regímenes de la convección natural pura en flujo de la capa límite, flujo de la capa

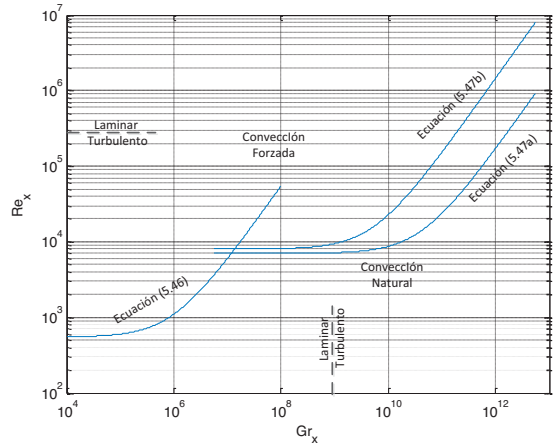


FIGURA 5.23 Regímenes de convección para flujo y efectos de flotación paralelos; procesos en la capa límite.

límite por convección mezclada y convección forzada pura en flujo de capa límite para geometrías en las que los efectos de flotación y flujo forzados son paralelos.

Siebers y colaboradores [50] midieron la transferencia de calor por convección mezclada de una placa plana vertical grande (3.03 m de altura × 2.95 m de ancho). La placa se calentó eléctricamente para producir un flujo por convección natural hacia arriba de la placa y se colocó en un túnel de viento para exponerla de manera simultánea a un flujo forzado horizontal paralelo a la placa. Por tanto, este estudio estaba relacionado con el flujo de flotación vertical y con el flujo forzado horizontal. Ellos basaron la magnitud de la convección natural en Gr_H, donde H es la altura de la placa y la magnitud de la convección forzada en Re_L, donde L es el ancho de la placa. Sus resultados indican que si $Gr_H/Re_L^2 < 0.7$, entonces la transferencia de calor en esencia se debe a la convección forzada y si $Gr_H/Re_L^2 > 10$ entonces domina la convección natural. Para valores intermedios, es decir, para convección mezclada, proporcionan ecuaciones de correlación para coeficientes de transferencia de calor locales. En la figura 5.24 se muestran los diferentes regímenes para esta geometría para flujo laminar (figura 5.24*a*) y flujo turbulento (5.24*b*).

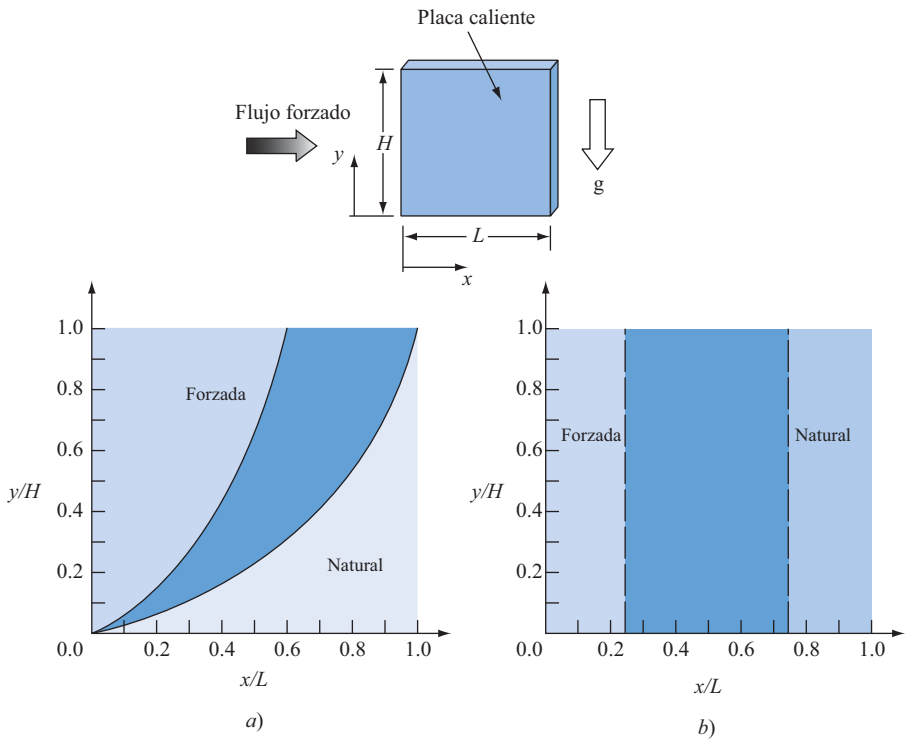


FIGURA 5.24 *a*) Zonas laminares de convección forzada, mezclada y natural para una placa vertical caliente en flujo forzado horizontal; *b*) zonas turbulentas de convección forzada, mezclada y natural para una placa vertical caliente en flujo forzado horizontal [50].

Se ha propuesto [20] un método empírico para estimar el número de Nusselt para convección combinada, forzada y natural:

$$(\overline{\mathrm{Nu}})^n_{\text{combinada}} = (\overline{\mathrm{Nu}})^n_{\text{forzada}} \pm (\overline{\mathrm{Nu}})^n_{\text{natural}} \tag{5.48}$$

donde $n = 3$ para placas verticales, el signo + se aplica cuando los flujos son en la misma dirección y el signo − cuando son en direcciones opuestas.

La influencia de la convección natural sobre el flujo forzado en tubos y conductos se analiza en el capítulo 6, sección 6.3.

5.6* Superficies con aletas

Las superficies con aletas o extendidas son de uso común para aumentar el área superficial en un intercambiador de calor o en disipador de calor para promover una mejor transferencia de calor [57]. Sin embargo, el diseño de aletas y de arreglos de aletas para convección forzada puede ser difícil debido al acoplamiento entre los campos de flujo y de temperatura y a los datos experimentales disponibles. Aunque las relaciones para las aletas desarrolladas en el capítulo 2 son aplicables, la evaluación del coeficiente de transferencia de calor apropiado para la geometría de diseño física puede presentar dificultades. En esta sección se resumen los resultados de experimentos y algunas correlaciones para geometrías de aletas comunes para convección forzada.

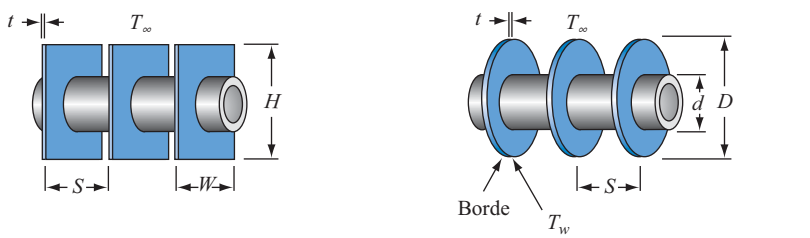
5.6.1 Aletas en tubos horizontales

En muchos tipos de intercambiadores de calor (por ejemplo, calentadores de piso o dispositivos para enfriamiento de equipo electrónico) se utilizan aletas circulares o cuadradas fijas a un tubo como se muestra en la figura 5.25. Para aletas cuadradas, se dispone de datos sólo para tubos en aire en el intervalo $0.2 < \mathrm{Ra}_s < 4 \times 10^4$ de experimentos de Elenbaas [52] y Bahrani y Sparrow [53]. Raithby y Hollands [54] recomiendan la relación siguiente

$$\mathrm{Nu}_s = \left\{ \left(\frac{\mathrm{Ra}_s^{0.89}}{18} \right)^{2.7} + (0.62\mathrm{Ra}_s^{1/4})^{2.7} \right\}^{0.37} \tag{5.49}$$

La nomenclatura se define en la figura 5.25.

Para aletas circulares fijas a tubos horizontales, Tsubouchi y Masuda [55] realizaron experimentos en el aire en los que midieron por separado la transferencia de calor de



$$\mathrm{Nu}_s = \frac{qS}{A(T_w - T_\infty)k}\,;\ \mathrm{Ra}_s = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)S^3}{\nu\alpha}\left(\frac{S}{H}\right) \qquad \mathrm{Nu}_s = \frac{qS}{A(T_w - T_\infty)k}\,;\ \mathrm{Ra}_s = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)S^3}{\nu\alpha}\left(\frac{S}{D}\right)$$

FIGURA 5.25 Aletas de placa y anulares fijas a un tubo horizontal.

los bordes circulares de las aletas y de los tubos más las superficies verticales de las aletas. Utilizando la nomenclatura que se muestra en la figura 5.25, la correlación propuesta para la transferencia de calor de los bordes es

$$\mathrm{Nu}_s = \mathrm{C}\,\mathrm{Ra}_s^b \tag{5.50}$$

donde $b = 0.9$, $C = (0.44 + 0.12\xi)$ y $\xi = (D/d)$. Se obtuvieron datos para $2 < \mathrm{Ra}_s < 10^4$ y $1.36 < \xi < 3.73$ con propiedades evaluadas a la temperatura pelicular.

La transferencia de calor de las superficies laterales de las aletas junto con el cilindro de soporte se correlacionó para aletas largas ($1.67 < \xi$) mediante

$$\mathrm{Nu}_s = \frac{\mathrm{Ra}_s}{12\pi}\left\{2 - \exp\left[-\left(\frac{C}{\mathrm{Ra}_s}\right)^{3/4}\right] - \exp\left[-\beta\left(\frac{C}{\mathrm{Ra}_s}\right)^{3/4}\right]\right\} \tag{5.51a}$$

donde

$$\beta = (0.17/\xi) + e^{-(4.8/\xi)} \quad \text{y} \quad C = \left\{\frac{23.7 - 1.1[1 + (152/\xi^2)]^{1/2}}{1 + \beta}\right\}^{4/3}$$

Para aletas cortas ($1.0 < \xi < 1.67$), la correlación que reemplaza a la ecuación (5.51*a*) es

$$\mathrm{Nu}_s = C_0\,\mathrm{Ra}_0^P\left\{1 - \exp\left[-\left(\frac{C_1}{\mathrm{Ra}_0}\right)^{C_2}\right]\right\}^{C_3} \tag{5.51b}$$

donde

$$C_0 = -0.15 + (0.3/\xi) + 0.32\xi^{-16} \qquad C_1 = -180 + (480/\xi) - 1.4\xi^8$$
$$C_2 = 0.04 + (0.9/\xi) \qquad C_3 = 1.3(1 - \xi^{-1}) + 0.0017\xi^{12}$$
$$P = 0.25 + C_2C_3 \qquad \mathrm{Ra}_0 = \mathrm{Ra}_s\xi$$

con propiedades evaluadas a la temperatura de la pared, T_w.

Las relaciones del número de Nusselt de las superficies verticales de aletas anulares y cuadradas son equivalentes si $D = 1.23H$. De aquí, las ecuaciones anteriores también se pueden utilizar para estimar la transferencia de calor combinada de aletas de placas cuadradas en un tubo o cilindro, como se muestra en la figura 5.25.

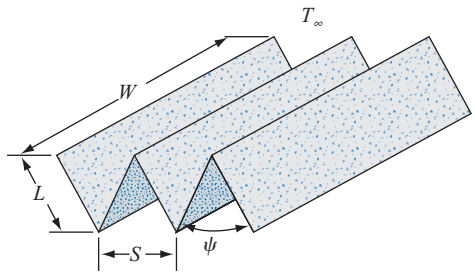
Edwards y Chaddock [56] correlacionaron datos experimentales para la transferencia de calor de toda la superficie de aletas anulares, incluyendo el borde, para $(D/d) = 1.94$, en el intervalo $5 < \mathrm{Ra}_s < 10^4$, mediante

$$\mathrm{Nu}_s = 0.125\,\mathrm{Ra}_s^{0.55}\left[1 - \exp\left(-\frac{137}{\mathrm{Ra}_s}\right)\right]^{0.294} \tag{5.52}$$

con propiedades evaluadas en $[T_\infty + 0.62(T_w + T_\infty)]$. Mediciones subsiguientes de Jones y Nwizu [57] resultaron ligeramente menores que los valores calculados utilizando la ecuación (5.52).

5.6.2 Aletas horizontales triangulares

Un arreglo horizontal y calentado de corrugaciones triangulares con altura inclinada L, como se muestra en la figura 5.26, se puede tratar como una superficie con aletas triangulares. Al-Arabi y El-Rafaee [58] midieron la transferencia de calor de



$$\mathrm{Nu}_L = \frac{q''L}{(T_w - T_\infty)k} \; ; \; \mathrm{Ra}_L = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}$$

FIGURA 5.26 Nomenclatura para aletas triangulares.

una superficie en aire con $W \gg L$ para un intervalo $1.8 \times 10^4 < \mathrm{Ra}_L < 1.4 \times 10^7$ y correlacionaron los datos utilizando las siguientes expresiones:

$$\mathrm{Nu}_L = \left[\frac{0.46}{\operatorname{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} - 0.32 \right] \mathrm{Ra}_L^m \tag{5.53a}$$

para $1.8 \times 10^4 < \mathrm{Ra}_L < \mathrm{Ra}_c$ y

$$\mathrm{Nu}_L = \left[0.090 + \frac{0.054}{\operatorname{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} \right] \mathrm{Ra}_L^{1/3} \tag{5.53b}$$

para $\mathrm{Ra}_c < \mathrm{Ra}_L < 1.4 \times 10^7$

donde ψ = el ángulo del ápice, como se muestra

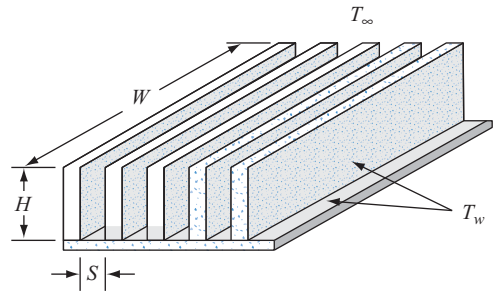
$$\mathrm{Ra}_c = [15.8 - 14.0 \operatorname{sen}(\psi/2)] \times 10^5$$

$$m = 0.148 \operatorname{sen}(\psi/2) + 0.187$$

5.6.3 Aletas rectangulares sobre superficies horizontales

Jones y Smith [59] correlacionaron datos de transferencia de calor hacia o desde superficies horizontales, como se muestra en la figura 5.27 (hacia arriba para $T_w > T_\infty$ o hacia abajo para $T_w > T_\infty$) hasta dentro de ±25% para el intervalo $2 \times 10^2 < \mathrm{Ra}_s < 6 \times 10^5$, $\mathrm{Pr} = 0.71$, $0.026 < H/W < 0.19$ y $0.0160 < S/W < 0.20$ mediante la ecuación

$$\mathrm{Nu}_s = \left[\left(\frac{1500}{\mathrm{Ra}_s} \right)^2 + (0.081\mathrm{Ra}_s^{0.39})^{-2} \right]^{-1/2} \tag{5.54}$$



$$\mathrm{Nu}_s = \frac{q'' S}{(T_w - T_\infty)k} \; ; \; \mathrm{Ra}_s = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)S^3}{\nu\alpha}$$

FIGURA 5.27 Aletas rectangulares sobre una superficie horizontal.

En esta relación se ignoran los efectos de los parámetros geométricos H/S y H/W. Aunque H/S no parece que tenga un papel importante, H/W se sabe que tiene un efecto significativo. Cuando H/W es grande, un flujo de entrada horizontal a través de los extremos abiertos de las aletas resulta en coeficientes de transferencia de calor mayores. Para relaciones H/W menores, el fluido de enfriamiento a lo largo de gran parte de la longitud de la aleta se aspira hacia abajo desde arriba por la acción de termosifón, lo que reduce los coeficientes de transferencia de calor.

5.6.4 Aletas rectangulares sobre superficies verticales

Las aletas verticales de placas paralelas se asemejan a canales bidimensionales formados por placas paralelas. Esta configuración se encuentra con frecuencia en el enfriamiento por convección natural de equipo eléctrico que va de transformadores a unidades centrales de cómputo y de transistores a fuentes de alimentación.

En canales relativamente cortos, se desarrollan capas límites individuales a lo largo de cada superficie y las condiciones se aproximan a las de placas aisladas en medios infinitos, como se analizó antes. Para canales más largos, las capas límites convergen y entonces la temperatura del fluido a una altura dada no se conoce de manera explícita. Por tanto, el coeficiente de transferencia de calor se basa en la temperatura ambiente o de entrada y en este libro se seguirá esta convención.

Bar-Cohen y Rohsenow [60] compilaron una tabulación de las relaciones del número de Nusselt recomendadas para aletas verticales de placas paralelas en varias condiciones de frontera térmicas encontradas en la práctica (tabla 5.1). En la figura 5.28 se muestra un arreglo común de tarjetas de circuitos impresos de una computadora con las definiciones geométricas necesarias para utilizar la tabla 5.1. El número de Nusselt, Nu_0, para todos los casos se basa en el espaciamiento entre aletas adyacentes, S, como la longitud característica y en el flujo de calor promedio de la aleta, q_0''. En la tabla 5.1 se utilizan dos números de Rayleigh, uno para el caso isotérmico cuando la diferencia de temperatura, θ_0, se especifica explícitamente como la diferencia entre la temperatura superficial de la aleta y la temperatura ambiente de entrada; el otro se utiliza para la condición de isoflujo

TABLA 5.1 Relaciones Nu_0 compuestas para aletas de placas paralelas [60]

Condiciones límites	Relaciones compuestas
Aletas simétricamente isotérmicas	$Nu_0 = \{576/(Ra')^2 + 2.873/\sqrt{Ra'}\}^{-1/2}$
Aletas asimétricamente isotérmicas (un lado aislado)	$Nu_0 = \{144/(Ra')^2 + 2.873/\sqrt{Ra'}\}^{-1/2}$
Aletas de isoflujo simétrico (θ_0 en $L/2$)	$Nu_{0,L/2} = \{12/Ra'' + 1.88/(Ra'')^{2/5}\}^{-1/2}$
Aletas de isoflujo asimétrico (θ_0 en $L/2$) (un lado aislado, θ_0 en $L/2$)	$Nu_{0,L/2} = \{6/Ra'' + 1.88/(Ra'')^{2/5}\}^{-1/2}$

donde $Nu_0 \equiv q_0'' S/k\theta_0$

$Ra' \equiv \bar{\rho}^2 g\beta c_p S^4 \theta_0/\mu k L$

$Ra'' \equiv \bar{\rho}^2 g\beta c_p S^5 q_0''/\mu k^2 L$

S = espaciamiento entre las tarjetas (m)
C_p = calor específico (J/kg K)
g = aceleración de la gravedad (m/s²)
K = conductividad térmica (W/m K)
L = altura del canal (m)
q_0'' = flujo térmico (W/m²)
β = coeficiente de dilatación volumétrica (K^{-1})
$\bar{\rho}$ = densidad (kg/m³)
θ_0 = diferencia de temperatura (k)
μ = viscosidad dinámica (kg/ms)
Ra' = número de Rayleigh para un canal (adimensional)
Ra" = número de Rayleigh para un canal modificado (adimensional)

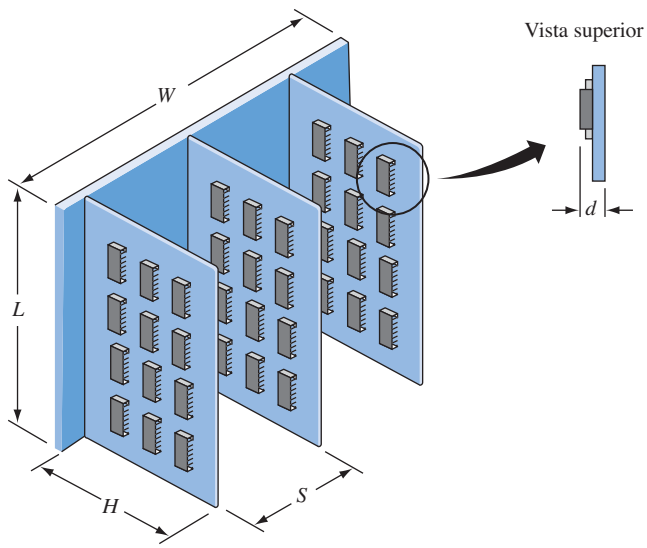


FIGURA 5.28 Arreglo de tarjetas de circuitos impresos enfriado por convección natural. *Nota: d* es el espesor efectivo de la tarjeta, incluyendo la tarjeta y los circuitos montados en ella.

cuando se especifica el flujo de calor y la temperatura superficial no se conoce explícitamente. Para el último caso, el coeficiente de transferencia de calor se basa en la diferencia de temperatura entre la superficie a media altura, $L/2$ y la de entrada al arreglo.

Además de compilar relaciones para el número de Nusselt, Bar-Cohen y Rohsenow [60] también determinaron el espaciamiento entre aletas adyacentes que maximizará la tasa volumétrica de disipación de calor. Este espaciamiento "óptimo", S_{opt}, depende del espesor de la tarjeta o placa y de un parámetro P definido como:

$$P = c_p \rho^2 g \beta \Delta T / \mu k L \tag{5.55}$$

Para placas de espesor insignificante, el espaciamiento óptimo con aletas isotérmicas es

$$S_{opt} = 2.7/P^{0.25} \tag{5.56a}$$

en tanto que para condiciones isotérmicas asimétricas (un lado a temperatura constante y el otro aislado),

$$S_{opt} = 2.15/P^{0.25} \tag{5.56b}$$

En condiciones de flujo de calor uniforme, S_{opt} se define como el espaciamiento que produce la tasa volumétrica máxima (o área prima) de disipación de calor por diferencia de temperatura unitaria (basada en la temperatura a media altura menos la temperatura de entrada). En los dos casos a flujo térmico constante, q'',

$$S_{opt} = 1.5/R^{0.2} \tag{5.56c}$$

en tanto que en condiciones asimétricas,

$$S_{opt} = 1.2/R^{0.2} \tag{5.56d}$$

donde

$$R = c_p \rho^2 g \beta q'' / \mu L k^2 \tag{5.57}$$

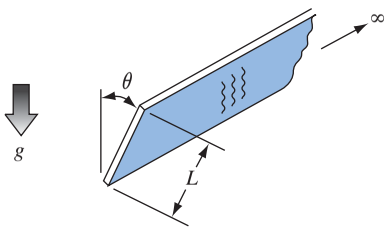
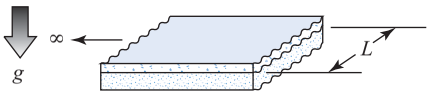
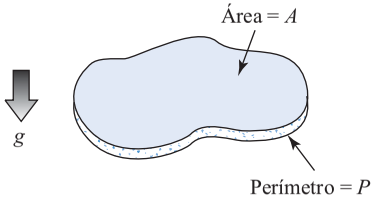
en los dos casos.

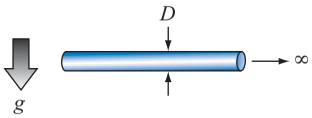
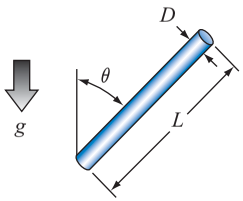
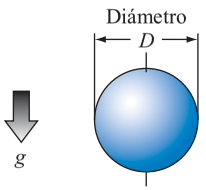
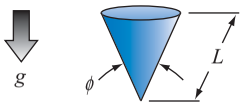
En la referencia [60] se analiza el flujo tridimensional y los efectos geométricos. Cuando la convección natural no puede enfriar de manera adecuada un dispositivo electrónico, se tiene que recurrir a la convección forzada.

5.7 Comentarios finales

Por conveniencia del lector, en la tabla 5.2 se presentan ecuaciones de correlación útiles para determinar el valor promedio de los coeficientes de transferencia de calor por convección natural para varias geometrías importantes.

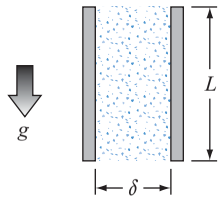
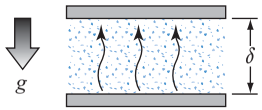
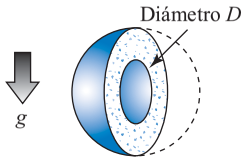
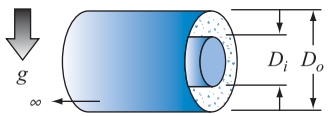
TABLA 5.2 Correlaciones de transferencia de calor por convección natural

Geometría	Ecuación de correlación	Restricciones
Placa larga vertical o inclinada con la superficie caliente hacia abajo 	$\overline{\text{Nu}}_L = 0.56(\text{Gr}_L\,\text{Pr}\cos\theta)^{1/4}$	$10^5 < \text{Gr}_L\text{Pr}\cos\theta < 10^{11}$ $0 \le \theta \le 89°$
Placa larga horizontal con la superficie caliente hacia arriba o la superficie fría hacia abajo 	$\overline{\text{Nu}}_L = 0.54\,\text{Ra}_L^{1/4}$ $\overline{\text{Nu}}_L = 0.15\,\text{Ra}_L^{1/3}$ $L = A/P$	$10^5 \lesssim \text{Ra}_L \lesssim 10^7$ $10^7 \lesssim \text{Ra}_L \lesssim 10^{10}$
Placa horizontal con la superficie caliente hacia abajo o la superficie fría hacia arriba 	$\overline{\text{Nu}}_L = 0.27\,\text{Ra}_L^{1/4}$ $L = A/P$	$10^5 \lesssim \text{Ra}_L \lesssim 10^{10}$

Un cilindro horizontal largo 	$\overline{\text{Nu}}_D = 0.53(\text{Gr}_D\text{Pr})^{1/4}$ $\overline{\text{Nu}}_D = 0.53(\text{Gr}_D\text{Pr}^2)^{1/4}$	$Pr > 0.5;\ 10^3 < Gr_D < 10^9$ Metales líquidos, flujo laminar
Cilindro inclinado, longitud L 	$\overline{\text{Nu}}_L = [2.9 - 2.32(\text{sen}\,\theta)^{0.8}] \times (\text{Gr}_D)^{-1/12}[\text{Gr}_L\text{Pr}]^{(1/4+1/12(\text{sen}\,\theta)1.2)}$ $\overline{\text{Nu}}_L = [0.47 + 0.11(\text{sen}\,\theta)^{0.8}](\text{Gr}_D)^{-1/12}(\text{Gr}_L\text{Pr})^{1/3}$	Laminar: $9.88 \times 10^7 \le \text{Gr}_L\text{Pr} \le (\text{Gr}_L\text{Pr})_{\text{cr}}$ $1.08 \times 10^4 \le \text{Gr}_D \le 6.9 \times 10^5$ Turbulento: $(\text{Gr}_L\text{Pr})_{\text{cr}} \le \text{Gr}_L\text{Pr} \le 2.95 \times 10^{10}$ $1.08 \times 10^4 \le \text{Gr}_D \le 6.9 \times 10^5$ donde $(\text{Gr}_L\text{Pr})_{\text{cr}} = 2.6 \times 10^9 + 1.1 \times 10^9 \tan\theta$
Esfera Diámetro 	$\overline{\text{Nu}}_D = 2 + 0.392(\text{Gr}_D)^{1/4}$	$1 < \text{Gr}_D < 10^5$
Cono vertical 	$\overline{\text{Nu}}_L = 0.63(1 + 0.72\varepsilon)\text{Gr}_L^{1/4}$	$3^\circ < \phi < 12^\circ$ $7.5 < \log \text{Gr}_L < 8.7$ $0.2 \le \varepsilon < 0.8$ donde $\varepsilon = 2/[\text{Gr}_L^{1/4}\tan(\phi/z)]$

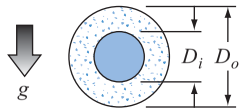
(Continúa)

TABLA 5.2 (*Continuación*)

Geometría	Ecuación de correlación	Restricciones
Espacio contenido entre dos placas verticales calentado desde un lado 	$\overline{\mathrm{Nu}}_\delta = 0.22\left(\frac{L}{\delta}\right)^{-1/4}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}}\mathrm{Ra}_\delta\right)^{0.28}$	$\begin{cases} 2 < \frac{L}{\delta} < 10, \ \mathrm{Pr} < 10 \\ \mathrm{Ra}_\delta < 10^{10} \end{cases}$
	$\overline{\mathrm{Nu}}_\delta = 0.18\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}}\mathrm{Ra}_\delta\right)^{0.29}$	$\begin{cases} 1 < \frac{L}{\delta} < 2, \ 10^{-3} < \mathrm{Pr} < 10^5 \\ 10^3 < \frac{\mathrm{Ra}_\delta \mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}} \end{cases}$
Espacio contenido entre dos placas horizontales calentado desde abajo 	$\overline{\mathrm{Nu}}_\delta = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1708}{\mathrm{Ra}_\delta}\right]^{\cdot} + \left[\left(\frac{\mathrm{Ra}_\delta}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]^{\cdot}$	Aire, $1700 < \mathrm{Ra}_\delta < 10^8$
	$\overline{\mathrm{Nu}}_\delta = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1708}{\mathrm{Ra}_\delta}\right]^{\cdot} + \left[\left(\frac{\mathrm{Ra}_\delta}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]^{\cdot} + 20\left[\frac{\mathrm{Ra}_\delta^{1/3}}{140}\right]^{(1 - \ln(\mathrm{Ra}_\delta^{1/3}/140))}$	Agua, $1700 < \mathrm{Ra}_\delta < 3.5 \times 10^9$
Interior de una cavidad esférica 	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = C(\mathrm{Gr}_D \mathrm{Pr})^n$	Consulte la tabla que sigue a la ecuación (5.32)
Cilindros concéntricos largos 	$\frac{k_{\mathrm{ef}}}{k} = 0.386\left[\frac{\ln(D_o/D_i)}{b^{3/4}(1/D_i^{3/5} + 1/D_o^{3/5})^{5/4}}\right] \times \left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.861 + \mathrm{Pr}}\right)^{1/4} \mathrm{Ra}_b^{1/4}$	$0.70 \le \mathrm{Pr} \le 6000$ $10 \le \left[\frac{\ln(D_o/D_i)}{b^{3/4}(1/D_i^{3/5} + 1/D_o^{3/5})^{5/4}}\right] \mathrm{Ra}_b \le 10^7$

Esferas concéntricas

$2b = D_o - D_i$

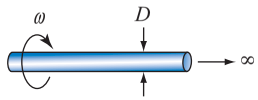


$$\frac{k_{ef}}{k} = 0.74\left[\frac{b^{1/4}}{D_o D_i (D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^{5/4}}\right] \times \mathrm{Ra}_b^{1/4}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.861 + \mathrm{Pr}}\right)^{1/4}$$

$0.70 \le \mathrm{Pr} \le 4200$

$$10 \le \left[\frac{b}{(D_o D_i)^4 (D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5}\right]\mathrm{Ra}_b \le 10^7$$

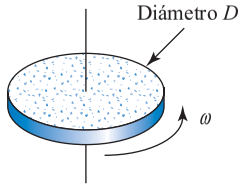
Cilindro rotatorio largo



$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 0.11(0.5\mathrm{Re}_\omega^2 + \mathrm{Gr}_D\mathrm{Pr})^{0.35}$$

$$\mathrm{Re}_\omega = \frac{\pi D^2 \omega}{\nu} > 8000$$

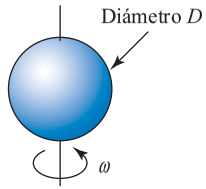
Disco rotatorio



$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 0.36(\mathrm{Re}_\omega)^{1/2}$$

$$\mathrm{Re}_\omega = \frac{\omega D^2}{\nu} < 10^6$$

Esfera rotatoria



$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.43\mathrm{Re}_\omega^{0.5}\,\mathrm{Pr}^{0.4}$$

$$\mathrm{Re}_\omega = \frac{\omega D^2}{\nu} < 5 \times 10^4$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.066\mathrm{Re}_\omega^{0.67}\mathrm{Pr}^{0.4}$$

$\mathrm{Pr} > 0.7$

$5 \times 10^4 < \mathrm{Re}_\omega < 7 \times 10^5$

Referencias

1. S. Ostrach, "New Aspects of Natural-Convection Heat Transfer", *Trans. ASME*, vol. 75, pp. 1287-1290, 1953.
2. Y. Jaluria, *Natural Convection Heat and Mass Transfer*, Pergamon, Nueva York, 1980.
3. E. Schmidt y W. Beckmann, "Das Temperatur und Geschwindigkeitsfeld vor einer wärmeabgebenden senkrechten Platte bei natürlicher Konvection", *Tech. Mech. Thermodyn.*, vol. 1, núm. 10, pp. 341-349, octubre de 1930; cont., vol. 1, núm. 11, noviembre de 1930, pp. 391-406.
4. R. Hermann, "Wärmeübergang bei freir Ströhmung am wagrechten Zylinder in zweiatomic Gasen", *VDI Forschungsh.*, núm. 379, 1936; traducido en NACA Tech, Memo, 1366, noviembre de 1954.
5. W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1954.
6. E. M. Sparrow y M. A. Ansari, "A Refutation of King's Rule for Multi-Dimensional External Natural Convection", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 26, 1983, pp. 1357-1346.
7. E. R. G. Eckert y E. Soehnghen, "Interferometric Studies on the Stability and Transition to Turbulence of a Free-Convection Boundary Layer", Proceedings of the General Discussion on Heat Transfer, pp. 321-323, ASME-IME, Londres, 1951, pp. 321-323.
8. E. R. G. Eckert y E. Soehnghen, "Studies on Heat Transfer in Laminar Free Convection with the Zehnder-Mach Interferometer", USAF Tech. Rept. 5747, diciembre de 1948.
9. B. Gebhart, *Heat Transfer*, 2a. ed., capítulo 8, McGraw-Hill, Nueva York, 1970.
10. E. R. G. Eckert y T. W. Jackson, "Analysis of Turbulent Free Convection Boundary Layer on Flat Plate," NACA Rept. 1015, julio de 1950.
11. A. M. Clausing, "Natural Convection Correlations for Vertical Surfaces Including Influences of Variable Properties", *J. Heat Transfer*, vol. 105, núm. 1, 1983, pp. 138-143.
12. J. Gryzagoridis, "Natural Convection from a Vertical Flat Plate in the Low Grashof Number Range", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 14, 1971, pp. 162-164.
13. O. E. Dwyer, "Liquid-Metal Heat Transfer", capítulo 5 en Sodium and NaK Supplement to *Liquid Metals Handbook*, Atomic Energy Commission, Washington, D.C., 1970.
14. E. M. Sparrow y J. L. Gregg, "Laminar Free Convection from a Vertical Flat Plate", *Trans. ASME*, vol. 78, 1956, pp. 435-440.
15. J. P. Dotson, *Heat Transfer from a Vertical Flat Plate to Free Convection*, M.S. tesis de maestria en ciencias, Purdue University, mayo de 1954.
16. W. M. Yan y T. F. Lin, "Theoretical and Experimental Study of Natural Convection Pipe Flows at High Rayleigh Numbers", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 34, 1991, pp. 291-302.
17. G. C. Vliet, "Natural Convection Local Heat Transfer on Constant Heat Flux Inclined Surfaces", *Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer*, vol. 91, pp. 511-516, 1969.
18. G. C. Vliet y C. K. Liu, "An Experimental Study of Turbulent Natural Convection Boundary Layers," *Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer*, vol. 91, pp. 517-531, 1969.
19. T. Fujii y H. Imura, "Natural Convection Heat Transfer from a Plate with Arbitrary Inclination", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 15, pp. 755-767, 1972.
20. F. P. Incropera y D. P. DeWitt, *Introduction to Heat Transfer*, 2a. ed., Wiley, Nueva York, 1990.
21. J. S. McDonald y T. J. Connally, "Investigation of Natural Convection Heat Transfer in Liquid Sodium", *Nucl. Sci. Eng.*, vol. 8, pp. 369-377, 1960.
22. S. C. Hyman, C. F. Bonilla y S. W. Erhlich, "Heat Transfer to Liquid Metals and Non-Metals at Horizontal Cylinders", en *AIChE Symposium on Heat Transfer*, Atlantic City, pp. 21-23, 1953.
23. M. Al-Arabi y M. Khamis, "Natural Convection Heat Transfer from Inclined Cylinders", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 25, 1982, pp. 3-15.
24. E. M. Sparrow y A. J. Stretton, "Natural Convection from Variously Oriented Cubes and from Other Bodies of Unity Aspect Ratios", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 28, núm. 4, 1985, pp. 741-752.
25. T. Yuge, "Experiments on Heat Transfer from Spheres Including Combined Natural and Forced Convection", *Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer*, vol. 82, 1960, pp. 214-220.
26. P. H. Oosthuizen y E. Donaldson, "Free Convection Heat Transfer from Vertical Cones", *Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer*, vol. 94, 1972, pp. 330-331.
27. K. G. T. Hollands y L. Konicek, "Experimental Study of the Stability of Differentially Heated Inclined Air Layers", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 16, 1973, pp. 1467-1476.
28. I. Catton, "Natural Convection in Enclosures", en *Proceedings, Sixth International Heat Transfer Conference, Toronto*, vol. 6, Hemisphere, Washington. D.C., 1978, pp. 13-31.

29. R. K. MacGregor y A. P. Emery, "Free Convection through Vertical Plane Layers: Moderate and High Prandtl Number Fluid", *J. Heat Transfer*, vol. 91, p. 391, 1969.
30. J. Imberger, "Natural Convection in a Shallow Cavity with Differentially Heated End Walls, Part 3. Experimental Results", *J. Fluid Mech.*, vol. 65, 1974, pp. 247-260.
31. A. Bejan, A. A. Al-Homoud y J. Imberger, "Experimental Study of High Rayleigh Number Convection in a Horizontal Cavity with Different End Temperatures", *J. Heat Transfer*, vol. 109, 1981, pp. 283-299.
32. M. Nansteel y R. Greif, "Natural Convection in Undivided and Partially Divided Rectangular Enclosures", *J. Heat Transfer*, vol. 103, 1981, pp. 623-629.
33. R. Krisnamurti, "On the Transition to Turbulent Convection, Part 2, The Transition to Time-Dependent Flow", *J. Fluid Mech.*, vol. 42, 1970, pp. 309-320.
34. K. G. T. Hollands, G. D. Raithby y L. Konicek, "Correlation Equations for Free Convection Heat Transfer in Horizontal Layers of Air and Water", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 18, 1975, pp. 879-884.
35. K. G. T. Hollands, T. E. Unny, G. D. Raithby y L. Konicek, "Free Convection Heat Transfer Across Inclined Air Layers", *J. Heat Transfer*, vol. 98, 1976, pp. 189-193.
36. F. Kreith, "Thermal Design of High Altitude Balloons and Instrument Packages", *J. Heat Transfer*, vol. 92, 1970, pp. 307-332.
37. G. D. Raithby y K. G. T. Hollands, "A General Method of Obtaining Approximate Solutions to Laminar and Turbulent Free Convection Problems", en *Advances in Heat Transfer*, Academic Press, Nueva York, 1974.
38. J. T. Anderson y O. A. Saunders, "Convection from an Isolated Heated Horizontal Cylinder Rotating about Its Axis", *Proc. R. Soc. London Ser. A*, vol. 217, 1953, pp. 555-562.
39. W. M. Kays e I. S. Bjorklund, "Heat Transfer from a Rotating Cylinder with and without Cross Flow", *Trans. ASME, Ser. C*, vol. 80, 1958, pp. 70-78.
40. E. C. Cobb y O. A. Saunders, "Heat Transfer from a Rotating Disk", *Proc. R. Soc. London Ser. A*, vol. 220, 1956, pp. 343-351.
41. K. Millsap y K. Pohlhausen, "Heat Transfer by Laminar Flow from a Rotating Plate", *J. Aero-sp. Sci.*, vol. 19, 1952, pp. 120-126.
42. F. Kreith y J. H. Taylor, Jr., "Heat Transfer from a Rotating Disk in Turbulent Flow", artículo de la ASME 56-A-146, 1956.
43. C. Wagner, "Heat Transfer from a Rotating Disk to Ambient Air", *J. Appl. Phys.*, vol. 19, 1948, pp. 837-841.
44. F. Kreith, J. H. Taylor y J. P. Chang, "Heat and Mass Transfer from a Rotating Disk", *Trans. ASME, Ser. C*, vol. 81, 1959, pp. 95-105.
45. T. Theodorsen y A. Regier, "Experiments on Drag of Revolving Disks, Cylinders, and Streamlined Rods at High Speeds", reporte 793 de la NACA, Washington, D.C., 1944.
46. F. Kreith, L. G. Roberts, J. A. Sullivan y S. N. Sinha, "Convection Heat Transfer and Flow Phenomena of Rotating Spheres", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 6, 1963, pp. 881-895.
47. E. M. Sparrow y J. L. Gregg, "Buoyancy Effects in Forced Convection Flow and Heat Transfer", *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, sec. E, vol. 81, 1959, pp. 133-135.
48. Y. Mori, "Buoyancy Effects in Forced Laminar Convection Flow over a Horizontal Flat Plate", *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, sec. C, vol. 83, 1961, pp. 479-482.
49. E. Eckert y A. J. Diaguila, "Convective Heat Transfer for Mixed, Free, and Forced Flow through Tubes", *Trans. ASME*, vol. 76, 1954, pp. 497-504.
50. D. L. Siebers, R. G. Schwind y R. J. Moffat, "Experimental Mixed Convection Heat Transfer from a Large, Vertical Surface in Horizontal Flow", Sandia Rept. SAND 83–8225, Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM, 1983.
51. R. M. Manglik, "Heat Transfer Enhancement", A. Bejan y A. D. Kraus, eds., *Heat Transfer Handbook*, capítulo 14, Wiley, Hoboken, NJ, 2003.
52. W. Elenbaas, "Heat Dissipation of Parallel Plates by Free Convection", *Physica* IX, núm. 1, enero de 1942, pp. 2-28.
53. P. A. Bahrani y E. M. Sparrow, "Experiments on Natural Convection from Vertical Parallel Plates with Either Open or Closed Edges", ASME *J. Heat Transfer*, vol. 102, 1980, pp. 221-227.
54. G. D. Raithby y K. G. T. Hollands, "Natural Convection", en *CRC Handbook of Mechanical Engineering*, F. Kreith, ed., CRC Press, Boca Raton, FL, 1998.
55. T. Tsubouchi y M. Masuda, "Natural Convection Heat Transfer from Horizontal Cylinders with Circular Fins", *Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf.*, artículo NC 1.10, París, 1970.
56. J. A. Edwards y J. B. Chaddock, "Free Convection and Radiation Heat Transfer from Fin-on-Tube Heat Exchangers", artículo núm. 62-WA-205 de la ASME, 1962; consulte también *Trans. of ASHRAE*, vol. 69, 1963, 313-322.
57. C. D. Jones y E. I. Nwizu, "Optimum Spacing of Circular Fins on Horizontal Tubes for Natural Convection Heat Transfer", ASHRAE *Symp. Bull.* DV-69-3, 1969, pp. 11-15.
58. M. Al-Arabi y M. M. El-Rafaee, "Heat Transfer by Natural Convection from Corrugated Plates to Air", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 21, 1978 pp. 357-359.

59. C. D. Jones y L. F. Smith, "Optimum Arrangement of Rectangular Fins on Horizontal Surfaces for Free Convection Heat Transfer", *J. Heat Transfer*, vol. 92, 1970, pp. 6-10.

60. A. Bar-Cohen y W. M. Rohsenow, "Thermally Optimum Arrays of Cards and Fins in Natural Convection", *IEEE Trans. on Components, Hybrids, and Mfg. Tech.*, vol. CHMT-6, junio de 1983.

Problemas

Los problemas de este capítulo están organizados por tema como se muestra a continuación:

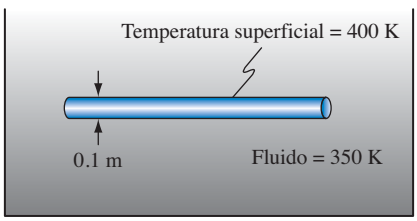
Tema	Número de problema
Fundamentales	5.1-5.6
Placas y cilindros verticales	5.7-5.14
Placas horizontales e inclinadas	5.15-5.22
Cilindros, esferas y cuerpos tridimensionales	5.23-5.32
Espacios cerrados	5.33-5.41
Superficies rotatorias	5.42-5.44
Aletas verticales	5.45
Convección combinada, forzada y natural	5.46-5.49
Problemas de diseño	5.50-5.53

5.1 Demuestre que el coeficiente de dilatación térmica para un gas ideal es $1/T$, donde T es la temperatura absoluta.

5.2 A partir de su definición y de los valores de propiedades del apéndice 2, tabla 13, calcule el coeficiente de dilatación térmica, β, para agua saturada a 403 K. Después compare sus resultados con el valor en la tabla.

5.3 Utilizando tablas de vapor estándar, calcule el coeficiente de dilatación térmica, β, a partir de su definición para vapor a 450 °C y presiones de 0.1 y 10 atm. Después compare sus resultados con el valor obtenido suponiendo que el vapor es un gas perfecto y explique la diferencia.

5.4 Un cilindro largo de 0.1 m de diámetro tiene una temperatura superficial de 400 K. Si se sumerge en un fluido a 350 K, ocurrirá convección natural como resultado de la diferencia de temperatura. Calcule los números de Grashof y Rayleigh que determinarán el número de Nusselt si el fluido es: *a*) nitrógeno, *b*) aire, *c*) agua, *d*) aceite, *e*) mercurio.



Problema 5.4

5.5 Utilice la figura 5.3 para determinar el número de Nusselt y el coeficiente de transferencia de calor para las condiciones dadas en el problema 5.4.

5.6 Se propone la siguiente ecuación para determinar el coeficiente de transferencia de calor en convección natural de cilindros largos verticales al aire a presión atmosférica:

$$\bar{h}_c = \frac{536.5(T_s - T_\infty)^{0.33}}{T}$$

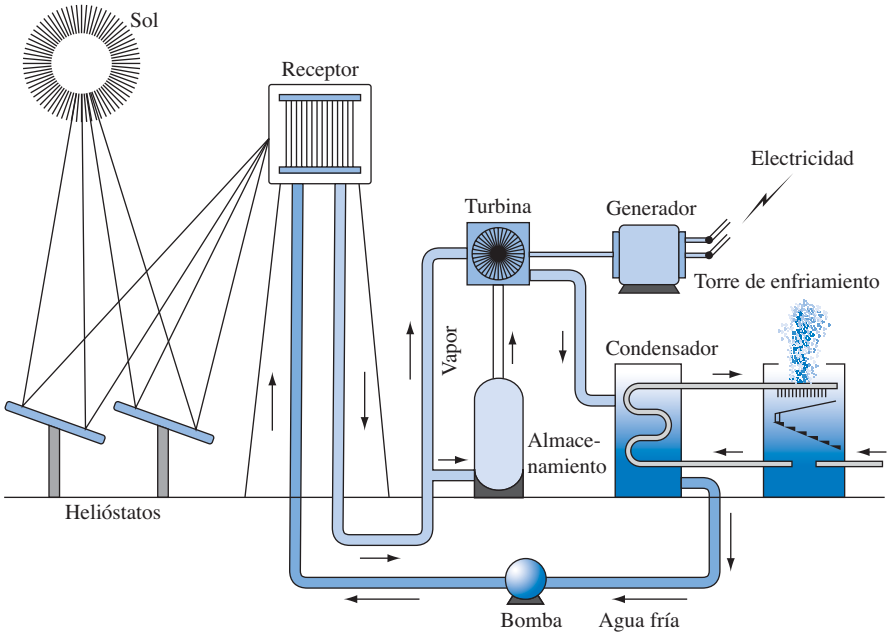
donde T = la temperatura pelicular = $(Ts + T_\infty)/2$ y T está en el intervalo de 0 a 200 °C. La ecuación correspondiente en forma adimensional es

$$\bar{h}_c L/k = C(\mathrm{GrPr})^m$$

compare las dos ecuaciones para determinar los valores de C y m tal que la segunda ecuación proporcione los mismos resultados que la primera.

5.7 "Solar One" ubicada cerca de Barstow, CA, fue la primera planta solar-térmica de generación de energía eléctrica (10 MW de electricidad) en Estados Unidos, en la siguiente página se muestra un diagrama esquemático de la planta. El receptor se puede tratar como si fuera un cilindro de 7 m de diámetro y 13.5 m de altura. En las condiciones de funcionamiento de diseño, la temperatura superficial promedio del receptor es de aproximadamente 675 °C y la temperatura del aire ambiente es de aproximadamente 40 °C. Estime la tasa de pérdida de calor, en MW, del receptor *sólo por convección natural* para las temperaturas dadas. ¿Cuáles son los otros mecanismos mediante los cuales se puede perder calor del receptor?

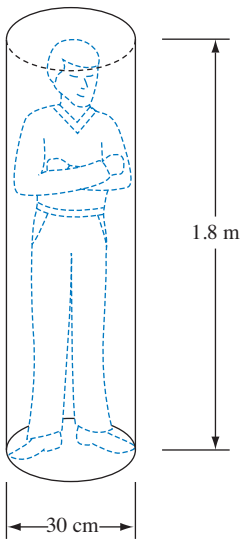
5.8 Compare la tasa de pérdida de calor de un cuerpo humano con la entrada de energía común por el consumo de alimentos (1 033 kcal/día). Modele el cuerpo como un cilindro vertical de 30 cm de diámetro y 1.8 m de altura en aire en calma. Suponga que la temperatura de la piel es 2 °C por abajo de la temperatura



Problema 5.7

corporal normal. No tome en cuenta la radiación, el enfriamiento por transpiración (sudoración) y los efectos de la ropa.

5.9 Se diseñó un calentador eléctrico de una habitación con forma de un cilindro vertical de 2 m de altura y 30 cm de diámetro. Por razones de seguridad, la superficie del calentador no debe exceder 35 °C. Si el aire de la habitación está a 20 °C, determine la clasificación de potencia del calentador en watts.



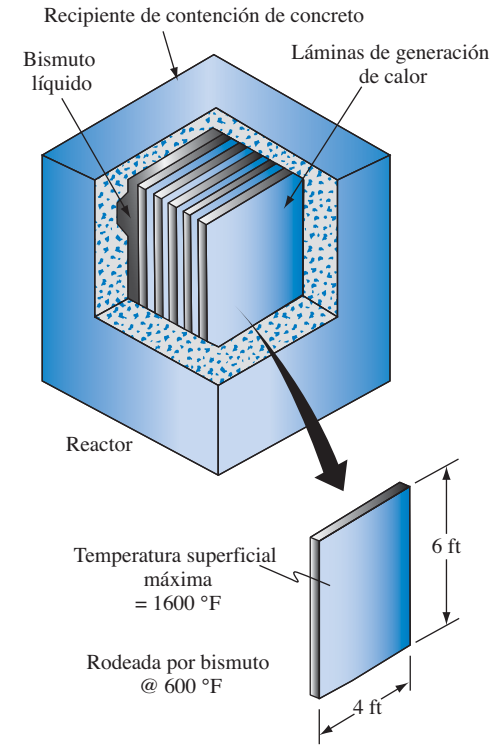
"Humano idealizado"

Problema 5.8

5.10 Considere un diseño para un reactor nuclear utilizando el calentamiento por convección natural de bismuto líquido, como se muestra en la parte superior de la página siguiente. El reactor se construirá de placas verticales paralelas de 6 ft de altura y 4 ft de ancho en las cuales se genera calor de manera uniforme. Estime la tasa de disipación de calor máxima posible de cada placa si la temperatura superficial promedio de la placa no debe exceder 1600 °F y la temperatura menor permisible del bismuto es 600 °F.

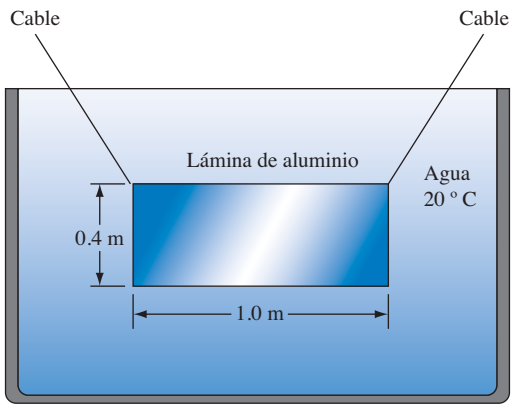
5.11 Un baño de mercurio a 60 °C se calentará sumergiendo barras de calentamiento eléctricas cilíndricas, cada una de 20 cm de altura y 2 cm de diámetro. Calcule la clasificación de potencia eléctrica máxima de una barra común si su temperatura superficial es 140 °C.

5.12 Una manta de calentamiento eléctrico se somete a una prueba de aceptación. La manta debe disipar 400 W en el ajuste alto cuando cuelga en el aire a 20 °C. *a*) Si la manta es de 1.3 m de ancho, ¿cuál es la longitud requerida si su temperatura promedio en el ajuste alto debe ser 40 C°? *b*) Si la temperatura promedio en el ajuste bajo debe ser 30 °C, ¿qué tasa de disipación sería posible?



Problema 5.10

5.13 Una lámina de aluminio de 0.4 m de altura, 1 m de longitud y 0.002 m de espesor se enfriará de una temperatura inicial de 150 a 50 °C sumergiéndola repentinamente en agua a 20 °C. La lámina está suspendida de sus esquinas superiores por dos cables, como se muestra en el bosquejo siguiente. *a*) Determine la tasa inicial y final de transferencia de calor de la placa. *b*) Estime el tiempo requerido. (*Sugerencia*: Observe que en convección natural laminar, $h = \Delta T^{0.25}$.)



Problema 5.13

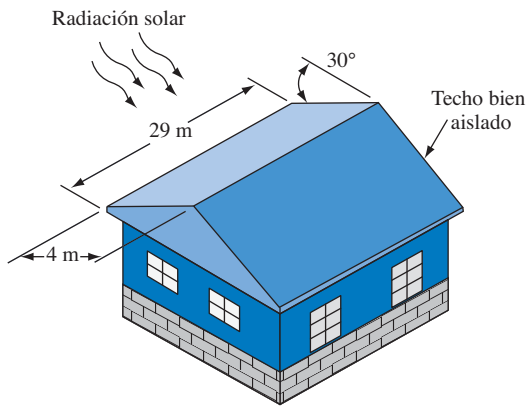
5.14 Una placa cuadrada plana de cobre de 2.5 × 2.5 m de 0.1 cm de espesor, se enfriará en posición vertical. La temperatura inicial de la placa es 90 °C con el fluido ambiente a 30 °C. El medio fluido es aire atmosférico o agua. Para los dos fluidos: *a*) calcule el número de Grashof, *b*) determine el coeficiente de transferencia de calor inicial, *c*) calcule la tasa inicial de transferencia de calor por convección y *d*) estime la tasa inicial de cambio de temperatura para la placa.

5.15 Un aparato de laboratorio se utiliza para mantener una losa horizontal de hielo a 28 °F de manera que puedan prepararse especímenes en su superficie y mantenerse a aproximadamente 32 °F. Si el hielo es de 4 × 1.5 in y el laboratorio se mantiene a 60 °F, determine la tasa de enfriamiento en watts que el aparato debe proporcionarle al hielo.

5.16 Una tarjeta de circuitos electrónicos con forma de una placa plana mide 0.3 × 0.3 m en plataforma y disipa 15 W. La placa funcionará sobre una superficie aislada ya sea en posición horizontal o a un ángulo de 45° con respecto a la horizontal; en los dos casos estará en el aire en calma a 25 °C. Si el circuito fallará a una temperatura mayor de 60 °C, determine si las dos instalaciones propuestas son seguras.

5.17 Aire enfriado fluye a través de un conducto de acondicionamiento de aire largo de plancha metálica de 0.2 m de altura y 0.3 m de ancho. Si la temperatura del conducto es 10 °C y pasa a través de un espacio bajo por debajo de una casa a 30 °C, estime: *a*) la tasa de transferencia de calor al aire enfriado por metro de longitud de conducto y *b*) la carga de acondicionamiento de aire adicional si el conducto tiene una longitud de 20 m. *c*) Explique cualitativamente la conservación de energía que resultaría si el conducto estuviera aislado con lana de vidrio.

5.18 Un techo negro inclinado a 30° como se muestra en el siguiente bosquejo absorbe una radiación solar de 600 W/m^2. Si la superficie inferior del techo está bien aislada, estime la temperatura máxima del techo en aire a 20 °C.

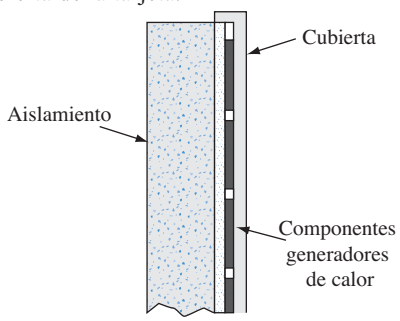


Problema 5.18

5.19 Una placa de cobre cuadrada de 1 m se coloca horizontalmente sobre patas de 2 m de altura. La placa está recubierta con un material que proporciona una absorbencia solar de 0.9 y una emisividad infrarroja de 0.25. Si la temperatura del aire es 30 °C, determine la temperatura de equilibrio en un día despejado promedio en el que la radiación solar incidente sobre una superficie horizontal es 850 W/m^2.

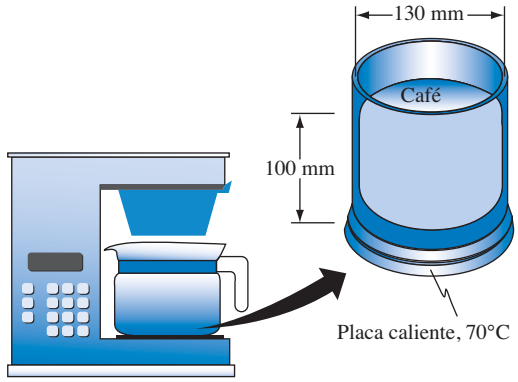
5.20 Una placa de metal de 2.5 × 2.5 m y 1.5 mm de espesor se remueve de un horno de recocido a una temperatura uniforme de 425 °C y se coloca en un espacio grande a 20 °C en posición horizontal. *a*) Calcule la tasa de transferencia de calor de la placa de metal inmediatamente después de removerla del horno, considerando tanto la radiación como la convección. *b*) Determine el tiempo requerido para que la placa de metal se enfríe hasta una temperatura de 60 °C. (*Sugerencia*: Este problema requiere integración numérica.)

5.21 Una tarjeta de circuitos electrónicos, de 0.1 × 0.1 m, se enfriará en aire a 25 °C, como se muestra en el siguiente bosquejo. La tarjeta se coloca en posición vertical y su parte posterior está bien aislada. Si la disipación de calor es uniforme a 200 W/m^2, determine la temperatura promedio de la superficie de la cubierta de la tarjeta.



Problema 5.21

5.22 Una cafetera eléctrica se deja enfriar a 17 °C. Si la cafetera se enciende de nuevo, la placa caliente sobre la que descansa la cafetera se calienta de inmediato hasta 70 °C y se mantiene a esa temperatura mediante un termostato. Considere que la cafetera es un cilindro vertical de 130 mm de diámetro y que la profundidad del café en la cafetera es 100 mm. Ignore las pérdidas de calor de los lados y la parte superior de la cafetera. ¿Cuánto tiempo necesitará para que el café se pueda tomar de nuevo (50 °C)? ¿Cuánto costó calentar el café si el precio de la electricidad es $0.05/kW h?



Problema 5.22

5.23 Se realizó un experimento de laboratorio para determinar la correlación de la transferencia de calor por convección natural para un cilindro horizontal de sección transversal elíptica en el aire. El cilindro tiene una longitud de 1 m, un diámetro de 1 cm, un área superficial de 0.0314 m^2 y se calienta internamente por calentamiento por resistencia eléctrica. Los datos registrados incluyen la disipación de energía, la temperatura superficial del cilindro y la temperatura del aire ambiente. La disipación de energía se corrigió debido a los efectos de radiación:

$T_s - T_\infty$ (°C)	q (W)
15.2	4.60
40.7	15.76
75.8	34.29
92.1	43.74
127.4	65.62

Suponga que todas las propiedades se pueden evaluar a 27 °C, y determine las constantes en la ecuación de correlación: Nu = C(GrPr)^m.

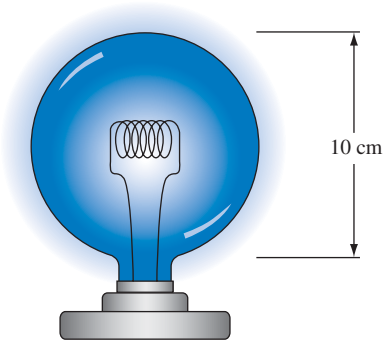
5.24 Un tubo de cobre horizontal largo y de 2 cm de diámetro transporta vapor saturado seco a una presión absoluta de 1.2 atm. El tubo está contenido dentro de una cámara de pruebas medioambientales en la que la presión del aire ambiente se puede ajustar de 0.5 a 2.0 atm absoluta, en tanto que la temperatura del aire ambiente se mantiene constante a 20 °C. ¿Cuál es el efecto de este cambio de presión sobre la tasa de flujo de condensado por metro de longitud de tubo? Suponga que el cambio de presión no afecta la viscosidad absoluta, la conductividad térmica o el calor específico del aire.

5.25 Compare la tasa de flujo de condensado del tubo en el problema 5.24 (presión del aire = 2.0 atm) con la que tendría en un tubo de 3.89 cm de diámetro exterior y con presión de aire de 2.0 atm. ¿Cuál es la tasa de flujo de condensado si el tubo de 2 se sumerge en un baño de agua a temperatura constante de 20 ºC?

5.26 Un termopar (diámetro exterior de 0.8 mm) está ubicado horizontalmente en un recinto grande cuyas paredes están a 37 °C. El recinto está lleno con gas transparente y quiescente que tiene las mismas propiedades que el

aire. La fuerza electromotriz (fem) del termopar indica una temperatura de 230 °C. Estime la temperatura real del gas si la emisividad del termopar es 0.8.

5.27 Sólo 10% de la energía disipada por el filamento de tungsteno de una lámpara incandescente es en forma de luz visible útil. Considere una lámpara de 100 W con una bombilla esférica de cristal de 10 cm, como se muestra en el bosquejo siguiente. Suponiendo una emisividad de 0.85 para el cristal y una temperatura del aire ambiente de 20 °C, ¿cuál es la temperatura de la bombilla de cristal?



Problema 5.27

5.28 Una esfera de 20 cm de diámetro que contiene aire líquido (−140 °C) está cubierta con lana de vidrio de 5 cm de espesor (densidad de 50 kg/m³) con una emisividad de 0.8. Estime la tasa de transferencia de calor al aire líquido del aire circundante a 20 °C por convección y radiación. ¿Cómo reduciría la transferencia de calor?

5.29 Una línea de transmisión de energía eléctrica de aluminio sin aislamiento de 2 cm de diámetro con una emisividad de 0.07 conduce 500 A a 400 kV. El cable tiene una resistividad de 1.72 $\mu\Omega$ cm²/cm a 20 °C y está suspendido horizontalmente entre dos torres separadas 1 km. Determine la temperatura superficial de la línea de transmisión si la temperatura del aire es 20 °C. ¿Qué fracción de la energía disipada se debe a la transferencia de calor por radiación?

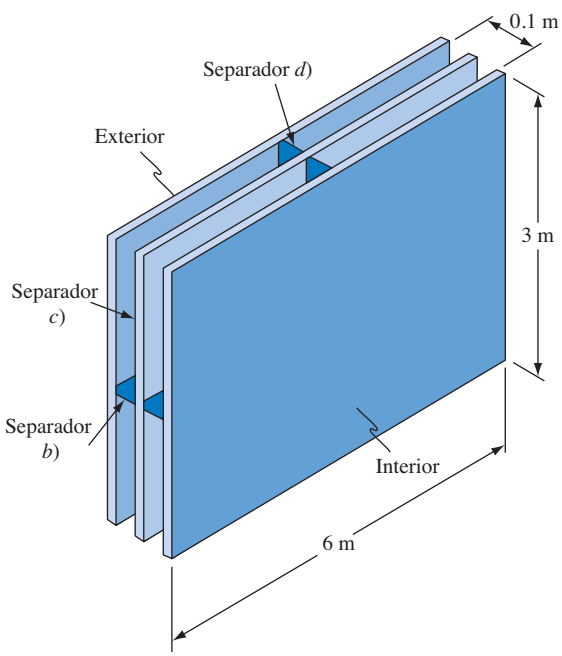
5.30 Un conducto de vapor horizontal de 8 in de diámetro transporta 220 lbm/h de vapor saturado, seco y presurizado que tiene una temperatura de 250 °F. Si la temperatura del aire ambiente es 70 °F, determine la tasa de flujo de condensado al final del conducto de 10 ft de longitud. Utilice una emisividad de 0.85 para la superficie del conducto. Si las pérdidas de calor se deben mantener menores a 1% de la tasa de transporte de energía por el vapor, ¿qué espesor de aislamiento de fibra de vidrio se requiere? La tasa de transporte de energía por el vapor es el calor de condensación del flujo de vapor. El calor de vaporización del vapor es 950 Btu/lb.

5.31 Una barra de acero larga (2 cm de diámetro, 2 m de longitud) se trató térmicamente y se templó a una temperatura de 100 °C en un baño de aceite. Para enfriar la barra adicionalmente, se necesita removerla del baño y exponerla al aire ambiente. ¿Será más rápido el método enfriando la barra en posición vertical u horizontal? ¿Cuánto tiempo requerirán los dos métodos para permitir que la barra se enfríe a 40 °C en aire a 20 °C?

5.32 En las plantas de procesamiento de petróleo, con frecuencia se necesitan bombear líquidos altamente viscosos como asfalto a través de tuberías. Para mantener los costos de bombeo razonables, las tuberías se calientan eléctricamente para reducir la viscosidad del asfalto. Considere una tubería sin aislar de 1.5 cm de diámetro exterior y temperatura ambiente del aire de 20 °C. ¿Cuánta energía por metro de longitud de la tubería se necesita para mantenerla a 50 °C? Si la tubería está cubierta con 5 cm de aislamiento de fibra de vidrio, ¿cuál es el requerimiento de energía?

5.33 Estime la tasa de transferencia de calor por convección a través del conjunto de una ventana de doble cristal de 1 m de altura en la que el cristal exterior está a 0 °C y el cristal interior a 20 °C. Los cristales están separados 2.5 cm. ¿Cuál es la resistencia térmica (valor *R*) de la ventana si la tasa de flujo de calor por radiación es 84 W/m²?

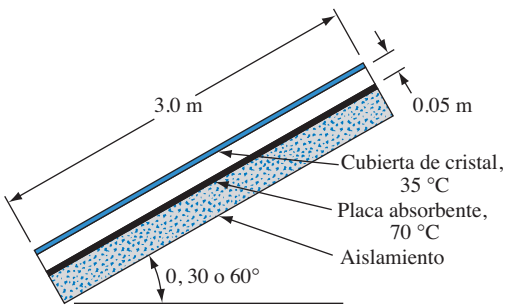
5.34 A un arquitecto se le pide determinar la pérdida de calor a través de un muro de un edificio construido como se muestra en el siguiente bosquejo. El espacio entre los muros es 10 cm y contiene aire. Si la



Problema 5.34

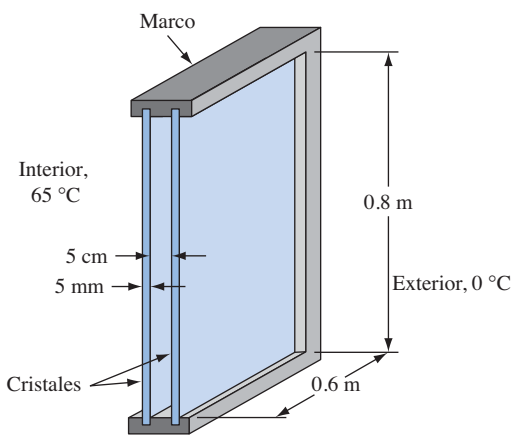
superficie interior está a 20 °C y la superficie exterior está a −8 °C: *a*) determine la pérdida de calor por convección natural. Luego determine el efecto de la colocación de un separador *b*) horizontalmente a media altura de la sección vertical, *c*) verticalmente en el centro de la sección horizontal y *d*) verticalmente a la mitad entre las dos superficies.

5.35 Un colector solar de placa plana con un área de 3 × 5 m tiene una placa absorbente que debe funcionar a una temperatura de 70 °C. Para reducir las pérdidas de calor, se coloca una cubierta de cristal a 0.05 m de la placa absorbente. Su temperatura de operación se estima que es 35 °C. Determine la tasa de pérdida de calor del absorbente si el borde de 3 m de longitud se inclina a ángulos con respecto a la horizontal de 0, 30 y 60°.



Problema 5.35

5.36 Determine la tasa de pérdida de calor a través de la ventana de doble cristal que se muestra en el siguiente bosquejo, si la temperatura del espacio interior es 65 °C y la temperatura promedio del aire exterior es 0 °C en el invierno. Ignore el efecto del marco de la ventana. Si la casa se calienta eléctricamente a un costo de $.06/kW h, estime los ahorros obtenidos en el invierno utilizando un cristal doble comparando con una ventana de cristal sencillo.

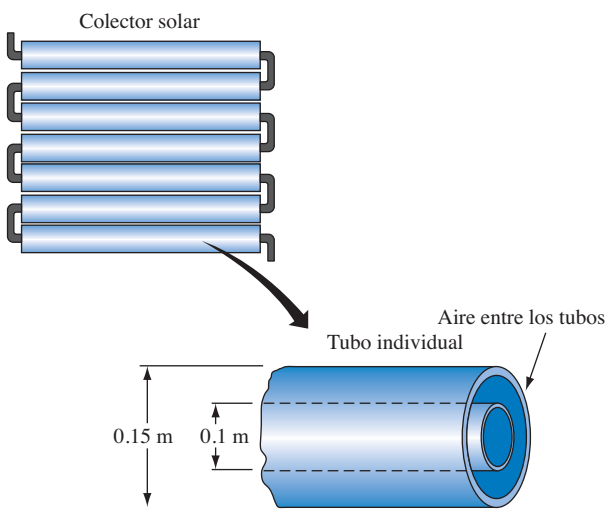


Problema 5.36

5.37 Calcule la tasa de transferencia de calor entre un par de cilindros concéntricos horizontales de 20 y 126 mm de diámetro. El cilindro interior se mantiene a 37 °C y el exterior a 17 °C.

5.38 Dos tubos de aluminio largos, concéntricos y horizontales de 0.2 m y 0.25 m de diámetro se mantienen a 300 y 400 K, respectivamente. El espacio entre los tubos está lleno de nitrógeno. Si las superficies de los tubos están pulidas para evitar la radiación, estime la tasa de transferencia de calor para presiones de gas en la región anular de *a*) 10 atm y *b*) 0.1 atm.

5.39 Un diseño de un colector solar consiste de varios tubos paralelos, cada uno contenido concéntricamente dentro de otro tubo que es transparente a la radiación solar. Los tubos son de pared delgada con diámetros interior y exterior de 0.10 y 0.15 m, respectivamente. El espacio anular entre los tubos está lleno con aire a presión atmosférica. En condiciones de operación, las temperaturas superficiales de los tubos interior y exterior son 70 y 30 °C, respectivamente. *a*) ¿Cuál es la pérdida de calor por convección por metro de longitud de tubo? *b*) si la emisividad de la superficie exterior del tubo interior es 0.2 y el cilindro exterior se comporta como si fuera un cuerpo negro, estime la pérdida por radiación. *c*) Explique las opciones de diseño para reducir la pérdida de calor total.



Problema 5.39

5.40 En un recipiente esférico de pared delgada con un diámetro exterior de 2 m se almacena oxígeno líquido a −183 °C. Este recipiente está rodeado por otra esfera de 2.5 m de diámetro interior para reducir la pérdida de calor. La superficie esférica interior tiene una emisividad

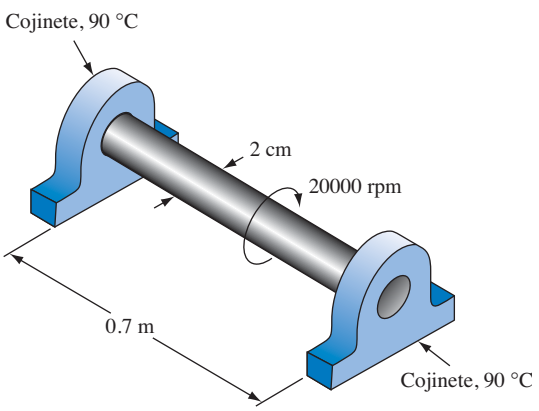
de 0.05 y la esfera exterior es negra. En operación normal el espacio entre las esferas está evacuado, pero un accidente resultó en una fuga en la esfera exterior, por lo que ahora la esfera está llena de aire a una atmosfera de presión. Si la esfera exterior está a 25 °C, compare las pérdidas de calor antes y después del accidente.

5.41 Las superficies de dos esferas concéntricas con radios de 75 y 100 mm, se mantienen a 325 y 275 K, respectivamente. *a*) Si el espacio entre las esferas está lleno de nitrógeno a 5 atm, estime la tasa de transferencia de calor por convección. *b*) Si las superficies de las dos esferas son negras, estime la tasa total de transferencia de calor entre ellas. *c*) Sugiera varias maneras para reducir la transferencia de calor.

5.42 Estime la tasa de transferencia de calor de un lado de un disco de diámetro de 2 m, con una temperatura superficial de 50 °C y que gira a 600 rpm en aire a 20 °C.

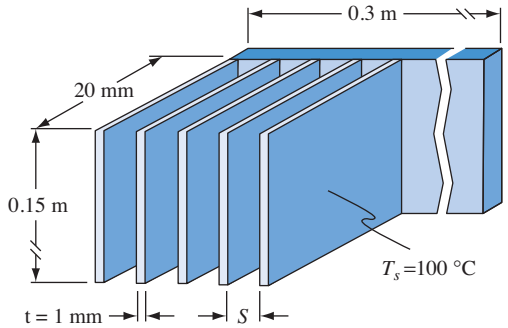
5.43 Una esfera de 0.1 m de diámetro gira a 20 rpm en un recipiente grande de CO_2 a presión atmosférica. Si la esfera está a 60 °C y el CO_2 a 20 °C, estime la tasa de transferencia de calor.

5.44 Un eje de acero dulce (1% de carbono), con diámetro exterior de 2 cm, que gira a 20 000 rpm en aire a 20 °C rpm está conectado a dos cojinetes separados 0.7 m, como se muestra en el siguiente bosquejo. Si la temperatura en los cojinetes es 90 °C, determine la distribución de la temperatura a lo largo del eje. (*Sugerencia*: Demuestre que a velocidades rotacionales altas la ecuación (5.35) se aproxima a $\overline{\text{Nu}}_D = 0.086(\pi D^2\omega/\nu)^{0.7}$.)



Problema 5.44

5.45 Un dispositivo electrónico se enfriará en aire a 20 °C mediante un arreglo de aletas rectangulares verticales igualmente espaciadas, como se muestra en el siguiente bosquejo. Las aletas están hechas de aluminio y su temperatura promedio, T_s, es 100 °C. Estime *a*) el espaciamiento óptimo, *S*, *b*) el número de aletas, *c*) la tasa de transferencia de calor de una aleta y *d*) la tasa total de disipación de calor, *e*) ¿se justifica la suposición de temperatura uniforme de las aletas?



Problema 5.45

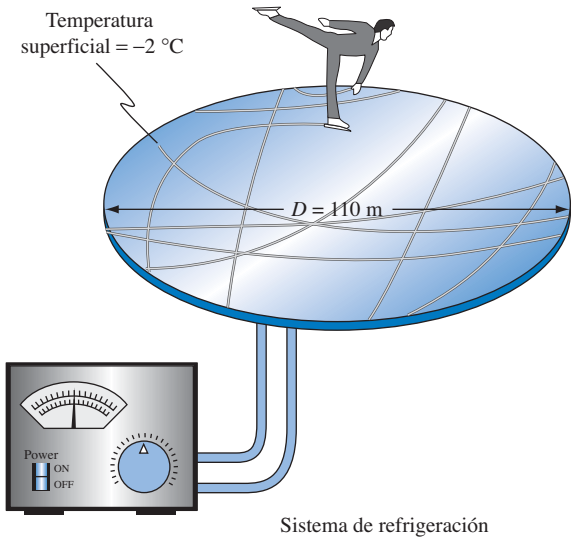
5.46 Considere una placa plana vertical de 20 cm de altura a 120 °C, suspendida en un fluido a 100 °C. Si el fluido se obliga a que pase por la placa desde arriba, estime la velocidad del fluido para la cual la convección natural se vuelve insignificante (menor de 10%) en: *a*) mercurio, *b*) aire, *c*) agua.

5.47 Suponga que una placa plana, delgada, vertical de 60 cm de longitud y 40 cm de ancho se sumerge en un fluido que fluye paralelo a su superficie. Si la placa está a 40 °C y el fluido a 10 °C, estime el número de Reynolds en el que los efectos de flotación son esencialmente insignificantes para transferencia de calor de la placa si el fluido es: *a*) mercurio, *b*) aire, *c*) agua. Después calcule la velocidad correspondiente del fluido para los tres fluidos.

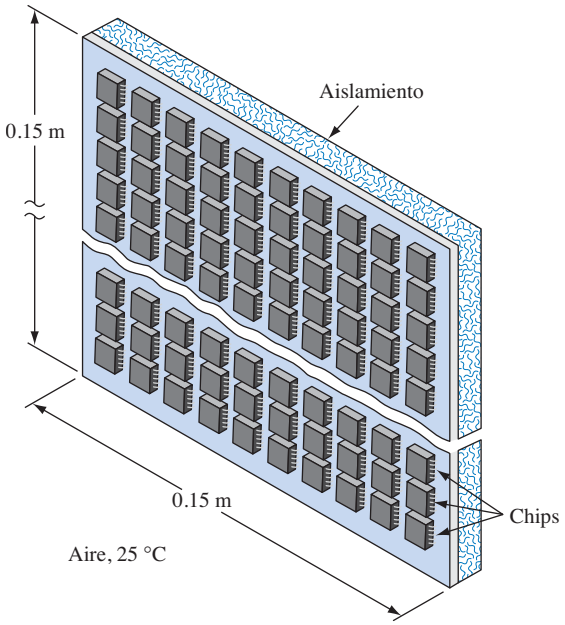
5.48 Una placa vertical isotérmica de 30 cm de altura está suspendida en una corriente de aire atmosférico que fluye a 2 m/s en dirección vertical. Si el aire está a 16 °C, estime la temperatura de la placa para la que el efecto de convección natural sobre el coeficiente de transferencia de calor será menor de 10%.

5.49 Un disco horizontal de 1 m de diámetro gira en aire a 25 °C. Si el disco está a 100 °C, estime el número de revoluciones por minuto al que la convección natural para un disco estacionario se vuelve menor de 10% de la transferencia de calor para un disco rotatorio.

5.50 Un contratista de calefacción, ventilación y acondicionamiento de aire dimensionara el sistema de refrigeración para una pista de hielo cubierta. El sistema de refrigeración tiene un COP (coeficiente de desempeño) de 0.5. La superficie del hielo se estima que está a −2 °C y el aire ambiente a 24 °C. Determine el tamaño del sistema de refrigeración (en kW) necesario para una superficie de hielo circular de 110 m de diámetro.



Problema 5.50

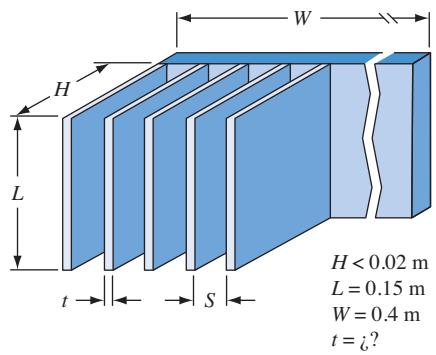


Problema 5.51

5.51 Una tarjeta de circuitos cuadrada de 0.15 m por lado se enfriará en posición vertical. La tarjeta está aislada en un lado, en tanto que en el otro tiene montados 100 chips muy juntos entre sí. Cada chip disipa 0.06 W de calor. La tarjeta está expuesta a aire a 25 °C y la temperatura máxima permisible de los chips es 60 °C. Investigue las opciones de enfriamiento siguientes: *a*) convección natural, *b*) enfriamiento por aire con flujo hacia arriba a una velocidad de 0.5 m/s, *c*) enfriamiento por aire con flujo hacia abajo a una velocidad de 0.5 m/s.

5.52 Un horno industrial de gas se utiliza para generar vapor. El horno es una estructura cúbica de 3 m y las superficies interiores están cubiertas completamente con tubos de caldera que transportan vapor húmedo a 150 °C. Se quiere mantener las pérdidas del horno a 1% de la entrada de calor total de 1 MW. El exterior del horno se puede aislar con un aislamiento de lana mineral de tipo manta (k = 0.13 W/m °C), que está protegido por una cubierta exterior de plancha metálica pulida. Suponga que el piso del horno está aislado. ¿Cuál es la temperatura de los lados de la cubierta metálica? ¿Qué espesor del aislamiento se requiere?

5.53 Un dispositivo electrónico se enfriará por convección natural en aire a 20 °C. El dispositivo genera 50 W internamente y sólo una de sus superficies externas es adecuada para colocarle aletas. La superficie disponible para colocar aletas de enfriamiento es de 0.15 m de altura y 0.4 m de ancho. La longitud máxima de una aleta perpendicular a la superficie está limitada a 0.02 m y la temperatura en la base de la aleta no debe exceder 70 °C en un diseño y 100 °C en otro. Diseñe un arreglo de aletas espaciadas a una distancia S una de otra tal que las capas límites no interfieran unas con otras de manera apreciable y que se aproxime la tasa máxima de disipación de calor. Para la evaluación de este espaciamiento, suponga que las aletas están a una temperatura uniforme. Después seleccione un espesor t que proporcione una buena eficiencia y evalúe qué temperatura en la base es posible. (Para un análisis térmico consulte ASME *J. Heat Transfer*, 1977, p. 369; *J. Heat Transfer*, 1979, p. 569, y *J. Heat Transfer*, 1984, p. 116.)



Problema 5.53

Problemas de diseño

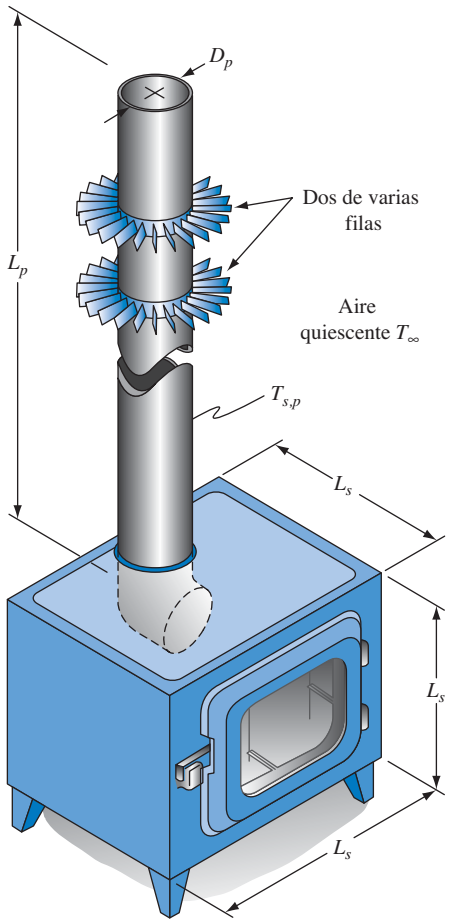
5.1 **Diseño de un calentador residencial de piso** (capítulo 5)
Los calentadores de piso utilizados en aplicaciones residenciales no han cambiado en más de 30 años. En los sistemas de calefacción eléctricos o de agua caliente, el calentador de piso es un tubo horizontal con aletas de aluminio verticales muy cercanas unas de otras de tipo deslizante. Una campana de plancha metálica extruida dirige el flujo por convección natural de aire frío cerca del piso sobre el tubo con aletas. Considere diseños alternativos para este dispositivo de transferencia de calor con el objetivo de reducir su precio de compra por transferencia de calor unitaria. Para ese fin, debe considerar la selección de materiales, la facilidad de fabricación y el desempeño de la transferencia de calor. Es evidente que se debe evitar cualquier diseño que aumente los costos de operación (por ejemplo, un requerimiento de limpieza periódica).

5.2 **Diseño de calentadores** (capítulo 5)
En los problemas de diseño 1.5 y 4.5, usted calculó la carga térmica en un edificio industrial pequeño en Denver, Colorado. Repita la estimación de la carga térmica, pero calcule la transferencia de calor por convección con ecuaciones presentadas en este capítulo. A fin de mantener la temperatura a 20 °C, se necesita proporcionar un sistema de calefacción; se tienen dos opciones. Una sería un calentador eléctrico de piso y la otra un sistema de agua caliente que circula agua a través de un tubo delgado dentro del edificio. El agua se puede calentar por combustión por convección natural de una temperatura de 10 a 80 °C con una eficiencia de 80%. El gas natural en Colorado cuesta aproximadamente \$4 por 1000 ft^3. La energía eléctrica para una organización industrial en Colorado cuesta casi 5 ¢/kW h. Recomiende el sistema de calefacción preferido con base en un análisis económico.

5.3 **Sonda de temperatura cutánea** (capítulo 5)
Los médicos pueden utilizar la temperatura local de la piel como un indicador de una inflamación subcutánea. En la U.S. Patent 3 570 312, "*Skin Temperature Sensing Device*" otorgada a F. Kreith el 16 de marzo de 1971, se describe un dispositivo de ese tipo en el que se utiliza un tubo pequeño de pared delgada con un termopar o termistor en su extremo. A fin de obtener resultados reproducibles, se necesita ejercer la misma presión sobre la piel en mediciones repetidas.

Diseñe un dispositivo de detección de la temperatura cutánea que no sea mayor que un lápiz y que se pueda guardar en un bolsillo junto a un bolígrafo. Seleccione un termopar o un termistor apropiado de la bibliografía disponible y diseñe un medio para ejercer una presión constante que se pueda repetir con el dispositivo. Además estime el error posible que se puede originar debido a que se pierde calor desde el exterior del cilindro después de que se ha establecido una temperatura de equilibrio entre la piel y el dispositivo de detección. Por su experiencia con este dispositivo, puede consultar la obra de F. Kreith y D. Gudagni, "Skin Temperature Sensing Device", *Journal of Physics*, E. Sci, Inst., vol. 5, 1971, pp. 869-876.

5.4 **Diseño de aletas** (capítulo 5)
Vuelva a considerar el diseño de aletas del problema de diseño 2.1, pero calcule el coeficiente de transferencia



Problema de diseño 5.4

de calor por convección natural con la información presentada en este capítulo. Como se muestra en el diagrama esquemático, en el invento se contemplan varias aletas planas de 6 cm de longitud en una configuración escalonada colocadas circunferencialmente a lo largo de la chimenea de los gases de la combustión. Explique por qué el inventor no dispuso una aleta continua desde la parte superior de la estufa hasta el cielo raso. Además, calcule la cantidad de calor que se retendrá por las aletas, suponiendo que la estufa funciona ocho horas por día. Después calcule el costo del material que seleccionó para la aleta y, suponiendo que el costo de manufactura es aproximadamente el mismo que el del material, estime el valor en dólares por kilowatt hora de calor recuperado a partir de esta estructura de mejorada. Tomando en cuenta el costo de manufactura de las aletas circunferenciales, ¿sería económica una aleta plana simple que se pudiera estampar a partir de plancha metálica?

CAPÍTULO 6

Paquete común de tubos circulares múltiples y sección en corte de un mini intercambiador de calor de coraza y tubos.

Fuente: Cortesía de Exergy, LLC.

Convección forzada dentro de tubos y conductos

Conceptos y análisis que se deben aprender

Al proceso de transferir calor por convección cuando el flujo de fluido es impulsado por un gradiente de presión aplicado se le refiere como *convección forzada*. Cuando este flujo está confinado en un tubo o conducto con cualquier sección transversal geométrica arbitraria, el crecimiento y desarrollo de capas límites también están confinados. En esos flujos, el diámetro hidráulico del conducto, en lugar de su longitud, es la longitud característica para escalar la capa límite así como para la representación adimensional de la pérdida de fricción del flujo y del coeficiente de transferencia de calor. La transferencia de calor por convección dentro de tubos y conductos se encuentra en aplicaciones numerosas donde se emplean intercambiadores de calor, hechos de tubos circulares así como de una variedad de geometrías de sección transversal no circular. Al estudiar este capítulo aprenderá:

- Cómo expresar la forma adimensional del coeficiente de transferencia de calor en un conducto y su dependencia en las propiedades del flujo y en la geometría del tubo.
- Cómo modelar matemáticamente la transferencia de calor por convección forzada en un tubo circular largo para flujo de fluido laminar.
- Cómo determinar el coeficiente de transferencia de calor en conductos de geometrías diferentes a partir de correlaciones teóricas y/o empíricas en flujos laminar y turbulento.
- Cómo modelar y utilizar la analogía entre la transferencia de calor y de cantidad de movimiento en flujo turbulento.
- Cómo evaluar coeficientes de transferencia de calor en algunos ejemplos donde se emplean técnicas de optimización, como tubos arrollados, tubos con aletas e insertos de cinta torcida.

6.1 Introducción

El calentamiento y enfriamiento de fluidos que circulan dentro de conductos se encuentran entre los procesos de transferencia de calor más importantes en la ingeniería. El diseño y análisis de intercambiadores de calor requiere que se conozca el coeficiente de transferencia de calor entre la pared del conducto y el fluido que circula en su interior. Las dimensiones de calderas, economizadores, sobrecalentadores y precalentadores dependen en gran medida del coeficiente de transferencia de calor entre la superficie interior de los tubos y el fluido. Además, en el diseño de equipo de acondicionamiento de aire y refrigeración, se necesitan evaluar los coeficientes de transferencia de calor para fluidos que circulan dentro de conductos. Una vez que se conoce el coeficiente de transferencia de calor para una geometría dada y en las condiciones de flujo especificadas, la tasa de transferencia de calor a la diferencia de temperatura prevaleciente se puede calcular a partir de la ecuación

$$q_c = \bar{h}_c A(T_{\text{superficie}} - T_{\text{fluido}}) \tag{6.1}$$

También se puede utilizar la misma relación para determinar el área requerida para transferir calor a una tasa especificada para un potencial de temperatura dado. Pero cuando el calor se transfiere a un fluido dentro de un conducto, la temperatura del fluido varía a lo largo del conducto y en cualquier sección transversal. Por tanto la temperatura del fluido para flujo dentro de un conducto se debe definir con cuidado y precisión.

El coeficiente de transferencia de calor $\bar{h}_c$ se puede calcular a partir del número de Nusselt $\bar{h}_c D_H/k$, como se muestra en la sección 4.5. Para flujo en tubos o conductos largos (figura 6.1*a*), la longitud significativa en el número de Nusselt es el *diámetro hidráulico*, D_H, definido como

$$D_H = 4\,\frac{\text{área de la sección transversal del flujo}}{\text{perímetro mojado}} \tag{6.2}$$

Para un tubo o una tubería circular, el área de la sección transversal es $\pi D^2/4$, el perímetro mojado es πD y por tanto, el diámetro interior del tubo es igual al

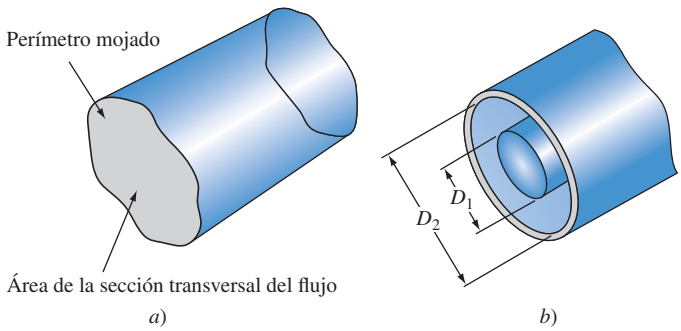


FIGURA 6.1 Diámetro hidráulico de: *a*) una sección transversal irregular y *b*) una región anular.

diámetro hidráulico. Para una región anular formada entre dos tubos concéntricos (figura 6.1b), se tiene

$$D_H = 4\frac{(\pi/4)(D_2^2 - D_1^2)}{\pi(D_1 + D_2)} = D_2 - D_1 \tag{6.3}$$

En la práctica de la ingeniería, el número de Nusselt para flujo en conductos suele evaluarse a partir de ecuaciones empíricas basadas en resultados experimentales. La única excepción es el flujo laminar dentro de tubos circulares, en conductos de sección transversal no circular selectos y en algunos otros conductos para los que se dispone de soluciones analíticas y teóricas [13]. Algunos ejemplos simples de transferencia de calor en flujo laminar en tubos circulares se abordan en la sección 6.2. De un análisis dimensional, como se muestra en la sección 4.5, los resultados experimentales obtenidos en experimentos de transferencia de calor por convección forzada en tubos y conductos largos se pueden correlacionar mediante una ecuación de la forma

$$\text{Nu} = \phi(\text{Re})\psi(\text{Pr}) \tag{6.4}$$

donde los símbolos ϕ y ψ denotan funciones del número de Reynolds y del número de Prandtl, respectivamente. En el caso de conductos cortos, en particular en flujo laminar, el lado derecho de la ecuación (6.4) se debe modificar para que incluya la proporción dimensional x/D_H:

$$\text{Nu} = \phi(\text{Re})\psi(\text{Pr})f\left(\frac{x}{D_H}\right)$$

donde $f(x/D_H)$ denota la dependencia funcional en la relación de aspecto.

6.1.1 Temperatura de referencia del fluido

El coeficiente de transferencia de calor por convección utilizado para determinar el número de Nusselt para la transferencia de calor para un fluido que circula en un conducto se define por la ecuación (6.1). El valor numérico de $\bar{h}_c$ como se mencionó antes, depende de la elección de la temperatura de referencia en el fluido. Para flujo sobre una superficie plana, la temperatura del fluido lejos de la fuente de calor por lo general es uniforme y su valor es una elección natural para la temperatura del fluido en la ecuación (6.1). En la transferencia de calor hacia o desde un fluido que circula en un conducto, la temperatura del fluido no se estabiliza, sino que varía tanto a lo largo de la dirección del flujo másico como en la dirección del flujo de calor. En una sección transversal dada del conducto, la temperatura del fluido en el centro se podría seleccionar como la temperatura de referencia en la ecuación (6.1). Sin embargo, la temperatura central es difícil de medir en la práctica; además, no es una medida del cambio en energía interna de todo el fluido que circula en el conducto. Por tanto, es práctica común y es la que seguiremos aquí, utilizar la *temperatura global promedio,* T_b, como la temperatura de referencia del fluido en la ecuación (6.1). La temperatura promedio del fluido en una sección del conducto con frecuencia se denomina *temperatura de la taza de mezclado* debido a que es la temperatura que asumiría un fluido pasando por un área de la sección transversal del conducto durante un intervalo de tiempo dado si el fluido se recolectara y mezclara en una taza.

El uso de la temperatura global del fluido como la temperatura de referencia en la ecuación (6.1) permite hacer equilibrios de calor con facilidad ya que en el régi-

men permanente, la diferencia en la temperatura global promedio entre dos secciones de un conducto es una medida directa de la tasa de transferencia de calor:

$$q_c = \dot{m} c_p \Delta T_b \tag{6.5}$$

donde q_c = tasa de transferencia de calor al fluido, W
$\dot{m}$ = flujo másico, kg/s
c_p = calor específico a presión constante, kJ/kg K
ΔT_b = diferencia en la temperatura global del fluido promedio entre las secciones transversales en cuestión, K o °C

Los problemas asociados con variaciones de la temperatura global en la dirección del flujo se considerarán en detalle en el capítulo 8, donde se aborda el análisis de intercambiadores de calor. Para cálculos preliminares, es práctica común utilizar la temperatura global a la mitad entre la sección de entrada y la de salida de un conducto como la temperatura de referencia en la ecuación (6.1). Este procedimiento es satisfactorio cuando el flujo térmico en la pared del conducto es constante, pero puede requerir cierta modificación cuando el calor se transfiere entre dos fluidos separados por otra pared, por ejemplo, en un intercambiador de calor donde un fluido circula dentro de un tubo en tanto que otro pasa sobre el exterior del tubo. Si bien este tipo de problema es de importancia práctica considerable, en este capítulo no nos preocupa ya que el énfasis se pondrá sobre la evaluación de los coeficientes de transferencia de calor por convección, que se pueden terminar en un sistema de flujo dado cuando se especifican las temperaturas globales y en la pared.

6.1.2 Efecto de número de Reynolds en la transferencia de calor y en la caída de presión en flujo completamente desarrollado

Para un fluido dado, el número de Nusselt depende principalmente de las condiciones de flujo, que se pueden estandarizar por el número de Reynolds, Re. Para flujo en conductos largos, la longitud característica en el número de Reynolds, como en el número de Nusselt, es el diámetro hidráulico y la velocidad que se utilizará es el promedio sobre el área de la sección transversal, $\bar{U}$, o

$$\mathrm{Re}_{D_H} = \frac{\bar{U} D_H \rho}{\mu} = \frac{\bar{U} D_H}{\nu} \tag{6.6}$$

En conductos largos, donde los efectos de entrada no son importantes, el flujo es laminar cuando el número de Reynolds es menor que 2 100. En el intervalo de números de Reynolds entre 2 100 y 10 000, tiene lugar una transición de flujo laminar a turbulento. El flujo en este régimen se denomina transicional. En un número de Reynolds de aproximadamente 10 000, el flujo se vuelve completamente turbulento.

En flujo laminar a través de un conducto, al igual que en flujo laminar sobre una placa, no se mezclan las partículas de fluido calientes y frías por el movimiento de remolinos y la transferencia de calor tiene lugar solamente por conducción. Como todos los fluidos con excepción de los metales líquidos tienen conductividades térmicas pequeñas, los coeficientes de transferencia de calor en flujo laminar son relativamente pequeños. En flujo transitorio, ocurre una cierta cantidad de mezclado mediante remolinos que transportan el fluido caliente hacia las regiones más frías y viceversa.

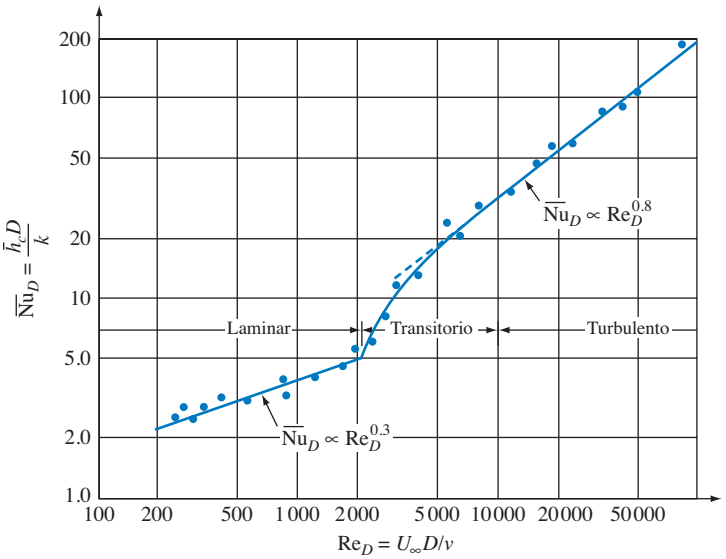


FIGURA 6.2 Número de Nusselt contra número de Reynolds para aire que fluye por un tubo calentado largo con temperatura de pared uniforme.

Puesto que el movimiento de mezclado, aún si es sólo a una escala pequeña, acelera la transferencia de calor de manera considerable, un aumento notable en el coeficiente de transferencia de calor ocurre arriba de $\mathrm{Re}_{D_H} = 2\,100$ (sin embargo, se debe observar que este cambio, o *transición*, por lo general ocurre en un intervalo del número de Reynolds, $2\,000 < \mathrm{Re}_{D_H} < 5\,000$). Este cambio se puede observar en la figura 6.2, donde los valores medidos experimentalmente del número de Nusselt, para aire atmosférico fluyendo a través de un tubo largo calentado, están trazados como una función del número de Reynolds. Como el número de Prandtl para el aire no varía de manera apreciable, la ecuación (6.4) se reduce a $\mathrm{Nu} = \phi(\mathrm{Re}_{D_H})$, y la curva trazada a través de los puntos experimentales muestra la dependencia de Nu en las condiciones de flujo. Se observa que en el régimen laminar, el número de Nusselt permanece pequeño, aumentando de casi 3.5 en $\mathrm{Re}_{D_H} = 300$ a 5.0 en $\mathrm{Re}_{D_H} = 2\,100$. Arriba de un número de Reynolds de 2 100, el número de Nusselt comienza a aumentar rápidamente hasta que el número de Reynolds alcanza aproximadamente 8 000. Conforme el número de Reynolds se aumenta aún más, el número de Nusselt continúa aumentando, pero a una tasa menor.

Una explicación cualitativa para este comportamiento se puede dar observando el campo del flujo de fluido que se muestra esquemáticamente en la figura 6.3. A números de Reynolds arriba de 8 000, el flujo dentro del conducto es completamente turbulento excepto por una capa de fluido muy delgada adyacente a la pared. En esta capa, los remolinos turbulentos se amortiguan como resultado de las fuerzas de viscosidad que predominan cerca de la superficie y por tanto el calor fluye a través de esta capa principalmente por conducción.* El borde de esta subcapa está indicado por una línea discontinua en la figura 6.3. El flujo más allá del borde es turbulento y las flechas circulares en el régimen turbulento representan los remolinos que

*Aunque algunos estudios [1] han demostrado que el transporte turbulento también existe hasta cierto punto cerca de la pared, en especial cuando el número de Prandtl es mayor que 5, a la capa cerca de la pared comúnmente se denomina "subcapa viscosa".

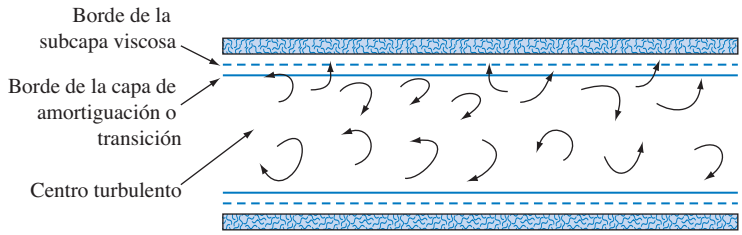


FIGURA 6.3 Estructura de flujo para un fluido en flujo turbulento a través de un tubo.

barren el borde de la capa, probablemente la penetran y transportan con ellos fluido a la temperatura prevaleciente allí. Los remolinos mezclan los fluidos más cálidos y más fríos tan efectivamente que el calor se transfiere muy rápidamente entre el borde de la subcapa viscosa y la masa turbulenta del fluido. Así pues es evidente que excepto para fluidos con alta conductividad térmica (por ejemplo, metales líquidos), la resistencia térmica de la subcapa controla la tasa de transferencia de calor y la mayoría de la caída de temperatura entre la masa del fluido y la superficie del conducto ocurre en esta capa. La parte turbulenta del campo de flujo, por otro lado, ofrece poca resistencia al flujo de calor. Por tanto, el único método efectivo para aumentar el coeficiente de transferencia de calor es disminuir la resistencia térmica de la subcapa. Esto se puede efectuar aumentando la turbulencia en la corriente principal tal que los remolinos turbulentos puedan penetrar más profundo en la capa. Sin embargo, un aumento en la turbulencia se acompaña de grandes pérdidas de energía que aumentan la caída de presión por fricción en el conducto. En el diseño y selección de intercambiadores de calor industriales, donde se debe considerar el costo inicial y también los gastos de operación, la caída de presión es un factor importante. Un aumento en la velocidad del fluido produce coeficientes de transferencia de calor mayores, lo que, de acuerdo con la ecuación (6.1), disminuye el tamaño y en consecuencia el costo inicial del equipo para una tasa de transferencia de calor especificada. Sin embargo, al mismo tiempo aumentan los costos de bombeo. Por tanto, en un diseño óptimo se requiere hacer un compromiso entre los costos inicial y de operación. En la práctica, se ha determinado que los incrementos en los costos de bombeo y operación con frecuencia sobrepasan los ahorros en el costo inicial del equipo de transferencia de calor en condiciones de operación continua. Como resultado, las velocidades utilizadas en una mayoría de equipo de intercambio de calor comercial son relativamente bajas, que corresponden a números de Reynolds no mayores que 50 000. El flujo laminar suele evitarse en equipo de intercambio de calor debido a los bajos coeficientes de transferencia de calor obtenidos. Sin embargo, en la industria química, donde con frecuencia se deben manejar líquidos muy viscosos, en ocasiones el flujo laminar no se puede evitar sin producir pérdidas de presión indeseablemente grandes.

En la sección 4.12 se demostró que para flujo turbulento de líquidos y gases sobre una placa plana, el número de Nusselt es proporcional al número de Reynolds elevado a la potencia 0.8. Dado que la convección forzada turbulenta en la subcapa viscosa por lo general controla la tasa de flujo de calor sin considerar la geometría del sistema, no es sorprendente que para convección forzada turbulenta en conductos el número de Nusselt está relacionado con el número de Reynolds por el mismo tipo de ley de potencias. Para el caso de aire fluyendo en un conducto, esta relación se ilustra en la gráfica de la figura 6.2.

6.1.3 Efecto del número de Prandtl

El número de Prandtl, Pr, es una función sólo de las propiedades del fluido y se ha definido como la relación de la viscosidad cinemática del fluido con respecto a la difusividad térmica del fluido:

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{c_p \mu}{k}$$

A la viscosidad cinemática ν, o μ/ρ, con frecuencia se le denomina difusividad molecular de la cantidad de movimiento debido a que es una medida de la tasa de transferencia de la cantidad de movimiento entre las moléculas. La difusividad térmica de un fluido, $k/c_p\rho$, a menudo se llama difusividad molecular del calor y es una medida de la relación que existe entre la transmisión de calor y las capacidades de almacenamiento de energía de las moléculas.

El número de Prandtl relaciona la distribución de temperatura con la distribución de velocidad, como se muestra en la sección 4.5 para flujo sobre una placa plana. Para flujo en un tubo, al igual que sobre una placa plana, los perfiles de velocidad y temperatura son similares para fluidos que tienen un número de Prandtl de la unidad. Cuando el número de Prandtl es menor, el gradiente de temperatura cerca de una superficie es menos pronunciado que el gradiente de velocidad y para fluidos cuyo número de Prandtl es mayor que uno, el gradiente de temperatura es más pronunciado que el gradiente de velocidad. El efecto del número de Prandtl en el gradiente de temperatura en flujo turbulento a un número de Reynolds dado en tubos se ilustra de manera esquemática en la figura 6.4, donde los perfiles de temperatura a números de Prandtl diferentes se muestran en $\mathrm{Re}_D = 10\,000$. Estas curvas revelan que, a un número de Reynolds especificado, el gradiente de temperatura en la pared es más pronunciado en un fluido con un número de Prandtl grande que en un fluido que tiene un número de Prandtl pequeño. En consecuencia, a un número de Reynolds dado, los fluidos con números de Prandtl mayores tienen números de Nusselt mayores.

Los metales líquidos por lo general tienen una conductividad térmica alta y un calor específico pequeño; por tanto, sus números de Prandtl son pequeños, variando de 0.005 a 0.01. Los números de Prantdl de gases varían de 0.6 a 1.0. La mayoría de aceites, por otro lado, tienen números de Prandtl grandes, algunos hasta de 5 000 o mayores, debido a que su viscosidad es grande a temperaturas bajas y su conductividad térmica es pequeña.

6.1.4 Efectos de entrada

Además del número de Reynolds y del de Prandtl, existen otros factores que pueden influir en la transferencia de calor por convección forzada en un conducto. Por ejemplo, cuando el conducto es corto, los efectos de entrada son importantes. Cuando un fluido entra en un conducto con una velocidad uniforme, el fluido inmediatamente adyacente a la pared del tubo queda en reposo. En una distancia corta desde la entrada, se forma una capa laminar a lo largo de la pared del tubo. Si la turbulencia en la corriente de fluido entrante es alta, la capa límite rápidamente se volverá turbulenta. Sin importar si la capa límite permanece laminar o se vuelve turbulenta, aumentará su espesor hasta que llena todo el conducto. A partir de este punto, el perfil de velocidad a través del conducto permanece esencialmente sin cambiar.

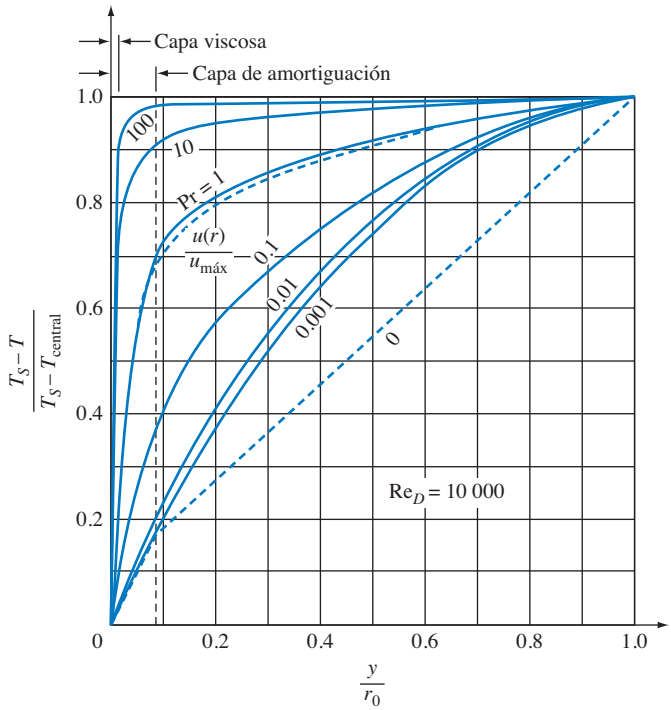


FIGURA 6.4 Efecto del número de Prandtl en el perfil de temperatura para flujo turbulento en un tubo largo (y es la distancia desde la pared del tubo y r_0 es el radio interior del tubo).

Fuente: Cortesía de R. C. Martinelli, "Heat Transfer to Molten Metals", Trad. ASME, vol. 69, 1947, p. 947. Reimpresa con permiso de The American Society of Mechanical Engineers International.

El desarrollo de la capa límite térmica en un fluido que se calienta o enfría en un conducto es cualitativamente similar al de la capa límite hidrodinámica. En la entrada, la temperatura por lo general es uniforme transversalmente, pero conforme el fluido circula a lo largo del conducto, la capa calentada o enfriada aumenta su espesor hasta que el calor se transfiere hacia o desde el fluido en el centro del conducto. Más allá de este punto, el perfil de temperatura permanece esencialmente constante si el perfil de velocidad está completamente establecido.

Las formas finales de los perfiles de velocidad y temperatura dependen de si el flujo completamente desarrollado es laminar o turbulento. Las figuras 6.5 y 6.6 ilustran cualitativamente el crecimiento de las capas límites así como las variaciones en el coeficiente de transferencia de calor por convección local cerca de la entrada de un tubo para condiciones laminar y turbulenta, respectivamente. Al analizar estas figuras se tiene que el coeficiente de transferencia de calor por convección varía considerablemente cerca de la entrada. Si la entrada tiene bordes cuadrados, como en la mayoría de los intercambiadores de calor, el desarrollo inicial de las capas límites hidrodinámica y térmica a lo largo de las paredes del tubo es muy similar al correspondiente a lo largo de una placa plana. En consecuencia, el coeficiente de transferencia de calor es mayor cerca de la entrada y disminuye a lo largo del conducto hasta que los perfiles de velocidad y temperatura para el flujo completamente desarrollado se hayan establecido. Si el número de Reynolds del tubo para

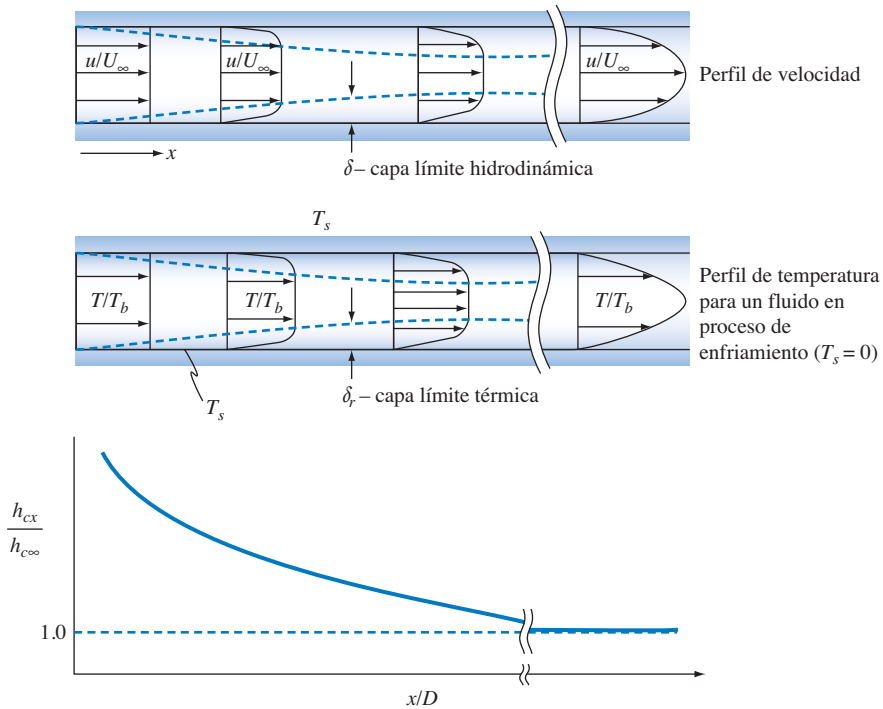


FIGURA 6.5 Distribución de velocidad, perfiles de temperatura y variación del coeficiente de transferencia de calor local cerca de la entrada de un tubo para aire en proceso de enfriamiento en flujo laminar (la temperatura superficial T_s es uniforme).

el flujo completamente desarrollado $\overline{U}D\rho/\mu$ es menor que 2 100, los efectos de la entrada pueden ser apreciables para una longitud tan grande como 100 diámetros hidráulicos desde la entrada. Para flujo laminar en un tubo circular, la longitud de entrada hidráulica a la que el perfil de velocidad se aproxima a su forma completamente desarrollada se puede obtener con la relación [3]

$$\left(\frac{x_{\text{completamente desarrollada}}}{D}\right)_{\text{lam}} = 0.05\text{Re}_D \tag{6.7}$$

en tanto que la distancia desde la entrada a la que el perfil de temperatura se aproxima a su forma completamente desarrollada está dada por la relación [4]

$$\left(\frac{x_{\text{completamente desarrollada}}}{D}\right)_{\text{lam},T} = 0.05\text{Re}_D\,\text{Pr} \tag{6.8}$$

En flujo turbulento, las condiciones son esencialmente independientes de los números de Prandtl y para velocidades promedio en el tubo, correspondientes a números de Reynolds en flujo turbulento, los efectos de la entrada desaparecen en aproximadamente 10 a 20 diámetros desde la entrada.

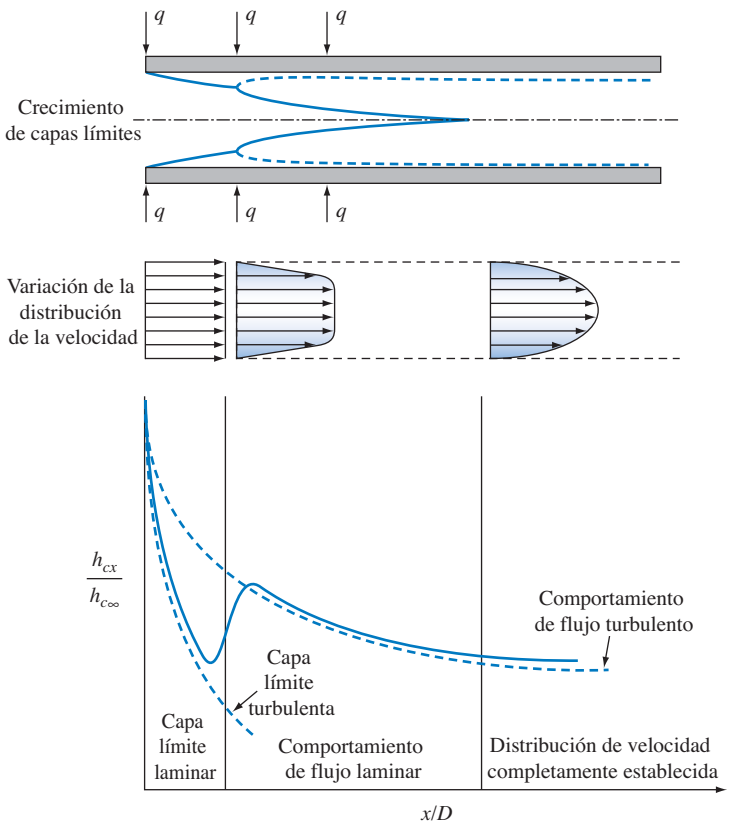


FIGURA 6.6 Distribución de velocidad y variación del coeficiente de transferencia de calor local cerca de la entrada de un tubo calentado uniformemente para un fluido en flujo turbulento.

6.1.5 Variación de las propiedades físicas

Otro factor que puede influir de manera considerable en la transferencia de calor y la fricción es la variación de las propiedades físicas con la temperatura. Cuando un fluido que circula en un conducto se calienta o enfría, su temperatura y en consecuencia sus propiedades físicas varían a lo largo del conducto así como sobre cualquier sección transversal. Para líquidos, sólo la dependencia de la viscosidad en la temperatura es de mucha importancia. Por otro lado, para gases el efecto de la temperatura en las propiedades físicas es más complicado que para líquidos debido a que además de la viscosidad, la conductividad térmica y la densidad varían de manera significativa con la temperatura. En cualquier caso, el valor numérico del número de Reynolds depende de la ubicación a la que se evalúen las propiedades. Se considera que el número de Reynolds basado en la temperatura global promedio es el parámetro significativo para describir las condiciones del flujo. Sin embargo, se ha tenido un éxito considerable en la correlación empírica de datos experimentales de transferencia de calor evaluando la viscosidad a una *temperatura de película promedio*, que se define como una temperatura aproximadamente a la mitad entre las temperaturas en la pared y la global promedio. Otro método para tomar en cuenta la variación de las propiedades físicas con la temperatura es evaluar todas las

propiedades a la temperatura global promedio y corregir por los efectos térmicos multiplicando el lado derecho de la ecuación (6.4) por una función proporcional a la relación de la viscosidad a la temperatura global entre la viscosidad a la temperatura de la pared.

6.1.6 Condiciones de frontera térmicas y efectos de compresibilidad

Para fluidos que tienen números de Prandtl iguales o menores que la unidad, el coeficiente de transferencia de calor también depende de la condición de frontera térmica. Por ejemplo, en sistemas de transferencia de calor en metales líquidos o gases geométricamente similares, una temperatura uniforme produce coeficientes de transferencia de calor por convección menores que una entrada de calor uniforme a los mismos números de Reynolds y Prandtl [5-7]. Cuando el calor se transfiere hacia o desde gases que fluyen a velocidades muy altas, los efectos de la compresibilidad influyen en el flujo y en la transferencia de calor. En [8-10] se hace referencia a los problemas asociados con la transferencia de calor hacia o desde fluidos a números de Mach altos.

6.1.7 Límites de precisión en los valores estimados de los coeficientes de transferencia de calor por convección

En la aplicación de cualquier ecuación empírica para convección forzada a problemas prácticos, es importante tener en cuenta que los valores estimados del coeficiente de transferencia de calor no son exactos. Los resultados obtenidos mediante varios experimentos, incluso en condiciones cuidadosamente controladas, difieren de manera apreciable. En flujo turbulento, la precisión de un coeficiente de transferencia de calor estimado a partir de cualquier ecuación o gráfica disponible no es mejor que ±20%, en tanto que en flujo laminar, la precisión puede ser del orden de ±30%. En la región de transición, donde los datos experimentales son escasos, la precisión del número de Nusselt estimado a partir de información disponible incluso puede ser menor. De aquí que el número de cifras significativas obtenido de los cálculos debe ser consistente con estos límites de precisión.

6.2* Análisis de la convección forzada laminar en un tubo largo

Para ilustrar algunos de los conceptos más importantes en la convección forzada, se analizará un caso simple y se calculará el coeficiente de transferencia de calor para flujo laminar a través de un tubo en condiciones completamente desarrolladas con un flujo térmico constante en la pared. Se comienza derivando la distribución de la velocidad. Considere un elemento de fluido como se muestra en la figura 6.7. La presión es uniforme a través de la sección transversal y las fuerzas de presión están equilibradas por las fuerzas cortantes viscosas que actúan sobre la superficie:

$$\pi r^2[p - (p + dp)] = \tau 2\pi r\, dx = -\left(\mu \frac{du}{dr}\right)2\pi r\, dx$$

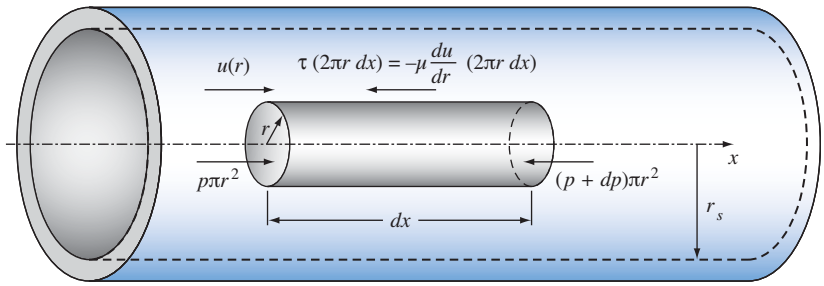


FIGURA 6.7 Equilibrio de fuerzas en un elemento de fluido cilíndrico dentro de un tubo de radio r_s.

A partir de esta relación se obtiene

$$du = \frac{1}{2\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right) r\, dr$$

donde dp/dx es el gradiente de presión axial. Entonces la distribución radial de la velocidad axial es

$$u(r) = \frac{1}{4\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right) r^2 + C$$

donde C es una constante de integración cuyo valor se determina por la condición de frontera de que $u = 0$ en $r = r_s$. Utilizando esta condición para evaluar C se obtiene la distribución de la velocidad

$$u(r) = \frac{r^2 - r_s^2}{4\mu}\frac{dp}{dx} \tag{6.9}$$

La velocidad máxima $u_{\text{máx}}$ en el centro ($r = 0$) es

$$u_{\text{máx}} = -\frac{r_s^2}{4\mu}\frac{dp}{dx} \tag{6.10}$$

tal que la distribución de la velocidad se puede escribir en forma adimensional como

$$\frac{u}{u_{\text{máx}}} = 1 - \left(\frac{r}{r_s}\right)^2 \tag{6.11}$$

La relación anterior muestra que la distribución de la velocidad en flujo laminar completamente desarrollado es parabólica.

Además de las características de transferencia de calor, en el diseño en ingeniería se requiere considerar la pérdida de presión y la potencia de bombeo requeridas para sostener el flujo de convección a través del conducto. La pérdida de presión en un tubo de longitud L se obtiene de un equilibrio de fuerzas en el elemento de fluido dentro del tubo entre $x = 0$ y $x = L$ (consulte la figura 6.7):

$$\Delta p \pi r_s^2 = 2\pi r_s \tau_s L \tag{6.12}$$

donde $\Delta p = p_1 - p_2 =$ caída de presión en la longitud $L (\Delta_p = -(dp/dx)L)$ y

$\tau_s =$ esfuerzo cortante en la pared $(\tau_s = -\mu(du/dr)|_{r=r_s})$

La caída de presión también se puede relacionar con el denominado *factor f de fricción de Darcy* de acuerdo con

$$\Delta p = f\frac{L}{D}\frac{\rho\bar{U}^2}{2g_c} \tag{6.13}$$

donde $\overline{U}$ es la velocidad promedio en el tubo.

Es importante observar que f, el factor de fricción en la ecuación (6.13), no es la misma cantidad que el coeficiente de fricción C_f, que se definió en el capítulo 4 como

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho\bar{U}^2/2g_c} \tag{6.14}$$

Con frecuencia a C_f se le refiere como el *coeficiente de fricción de Fanning*. Como $\pi_s = -\mu(du/dr)_{r=r}$ de las ecuaciones (6.12), (6.13) y (6.14) es evidente que

$$C_f = \frac{f}{4}$$

Para flujo a través de un tubo el flujo másico se obtiene con la ecuación (6.9)

$$\dot{m} = \rho\int_0^{r_s} u2\pi r\,dr = \frac{\Delta p\pi\rho}{2L\mu}\int_0^{r_x}(r^2 - r_s^2)r\,dr = -\frac{\Delta p\pi r_s^4\rho}{8L\mu} \tag{6.15}$$

y la velocidad promedio $\overline{U}$ es

$$\bar{U} = \frac{\dot{m}}{\rho\pi r_s^2} = -\frac{\Delta p r_s^2}{8L\mu} \tag{6.16}$$

igual a la mitad de la velocidad máxima en el centro. La ecuación (6.13) se puede reacomodar en la forma

$$p_1 - p_2 = \Delta p = \frac{64L\mu}{\rho\bar{U}^2D}\frac{\bar{U}^2}{2} = \frac{64}{\mathrm{Re}_D}\frac{L}{D}\frac{\rho\bar{U}^2}{2g_c} \tag{6.17}$$

Al comparar la ecuación (6.17) con la ecuación (6.13), se observa que para flujo laminar completamente desarrollado en un tubo, el factor de fricción en una tubería es una función simple del número de Reynolds

$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}_D} \tag{6.18}$$

La potencia de bombeo, P_p, es igual al producto de la caída de presión por el flujo volumétrico del fluido, Q, dividido entre la eficiencia de la bomba, η_p, o

$$P_p = \Delta p\dot{Q}/\eta_p \tag{6.19}$$

El análisis anterior está limitado a flujo laminar con distribución parabólica de la velocidad en tuberías o tubos circulares, conocido como flujo de Poiseuille, pero el enfoque tomado para deducir esta relación es más general. Si se conoce el esfuerzo cortante como una función de la velocidad y su derivada, el factor de fricción también se podría obtener para flujo turbulento. Sin embargo, para flujo turbulento, la relación entre el cortante y la velocidad promedio aún no se comprende bien. Además, mientras que en flujo laminar el factor de fricción es independiente de la rugosidad superficial; en flujo turbulento la calidad de la superficie del tubo tiene un efecto en la pérdida de presión. Por tanto, los factores de fricción para flujo turbulento no se pueden deducir analíticamente sino que se deben medir y correlacionar empíricamente.

6.2.1 Flujo con calor uniforme

Para efectuar el análisis de energía, considere el volumen de control que se muestra en la figura 6.8. En flujo laminar, el calor se transfiere por conducción hacia y desde el elemento en una dirección radial, en tanto que en la dirección axial el transporte de energía es por convección. Así pues, la tasa de conducción de calor hacia el elemento es

$$dq_{k,r} = -k2\pi r\,dx\,\frac{\partial T}{\partial r}$$

mientras que la tasa de conducción de calor hacia fuera del elemento es

$$dq_{k,r+dr} = -k2\pi(r + dr)dx\left[\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\,dr\right]$$

La tasa neta de convección hacia fuera del elemento es

$$dq_c = 2\pi r\,dr\,\rho c_p u(r)\,\frac{\partial T}{\partial x}\,dx$$

Realizando un balance neto de energía en la forma

$$\begin{array}{c}\text{tasa neta de conducción}\\ \text{hacia el elemento}\end{array} = \begin{array}{c}\text{tasa neta de convección}\\ \text{hacia fuera del elemento}\end{array}$$

se obtiene, sin tomar en cuenta los términos de segundo orden,

$$k\left(\frac{\partial T}{\partial r} + r\,\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right)dx\;dr = r\rho c_p u\,\frac{\partial T}{\partial x}\,dx\;dr$$

que se puede rescribir en la forma

$$\frac{1}{ur}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{\rho c_p}{k}\,\frac{\partial T}{\partial x} \tag{6.20}$$

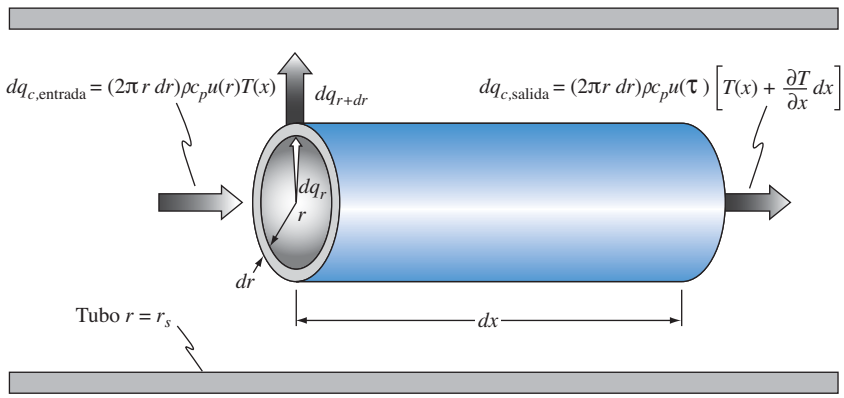


FIGURA 6.8 Bosquejo esquemático de un volumen de control para el análisis de energía en flujo a través de un tubo.

La temperatura del fluido debe aumentar linealmente con la distancia x ya que se especifica que el flujo de calor sobre la superficie es uniforme, por tanto,

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \text{constante} \tag{6.21}$$

Cuando el gradiente de temperatura axial $\partial T/\partial x$ es constante, la ecuación (6.20) se reduce de una ecuación diferencial parcial a una ordinaria con r como la única coordenada espacial.

Las condiciones de simetría y límites para la distribución de temperatura en la ecuación (6.20) son

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \qquad \text{en } r = 0$$

$$\left| k \frac{\partial T}{dr} \right|_{r=r_s} = q''_s = \text{constante en } r = r_s$$

Para resolver la ecuación (6.20), se sustituye la distribución de la velocidad de la ecuación (6.11). Suponiendo que el gradiente de temperatura no afecta el perfil de la velocidad, es decir, las propiedades no cambian con la temperatura, se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} u_{\text{máx}} \left(1 - \frac{r^2}{r_s^2} \right) r \tag{6.22}$$

La primera integración con respecto a r da

$$r \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{u_{\text{máx}} r^2}{2} \left(1 - \frac{r^2}{2r_s^2} \right) + C_1 \tag{6.23}$$

Una segunda integración con respecto a r da

$$T(r, x) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{u_{\text{máx}}}{4} r^2 \left(1 - \frac{r^2}{4r_s^2} \right) + C_1 \ln r + C_2 \tag{6.24}$$

Pero se observa que $C_1 = 0$ ya que $(\partial T/\partial r)_{r=0} = 0$ y que la segunda condición de frontera se satisface por el requerimiento de que el gradiente de temperatura axial $\partial T/\partial x$ es constante. Si se hace que la temperatura en el centro ($r = 0$) sea T_c, entonces $C_2 = T_c$ y la distribución de la temperatura se vuelve

$$T - T_c = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{u_{\text{máx}} r_s^2}{4} \left[\left(\frac{r}{r_s} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{r_s} \right)^4 \right] \tag{6.25}$$

La temperatura global promedio T_b que se utilizó al definir el coeficiente de transferencia de calor se puede calcular con

$$T_b = \frac{\displaystyle\int_0^{r_s} (puc_pT)(2\pi r\, dr)}{\displaystyle\int_0^{r_s} (puc_p) 2\pi r\, dr} = \frac{\displaystyle\int_0^{r_s} (puc_pT) 2\pi r\, dr}{c_p \dot{m}} \tag{6.26}$$

Como el flujo de calor de la pared del tubo es uniforme, la entalpía del fluido en el tubo debe aumentar linealmente con x y por tanto $\partial T_b/\partial x$ = constante. Se puede calcular la temperatura global sustituyendo las ecuaciones (6.25) y (6.11) para T y u, respectivamente, en la ecuación (6.26). Esto da

$$T_b - T_c = \frac{7}{96}\,\frac{u_{\text{máx}}\, r_s^2}{\alpha}\,\frac{\partial T}{\partial x} \tag{6.27}$$

en tanto que la temperatura en la pared es

$$T_s - T_c = \frac{3}{16}\,\frac{u_{\text{máx}}\, r_s^2}{\alpha}\,\frac{\partial T}{\partial x} \tag{6.28}$$

Al deducir las distribuciones de temperaturas, se utilizó una distribución de velocidad parabólica, la cual existe en flujo completamente desarrollado en un tubo largo. De aquí, con $\partial T/\partial x$ igual a una constante, el coeficiente de transferencia de calor promedio es

$$\bar{h}_c = \frac{q_c}{A(T_s - T_b)} = \frac{k(\partial T/\partial r)_{r=r_s}}{T_s - T_b} \tag{6.29}$$

Evaluando el gradiente de temperatura radial en $r = r_s$ de la ecuación (6.23) y sustituyéndolo en las ecuaciones (6.27) y (6.28) en la definición anterior se obtiene

$$\bar{h}_c = \frac{24k}{11r_s} = \frac{48k}{11D} \tag{6.30}$$

o

$$\overline{\text{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 4.364 \text{ para } q_s'' = \text{constante} \tag{6.31}$$

EJEMPLO 6.1 En un tubo de diámetro interior de 0.02 m entra agua a 10 °C con un flujo másico de 0.01 kg/s y se calentará a 40 °C. El exterior del tubo está envuelto con un elemento de calentamiento eléctrico aislado (consulte la figura 6.9) que produce un flujo uniforme de 15 000 W/m² sobre la superficie. Ignorando los efectos de entrada, determine

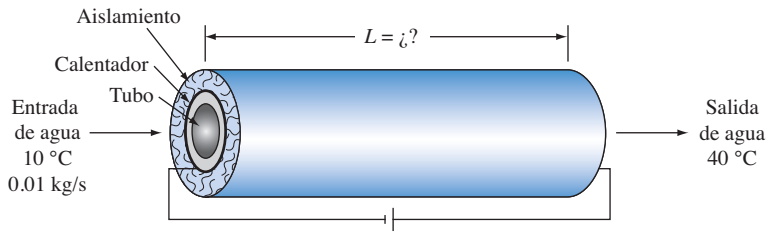


FIGURA 6.9 Diagrama esquemático del agua fluyendo a través de un tubo calentado eléctricamente, ejemplo 6.1.

a) el número de Reynolds
b) el coeficiente de transferencia de calor
c) la longitud de tubo necesaria para un aumento de 30 °C en la temperatura promedio
d) la temperatura de la superficie interior del tubo a la salida
e) el factor de fricción
f) la caída de presión en el tubo
g) la potencia de bombeo requerida si la bomba es 50% eficiente

SOLUCIÓN De la tabla 13 del apéndice 2, las propiedades apropiadas del agua a una temperatura promedio entre la entrada y la salida de 25 °C se obtienen por interpolación:

$$\rho = 997 \text{ kg/m}^3$$

$$c_p = 4\,180 \text{ J/kgK}$$

$$k = 0.608 \text{ W/m K}$$

$$\mu = 910 \times 10^{-6} \text{ N s/m}^2$$

a) El número de Reynolds es

$$\text{Re}_D = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu} = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} = \frac{(4)(0.01 \text{ kg/s})}{(\pi)(0.02 \text{ m})(910 \times 10^{-6} \text{ N s/m}^2)} = 699$$

Esto establece que el flujo es laminar.

b) Como la condición de frontera térmica es de flujo de calor uniforme, $\text{Nu}_D = 4.36$ de la ecuación (6.31) y

$$\bar{h}_c = 4.36 \frac{k}{D} = 4.36 \frac{0.608 \text{ W/m K}}{0.02 \text{ m}} = 132 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

c) La longitud del tubo necesaria para un aumento de temperatura de 30 °C se obtiene de un equilibrio de calor

$$q'' \pi D L = \dot{m} c_p (T_{\text{salida}} - T_{\text{entrada}})$$

Despejando para L cuando $T_{\text{salida}} - T_{\text{entrada}} = 30$ K da

$$L = \frac{\dot{m} c_p \Delta T}{\pi D q''} = \frac{(0.01 \text{ kg/s})(4\,180 \text{ J/kg K})(30 \text{ K})}{(\pi)(0.02 \text{ m})(15\,000 \text{ W/m}^2)} = 1.33 \text{ m}$$

Como $L/D = 0.65$ y $0.05 \text{ Re}_D = 33.5$, los efectos de la entrada son insignificantes de acuerdo con la ecuación (6.7). Observe que si L/D hubiera sido significativamente menor que 33.5, los cálculos se tendrían que repetir tomando en cuenta los efectos de entrada, utilizando relaciones que se presentan más adelante.

d) De la ecuación (6.1)

$$q'' = \frac{q_c}{A} = \bar{h}_c (T_s - T_b)$$

y

$$T_s = \frac{q_c}{A \bar{h}_c} + T_b = \frac{15\,000 \text{ W/m}^2}{132 \text{ W/m}^2 \text{ °C}} + 40 \text{ °C} = 154 \text{ °C}$$

e) El factor de fricción se determina con la ecuación (6.18):

$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}_D} = \frac{64}{699} = 0.0915$$

f) La caída de presión en el tubo, de la ecuación (6.17),

$$p_1 - p_2 = \Delta p = f\left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{\rho \bar{U}^2}{2g_c}\right)$$

Como

$$\bar{U} = \frac{4\dot{m}}{\rho \pi D^2} = \frac{4\left(0.01 \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}\right)}{\left(997 \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right)(\pi)(0.02\ \mathrm{m})^2} = 0.032 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

se tiene

$$\Delta p = (0.0915)(66.5)\frac{\left(997 \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right)\left(0.032 \dfrac{\mathrm{m}}{2}\right)^2}{2\left(1 \dfrac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{N\ s}^2}\right)} = 3.1 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

g) La potencia de bombeo P_p se obtiene de la ecuación (6.19) o

$$P_p = \dot{m}\frac{\Delta p}{\rho \eta_p} = \frac{(0.01\ \mathrm{kg/s})(3.1\ \mathrm{N/m^2})}{(997\ \mathrm{kg/m^3})(0.5)} = 6.2 \times 10^{-5}\ \mathrm{W}$$

6.2.2* Temperatura superficial uniforme

Cuando la temperatura superficial del tubo es uniforme en vez del flujo de calor, el análisis es más complicado debido a que la diferencia de temperatura entre la pared y la global varía a lo largo del tubo, es decir, $\partial T_b/\partial x = f(x)$. La ecuación (6.20) se puede resolver sujeta a la segunda condición de frontera de que en $r = r_s$, $T(x, r_s)$ = constante, pero se necesita un procedimiento iterativo. El resultado no es una expresión algebraica simple, sino que se determina que el número de Nusselt es una constante (por ejemplo, consulte Kays y Perkins [11]):

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 3.66 \quad (T_s = \text{constante}) \tag{6.32}$$

Además del valor del número de Nusselt, la condición de frontera de temperatura constante también requiere una temperatura diferente para evaluar la tasa de transferencia de calor hacia o desde un fluido circulando a través de un conducto. Excepto para la región de entrada, en la que la capa límite se desarrolla y el coeficiente de transferencia de calor disminuye, la diferencia de temperatura entre la superficie del conducto y la global permanece constante a lo largo del conducto cuando el flujo de calor es uniforme. Esto es evidente al examinar la ecuación (6.20) y se ilustra de manera gráfica en la figura 6.10. Por otro lado, para una temperatura

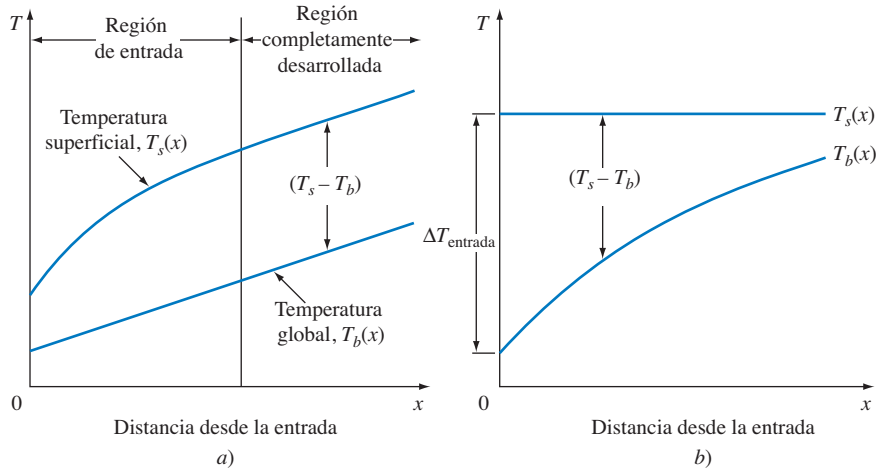


FIGURA 6.10 Variación de la temperatura global promedio con flujo térmico constante y temperatura de pared constante: *a*) flujo térmico constante, $q_s(x) = \text{constante}$; *b*) temperatura superficial constante, $T_s(x) = \text{constante}$.

de pared constante sólo la temperatura global aumenta a lo largo del conducto y el potencial de temperatura disminuye (consulte la figura 6.10). Primero se escribe la ecuación de equilibrio de calor

$$dq_c = \dot{m}c_p\, dT_b = q''_s P\, dx$$

donde P es el perímetro del conducto y q_s'' es el flujo térmico superficial. De lo anterior se puede obtener una relación para el gradiente de temperatura global en la dirección x:

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{q''_s P}{\dot{m}c_p} = \frac{P}{\dot{m}c_p} h_c(T_s - T_b) \tag{6.33}$$

Como $dT_b/dx = d(T_b - T_s)/dx$ para temperatura superficial constante, después de separar las variables, se tiene

$$\int_{\Delta T_{entrada}}^{\Delta T_{salida}} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m}c_p} \int_0^L h_c\, dx \tag{6.34}$$

donde $\Delta T = T_s - T_b$ y los subíndices "entrada" y "salida" denotan condiciones en la entrada ($x = 0$) y la salida ($x = L$) del ducto, respectivamente. Integrando la ecuación (6.34) se obtiene

$$\ln\left(\frac{\Delta T_{salida}}{\Delta T_{entrada}}\right) = -\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}_c \tag{6.35}$$

donde

$$\bar{h}_c = \frac{1}{L} \int_0^L h_c\, dx$$

Reacomodando la ecuación (6.35) se obtiene

$$\frac{\Delta T_{\text{entrada}}}{\Delta T_{\text{salida}}} = \exp\left(\frac{-\bar{h}_c PL}{\dot{m}c_p}\right) \tag{6.36}$$

La tasa de transferencia de calor por convección hacia o desde un fluido que circula a través de un conducto con T_s = constante se puede expresar en la forma

$$q_c = \dot{m}c_p[(T_s - T_{b,\text{entrada}}) - (T_s - T_{b,\text{salida}})] = \dot{m}c_p(\Delta T_{\text{entrada}} - \Delta T_{\text{salida}})$$

y sustituyendo $\dot{m}c_p$ de la ecuación (6.35), se obtiene

$$q_c = \bar{h}_c A_s \left[\frac{\Delta T_{\text{salida}} - \Delta T_{\text{entrada}}}{\ln(\Delta T_{\text{salida}}/\Delta T_{\text{entrada}})}\right] \tag{6.37}$$

La expresión entre corchetes se denomina *diferencia de temperaturas media logarítmica* (*LMTD*).

EJEMPLO 6.2 El aceite para motores usado se puede reciclar utilizando un sistema de reprocesamiento patentado. Suponga que un sistema de ese tipo incluye un proceso durante el cual el aceite para motores fluye a través de un tubo de cobre de 1 cm de diámetro interior y 0.02 cm de espesor de pared a una tasa de 0.05 kg/s. El aceite entra a 35 °C y se calentará a 45 °C por vapor a presión atmosférica condensándose en el exterior del tubo, como se muestra en la figura 6.11. Calcule la longitud requerida del tubo.

SOLUCIÓN Se supondrá que el tubo es largo y que su temperatura es uniforme a 100 °C. La primera aproximación se debe verificar; la segunda suposición es una aproximación de ingeniería justificada por la alta conductividad térmica del cobre y por el coeficiente de transferencia de calor grande para un vapor condensándose (consulte la tabla 1.4). De la tabla 16 del apéndice 2, se obtienen las propiedades siguientes para el aceite a 40 °C:

$$c_p = 1\,964 \text{ J/kg K}$$
$$\rho = 876 \text{ kg/m}^3$$
$$k = 0.144 \text{ W/m K}$$
$$\mu = 0.210 \text{ N s/m}^2$$
$$\text{Pr} = 2\,870$$

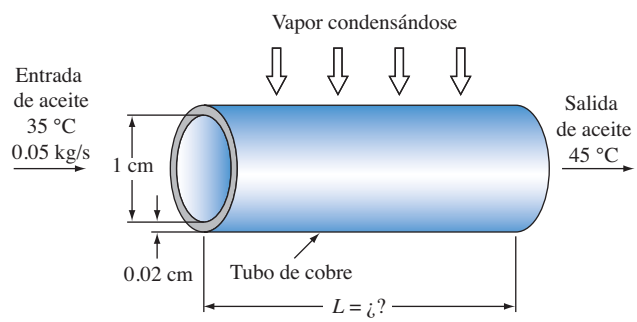


FIGURA 6.11 Diagrama esquemático del ejemplo 6.2.

El número de Reynolds es

$$\mathrm{Re}_D = \frac{4\dot{m}}{\mu\pi D} = \frac{(4)(0.05\ \mathrm{kg/s})}{(\pi)(0.210\ \mathrm{N\ s/m^2})(0.01\ \mathrm{m})} = 30.3$$

Por tanto, el flujo es laminar y el número de Nusselt para una temperatura superficial constante es 3.66. El coeficiente de transferencia de calor promedio es

$$\bar{h}_c = \overline{\mathrm{Nu}}_D \frac{k}{D} = 3.66 \frac{0.144\ \mathrm{W/m\ K}}{0.01\ \mathrm{m}} = 52.7\ \mathrm{W/m^2\ K}$$

La tasa de transferencia de calor es

$$q_c = c_p \dot{m}(T_{b,\mathrm{salida}} - T_{b,\mathrm{entrada}})$$
$$= (1\,964\ \mathrm{J/kg\ K})(0.05\ \mathrm{kg/s})(45 - 35)\ \mathrm{K} = 982\ \mathrm{W}$$

Recordando que $\ln(1/x) = -\ln x$, se determina que la LMTD es

$$\mathrm{LMTD} = \frac{\Delta T_{\mathrm{salida}} - \Delta T_{\mathrm{entrada}}}{\ln(\Delta T_{\mathrm{salida}}/\Delta T_{\mathrm{entrada}})} = \frac{55 - 65}{\ln(55/65)} = \frac{10}{0.167} = 59.9\ \mathrm{K}$$

Sustituyendo la información anterior en la ecuación (6.37), donde $A_s = L\pi D_i$, da

$$L = \frac{q_c}{\pi D_i \bar{h}_c \mathrm{LMTD}} = \frac{982\ \mathrm{W}}{(\pi)(0.01\ \mathrm{m})(52.7\ \mathrm{W/m^2\ K})(59.9\ \mathrm{K})} = 9.91\ \mathrm{m}$$

Verificando la primera suposición, se tiene que $L/D \sim 1\,000$, lo que justifica ignorar los efectos de entrada. También observe que la LMTD es casi igual a la diferencia entre la temperatura superficial y la temperatura global promedio del fluido a la mitad entre la entrada y la salida. La longitud requerida no es adecuada para un diseño práctico con un tubo recto. Para lograr el desempeño térmico deseado en una forma más conveniente, se podría tender el tubo hacia delante y hacia atrás varias veces o bien utilizar un tubo en forma de serpentín. El primer enfoque se analiza en el capítulo 8 sobre el diseño de intercambiadores de calor y el diseño del tubo en forma de serpentín se ilustra con un ejemplo en la siguiente sección.

6.3 Correlaciones para convección forzada laminar

En esta sección se presentan las correlaciones empíricas y los resultados analíticos que se pueden utilizar en el diseño térmico de sistemas de transferencia de calor compuestos de tubos y conductos que contienen fluidos gaseosos o líquidos en flujo laminar. Aunque los coeficientes de transferencia de calor son considerablemente menores en flujo turbulento, en el diseño de equipo de intercambio de calor para líquidos viscosos, con frecuencia es necesario aceptar un coeficiente de transferencia de calor menor a fin de reducir los requerimientos de potencia de bombeo. El flujo laminar de gas se encuentra en intercambiadores de calor de alta temperatura, donde los diámetros de los tubos son muy pequeños y las densidades de los gases son bajas. Otras aplicaciones de la convección forzada en flujo laminar se tienen en procesos químicos y en la industria de alimentos, en el enfriamiento de equipo electrónico así como en plantas solares y nucleares, donde se utilizan metales líquidos como medios de transferencia de calor. Como los metales líquidos tienen una conductividad térmica alta, sus coeficientes de transferencia de calor son relativamente grandes, incluso en flujo laminar.

6.3.1 Conductos circulares y rectangulares cortos

Los detalles de las soluciones matemáticas para flujo laminar en conductos cortos con efectos de entrada están fuera del alcance de este libro. Las referencias dadas al final de este capítulo, en especial [4] y [11], contienen los antecedentes matemáticos para las ecuaciones y gráficas de ingeniería que se presentan y analizan en esta sección.

Para aplicaciones en ingeniería, es más conveniente presentar los resultados de las investigaciones analíticas y experimentales en términos de un número de Nusselt definido de la manera convencional como $h_c D/k$. Sin embargo, el coeficiente de transferencia de calor h_c puede variar a lo largo de un tubo y para aplicaciones prácticas, el valor promedio del coeficiente de transferencia de calor es más importante. En consecuencia, para las ecuaciones y gráficas presentadas en esta sección, se utilizará un número de Nusselt medio, $\overline{\mathrm{Nu}}_D = \bar{h}_c D/k$, promediado con respecto a la circunferencia y a la longitud del conducto L:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{D}{k} h_{c(x)}\, dx = \frac{\bar{h}_c D}{k}$$

donde el subíndice x se refiere a condiciones locales en x. El número de Nusselt con frecuencia se denomina *número de Nusselt medio logarítmico,* debido a que se puede utilizar directamente en las ecuaciones de la tasa media logarítmica presentadas en la sección anterior y se puede aplicar a intercambiadores de calor (consulte el capítulo 8).

Varios investigadores han calculado analíticamente los números de Nusselt medios para flujo laminar en tubos a una temperatura uniforme de pared. Sus resultados se muestran en la figura 6.12 para varias distribuciones de velocidad. Todas estas soluciones se apoyan en la idealización de una temperatura constante de la pared del tubo y de una

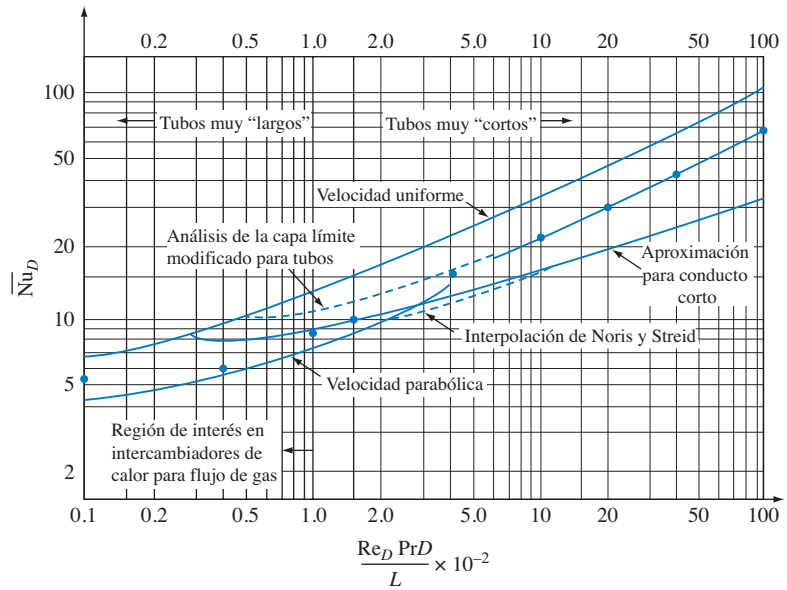


FIGURA 6.12 Soluciones analíticas y correlaciones empíricas para transferencia de calor en flujo laminar a través de tubos circulares a temperatura constante de la pared, $\overline{\mathrm{Nu}}_D$ contra $\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr}D/L$. los puntos representan la ecuación (6.38).

Fuente: Cortesía de W.M. Kays, "Numerical Solution for Laminar Flow Heat Transfer in Circular Tubes", Trans. ASME, vol. 77, pp. 1265-1274, 1955.

distribución uniforme de temperatura en la entrada del tubo y se aplican estrictamente sólo cuando las propiedades físicas son independientes de la temperatura. La abscisa es la cantidad adimensional $\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr}D/L$.* Para determinar el valor medio del número de Nusselt para un tubo dado de longitud L y diámetro D, se evalúa el número de Reynolds, Re_D y el número de Prandtl, Pr, forma el parámetro adimensional $\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr}D/L$ y se entra a la curva apropiada de la figura 6.12. La selección de la curva que representa las condiciones que corresponden de manera más aproximada a las condiciones físicas depende de la naturaleza del fluido y de la geometría del sistema. Para fluidos con números de Prandtl altos como aceites, el perfil de velocidad se establece mucho más rápido que el perfil de temperatura. En consecuencia, la aplicación de la curva identificada "velocidad parabólica" no conduce a un error serio en tubos largos cuando $\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr}D/L$ es menor que 100. Para tubos muy largos, el número de Nusselt tiende a un valor mínimo limitante de 3.66 cuando la temperatura del tubo es uniforme. Cuando la tasa de transferencia de calor es uniforme en vez de la temperatura del tubo, el valor limitante de $\overline{\mathrm{Nu}}_D$ es 4.36.

Para tubos muy cortos o para conductos rectangulares con velocidad y distribución de temperatura inicialmente uniformes, las condiciones del flujo a lo largo de la pared se aproximan a las de una placa plana y el análisis de la capa límite presentado en el capítulo 4 se espera que produzca resultados satisfactorios para líquidos con números de Prandtl entre 0.7 y 15.0. La solución de la capa límite se aplica [14, 15] cuando L/D es menor que $0.0048\mathrm{Re}_D$ para tubos y cuando L/D_H es menor que $0.0021\mathrm{Re}_{D_H}$ para conductos planos de sección transversal rectangular. Para estas condiciones, la ecuación de flujo de líquidos y gases sobre una placa plana se puede convertir en las coordenadas de las figuras 6.12, lo que conduce a

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = \frac{\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}D_H}{4L}\ \ln\left[\frac{1}{1 - (2.654/\mathrm{Pr}^{0.167})(\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}D_H/L)^{-0.5}}\right] \tag{6.38}$$

Un análisis para tubos más largos se presenta en [12] y los resultados se muestran en la figura 6.12 para $\mathrm{Pr} = 0.73$ en el intervalo $\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr}D/L$ de 10 a 1 500, donde es válida esta aproximación.

Para flujos laminares en tubos circulares ya sea en la región térmica de entrada o para condiciones de flujo completamente desarrollado, un conjunto conveniente de correlaciones [13] para determinar el número de Nusselt medio y de aquí el coeficiente de transferencia de calor tanto para flujo de calor uniforme como para condiciones de temperatura superficial uniforme, se dan a continuación:

Para la pared del tubo con $q_s'' =$ constante,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \begin{cases} 1.953[L/(D\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})]^{1/3} & \text{para } [L/(D\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})] \leq 0.03 \\ 4.364 + (0.0722(D\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})]/L & \text{para } [L/(D\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})] \leq 0.03 \end{cases} \tag{6.39}$$

Para la pared del tubo con $T_s =$ constante,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \begin{cases} 1.615[L/(D\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})]^{-1/3} - 0.7 & \text{para } [L/(D\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})] \leq 0.005 \\ 1.615[L/(D\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})]^{-1/3} - 0.2 & \text{para } 0.005 < [L/(D\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})] < 0.03 \\ 3.657 + (0.0499(D\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})/L) & \text{para } [L/(D\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})] \geq 0.03 \end{cases} \tag{6.40}$$

*En vez de la relación adimensional $\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr}D/L$, algunos autores utilizan el número de Graetz, Gz, que es $\pi/4$ veces esta relación [13].

Observe que cuando L es muy grande ($\rightarrow \infty$), los valores de $\overline{\text{Nu}}D$ se obtienen iguales a 4.364 y 3.657, respectivamente, para el número de Nusselt medio con las dos condiciones de frontera de las ecuaciones (6.39) y (6.40).

6.3.2 Conductos de sección transversal no circular

La transferencia de calor y la fricción en flujo laminar completamente desarrollado a través de conductos con una variedad de secciones transversales se ha estudiado de manera analítica [13]. Los resultados se resumen en la tabla 6.1, utilizando la nomenclatura siguiente:

$\overline{\text{Nu}}_{H1}$ = número de Nusselt promedio para flujo de calor uniforme en la dirección del flujo y temperatura de pared uniforme en cualquier sección transversal

$\overline{\text{Nu}}_{H2}$ = número de Nusselt promedio para flujo de calor uniforme tanto axial como circunferencialmente

$\overline{\text{Nu}}_{T}$ = número de Nusselt promedio para temperatura de pared uniforme

$f\,\text{Re}_{D_H}$ = producto del factor de fricción por el número de Reynolds

Una geometría de un conducto que se encuentra con mucha frecuencia es el espacio anular concéntrico que se muestra de manera esquemática en la figura 6.1*b*). La transferencia de calor hacia o desde el fluido que circula a través del espacio formado entre dos tubos concéntricos puede ocurrir en la superficie interior, en la superficie exterior o en las dos superficies simultáneamente. Además, la superficie de transferencia de calor puede estar a temperatura constante o a flujo térmico constante. Un tratamiento completo de este tema lo presentaron Kays y Perkins [11], e incluye los efectos de la entrada y el impacto de la excentricidad. Aquí sólo se considerará el caso que se encuentra con más frecuencia en el que un lado está aislado y el otro está a temperatura constante.

Denotando la superficie interior con el subíndice i y la superficie exterior con o, la tasa de transferencia de calor y los números de Nusselt correspondientes son

$$q_{c,i} = \bar{h}_{c,i}\pi D_i L(T_{s,i} - T_b)$$

$$q_{c,o} = \bar{h}_{c,o}\pi D_o L(T_{s,o} - T_b)$$

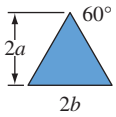
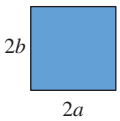
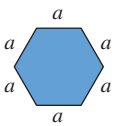
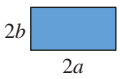
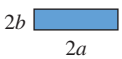
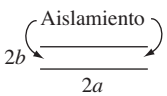
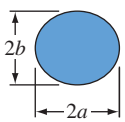
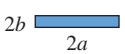
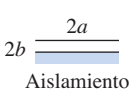
$$\overline{\text{Nu}}_i = \frac{\bar{h}_{c,i}D_H}{k}$$

$$\overline{\text{Nu}}_o = \frac{\bar{h}_{c,o}D_H}{k}$$

donde $D_H = D_o - D_i$.

Los números de Nusselt para flujo de calor en la superficie interior sólo con la superficie exterior aislada, $\overline{\text{Nu}}_i$ y el flujo de calor en la superficie exterior con la superficie interior aislada, $\overline{\text{Nu}}_o$, así como el producto del factor de fricción por el número de Reynolds para flujo laminar completamente desarrollado se presentan en la tabla 6.2. Para otras condiciones, como en flujo de calor constante y en espacios anulares cortos, el lector debe consultar la referencia [13].

TABLA 6.1 Número de Nusselt y factor de fricción para flujo laminar completamente desarrollado de un fluido newtoniano a través de conductos específicos[a]

Geometría $\left(\frac{L}{D_H} > 100\right)$		$\overline{Nu}_{H1}$	$\overline{Nu}_{H2}$	$\overline{Nu}_{\tau}$	$f\,Re_{D_H}$	$\frac{\overline{Nu}_{H1}}{\overline{Nu}_{\tau}}$
	$\frac{2b}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	3.111	1.892	2.47	53.33	1.26
	$\frac{2b}{2a} = 1$	3.608	3.091	2.976	56.91	1.21
		4.002	3.862	3.34[b]	60.22	1.20
	$\frac{2b}{2a} = \frac{1}{2}$	4.123	3.017	3.391	62.19	1.22
		4.364	4.364	3.657	64.00	1.19
	$\frac{2b}{2a} = \frac{1}{4}$	5.331	2.930	4.439	72.93	1.20
	$\frac{2b}{2a} = \frac{1}{4}$	6.279[b]	—	5.464[b]	72.93	1.15
	$\frac{2b}{2a} = 0.9$	5.099	4.35[b]	3.66	74.80	1.39
	$\frac{2b}{2a} = \frac{1}{8}$	6.490	2.904	5.597	82.34	1.16
	$\frac{2b}{2a} = 0$	8.235	8.235	7.541	96.00	1.09
	$\frac{2b}{2a} = 0$	5.385	—	4.861	96.00	1.11

[a] *Fuente*: Resumidos de Shah y London [13].
[b] Valores interpolados.

TABLA 6.2 Número de Nusselt y factor de fricción para flujo laminar completamente desarrollado en una región anular[a]

D_i/D_o	$\overline{Nu}_i$	$\overline{Nu}_o$	$f\mathrm{Re}_{D_H}$
0.00	—	3.66	64.00
0.05	17.46	4.06	86.24
0.10	11.56	4.11	89.36
0.25	7.37	4.23	93.08
0.50	5.74	4.43	95.12
1.00	4.86	4.86	96.00

[a]Una superficie a temperatura constante y la otra aislada [13].

EJEMPLO 6.3 Calcule el coeficiente de transferencia de calor promedio y el factor de fricción para flujo de alcohol *n*-butílico a una temperatura de la masa de 293 K a través de un conducto cuadrado de 0.1×0.1 m, 5 m de longitud, con paredes a 300 K y con una velocidad promedio de 0.03 m/s (consulte la figura 6.13).

SOLUCIÓN El diámetro hidráulico es

$$D_H = 4\left(\frac{0.1 \times 0.1}{4 \times 0.1}\right) = 0.1 \text{ m}$$

Las propiedades físicas a 293 K de la tabla 19 del apéndice 2 son

$$\rho = 810 \text{ kg/m}^3$$
$$c_p = 2\,366 \text{ J/kg K}$$
$$\mu = 29.5 \times 10^{-4} \text{ N s/m}^2$$
$$\nu = 3.64 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$
$$k = 0.167 \text{ W/m K}$$
$$\Pr = 50.8$$

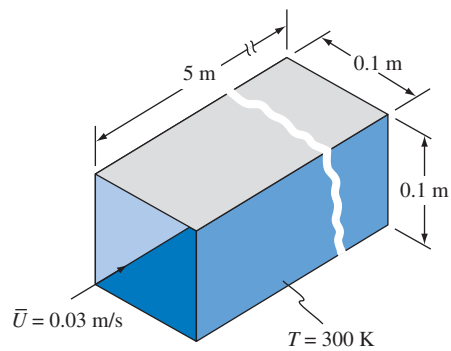


FIGURA 6.13 Diagrama esquemático del conducto de calefacción del ejemplo 6.3.

El número de Reynolds es

$$\mathrm{Re}_{D_H} = \frac{\bar{U} D_H \rho}{\mu} = \frac{(0.03\ \mathrm{m/s})(0.1\ \mathrm{m})(810\ \mathrm{kg/m^3})}{29.5 \times 10^{-4}\ \mathrm{N\ s/m^2}} = 824$$

De aquí, el flujo es laminar. Suponiendo flujo completamente desarrollado, se obtiene el número de Nusselt para una temperatura de pared uniforme de la tabla 6.1:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = \frac{\bar{h}_c D_H}{k} = 2.98$$

Esto produce para el coeficiente de transferencia de calor promedio

$$\bar{h}_c = 2.98 \frac{0.167\ \mathrm{W/m\ K}}{0.1\ \mathrm{m}} = 4.98\ \mathrm{W/m^2 K}$$

De manera similar, de la tabla 6.1, el producto $\mathrm{Re}_{D_H} f = 56.91$ y

$$f = \frac{56.91}{824} = 0.0691$$

Recuerde que para un perfil de velocidad completamente desarrollado la longitud del conducto debe ser al menos de $0.05\mathrm{Re} \times D_H = 4.1$ m, pero para un perfil de temperatura completamente desarrollado, el conducto debe tener una longitud de 172 m. Por tanto, *no existirá el flujo completamente desarrollado*.

Si se utiliza la figura 6.12 con $\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}D/L = (824)(50.8)(0.1/5) = 837$, el número de Nusselt promedio es de aproximadamente 15 y $\bar{h}_c = (15)(0.167\ \mathrm{W/m\ K})/0.1\ \mathrm{m} = 25\ \mathrm{W/m^2 K}$. Estevalor es cinco veces mayor que el correspondiente a flujo completamente desarrollado.

Observe que para este problema la diferencia entre la temperatura de la masa y en la pared es pequeña. Por tanto, en este caso las variaciones en las propiedades no son significativas.

6.3.3 Efecto de las variaciones de las propiedades

Como el mecanismo microscópico de flujo de calor en flujo laminar es por conducción, la tasa de flujo de calor entre las paredes de un conducto y el flujo fluyendo en él se puede obtener analíticamente resolviendo las ecuaciones de movimiento y de flujo de calor por conducción de manera simultánea, como se muestra en la sección 6.2. Pero para obtener una solución, es necesario conocer o suponer la distribución de la velocidad en el conducto. En flujo laminar completamente desarrollado a través de un tubo sin transferencia de calor, la distribución de la velocidad en cualquier sección transversal es parabólica. Pero cuando ocurre una transferencia de calor apreciable, se presentan diferencias de temperaturas y las propiedades del fluido de la pared y de la masa pueden ser muy diferentes. Estas variaciones de las propiedades distorsionan el perfil de la velocidad.

En líquidos, la viscosidad disminuye con el aumento de la temperatura, en tanto que en gases se observa la tendencia inversa. Cuando un líquido se calienta, el fluido cerca de la pared es menos viscoso que el fluido en el centro. En consecuencia, la velocidad del fluido calentado es mayor que la correspondiente a un fluido sin calentar cerca de la pared, pero menor que la de un fluido sin calentar en el centro. La distorsión del perfil parabólico de la velocidad para líquidos sin calentar o enfriados se muestra en la figura 6.14. Para gases, las condiciones son inversas, pero la variación de la densidad con la temperatura introduce complicaciones adicionales.

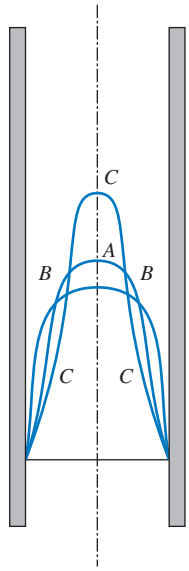


FIGURA 6.14 Efecto de la transferencia de calor en los perfiles de velocidad en flujo laminar completamente desarrollado a través de un tubo. Curva *A*, flujo isotérmico; curva *B*, calentamiento de líquido o enfriamiento de gas; curva *C*, enfriamiento de líquido o calentamiento de gas.

Los factores de corrección empíricos para la viscosidad son reglas meramente aproximadas y datos recientes indican que puede que no sean satisfactorios cuando existan gradientes de temperaturas muy grandes. Como una aproximación en la ausencia de un método más satisfactorio, se sugiere [16] que para líquidos, el número de Nusselt obtenido de las soluciones analíticas presentado en la figura 6.12 se multiplique por la relación entre la viscosidad a la temperatura de la masa μ_b y la viscosidad a la temperatura superficial μ_s, elevada a la potencia 0.14, es decir, $(\mu_b/\mu_s)^{0.14}$, para corregir por la variación de las propiedades debidas a los gradientes de temperatura. Para gases, Kays y London [17] sugieren que el número de Nusselt se multiplique por el factor de corrección de la temperatura que se muestra a continuación. Si todas las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura global promedio, el número de Nusselt corregido es

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \overline{\mathrm{Nu}}_{D,\text{Fig 6.12}}\left(\frac{T_b}{T_s}\right)^n$$

donde $n = 0.25$ para calentamiento de un gas en un tubo y 0.08 para enfriamiento de un gas en un tubo. Hausen [18] recomienda la siguiente relación para el coeficiente de convección promedio en flujo laminar a través de conductos con temperatura superficial uniforme:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = 3.66 + \frac{0.668\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}D/L}{1 + 0.045(\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}D/L)^{0.66}}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14} \tag{6.41}$$

donde $100 < \mathrm{Re}_{D_\mathrm{H}}\mathrm{Pr}D/L < 1\,500$.

Una ecuación empírica relativamente simple sugerida por Sieder y Tate [16] se ha utilizado para correlacionar resultados experimentales para líquidos en tubos y se puede escribir en la forma

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = 1.86\left(\frac{\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}D_H}{L}\right)^{0.33}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14} \tag{6.42}$$

donde todas las propiedades en las ecuaciones (6.41) y (6.42) se basan en la temperatura global y el factor de corrección empírico $(\mu_b/\mu_s)^{0.14}$ se introduce para tomar en

cuenta el efecto de la variación de temperatura en las propiedades físicas. La ecuación (6.42) se puede aplicar cuando la temperatura superficial es uniforme en el intervalo $0.48 < \text{Pr} < 16\,700$ y $0.0044 < (\mu_b/\mu_s) < 9.75$. Whitaker [19] recomienda utilizar la ecuación (6.42) sólo cuando $(\text{Re}_D\text{Pr}D/L)^{0.33}(\mu_b/\mu_s)^{0.14}$ sea mayor que 2.

Para flujo laminar de gases entre dos placas paralelas uniformemente calentadas y separadas una distancia $2y_0$, Swearingen y McEligot [20] demostraron que las variaciones de las propiedades de los gases se pueden tomar en cuenta mediante la relación

$$\overline{\text{Nu}} = \text{Nu}_{\text{propiedades constantes}} + 0.024Q^{+0.3}Gz_b^{0.75} \tag{6.43}$$

donde
$$Q^+ = q_s''y_0/(KT)_{\text{entrada}}$$
$$q_s'' = \text{flujo térmico superficial en las paredes}$$
$$\text{Gz}_b = (\text{Re}_{D_H}\text{Pr}D_H/L)_b$$

y el subíndice b denota que las propiedades físicas se evaluarán en T_b.

La variación en las propiedades físicas también afecta el factor de fricción. Para evaluar el factor de fricción de fluidos que se calientan o enfrían, se sugiere que para líquidos el factor de fricción isotérmico se modifique mediante

$$f_{\text{transferencia de calor}} = f_{\text{isotérmico}}\left(\frac{\mu_s}{\mu_b}\right)^{0.14} \tag{6.44}$$

y para gases mediante

$$f_{\text{transferencia de calor}} = f_{\text{isotérmico}}\left(\frac{T_s}{T_b}\right)^{0.14} \tag{6.45}$$

EJEMPLO 6.4 Un dispositivo electrónico se enfría con agua que fluye a través de agujeros capilares dispuestos en su base, como se muestra en la figura 6.15. La temperatura de la base del dispositivo es constante a 353 K. Los agujeros capilares tienen una longitud de 0.3 m y un diámetro de 2.54×10^{-3} m. Si el agua entra a una temperatura de 333 K y fluye a una velocidad de 0.2 m/s, calcule la temperatura de salida del agua.

SOLUCIÓN Las propiedades del agua a 333 K, de la tabla 13 del apéndice 2, son:

$$\rho = 983 \text{ kg/m}^3$$
$$c_p = 4\,181 \text{ J/kg K}$$
$$\mu = 472 \times 10^{-4} \text{ N s/m}^2$$
$$k = 0.658 \text{ W/m K}$$
$$\text{Pr} = 3.00$$

Para determinar si el flujo es laminar, se evalúa el número de Reynolds a la temperatura global de entrada,

$$\text{Re}_D = \frac{\rho\bar{U}D}{\mu} = \frac{(983 \text{ kg/m}^3)(0.2 \text{ m/s})(0.00254 \text{ m})}{4.72 \times 10^{-4} \text{ kg/ms}} = 1058$$

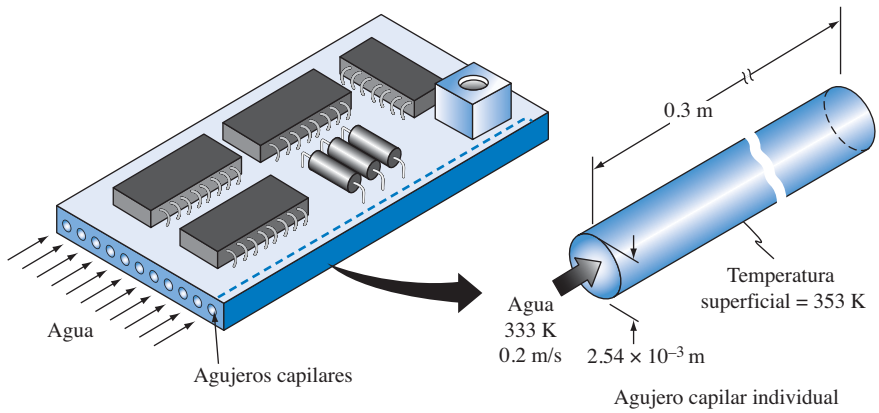


FIGURA 6.15 Diagrama esquemático del ejemplo 6.4.

El flujo es laminar y puesto que

$$\mathrm{Re}_D \mathrm{Pr} \frac{D}{L} = \frac{(10.58)(3.00)(0.00254\ \mathrm{m})}{0.3\ \mathrm{m}} = 26.9 > 10$$

la ecuación (6.42) se puede utilizar para evaluar el coeficiente de transferencia de calor. Pero dado que la temperatura global promedio no se conoce, primero se deben evaluar todas las propiedades a la temperatura global de entrada T_{b1}, luego se determina una temperatura global de salida y después se hace una segunda consideración para obtener un valor más preciso. Designando las condiciones de entrada y salida con los subíndices 1 y 2, respectivamente, el equilibrio de energía se convierte en

$$q_c = \bar{h}_c \pi D L \left(T_s - \frac{T_{b1} + T_{b2}}{2} \right) = \dot{m} c_p (T_{b2} - T_{b1}) \qquad a)$$

A la temperatura de pared de 353 K, $\mu_s = 3.52 \times 10^{-4}$ N s/m^2 de la tabla 13 del apéndice 2. De la ecuación (6.42), se puede calcular el número de Nusselt promedio

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 1.86 \left[\frac{(1\,058)(3.00)(0.00254\ \mathrm{m})}{0.3\ \mathrm{m}} \right]^{0.33} \left(\frac{4.72}{3.52} \right)^{0.14} = 5.74$$

y por tanto

$$\bar{h}_c = \frac{k \overline{\mathrm{Nu}}_D}{D} = \frac{(0.658\ \mathrm{W/m\ K})(5.74)}{0.00254\ \mathrm{m}} = 1\,487\ \mathrm{W/m^2\ K}$$

El flujo másico es

$$\dot{m} = \rho \frac{\pi D^2}{4} \bar{U} = \frac{(983\ \mathrm{kg/m^3}) \pi (0.00254\ \mathrm{m})^2 (0.2\ \mathrm{m/s})}{4} = 0.996 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg/s}$$

Insertando los valores calculados de $\bar{h}_c$ y $\dot{m}$ en la ecuación *a*), junto con $T_{b1} = 333$ K y $T_s = 353$ K, da

$$(1\,487\ \mathrm{W/m^2\ K}) \pi (0.00254\ \mathrm{m})(0.3\ \mathrm{m}) \left(353 - \frac{333 + T_{b2}}{2} \right) (\mathrm{K})$$
$$= (0.996 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg/s})(4\,181\ \mathrm{J/kg\ K})(T_{b2} - 333)(\mathrm{K}) \qquad b)$$

Despejando T_{b2} se obtiene

$$T_{b2} = 345 \text{ K}$$

Para la segunda iteración, se evalúan todas las propiedades a la nueva temperatura global promedio

$$\bar{T}_b = \frac{345 + 333}{2} = 339 \text{ K}$$

A esta temperatura, de la tabla 13 del apéndice 2 se obtiene:

$$\rho = 980 \text{ kg/m}^2$$
$$c_p = 4\,185 \text{ J/kg K}$$
$$\mu = 4.36 \times 10^{-4} \text{ N s/m}^2$$
$$k = 0.662 \text{ W/m K}$$
$$\text{Pr} = 2.78$$

Recalculando el número de Reynolds con propiedades basadas en la nueva temperatura global promedio da

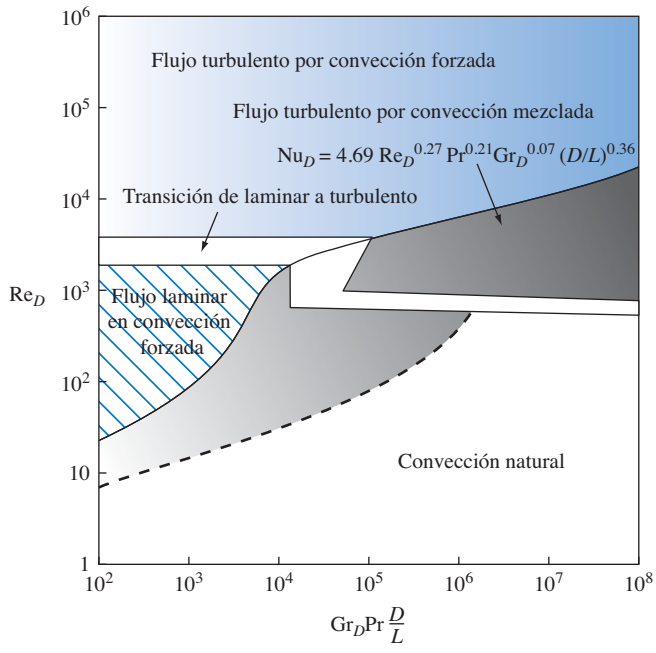
$$\text{Re}_D = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu} = \frac{(980 \text{ kg/m}^3)(0.2 \text{ m/s})(2.54 \times 10^{-3} \text{ m})}{4.36 \times 10^{-4} \text{ kg/ms}} = 1\,142$$

Con este valor de Re_D, ahora se puede calcular el coeficiente de transferencia de calor. En la segunda iteración se obtiene $\text{Re}_D\text{Pr}(D/L) = 26.9$, $\overline{\text{Nu}}_D = 5.67$ y $\bar{h}_c$=1 479 W/m²K. Sustituyendo el nuevo valor de $\bar{h}_c$ en la ecuación *b*) da $T_{b2} = 345$ K. Iteraciones adicionales no afectarán los resultados de manera apreciable en este ejemplo debido a la pequeña diferencia entre la temperatura global y en la pared. En casos donde la diferencia de temperatura es grande, puede ser necesaria una segunda iteración.

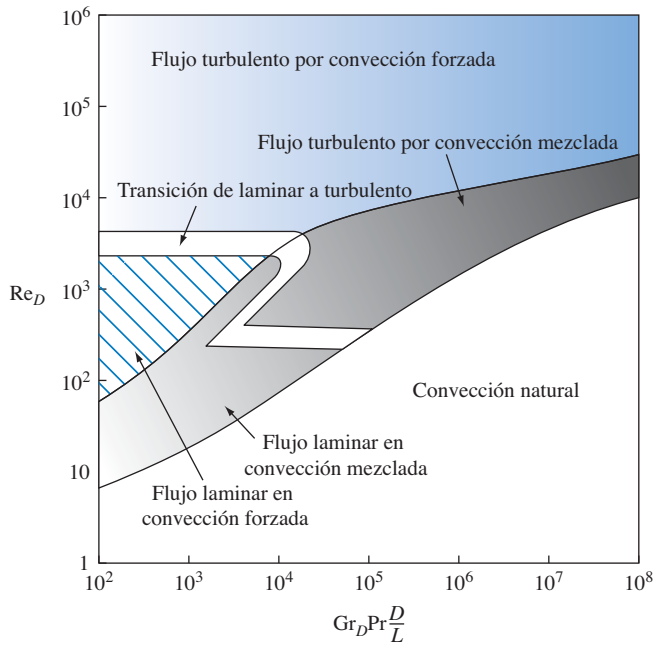
Se recomienda que el lector verifique los resultados utilizando el método de la LMTD con la ecuación (6.37).

6.3.4 Efecto de la convección natural

Una complicación adicional en la determinación de un coeficiente de transferencia de calor en flujo laminar se origina cuando las fuerzas de flotación son del mismo orden de magnitud que las fuerzas externas debidas a la circulación forzada. Ese tipo de condición se puede originar en enfriadores de aceite cuando se emplean velocidades de flujo bajas. Además, en el enfriamiento de partes rotatorias, como los álabes de rotores de turbinas de gas y estatorreactores unidos a las hélices de helicópteros, las fuerzas de convección natural pueden ser tan grandes que su efecto en el patrón de la velocidad no se puede ignorar aun en flujo a velocidad alta. Cuando las fuerzas de flotación son en la misma dirección que las fuerzas externas, como las fuerzas gravitatorias superpuestas en un flujo ascendente, aumentan la tasa de transferencia de calor. Cuando las fuerzas externas y de flotación actúan en direcciones opuestas, la trasferencia de calor se reduce. Eckert y colaboradores [14, 15] estudiaron la transferencia de calor en flujo mezclado y sus resultados se muestran cualitativamente en la figura 6.16*a*) y *b*). En el área más oscura, la contribución de la convección natural a la transferencia de calor total es menor que 10%, en tanto que en el área ligeramente sombreada, los efectos de la convección forzada son menores que 10% y predomina



a)



b)

FIGURA 6.16 Regímenes de convección forzada, natural y mezclada para: *a*) flujo por un tubo horizontal y *b*) flujo por un tubo vertical.

Fuente: Cortesía de B. Metais y E. R. G. Eckert, "Forced, Free, and Mixed Convection Regimes", Trans. ASME, Ser. C. J. Heat Transfer, vol. 86, pp. 295-298, 1964.

la convección natural. En el área sin sombrear, las convecciones natural y forzada son del mismo orden de magnitud. En la práctica, los efectos de la convección natural rara vez son significativos en flujo turbulento [21]. En casos donde es dudoso si se aplica flujo por convección forzada o natural, el coeficiente de transferencia de calor por lo general se calcula utilizando relaciones de convección forzada y natural por separado y se utiliza la mayor [22]. La precisión de esta regla se estima que es de aproximadamente 25 por ciento.

La influencia de la convección natural en el coeficiente de transferencia de calor para fluidos en tubos isotérmicos horizontales la investigó Depew y August [23]. Ellos determinaron que sus propios datos para $L/D = 28.4$ así como datos previamente disponibles para tubos con $L/D > 50$ se podían relacionar mediante la ecuación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 1.75\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}[\mathrm{Gz} + 0.12(\mathrm{GzGr}_D^{1/3}\,\mathrm{Pr}^{0.36})^{0.88}]^{1/3} \tag{6.46}$$

En la ecuación (6.46), Gz es el número de Graetz, definido por

$$\mathrm{Gz} = \left(\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr}\left(\frac{D}{L}\right)$$

El número de Grashof, Gr_D, se define por la ecuación (5.8). La ecuación (6.46) se desarrolló de datos experimentales con parámetros adimensionales en el intervalo $25 < \mathrm{Gz} < 700$, $5 < \mathrm{Pr} < 400$ y $250 < \mathrm{Gr}_D < 10^5$. Las propiedades físicas, excepto μ_s, se deben evaluar a la temperatura global promedio.

Las correlaciones para tubos y conductos verticales son considerablemente más complicadas debido a que dependen de la dirección relativa del flujo de calor y de la convección natural. Un resumen de la información disponible se encuentra en Metais y Eckert [24] y Rohsenow y colaboradores [25].

6.4* Analogía entre la transferencia de calor y la cantidad de movimiento en flujo turbulento

Para ilustrar las variables físicas más importantes que afectan la transferencia de calor por convección forzada turbulenta hacia o desde fluidos fluyendo en un tubo o conducto largo, ahora se desarrollará la denominada analogía de Reynolds entre la transferencia de calor y la cantidad de movimiento [26]. Las suposiciones necesarias para una analogía simple son válidas sólo para fluidos que tengan un número de Prandtl de la unidad, pero la relación fundamental entre la transferencia de calor y la fricción del fluido en conductos se puede ilustrar para este caso sin introducir dificultades matemáticas. Los resultados del análisis simple también se pueden ampliar a otros fluidos por medio de factores de corrección empíricos.

La tasa de flujo de calor por área unitaria en un fluido se puede relacionar con el gradiente de temperatura mediante la ecuación desarrollada antes:

$$\frac{q_c}{A\rho c_p} = -\left(\frac{k}{\rho c_p} + \varepsilon_H\right)\frac{dT}{dy} \tag{6.47}$$

De manera similar, el esfuerzo cortante causado por la acción combinada de las fuerzas viscosas y de la transferencia de cantidad de movimiento turbulento está dado por

$$\frac{\tau}{\rho} = \left(\frac{\mu}{\rho} + \varepsilon_M\right)\frac{du}{dy} \tag{6.48}$$

De acuerdo con la analogía de Reynolds, el calor y la cantidad de movimiento se transfieren mediante procesos análogos en flujo turbulento. En consecuencia, tanto q como τ varían con y, que es la distancia desde la superficie, de la misma manera. Para flujo turbulento completamente desarrollado en un tubo, el esfuerzo cortante local aumenta linealmente con la distancia radial r. De aquí, se puede escribir

$$\frac{\tau}{\tau_s} = \frac{r}{r_s} = 1 - \frac{y}{r_s} \tag{6.49}$$

y

$$\frac{q_c/A}{(q_c/A)_s} = \frac{r}{r_s} = 1 - \frac{y}{r_s} \tag{6.50}$$

donde el subíndice s denota condiciones en la superficie interior del tubo. Introduciendo las ecuaciones (6.49) y (6.50) en las ecuaciones (6.47) y (6.48), respectivamente, se tiene

$$\frac{\tau_s}{\rho}\left(1 - \frac{y}{r_s}\right) = \left(\frac{\mu}{\rho} + \varepsilon_M\right)\frac{du}{dy} \tag{6.51}$$

y

$$\frac{q_{c,s}}{A_s\rho_{c_p}}\left(1 - \frac{y}{r_s}\right) = -\left(\frac{k}{\rho c_p} + \varepsilon_H\right)\frac{dT}{dy} \tag{6.52}$$

Si $\varepsilon_H = \varepsilon_M$, las expresiones entre paréntesis en los lados derechos de las ecuaciones (6.51) y (6.52) son iguales, siempre que la difusividad molecular de la cantidad de movimiento μ/ρ sea igual a la difusividad molecular del calor $k/\rho c_p$, es decir, el número de Prandtl es la unidad. Dividiendo la ecuación (6.52) entre la ecuación (6.51) se obtiene, con estas restricciones,

$$\frac{q_{c,s}}{A_s c_p \tau_s}\,du = -dT \tag{6.53}$$

Al integrar la ecuación (6.53) entre la pared, donde $u = 0$ y $T = T_s$, y la masa del fluido, donde $u = \bar{U}$ y $T = T_b$, se obtiene

$$\frac{q_s \bar{U}}{A_s c_p \tau_s} = T_s - T_b$$

que también se puede escribir en la forma

$$\frac{\tau_s}{\rho \bar{U}^2} = \frac{q_s}{A_s(T_s - T_b)}\,\frac{1}{c_p \rho \bar{U}} = \frac{\bar{h}_c}{c_p \rho \bar{U}} \tag{6.54}$$

puesto que $\bar{h}_c$ es por definición igual a $q_s/A_s(T_s - T_b)$. Multiplicando el numerador y el denominador del lado derecho por $D_H \mu k$ y reordenando se obtiene

$$\frac{\bar{h}_c}{c_p \rho \bar{U}} \frac{D_H \mu k}{D_H \mu k} = \left(\frac{\bar{h}_c D_H}{k}\right)\left(\frac{k}{c_p \mu}\right)\left(\frac{\mu}{\bar{U} D_H \rho}\right) = \frac{\overline{\text{Nu}}}{\text{RePr}} = \overline{\text{St}}$$

donde $\overline{\text{St}}$ es el *número de Stanton*.

Para poner el lado izquierdo de la ecuación (6.54) en una forma más conveniente, se utilizan las ecuaciones (6.13) y (6.14):

$$\tau_s = f\frac{\rho \bar{U}^2}{8}$$

Sustituyendo la ecuación (6.14) para τ_s en la ecuación (6.54) finalmente se produce una relación entre el número de Stanton $\overline{\text{St}}$ y el factor de fricción

$$\overline{\text{St}} = \frac{\overline{\text{Nu}}}{\text{RePr}} = \frac{f}{8} \tag{6.55}$$

que se conoce como *analogía de Reynolds* para flujo en un tubo. Ésta concuerda muy bien con datos experimentales para transferencia de calor en gases cuyo número de Prandtl es casi de la unidad.

De acuerdo con datos experimentales para fluidos que circulan en tubos lisos en el intervalo de números de Reynolds de 10 000 a 1 000 000, la relación empírica siguiente [17] da el factor de fricción

$$f = 0.184\text{Re}_D^{-0.2} \tag{6.56}$$

Utilizando esta relación, la ecuación (6.55) se puede escribir como

$$\overline{\text{St}} = \frac{\overline{\text{Nu}}}{\text{RePr}} = 0.023\text{Re}_D^{-0.2} \tag{6.57}$$

Como Pr se supuso igual a la unidad,

$$\overline{\text{Nu}} = 0.023\text{Re}_D^{0.8} \tag{6.58}$$

o

$$\bar{h}_c = 0.023 \bar{U}^{0.8} D^{-0.2} k \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{-0.8} \tag{6.59}$$

Observe que en flujo turbulento completamente establecido, el coeficiente de transferencia de calor es directamente proporcional a la velocidad elevada a la potencia 0.8, pero inversamente proporcional al diámetro del tubo elevado a la potencia 0.2. Para un gasto dado, un aumento en el diámetro del tubo reduce la velocidad y por tanto, ocasiona una disminución en $\bar{h}_c$ proporcional a $1/D^{1.8}$. Por tanto, el uso de tubos pequeños y altas velocidades conduce a coeficientes de transferencia de calor grandes, pero al mismo tiempo, la potencia requerida para superar la resistencia friccional se aumenta. Del mismo modo, en el diseño de equipo de intercambio de calor es necesario establecer un equilibrio entre la ganancia en las tasas de transferencia de calor logradas por el uso de conductos con áreas de sección transversal pequeñas y el aumento consiguiente en las demandas de bombeo.

En la figura 6.17 se muestra el efecto de la rugosidad superficial en el coeficiente de fricción. Se observa que el coeficiente de fricción aumenta de manera apreciable con la rugosidad relativa, definida como la relación de la altura prome-

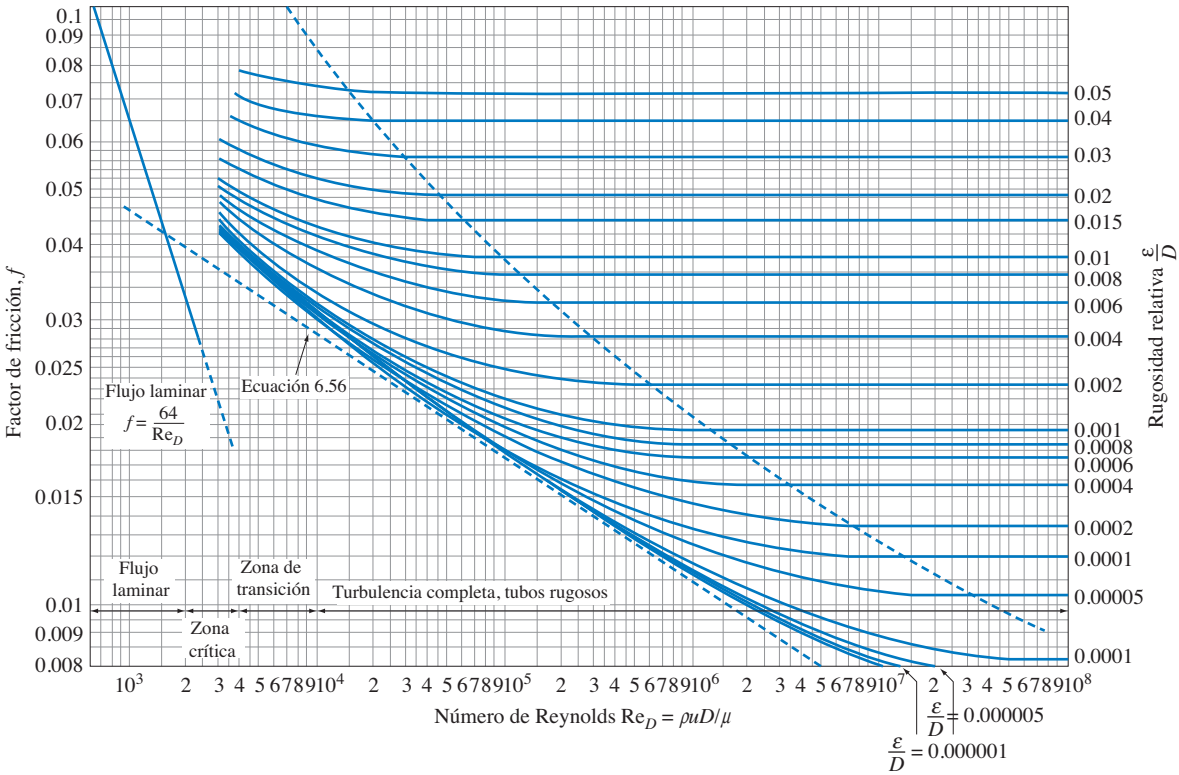


FIGURA 6.17 Factor de fricción contra el número de Reynolds para flujo laminar y turbulento en tubos con varias rugosidades superficiales.

Fuente: Cortesía de L. F. Moody, "Friction Factor for Pipe Flow", Trans. ASME, vol. 66, 1944.

dio de las asperezas ε con el diámetro D. De acuerdo con la ecuación (6.55), se esperaría que haciendo áspera la superficie, lo que aumenta el coeficiente de fricción, además aumenta la conductancia por conducción. Experimentos realizados por Cope [28] y Nunner [29] concuerdan cualitativamente con esta predicción, pero se requiere un aumento considerable en la rugosidad superficial para mejorar la tasa de transferencia de calor de manera apreciable. Como un aumento en la rugosidad superficial causa un aumento sustancial en la resistencia friccional, para la misma caída de presión, la tasa de transferencia de calor obtenida de un tubo liso es mayor que para uno rugoso en flujo turbulento.

En la figura 6.18 se resumen las mediciones de Dipprey y Sabersky [30] en tubos con rugosidad artificial con granos de arena. Donde el número de Stanton está trazado contra el número de Reynolds para varios valores de la relación de rugosidad ε/D. La línea recta inferior es para tubos lisos. A números de Reynolds pequeños, St tiene el mismo valor de Re al cual el coeficiente de transferencia de calor comienza a mejorar con el aumento en el número de Reynolds. Pero para cada valor de ε/D, el número de Stanton alcanza un máximo y, con un aumento adicional en el número de Reynolds, comienza a disminuir.

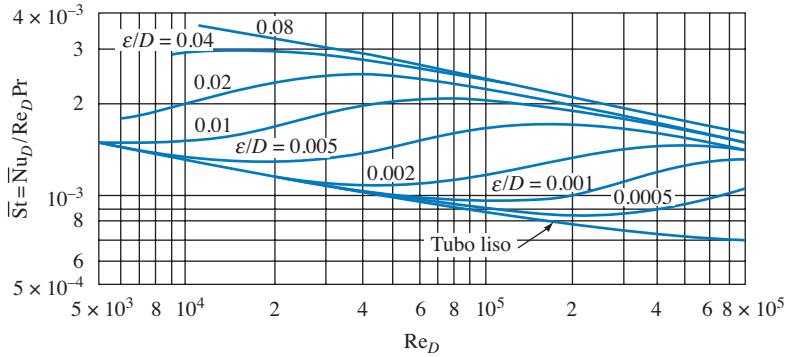


FIGURA 6.18 Transferencia de calor en tubos con rugosidad artificial, $\overline{St}$ contra Re para varios valores de ε/D de acuerdo con Dipprey y Sabersky [30].

Fuente: Cortesía de T. von Karman, "The Analogy between Fluid Friction and Heat Transfer", Trans. ASME, vol. 61, p. 705, 1939.

6.5 Correlaciones empíricas para la convección forzada turbulenta

La analogía de Reynolds presentada en la sección anterior se amplió de manera semianalítica a fluidos con números de Prandtl mayores que la unidad en las referencias [31-34] y a metales líquidos con números de Prandtl muy pequeños en [31], pero los fenómenos de la convección forzada turbulenta son tan complejos que en la práctica se utilizan correlaciones empíricas en el diseño en ingeniería.

6.5.1 Conductos y tubos

La ecuación de Dittus-Boelter [35] amplía la analogía de Reynolds a fluidos con números de Prandtl entre 0.7 y 160 multiplicando el lado derecho de la ecuación (6.58) por un factor de corrección de la forma Pr^n:

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^n \tag{6.60}$$

donde

$$n = \begin{cases} 0.4 & \text{para calentamiento } (T_s > T_b) \\ 0.3 & \text{para enfriamiento } (T_s < T_b) \end{cases}$$

Con todas las propiedades en esta correlación evaluadas a la temperatura global T_b, la ecuación (6.60) se ha confirmado de manera experimental hasta dentro de $\pm 25\%$ para temperatura uniforme de la pared así como para condiciones de flujo de calor uniforme dentro de los intervalos de los parámetros siguientes:

$$0.5 < Pr < 120$$

$$6\,000 < Re_D < 10^7$$

$$60 < (L/D)$$

Como en esta correlación no se toman en cuenta las variaciones de las propiedades físicas debidas al gradiente de temperatura en una sección transversal dada, se debe utilizar sólo para situaciones con diferencias de temperatura moderadas ($T_s - T_b$).

En situaciones en las que existen variaciones significativas de las propiedades debidas a una diferencia de temperatura grande ($T_s - T_b$), se recomienda emplear una correlación desarrollada por Sieder y Tate [16]:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.027 \mathrm{Re}_D^{0.8} \mathrm{Pr}^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{0.14} \tag{6.61}$$

En la ecuación (6.61) todas las propiedades, excepto μ_s, se evalúan a la temperatura global. La viscosidad μ_s se evalúa a la temperatura de la pared. La ecuación (6.61) es apropiada para una temperatura de pared uniforme y flujo térmico uniforme en siguiente el intervalo de condiciones:

$$0.7 < \mathrm{Pr} < 10\,000$$
$$6\,000 < \mathrm{Re}_D < 10^7$$
$$60 < (L/D)$$

Para tomar en cuenta la variación en las propiedades físicas debidas al gradiente de temperatura en la dirección del flujo, las temperatura superficial y global deben ser los valores a la mitad entre la entrada y salida del conducto. Para conductos con secciones transversales no circulares, las ecuaciones (6.60) y (6.61) se pueden utilizar si el diámetro D se remplaza por el diámetro hidráulico D_H.

Kays y London [17] propusieron una correlación similar a la ecuación (6.61), pero restringida a gases para conductos largos:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = C \mathrm{Re}_{D_H}^{0.8} \mathrm{Pr}^{0.3} \left(\frac{T_b}{T_s} \right)^n \tag{6.62}$$

donde todas las propiedades se basan en la temperatura global T_b. La constante C y el exponente n son:

$$C = \begin{cases} 0.020 & \text{para temperatura superficial uniforme } T_s \\ 0.020 & \text{para flujo térmico uniforme } \mathrm{q}_s'' \end{cases}$$

$$n = \begin{cases} 0.020 & \text{para calentamiento} \\ 0.150 & \text{para enfriamiento} \end{cases}$$

Petukhov y Popov [38] y Sleicher y Rouse [37] propusieron correlaciones empíricas complejas. Sus resultados se muestran en la tabla 6.3, donde se presentan cuatro ecuaciones de correlación empíricas de uso común por los ingenieros para predecir el coeficiente de transferencia de calor para convección forzada turbulenta en tubos circulares lisos y largos. Un estudio experimental cuidadoso con agua caliente en tubos lisos a números de Prandtl de 6.0 y 11.6 demostró que las correlaciones de Petukhov-Popov y Sleicher-Rouse concuerdan con los datos en un intervalo del número de Reynolds entre 10 000 y 100 000 hasta dentro de ±5%, en tanto que las correlaciones de Dittus-Boelter y de Sieder-Tate, populares entre los ingenieros especialistas en transferencia de calor, predijeron los datos en valores menores de 5 y 15% [38]. En la figura 6.19 se muestra una comparación de estas ecuaciones con datos experimentales en Pr = 6.0 (agua a 26.7 °C). El ejemplo siguiente ilustra cómo utilizar algunas de estas correlaciones empíricas.

TABLA 6.3 Correlaciones de transferencia de calor para líquidos y gases en flujo incompresible a través de tubos y conductos

Nombre (referencia)	Fórmula[a]	Condiciones	Ecuación
Dittus-Boelter [35]	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.23\mathrm{Re}_D^{0.8}\mathrm{Pr}^n$	$0.5 < \mathrm{Pr} < 120$	(6.60)
	$n\begin{cases} = 0.4 \text{ para calentamiento} \\ = 0.3 \text{ para enfriamiento} \end{cases}$	$6\,000 < \mathrm{Re}_D < 10^7$	
Sieder-Tate [16]	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.027\mathrm{Re}_D^{0.8}\mathrm{Pr}^{0.3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}$	$6\,000 < \mathrm{Re}_D < 10^7$ $0.7 < \mathrm{Pr} < 10^4$	(6.61)
Petukhov-Popov [36]	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \dfrac{(f/8)\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr}}{K_1 + K_2(f/8)^{1/2}(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)}$	$0.5 < \mathrm{Pr} < 2\,000$ $10^4 < \mathrm{Re}_D < 5 \times 10^6$	(6.63)
	donde $f = (1.82 \log_{10} \mathrm{Re}_D - 1.64)^{-2}$ $K_1 = 1 + 3.4f$ $K_2 = 11.7 + \dfrac{1.8}{\mathrm{Pr}^{1/3}}$		
Sleicher-Rouse [37]	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 5 + 0.015\mathrm{Re}_D^a\mathrm{Pr}_s^b$	$0.1 < \mathrm{Pr} < 10^5$ $10^4 < \mathrm{Re}_D < 10^6$	(6.64)
	donde $a = 0.88 - \dfrac{0.24}{4 + \mathrm{Pr}_s}$ $b = 1/3 + 0.5e^{-0.6\mathrm{Pr}_s}$		

[a]Todas las propiedades se evaluaron a la temperatura global del fluido, excepto donde se indique lo contrario. Los subíndices *b* y *s* denotan temperaturas global y superficial, respectivamente.

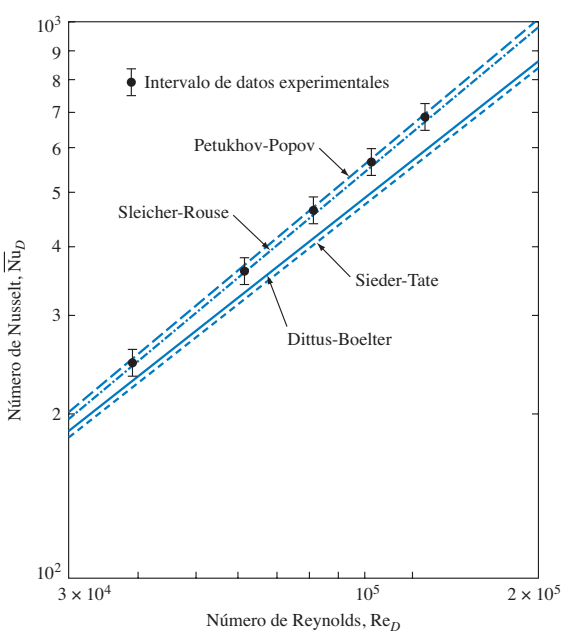


FIGURA 6.19 Comparación del número de Nusselt pronosticado y medido para flujo turbulento de agua en un tubo (26.7 °C; Pr = 6.0).

EJEMPLO 6.5 Determinar el número de Nusselt para flujo de agua a una velocidad de 10 ft/s en la región anular formada entre un tubo de 1 in de diámetro exterior y un tubo de 1.5 in de diámetro interior, como se muestra en la figura 6.20. El agua está a 180 °F y en proceso de enfriamiento. La temperatura de la pared interior es 100 °F y la pared exterior de la región anular está aislada. Ignore los efectos de entrada y compare los resultados obtenidos con las cuatro ecuaciones de la tabla 6.3. Las propiedades del agua se dan a continuación en unidades de ingeniería.

T (°F)	*m* (lb_m/h ft)	*k* (Btu/h ft °F)	*r* (lb_m/ft^3)	*c* (Btu/lb_m °F)
100	1.67	0.36	62.0	1.0
140	1.14	0.38	61.3	1.0
180	0.75	0.39	60.8	1.0

SOLUCIÓN El diámetro hidráulico D_H para esta geometría es 0.5 m. El número de Reynolds basado en el diámetro hidráulico y en las propiedades a la temperatura global es

$$\mathrm{Re}_{D_H} = \frac{\rho \bar{U} D_H}{\mu} = \frac{(10\,\mathrm{ft/s})(0.5/12\,\mathrm{ft})(60.8\,\mathrm{lb_m/ft^3})(3\,600\mathrm{s/h})}{0.75\,\mathrm{lb_m/h\,ft}}$$

$$= 125\,000$$

El número de Prandtl es

$$\mathrm{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{(1.0\,\mathrm{Btu/lb_m\,°F})(0.75\,\mathrm{lb_m/h\,ft})}{(0.39\,\mathrm{Btu/h\,ft\,°F})} = 1.92$$

El número de Nusselt de acuerdo con la correlación de Dittus-Boelter [ecuación 6.60)] es

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = 0.023\,\mathrm{Re}_{D_H}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{0.3} = (0.023)(11\,954)(1.22) = 334$$

Utilizando la correlación de Sieder-Tate [ecuación (6.61)], se obtiene

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = 0.27\mathrm{Re}_{D_H}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{0.3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

$$= (0.027)(11\,954)(1.24)\left(\frac{0.75}{1.67}\right)^{0.14} = 358$$

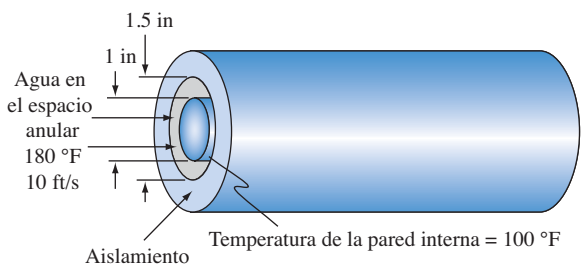


FIGURA 6.20 Diagrama esquemático de la región anular para enfriamiento de agua del ejemplo 6.5.

La correlación de Petukhov-Popov [ecuación (6.63)] da

$$f = (1.82 \log_{10}\mathrm{Re}_{D_H} - 1.64)^{-2} = (9.276 - 1.64)^{-2} = 0.01715$$

$$K_1 = 1 + 3.4f = 1.0583$$

$$K_2 = 11.7 + \frac{1.8}{\mathrm{Pr}^{0.33}} = 13.15$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = \frac{f\,\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}/8}{K_1 + K_2(f/8)^{1/2}(\mathrm{Pr}^{0.67} - 1)}$$

$$= \frac{(0.01715)(125\,000)(1.92/8)}{1.0583 + (13.15)(0.01715/8)^{1/2}(0.548)} = 370$$

Con la correlación de Sleicher-Rouse [ecuación (6.64)] se obtiene

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = 5 + 0.015\mathrm{Re}_D^a\mathrm{Pr}_s^b$$

$$a = 0.88 - \frac{0.24}{4 + 4.64} = 0.88 - 0.0278 = 0.852$$

$$b = \frac{1}{3} + \frac{0.5}{e^{0.6\,\mathrm{Pr}_s}} = 0.333 + \frac{0.5}{16.17} = 0.364$$

$$\mathrm{Re}_D = 82\,237$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = 5 + (0.015)(82\,237)^{0.852}(4.64)^{0.364}$$

$$= 5 + (0.015)(15\,404)(1.748) = 409$$

Suponiendo que la respuesta correcta es $\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H}$=370, las primeras dos correlaciones predicen valores menores de $\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H}$ en aproximadamente 10 y 3.5%, respectivamente, en tanto que el método de Sleicher-Rouse predice un valor mayor en aproximadamente 10.5%.

Se debe observar que en general, las temperaturas superficial y de película no se conocen, por tanto, el uso de la ecuación (6.64) requiere una iteración para diferencias de temperatura grandes. La dificultad principal al aplicar la ecuación (6.63) para condiciones con propiedades cambiantes es que el factor de fricción f se puede afectar por calentamiento o enfriamiento hasta un punto desconocido. Así pues, para tomar en cuenta los efectos de las propiedades variables en la sección transversal del flujo, debidos a una diferencia de temperatura significativa entre la superficie del tubo y global del fluido, es común que se utilice un factor de corrección. Éste suele estar en forma de una relación de la viscosidad global con respecto a la correspondiente a la superficie o una relación de temperatura elevada a alguna potencia, dependiendo de si el fluido se calienta o se enfría en el tubo; en las ecuaciones (6.61) y (6.62) se dan dos ejemplos.

Para gases y líquidos que fluyen en tubos circulares cortos ($2 < L/D < 60$) con entradas contraídas abruptamente, la configuración de la entrada es la de mayor interés en el diseño de intercambiadores de calor, el efecto de entrada para números de Reynolds correspondientes a flujo turbulento se vuelve importante [40]. Un análisis

teórico extenso de la transferencia de calor y la caída de presión en las regiones de entrada de tubos lisos se da en la referencia [41] y una encuesta completa de resultados experimentales para varios tipos de condiciones de entrada se da en la [40].

Sin embargo, la correlación de uso más común y ampliamente aceptada en la práctica actual para flujos turbulentos en tubos circulares y la que toma en cuenta tanto los efectos de las propiedades variables como la longitud de la entrada es la correlación de Gnielinski [42]. Es una modificación de la ecuación de Petukhov y Popov [36] y es válida para los regímenes de flujo de transición y turbulento completamente desarrollado ($2\,300 \leq \mathrm{Re}_D \leq 5 \times 10^6$) así como para una gran variedad de fluidos ($0.5 < \mathrm{Pr} \leq 200$) y se expresa como sigue:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \frac{(f/8)(\mathrm{Re}_D - 1000)\,\mathrm{Pr}}{1 + 12.7(f/8)^{1/2}(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)}\left[1 + (D/L)^{2/3}\right]K \tag{6.65}$$

donde

$$K = \begin{cases} (\mathrm{Pr}_b/\mathrm{Pr}_s)^{0.11} & \text{para líquidos} \\ (T_b/T_s)^{0.45} & \text{para gases} \end{cases}$$

y el factor de fricción f se calcula a partir de la misma expresión utilizada en la correlación de Petukhov-Popov de la ecuación (6.65), como se muestra en la tabla 6.3. Observe que en lugar de una relación de la viscosidad, se utilizó la relación del número de Prandtl a temperaturas globales del fluido y de la superficie del tubo para tomar en cuenta los efectos de las propiedades variables. Este mismo factor de corrección también se puede emplear como un multiplicador para calcular f.

6.5.2 Conductos de forma no circular

En muchos intercambiadores de calor con frecuencia se utilizan pasajes de flujos rectangulares, ovales, trapezoidales y anulares concéntricos, entre otros. Algunos ejemplos incluyen intercambiadores de calor de placa-aletas, de tubo oval-aletas y de doble tubo. La práctica de aceptación general en la mayoría de esos casos, con un buen grado de precisión según verificaciones con datos experimentales [43], es utilizar las correlaciones para tubo circular con todas las dimensiones variables basadas en el diámetro hidráulico para estimar tanto el coeficiente de transferencia de calor como el factor de fricción en flujos turbulentos. Por tanto, se podría emplear cualquiera de las correlaciones que se dan en la tabla 6.3, aunque la recomendación más popular en muchos manuales es la correlación de Gnielinski de la ecuación (6.65).

La excepción a esta regla es el caso de flujos turbulentos en regiones anulares concéntricas donde las curvaturas de los diámetros interior y exterior, o D_i y D_o, tienden a tener un efecto en el comportamiento convectivo, en particular cuando la relación (D_i/D_o) es pequeña [44, 45]. Con base en datos experimentales y en un análisis ampliado [44], se propone la correlación siguiente:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = \overline{\mathrm{Nu}}_c\left[1 + \{0.8(D_i/D_o)^{-0.16}\}^{15}\right]^{1/15} \tag{6.66}$$

donde $\overline{\mathrm{Nu}}_c$ se calcula con la ecuación (6.65), de nuevo utilizando el diámetro hidráulico de la sección transversal de la región anular, $D_H = (D_o - D_i)$, como la escala de longitud. El efecto de la curvatura de la pared del conducto, representado por la relación de diámetros utilizada en la ecuación (6.66) es una forma modificada del factor de corrección considerado por Petukhov y Roizen [45]. Además, si en el análisis se tienen que incluir los efectos de las variaciones de las

propiedades del fluido dependientes de la temperatura en la sección transversal, entonces el mismo factor de corrección K recomendado en la ecuación (6.65) se puede emplear para líquidos y gases, como puede ser el caso.

6.5.3 Metales líquidos

Los metales líquidos se han empleado como medios de transferencia de calor debido a que tienen ciertas ventajas sobre otros líquidos comunes utilizados para fines de transferencia de calor. Los metales líquidos, como el sodio, mercurio, plomo y aleaciones de plomo-bismuto, tienen puntos de fusión relativamente bajos y combinan altas densidades con presiones de vapor bajas a altas temperaturas así como con conductividades térmicas grandes, que varían de 10 a 100 W/m K. Estos metales se pueden emplear en intervalos grandes de temperaturas, tienen una capacidad térmica grande por volumen unitario y también tienen coeficientes de transferencia de calor por convección grandes. Son especialmente adecuados para su uso en plantas de energía nuclear, donde se liberan grandes cantidades de calor que se deben remover de un volumen pequeño. Los metales líquidos presentan algunas dificultades de seguridad en su manejo y bombeo, pero el desarrollo de bombas electromagnéticas ha eliminado algunos de estos problemas.

Incluso en una corriente altamente turbulenta, el efecto de los remolinos en metales líquidos es de importancia secundaria comparada con la conducción. El perfil de temperatura se establece mucho más rápido que el perfil de velocidad. Para aplicaciones comunes, la suposición de un perfil de velocidad uniforme (denominado "flujo en trozos") puede dar resultados satisfactorios, aunque la evidencia experimental es insuficiente para una evaluación cuantitativa de la desviación posible de la solución analítica para el flujo en trozos. Por tanto, las ecuaciones empíricas para gases y líquidos no son válidas. Existen varios análisis teóricos para la evaluación del número de Nusselt, pero aún existen algunas discrepancias inexplicables entre muchos de los datos experimentales y los resultados analíticos. Esas diferencias se pueden observan en la figura 6.21, donde los números de Nusselt medidos experimentalmente para el calentamiento de mercurio en tubos largos se comparan con el análisis de Martinelli [2].

Lubarsky y Kaufman [46] determinaron que la relación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.625(\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})^{0.4} \tag{6.67}$$

correlaciona empíricamente la mayoría de los datos que aparecen en la figura 6.21, pero la banda de error resultó sustancial. Los puntos en la figura 6.21 que se encuentran debajo del promedio se considera que se obtuvieron en sistemas donde el metal líquido no humedeció la superficie. Sin embargo, a la fecha no se ha llegado a conclusiones finales con respecto al efecto del humedecimiento.

Según Skupinski y colaboradores [47], el número de Nusselt para metales líquidos que fluyen en tubos lisos se puede obtener a partir de

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 4.82 + 0.0185(\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})^{0.827} \tag{6.68}$$

si el flujo de calor es uniforme en el intervalo $\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr} > 100$ y $L/D > 30$, con todas las propiedades evaluadas a la temperatura global.

De acuerdo con una investigación de la región de entrada térmica para flujo turbulento de un metal líquido en un tubo con flujo de calor uniforme, el número

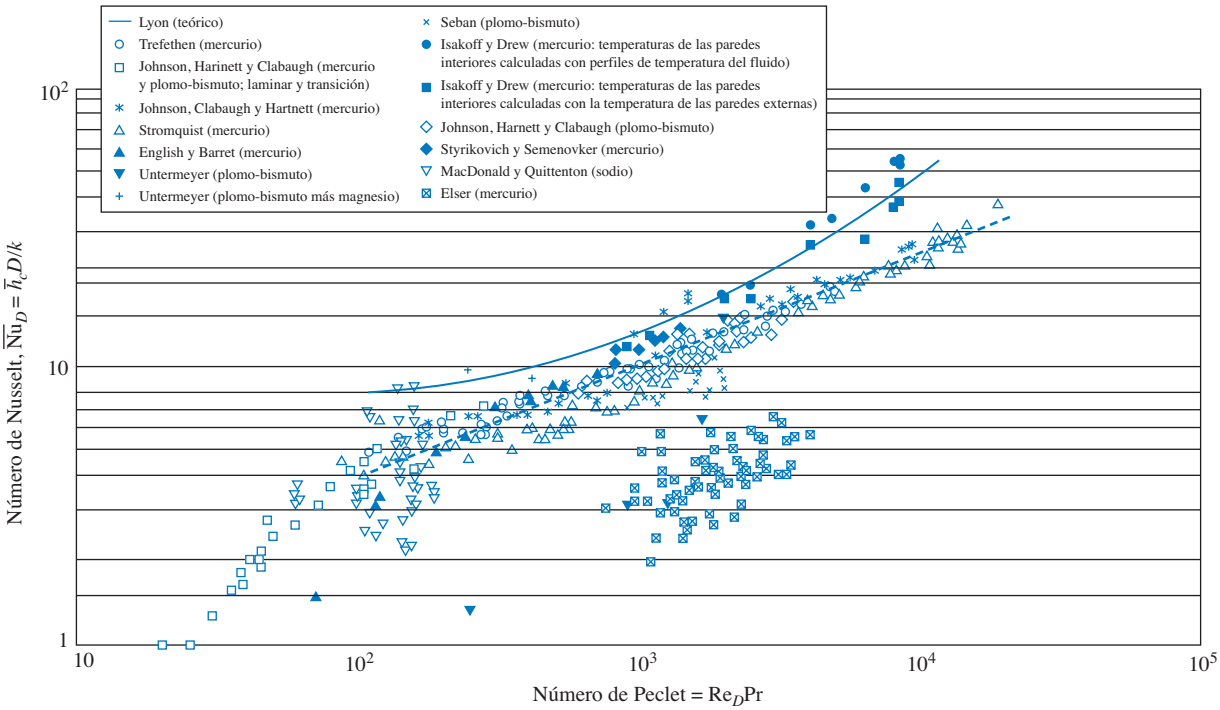


FIGURA 6.21 Comparación de los números de Nusselt medidos y estimados para metales líquidos calentados en tubos largos con flujo de calor uniforme.

Fuente: Cortesía del National Advisory Committee for Aeronautics, NACA TN 3363.

de Nusselt depende sólo del número de Reynolds cuando $\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr} < 100$. Para estas condiciones, Lee [48] determinó que la ecuación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 3.0\mathrm{Re}_D^{0.0833} \tag{6.69}$$

ajusta bien los datos y el análisis. La convección en las regiones de entrada para fluidos con números de Prandtl pequeños también se ha investigado analíticamente por Deissler [41] y los datos experimentales que apoyan su análisis se resumen en las referencias [49] y [50]. En flujo turbulento, la longitud de entrada térmica $(L/D_H)_{\text{entrada}}$ es aproximadamente de 10 diámetros equivalentes cuando el perfil de velocidad ya está desarrollado y de 30 diámetros equivalentes cuando se desenvuelve simultáneamente con el perfil de temperatura.

Para una temperatura superficial constante los datos se correlacionan, según Seban y Shimazaki [51], mediante la ecuación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 5.0 + 0.025(\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})^{0.8} \tag{6.70}$$

en el intervalo $\mathrm{RePr} > 100$, $L/D > 30$.

EJEMPLO 6.6 Un metal líquido fluye a razón de 3 kg/s a través de un tubo de 5 cm de diámetro interior con flujo de calor constante en un reactor nuclear. El fluido a 473 K tiene que calentarse y la pared del tubo está a 30 K arriba de la temperatura del fluido. Determine la longitud del tubo necesaria para un aumento de 1 K en la temperatura de la masa del fluido, utilizando las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}\rho &= 7.7 \times 10^3\ \text{kg/m}^3\\ \nu &= 8.0 \times 10^{-8}\ \text{m}^2/\text{s}\\ c_p &= 130\ \text{J/kg K}\\ k &= 12\ \text{W/mK}\\ \text{Pr} &= 0.011\end{aligned}$$

SOLUCIÓN La tasa de transferencia de calor por aumento unitario de temperatura es

$$q = \dot{m}c_p\,\Delta T = (3.0\,\text{kg/s})(130\,\text{J/kg K})(1\,\text{K}) = 390\,\text{W}$$

El número de Reynolds es

$$\begin{aligned}\text{Re}_D = \frac{\dot{m}D}{\rho A \nu} &= \frac{(3\,\text{kg/s})(0.05\,\text{m})}{(7.7 \times 10^3\,\text{kg/m}^3)[\pi(0.5\,\text{m})^2/4](8.0 \times 10^{-8}\text{m}^2/\text{s})}\\ &= 1.24 \times 10^5\end{aligned}$$

El coeficiente de transferencia de calor se obtiene con la ecuación (6.67):

$$\begin{aligned}\bar{h}_c &= \left(\frac{k}{D}\right)0.625(\text{Re}_D\text{Pr})^{0.4}\\ &= \left(\frac{12\,\text{W/m K}}{0.05\,\text{m}}\right)0.625[(1.24 \times 10^5)(0.011)]^{0.4}\\ &= 2\,692\text{W/m}^2\,\text{K}\end{aligned}$$

El área superficial requerida es

$$\begin{aligned}A = \pi DL &= \frac{q}{\bar{h}_c(T_s - T_b)}\\ &= \frac{390}{(2\,692\text{W/m}^2\,\text{K})(30\ \text{K})}\\ &= 4.83 \times 10^{-3}\,\text{m}^2\end{aligned}$$

Por último, la longitud requerida es

$$\begin{aligned}L = \frac{A}{\pi D} &= \frac{4.83 \times 10^{-3}\,\text{m}}{(\pi)(0.05\,\text{m})}\\ &= 0.0307\,\text{m}\end{aligned}$$

6.6 Optimización de la transferencia de calor y enfriamiento de dispositivos electrónicos

6.6.1 Optimización de la convección forzada en el interior de tubos

La necesidad de aumentar el desempeño de la transferencia de calor de intercambiadores de calor para reducir el consumo de energía y material, así como el impacto asociado en la degradación medioambiental, ha conducido al desarrollo y aplicación de muchas técnicas de *optimización* de transferencia de calor [52-54]. Se ha desarrollado una variedad de métodos que se caracterizan como técnicas pasivas o bien activas. La característica principal que las distingue es que la primera, a diferencia de los métodos activos, no requiere una entrada adicional de potencia externa que no sea la necesaria para el movimiento de los fluidos. Las técnicas pasivas por lo general consisten en una modificación geométrica o material de la superficie de transferencia de calor primaria y entre algunos ejemplos se incluyen las superficies con aletas, los insertos en tubos que producen un flujo arremolinado y los tubos arrollados, entre otros [52-54].

El objetivo de la optimización de la convección forzada es aumentar la tasa de transferencia de calor q_c, que se expresa mediante la ecuación de velocidad siguiente:

$$q_c = \bar{h}_c A \Delta T$$

Por tanto, para una diferencia de temperatura fija ΔT, al incrementar el área superficial A (como se hizo en el caso de tubos con aletas), o el coeficiente de transferencia de calor por convección $\bar{h}_c$ alterando el movimiento del fluido (como se produce por insertos para flujo arremolinado en tubos), o los dos (como es el caso al utilizar tubos arrollados o aletas helicoidales, acanaladas y de otros tipos), la tasa de transferencia de calor q se puede aumentar. Sin embargo, existe un aumento en la caída de presión asociada debida a pérdidas friccionales mayores; la analogía entre la transferencia de calor y de la cantidad de movimiento analizada en la sección 6.4 y alguna forma de relación interconectada entre las dos sugiere este resultado. La evaluación consecuente de cualquier optimización de la transferencia de calor requiere algún análisis extensivo basado en criterios de evaluación diferentes de cifras de mérito y los detalles de esa evaluación de desempeño se pueden encontrar en la referencia [52-54].

Tubos con aletas En aplicaciones de convección forzada de una fase, los tubos con aletas en la superficie interior, exterior o en las dos superficies se han utilizado durante mucho tiempo en intercambiadores de calor de tubo concéntrico y de coraza y tubos. Algunos ejemplos de tubos con aletas se muestran en las figuras 6.22 y 6.23. El enfoque del análisis en esta sección es sobre los tubos con aletas en su superficie interior. Aunque en la bibliografía sobre el tema se han reportado datos experimentales para varias geometrías diferentes y configuraciones de flujo, su análisis e interpretación para concebir correlaciones para el número de Nusselt y el factor de fricción han sido escasos. También se han realizado algunos estudios teóricos basados en simulaciones computacionales de flujos por convección forzada (tanto para régimen laminar como turbulento) en tubos con aletas. En estos estudios [53] se han abordado puntos como el del modelado de los efectos del tamaño de las aletas y del espesor junto con su geometría longitudinal (por ejemplo, aletas helicoidales o espirales).

Para flujos laminares dentro de tubos que tienen aletas rectas o espirales, basados en datos experimentales para flujos de aceites y empleando como escala de

FIGURA 6.22 Ejemplos comunes de tubos con aletas que se utilizan en intercambiadores de calor comerciales.

Fuente: F. W. Brökelmann Aluminiumwerk.

longitud el diámetro hidráulico D_H, Watkinson y colaboradores [55] proporcionaron las correlaciones siguientes para el factor de fricción isotérmico, que es común tanto para tubos con aletas rectas como con aletas en espiral:

$$f_{D_H} = \frac{65.6}{\mathrm{Re}_{D_H}} \left(\frac{D_H}{D_o} \right)^{1.4} \tag{6.71}$$

donde D_o es el diámetro del tubo "desnudo", es decir, el diámetro cuando se remueven todas las aletas. Para calcular el número de Nusselt, se han propuesto dos ecuaciones diferentes. Para tubos con aletas rectas, la ecuación es

$$\mathrm{Nu}_{D_H} = \frac{1.08 \times \log \mathrm{Re}_{D_H}}{N^{0.5}(1 + 0.01\,\mathrm{Gr}_{D_H}^{1/3})} \mathrm{Re}_{D_H}^{0.46}\,\mathrm{Pr}^{1/3} \left(\frac{L}{D_h} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_s}{\mu_b} \right)^{0.14} \tag{6.72}$$

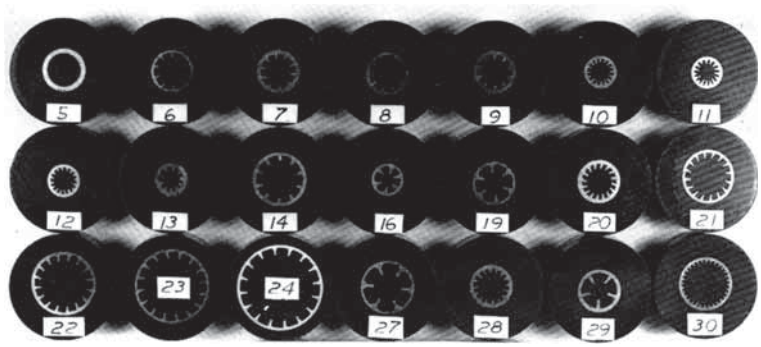


FIGURA 6.23 Perfiles de tubos con aletas internas

Fuente: "Cooling Air in Turbulent Flow with Internally Finned Tubes", T. C. Carnavos, Heat Transfer Eng., vol. 1, 1979, reimpresa con permiso del editor, Taylor & Francis Group, *http://www.informaworld.com*.

donde N es el número de aletas en la periferia del tubo. Para tubos con aletas espirales, es

$$\mathrm{Nu}_{D_H} = \frac{8.533 \times \log \mathrm{Re}_{D_H}}{(1 + 0.01\mathrm{Gr}_{D_H}^{1/3})} \mathrm{Re}_{D_H}^{0.26} \mathrm{Pr}^{1/3} \left(\frac{t}{p}\right)^{0.5} \left(\frac{L}{D_h}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu_s}{\mu_b}\right)^{0.14} \tag{6.73}$$

donde t es el espesor y p es el paso espiral de la aleta. Observe que aunque la corrección de la viscosidad dependiente de la temperatura se incluyó en las expresiones para el número de Nusselt, no se encuentra en el factor de fricción dado por la ecuación (6.71). Por supuesto, para condiciones de calentamiento o enfriamiento, f_{D_H} sería diferente que en condiciones isotérmicas, con fricción menor cuando el fluido se calienta y a la inversa mayor cuando se enfría. En esos casos, una buena aproximación en ingeniería se puede hacer incluyendo la corrección dada por las ecuaciones (6.44) y (6.45).

El desempeño de la transferencia de calor para el enfriamiento de aire en flujo turbulento con 21 tubos diferentes que tienen aletas internas integrales espirales y longitudinales (o rectas) lo estudió Carnavos [56]. Para los 21 perfiles de los tubos que se muestran en la figura 6.22, los datos de la transferencia de calor se correlacionaron dentro de ±6% a números de Reynolds entre 10^4 y 10^5 mediante la ecuación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = 0.023\mathrm{Re}_{D_H}^{0.8} \mathrm{Pr}^{0.4} \left(\frac{A_{fa}}{A_{fc}}\right)^{0.1} \left(\frac{A_n}{A_a}\right)^{0.5} (\sec \alpha)^3 \tag{6.74}$$

El factor de fricción f_{D_H} se correlacionó dentro de ±7% para todas las configuraciones, excepto la 11, 12 y 28 (consulte la figura 6.22) por medio de la relación

$$f_{D_H} = \frac{0.184}{\mathrm{Re}_{D_H}^{0.2}} \left(\frac{A_{fa}}{A_{fn}}\right)^{0.5} (\cos \alpha)^{0.5} \tag{6.75}$$

donde A_{fa} = área real de la sección transversal del flujo libre
A_{fc} = área del flujo del núcleo abierto dentro de las aletas
A_a = área real de transferencia de calor
A_n = área nominal de transferencia de calor basada en el diámetro interior del tubo sin aletas
α = ángulo de la hélice para aletas espirales
A_{fn} = área nominal de flujo basada en el diámetro interior del tubo sin aletas

Para aplicar estas correlaciones, todas las propiedades físicas se deben basar en la temperatura promedio de la masa.

Insertos de cinta torcida Un dispositivo efectivo y muy utilizado para mejorar el coeficiente de transferencia de calor de un flujo de una fase es el inserto de cinta torcida, que se ha demostrado que aumenta el coeficiente de transferencia de calor de manera sustancial con un aumento en la caída de presión relativamente pequeña [57]. Con frecuencia se utiliza en un nuevo diseño de un intercambiador de calor tal que, para un trabajo de calor especificado, se puede lograr una reducción significativa en su tamaño. También se emplea en el reacondicionamiento de intercambiadores de calor de coraza y tubos para actualizar sus cargas de calor. La facilidad con la que se pueden colocar paquetes de tubos con insertos de cinta torcida y su remoción, como se representa en la figura 6.24, los hace muy útiles en aplicaciones donde se pueda tener ensuciamiento y donde se pueda requerir la limpieza frecuente en el lado del tubo.

Las rasgos geométricos de una cinta torcida, como se muestra en la figura 6.24*b*), se describen por el paso de giro de 180° H, por el espesor de la cinta δ y por el ancho

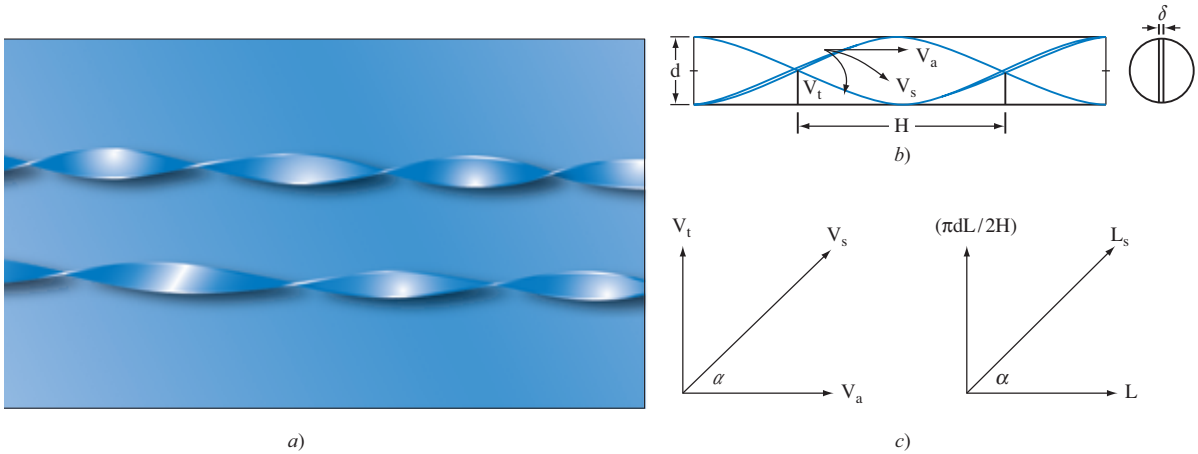


FIGURA 6.24 Insertos de cinta torcida: *a*) aplicación común en un intercambiador de calor de coraza y tubos; *b*) rasgos geométricos característicos, y *c*) representación de la velocidad de flujo en torbellinos inducido por la cinta y longitud del flujo helicoidal junto con sus componentes respectivas [53, 57].

de la cinta d (que suele ser aproximadamente igual al diámetro interior del tubo D en cintas de ajuste sin holgura a apretado). La severidad del giro de la cinta está dada por la relación de giro adimensional y ($= H/D$), y dependiendo del diámetro del tubo y del material de la cinta, se pueden emplear insertos con una relación de giro muy pequeña. Cuando se colocan dentro de un tubo circular, el campo de flujo se altera de varias maneras diferentes: se incrementan la velocidad axial y el perímetro mojado debido al bloqueo y a la división de la sección transversal, aumenta la longitud efectiva del flujo en el conducto dividido helicoidalmente torcido y la circulación o torbellino secundario del fluido inducida por la curvatura helicoidal. Sin embargo, el mecanismo más dominante es la generación de torbellinos, que se puede medir a escala en condiciones de flujo laminar mediante un parámetro de torbellinos adimensional [58] definido como

$$\mathrm{Sw} = \frac{\mathrm{Re}_s}{\sqrt{y}} \tag{6.76}$$

donde

$$\mathrm{Re}_s = \rho V_s D/\mu \qquad V_s = (G/\rho)\left[1 + (\pi/2y)^2\right]^{1/2} \qquad G = \dot{m}/(\pi D^2/4) - 2\delta \tag{6.77}$$

Con base en esta medición a escala del comportamiento de los torbellinos en el régimen de flujo laminar, Manglik y Bergles [58] desarrollaron la siguiente correlación para el factor de fricción isotérmico de Fanning:

$$C_{f,s} = \frac{15.767}{\mathrm{Re}_s}\left[\frac{\pi + 2 - 2(\delta/D)}{\pi - 4(\delta/D)}\right]^2 (1 + 10^{-6}\mathrm{Sw}^{2.55})^{1/6} \tag{6.78}$$

donde $C_{f,s}$ se basa en la velocidad efectiva de los torbellinos y en la longitud del flujo con torbellinos [(consulte la figura 6.24*c*)], o

$$C_{f,s} = \frac{g_c \Delta p D}{2\rho V_s^2 L_s} \qquad L_s = L\left[1 + \left(\frac{\pi}{2y}\right)^2\right]^{1/2} \tag{6.79}$$

Se ha determinado que esta correlación pronostica un conjunto grande de datos experimentales para un intervalo muy amplio de fluidos, condiciones de fluido ($0 \leq \mathrm{Sw} \leq 2\,000$) y geometría de la cinta ($1.5 \leq y \leq \infty$, $0.02 \leq (\delta/D) \leq 0.12$) hasta dentro de ±10% [59]. Para la transferencia de calor en flujo laminar dentro de tubos circulares dispuestos con una cina torcida y mantenidos a temperatura de pared uniforme o constante, Manglik y Bergles [58] propusieron la siguiente correlación:

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{Nu}}_D = 4.612\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}\Big[\Big\{\Big(1 + 0.0951\,\mathrm{Gz}^{0.894}\Big)^{2.5} \\ + 6.413 \times 10^{-9}\Big(\mathrm{Sw}\cdot \mathrm{Pr}^{0.391}\Big)^{3.835}\Big\}^2 \\ + 2.132 \times 10^{-14}\Big(\mathrm{Re}_D \cdot \mathrm{Ra}\Big)^{2.23}\Big]^{0.1}\end{aligned} \tag{6.80}$$

Nuevamente, para las condiciones más prácticas de calentamiento o enfriamiento, el factor de fricción dado por la ecuación (6.78) requiere un factor de corrección para tomar en cuenta las variaciones en las propiedades de los fluidos en la sección transversal del flujo del tubo y éste se puede tomar como

$$C_{f,\text{transferencia de calor}} = C_{f,\text{isotérmico}} \times \begin{cases} (\mu_b/\mu_w)^m & m = \begin{cases} 0.65 & \text{calentamiento de líquido} \\ 0.58 & \text{enfriamiento de líquido} \end{cases} \\ (T_b/T_w)^{0.1} & \text{para calentamiento/enfriamiento de gases} \end{cases} \tag{6.81}$$

En el régimen de flujo turbulento, la medición a escala de flujos con torbellinos debidos a insertos de cinta torcida con Sw se determinó que no es válida y en su lugar Manglik y Bergles [60] correlacionaron los datos para el factor de fricción isotérmico de Fanning como

$$C_f = \left(\frac{0.0791}{\mathrm{Re}_D^{0.25}}\right)\left(1 + \frac{2.752}{y^{1.29}}\right)\left[\frac{\pi}{\pi - (4\delta/D)}\right]^{1.75}\left[\frac{\pi + 2 - (2\delta/D)}{\pi - (4\delta/D)}\right]^{1.25} \tag{6.82}$$

Esta ecuación puede predecir los datos experimentales disponibles dentro de ±5% [57] y para corregir en condiciones de calentamiento/enfriamiento, se puede adoptar lo siguiente:

$$C_{f,\text{ transferencia de calor}} = C_{f,\text{ isotérmico}} \begin{cases} (\mu_b/\mu_s)^{0.35(d_h/d)} & \text{para líquidos} \\ (T_b/T_s)^{0.1} & \text{para gases} \end{cases} \tag{6.83}$$

Para transferencia de calor en flujo turbulento con $\mathrm{Re}_D \geq 10^4$, la correlación del número de Nusselt desarrollada por Manglik y Bergles [60] se expresa como

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.023\mathrm{Re}_D^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{0.4}\left[1 + \frac{0.769}{y}\right]\left[\frac{\pi + 2 - (2\delta/D)}{\pi - (4\delta/D)}\right]^{0.2} \\ \times \left[\frac{\pi}{\pi - (4\delta/D)}\right]^{0.8}\phi\end{aligned} \tag{6.84}$$

donde el factor de corrección de la relación de propiedades ϕ está dado por

$$\phi = (\mu_b/\mu_s)^n \text{ o } (T_b/T_s)^m$$

$$n = \begin{cases} 0.18 & \text{calentamiento de líquidos} \\ 0.30 & \text{enfriamiento de líquidos} \end{cases} \quad \text{y} \quad m = \begin{cases} 0.45 & \text{calentamiento de gases} \\ 0.15 & \text{enfriamiento de gases} \end{cases}$$

Se ha determinado [57, 60] que las predicciones a partir de esta ecuación describen un conjunto grande de datos experimentales para un intervalo amplio de relaciones de cinta torcida $(2 \leq y \leq \infty)$ hasta dentro de $\pm 10\%$ tanto para flujos turbulentos de gases como de líquidos en tubos circulares con insertos de cinta torcida.

Tubos enrollados Los tubos enrollados o serpentines se utilizan en equipo de intercambio de calor no sólo para aumentar el área de transferencia de calor por volumen unitario, sino también para optimizar el coeficiente de transferencia de calor del flujo dentro del tubo. La configuración básica se muestra en la figura 6.25. Como resultado de las fuerzas centrífugas, se establece un patrón de flujo secundario que consiste en dos vórtices perpendiculares a la dirección del flujo axial y el transporte de calor ocurrirá no sólo por difusión en la dirección radial, sino también por convección. La contribución de este transporte convectivo secundario domina el proceso global y optimiza la tasa de transferencia de calor por longitud unitaria de tubo comparada con un tubo recto de igual longitud.

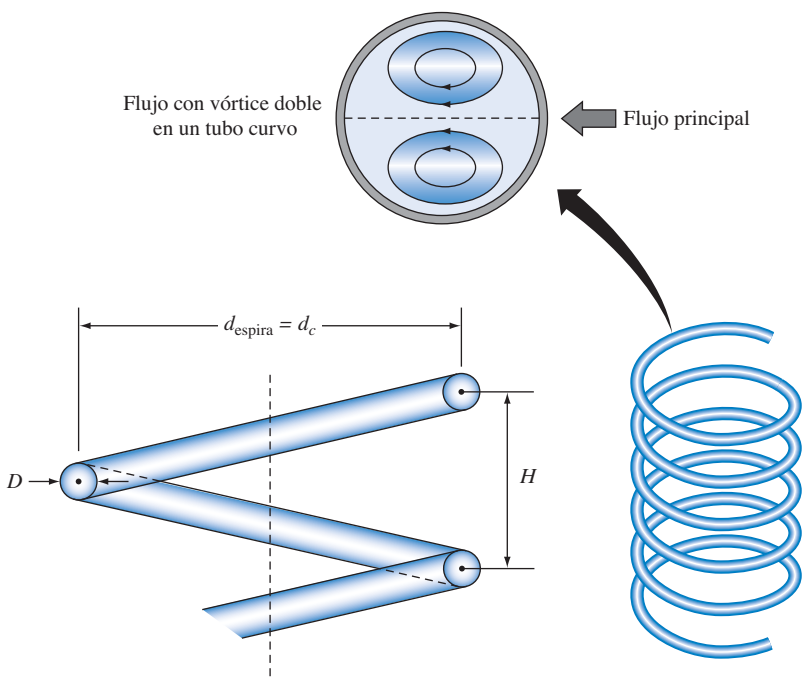


FIGURA 6.25 Diagrama esquemático que ilustra el flujo y la nomenclatura para transferencia de calor en tubos enrollados helicoidalmente.

La caracterización del flujo y el coeficiente de transferencia de calor por convección asociado en tubos enrollados se rigen por el número de Reynolds y por la relación del diámetro del tubo al diámetro de la espira, D/d_c. El producto de estos números adimensionales se denomina *número de Dean*, $\mathrm{De} \equiv \mathrm{Re}_D(D/d_c)^{1/2}$.

Se pueden distinguir tres regiones [61]: la región de números de Dean pequeños, $\mathrm{De} < 20$, en la que las fuerzas inerciales debidas al flujo secundario son insignificantes; la región de números de Dean intermedios, $20 < \mathrm{De} < 40$, donde las fuerzas inerciales debidas al flujo secundario equilibran las fuerzas viscosas y la región de números de Dean grandes, $\mathrm{De} > 40$, donde las fuerzas viscosas son significativas sólo en el límite cerca de la pared del tubo. Aunque varios investigadores han reportado correlaciones diferentes [53] para los factores de fricción isotérmicos en flujos con torbellinos completamente desarrollados en tubos enrollados, la siguiente ecuación propuesta por Manlapaz y Churchill [62] tal vez proporciona las predicciones más generalizadas para un intervalo amplio de condiciones geométricas y de operación de tubos arrollados que cubren las tres regiones de flujo con números de Dean:

$$f = \left(\frac{64}{\mathrm{Re}_D}\right)\left[\left(1 - \frac{0.18}{\left\{1 + (35/\mathrm{He})^2\right\}^{0.5}}\right)^m + \left(1 + \frac{D}{d_c}\right)^2\left(\frac{\mathrm{He}}{88.33}\right)\right]^{0.5} \tag{6.85}$$

donde

$$m = \begin{cases} 2 & \mathrm{De} < 20 \\ 1 & 20 < \mathrm{De} < 40, \text{ y } \mathrm{He} = \mathrm{De}\left[1 + (H/\pi d_c)^2\right]^{1/2} \\ 0 & \mathrm{De} > 40 \end{cases}$$

Aquí se puede observar que el número helicoidal (He, definido antes, que agrupa el número de Dean De, el diámetro de la espira d_c y el paso de la espira H) se reduce al número de Dean cuando $H = 0$ o $d_c \to \infty$, es decir, cuando se considera un tubo curvo simple.

Manlapaz y Churchill [62] también proponen dos expresiones separadas, pero similares para predecir números de Nusselt promedios en flujos laminares con torbellinos completamente desarrollados en espiras de tubos circulares mantenidos en las condiciones de frontera térmicas fundamentales. Para espiras con la pared del tubo con temperatura de pared uniforme,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \left[\left\{3.657 + \frac{4.343}{\left[1 + (957/\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{He}^2)\right]^2}\right\}^3 + 1.158\left\{\frac{\mathrm{He}}{[1 + (0.477/\mathrm{Pr})]}\right\}^{3/2}\right]^{1/3} \tag{6.86}$$

y para la condición de flujo de calor uniforme en la pared del tubo,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \left[\left\{ 4.364 + \frac{4.636}{[1 + (1342/\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{He})]^2} \right\}^3 + 1.816 \left\{ \frac{\mathrm{He}}{[1 + (1.15/\mathrm{Pr})]} \right\}^{3/2} \right]^{1/3} \tag{6.87}$$

Se ha demostrado que las estimaciones a partir de estas ecuaciones concuerdan con un conjunto de datos bastante grande de investigaciones experimentales diferentes [53].

Al igual que en el caso de flujos con torbellinos generados por insertos de cinta torcida, en general se ha determinado que el flujo dentro de tubos permanece en el régimen viscoso hasta un número de Reynolds mucho mayor que en un tubo recto [53, 63]. Los torbellinos o vórtices helicoidales tienden a suprimir el inicio de turbulencias y por consiguiente se retrasa la transición y para determinar el número crítico de Reynolds para la transición, la correlación siguiente propuesta por Srinivasan y colaboradores [63] es tal vez la que se cita con más frecuencia:

$$\mathrm{Re}_{D,\,\text{transición}} = 2\,100\left[1 + 12\sqrt{D/d_c}\right]^2, 10 < \left(d_c/D\right) < \infty \tag{6.88}$$

Para pronosticar los factores de fricción isotérmicos de Fanning para flujos turbulentos completamente desarrollados en tubos enrollados, Mishra y Gupta [64] desplegaron una correlación mediante la superposición de los efectos del flujo con torbellinos en flujos rectos que está dada por

$$C_f = \frac{0.079}{\mathrm{Re}_D^{0.25}} + 0.0075\left[\frac{D}{d_c\{1 + (H/\pi d_c)^2\}}\right]^{0.5} \tag{6.89}$$

Esta ecuación es válida para $\mathrm{Re}_{D,\text{transición}} < \mathrm{Re}_D < 10^5$, $6.7 < (d_c/D) < 346$ y $0 < (H/d_c) < 25.4$ y se ha demostrado que describe muy bien la base de datos de las obras correspondientes [53]. Para el régimen de flujo turbulento, Mori y Nakayama [65] sugieren que el número de Nusselt se puede correlacionar para flujos de gas ($\mathrm{Pr} \approx 1$) como

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \frac{\mathrm{Pr}}{26.2(\mathrm{Pr}^{2/3} - 0.074)}\mathrm{Re}_D^{4/5}\left(\frac{D}{d_c}\right)^{1/10}\left[1 + 0.098\left\{\mathrm{Re}_D\left(\frac{D}{d_c}\right)^2\right\}^{1/5}\right] \tag{6.90}$$

y para flujos de líquidos ($\mathrm{Pr} > 1$) como

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D \frac{\mathrm{Pr}^{0.4}}{41.0}\mathrm{Re}_D^{5/6}\left(\frac{D}{d_c}\right)^{1/12}\left[1 + 0.61\left\{\mathrm{Re}_D\left(\frac{D}{d_c}\right)^{2.5}\right\}^{1/6}\right] \tag{6.91}$$

En general, las ganancias de la optimización de la transferencia de calor al enrollar un tubo circular son menores en flujos turbulentos en comparación con el régimen laminar.

6.6.2 Enfriamiento por convección forzada de dispositivos electrónicos

Avances recientes en el diseño de circuitos integrados (CI) han resultado en CI que contienen el equivalente de millones de transistores en una área de aproximadamente 1 cm cuadrado. El gran número de circuitos en un CI permite que los diseñadores desarrollen una funcionalidad cada vez mayor en un espacio muy pequeño. Sin embargo, como cada transistor disipa potencia eléctrica en forma de calor, la integración a gran escala ha resultado en una demanda de enfriamiento mucho mayor para mantener los CI a su temperatura de operación requerida. Debido a la necesidad de un enfriamiento mejorado para esos dispositivos, recientemente ha surgido un gran interés en las obras de transferencia de calor sobre enfriamiento de dispositivos electrónicos. En esta sección, se analizan de manera breve algunos de los avances recientes en este campo que comprende la convección forzada dentro de conductos.

Un método muy común de utilización de los CI en un dispositivo electrónico es instalar un arreglo de varios de ellos en una tarjeta de circuitos impresos (PCB), como se muestra en la figura 6.26. Las señales de los CI se dirigen hacia el borde de la tarjeta, donde ésta dispone de un conector. Después la tarjeta se puede insertar en otra tarjeta de mayor tamaño. De esta manera, el ensamble y la reparación de un dispositivo que contiene muchas tarjetas se simplifican en gran medida. Un buen ejemplo de este tipo de configuración es una computadora personal, donde las tarjetas que contienen los circuitos para los controladores de discos, la memoria, el video, etc., están conectadas en la tarjeta de circuitos principal.

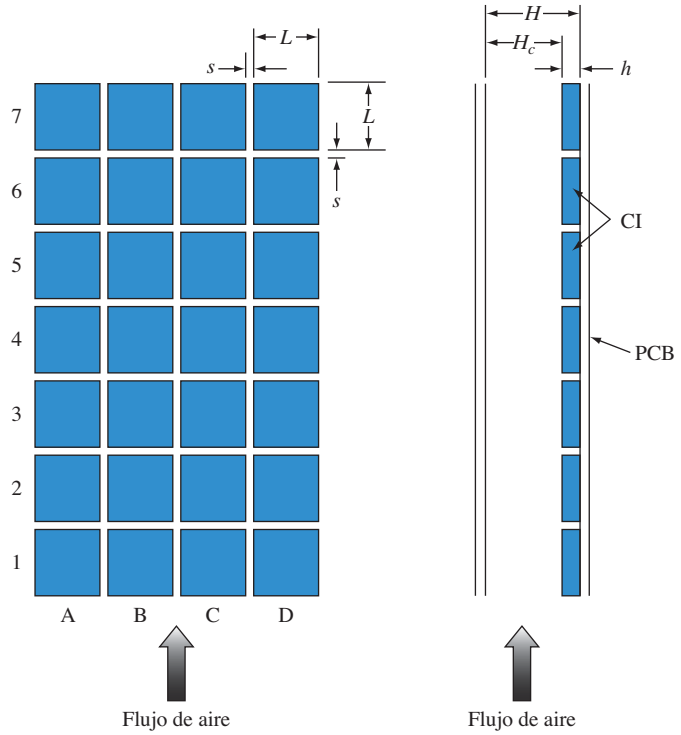


FIGURA 6.26 Arreglo de módulos de tamaño uniforme totalmente poblado.

Como las tarjetas están montadas en paralelo y se encuentran muy juntas unas de otras, forman un canal de flujo a través del cual se puede forzar aire frío. Este tipo de flujo en canal difiere en dos maneras del flujo en canales analizado antes en este capítulo. Primero, la longitud del canal en la dirección del flujo es muy pequeña comparada con el diámetro hidráulico del canal de flujo. Por tanto, los efectos de entrada son importantes, tal vez más que en la mayoría de las aplicaciones de flujo en canales. Segundo, como se puede observar en la figura 6.26, la superficie de la tarjeta no es lisa. Una superficie del canal está cubierta con los CI que por lo general tienen varios milímetros de espesor y están espaciados unos de otros varios milímetros.

Sparrow y colaboradores [66] investigaron las características de la transferencia de calor por convección forzada para esta geometría. Ellos estudiaron la transferencia de calor de un arreglo de CI cuadrados de 27 mm por lado y 10 mm de altura, montados en una tarjeta de circuitos impresos. El arreglo de CI contenía 17 CI en la dirección del flujo y 4 CI transversales de la dirección del flujo, con un espaciamiento de 6.7 mm entre los CI en el arreglo. El espaciamiento entre tarjetas adyacentes fue de 17 mm. Los resultados experimentales se muestran en la figura 6.27, donde el número de Nusselt, Nu_L, para cada CI se trazó como una función de su número de fila (ubicación desde la entrada del flujo de aire de enfriamiento hasta la tarjeta). La escala de longitud en el número de Nusselt es la longitud del CI y el número de Reynolds se basa en el espaciamiento, H_c, entre las tarjetas (consulte la figura 6.26). Los resultados muestran de manera clara el efecto de entrada. De la quinta fila en adelante, la transferencia de calor parece estar completamente desarrollada. En este régimen completamente desarrollado, los datos se correlacionaron mediante

$$\mathrm{Nu}_n = C\,\mathrm{Re}_{H_c}^{0.72} \tag{6.92}$$

donde

$C = 0.093$ en el intervalo $2\,000 \leq \mathrm{Re}_{H_c} \leq 7\,000$

$n =$ número de fila

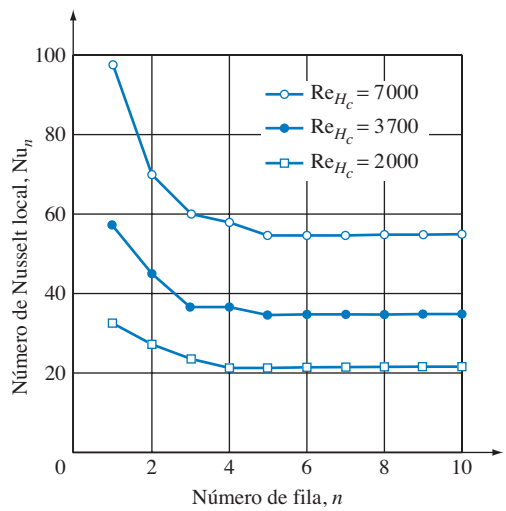


FIGURA 6.27 Número de Nusselt local para el arreglo totalmente poblado.

Fuente: Datos de Sparrow y colaboradores [66].

En el régimen $5\,000 < \mathrm{Re}_{H_c} < 17\,000$, el coeficiente C en la ecuación (6.79) varía con la rugosidad del canal de flujo, expresada por la altura de los CI, h, como se muestra a continuación:

h (mm)	C
5	0.0571
7.5	0.0503
10	0.0602

En muchas tarjetas, los arreglos de CI no necesariamente se componen de CI idénticos. Pueden ser de diferente altura, de forma rectangular con varias dimensiones y es probable que haya algunas ubicaciones en el arreglo en las que no se instalen CI. Sparrow y colaboradores [66, 68] examinaron el efecto de un CI faltante en un arreglo y el efecto de CI de alturas diferentes en un arreglo irregular.

Como la finalidad del enfriamiento es asegurar que la temperatura de un CI individual no exceda cierto valor máximo permisible, es importante analizar un factor de complicación que afecta las temperaturas individuales de los CI. Normalmente en el flujo en un canal se podría calcular la temperatura de pared local de acuerdo con los métodos descritos antes en este capítulo. Sin embargo, con canales de flujo compuestos de tarjetas de circuitos impresos, parte del flujo de enfriamiento en el canal puede evitar los circuitos integrados, lo que resulta en una temperatura del aire mayor que se aproxima a los CI que la anticipada a partir de la temperatura global promedio en una fila de CI dada. Este efecto aumenta conforme las tarjetas o los circuitos integrados en una tarjeta individual se espacian más, debido a que el flujo puede evitar con más facilidad los circuitos integrados. Por el momento, no existen correlaciones generales que permitan predecir la corrección de la temperatura del CI y se aconseja que el diseñador utilice un factor de seguridad para proteger el arreglo contra el sobrecalentamiento.

EJEMPLO 6.7 Un arreglo de circuitos integrados en una tarjeta de circuitos impresos se enfriará por convección forzada con una corriente de aire a 20 °C que fluye a una velocidad de 1.8 m/s en el canal entre tarjetas de circuitos impresos adyacentes. Los circuitos integrados son cuadrados de 27 mm por lado y 10 mm de altura y el espaciamiento entre los circuitos integrados y la tarjeta de circuitos impresos es de 17 mm. Determine los coeficientes de transferencia de calor para el segundo y sexto circuito integrado a lo largo de la ruta de flujo.

SOLUCIÓN A 20 °C, las propiedades del aire de la tabla 28, apéndice 2, son $\nu = 15.7 \times 10^{-6}$ m^2/s y $k = 0.0251$ W/m K. Como el número de Reynolds se basa en el espaciamiento, H_c, se tiene

$$\mathrm{Re}_{H_c} = \frac{UH_c}{\nu} = \frac{(1.8 \text{ m/s})(0.017 \text{ m})}{15.7 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 1949$$

En la figura (6.27) se observa que el segundo circuito integrado está en la región de entrada y se estima que $\mathrm{Nu}_2 = 29$. Esto da

$$h_{c,2} = \frac{\mathrm{Nu}_2 k}{L} = \frac{(29)\left(0.0251 \dfrac{\text{W}}{\text{m K}}\right)}{0.027 \text{ m}} = 27.0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

El sexto circuito integrado está en la región desarrollada y de acuerdo con la ecuación (6.79):

$$\mathrm{Nu}_6 = 0.093(1949)^{0.72} = 21.7$$

o

$$h_{c,6} = \frac{\mathrm{Nu}_6 k}{L} = \frac{(21.7)(0.0251\,\mathrm{W/m\,K})}{0.027\,\mathrm{m}} = 20.2\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K}}$$

6.7 Comentarios finales

En este capítulo se presentaron correlaciones teóricas y empíricas que se pueden utilizar para calcular el número de Nusselt, a partir del cual se puede obtener el coeficiente de transferencia de calor para convección hacia o desde un fluido que circula a través de un conducto. No se puede sobreenfatizar que las ecuaciones empíricas deducidas a partir de datos experimentales por medio de un análisis dimensional sólo son válidas sobre un intervalo de parámetros para los cuales existen datos para verificar la relación dentro de una banda de error especificada. Si una relación empírica se aplica más allá del intervalo de parámetros dentro del que se verificó pueden obtenerse errores serios.

Al aplicar una relación empírica para calcular un coeficiente de transferencia de calor por convección, se debe seguir la próxima secuencia de pasos:

1. Se reúnen las propiedades físicas apropiadas para el fluido en el intervalo de temperatura de interés.
2. Se establece la geometría apropiada para el sistema y la longitud significativa correcta para los números de Reynolds y Nusselt.
3. Se determina si el flujo es laminar, turbulento o transitorio calculando el número de Reynolds.
4. Se determina si los efectos de la convección natural pueden ser apreciables calculando el número de Grashof y comparándolo con el cuadrado del número de Reynolds.
5. Se selecciona una ecuación apropiada que sea válida para la geometría y flujo requeridos. Si es necesario, se iteran los cálculos iniciales de los parámetros adimensionales de acuerdo con las estipulaciones de la ecuación seleccionada.
6. Se hace una estimación del orden de magnitud del coeficiente de transferencia de calor (consulte la tabla 1.4).
7. Se calcula el valor del coeficiente de transferencia de calor con la ecuación del paso 5 y se compara con la estimación del paso 6 para detectar errores posibles en el punto decimal o en las unidades.

Se debe observar que los datos experimentales sobre los que se basan las relaciones empíricas por lo general se han obtenido en condiciones controladas en un laboratorio, en tanto que la mayoría de las aplicaciones prácticas suceden en condiciones que se desvían de las condiciones de laboratorio de una forma u otra. En consecuencia, el valor anticipado de un coeficiente de transferencia de calor puede desviarse del valor real y como esas incertidumbres son inevitables, con frecuencia es satisfactorio utilizar una correlación simple, en especial en diseños preliminares.

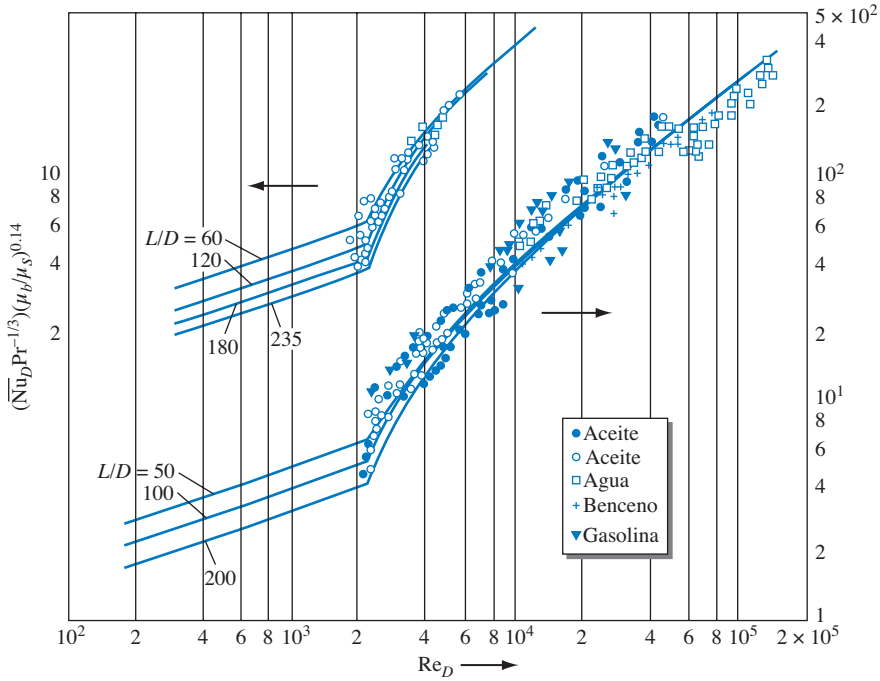


FIGURA 6.28 Curvas de correlación recomendadas para coeficientes de transferencia de calor en el régimen de transición.

Fuente: De E. N. Sieder y C. E. Tate [16], reimpresa con permiso del propietario de los derechos de autor, American Chemical Society.

Para el régimen de transición es pertinente hacer una nota especial de precaución. Los mecanismos de transferencia de calor y el movimiento de fluido en la región de transición (Re_D entre 2 100 y 6 000) varían de manera considerable de un sistema a otro. En esta región, el flujo puede ser inestable y se han observado fluctuaciones en la caída de presión y en la transferencia de calor. Por tanto, existe una gran incertidumbre en la transferencia de calor básica y en el desempeño flujo-fricción y en consecuencia, se aconseja que el diseñador diseñe equipo para que funcione fuera de esta región, si es posible; las curvas de la figura 6.28 se pueden utilizar, pero el desempeño real se puede desviar considerablemente del anticipado con base en estas curvas. A menudo en vez de estimar el número de Reynolds de transición, la práctica actual es simplemente utilizar la correlación de Gnielinski dada por la ecuación (6.65) para $Re_D > 2\,300$ con la advertencia de que siempre habrá cierta incertidumbre en la región de transición.

Como ayuda en la selección de una relación apropiada para obtener el coeficiente de transferencia de calor para flujo en un conducto, en la tabla 6.4 se resumen algunas de las ecuaciones empíricas de uso más común. Un resumen de ecuaciones más completo se encuentra en las referencias [25, 68 y 69].

TABLA 6.4 Resumen de correlaciones para la convección forzada para flujo incompresible dentro de tubos y conductos[a,b,c]

Descripción del sistema	Correlación recomendada	Ecuación en el libro
Factor de fricción para flujo laminar en tubos y conductos largos	Líquidos: $f = (64/\mathrm{Re}_D)(\mu_s/\mu_b)^{0.14}$ Gases: $f = (64/\mathrm{Re}_D)(T_s/T_b)^{0.14}$	(6.44) (6.45)
Número de Nusselt para flujo laminar completamente desarrollado en tubos largos con flujo de calor uniforme, $\mathrm{Pr} > 0.6$	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 4.36$	(6.31)
Número de Nusselt para flujo laminar completamente desarrollado en tubos largos con temperatura de pared uniforme, $\mathrm{Pr} > 0.6$	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 3.36$	(6.32)
Número de Nusselt promedio para flujo laminar en tubos y conductos de longitud intermedia con temperatura de pared uniforme, $(\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}D_H/L)^{0.33}(\mu b/\mu s)^{0.14} > 2$, $0.004 < (\mu b/\mu s) < 10$ y $0.5 < \mathrm{Pr} < 16\,000$	$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = 1.86(\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}D_H/L)^{0.33}(\mu_b/\mu_s)^{0.14}$	(6.42)
Número de Nusselt promedio para flujo laminar en tubos y conductos cortos con temperatura de pared uniforme, $100 < (\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}D_H/L) < 1500$ y $\mathrm{Pr} < 0.7$.	$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = 3.66 + \dfrac{0.0668\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}D/L}{1 + 0.045(\mathrm{Re}_{D_H}\mathrm{Pr}D/L)^{0.66}}\left(\dfrac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}$	(6.41)
Factor de fricción para flujo turbulento completamente desarrollado a través de tubos y conductos largos y lisos	$f = 0.184/\mathrm{Re}_{D_H}^{0.2} \quad (10\,000 < \mathrm{Re}_{D_H} < 10^6)$	(6.56)
Número de Nusselt promedio para flujo turbulento completamente desarrollado a través de tubos y conductos largos y lisos, $6000 < \mathrm{Re}_D < 10^7$, $0.7 < \mathrm{Pr} < 10\,000$ y $L/D_H > 60$	$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_H} = 0.027\,\mathrm{Re}_{D_H}^{0.8}\mathrm{Pr}^{1/3}(\mu_b/\mu_s)^{0.14}$ o tabla 6.3 o la correlación de Gnielinski, ecuación (6.65) para $\mathrm{Re}_D > 2300$	(6.61) (6.63)
Número de Nusselt promedio para metales líquidos en flujo tubulento completamente desarrollado a través de tubos lisos con flujo térmico uniforme, $100 < \mathrm{Re}_D\mathrm{Pr} < 10^4$ y $L/D > 30$	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 4.82 + 0.0185\,(\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})^{0.827}$	(6.68)
Igual que lo anterior, pero en la región de entrada con calor constante cuando $\mathrm{Re}_D\,\mathrm{Pr} < 100$	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 3.0\mathrm{Re}_D^{0.0833}$	(6.69)
Número de Nusselt promedio para metales líquidos en flujo turbulento completamente desarrollado a través de tubos lisos con temperatura superficial uniforme, $\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr} > 100$ y $L/D > 30$	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 5.0 + 0.025(\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})^{0.8}$	(6.70)

[a]Todas las propiedades físicas en las correlaciones se evaluaron a la temperatura global T_b, excepto μ_s, que se evaluó a la temperatura de pared T_s.

[b]$\mathrm{Re}_{D_H} = D_H\overline{U}\rho/\mu$, $D_H = 4A_c/P$ y $\overline{U} = \dot{m}/\rho A_c$.

[c]Las correlaciones para flujo incompresible son válidas cuando la velocidad promedio es menor que la mitad de la velocidad del sonido (número de Mach <0.5) para gases y vapores.

Referencias

1. R. H. Notter y C. A. Sleicher, "The Eddy Diffusivity in the Turbulent Boundary Layer near a Wall", *Eng. Sci.*, vol. 26, pp. 161-171, 1971.
2. R. C. Martinelli, "Heat Transfer to Molten Metals", *Trans. ASME*, vol. 69, p. 947, 1947.
3. H. L. Langhaar, "Steady Flow in the Transition Length of a Straight Tube", *J. Appl. Mech.*, vol. 9, pp. 55-58, 1942.
4. W. M. Kays y M. E. Crawford, *Convective Heat and Mass Transfer*, 2a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1980.

5. O. E. Dwyer, "Liquid-Metal Heat Transfer", capítulo 5 en Sodium and NaK Supplement to *Liquid Metals Handbook*, Atomic Energy Commission, Washington, D.C., 1970.
6. J. R. Sellars, M. Tribus y J. S. Klein, "Heat Transfer to Laminar Flow in a Round Tube or Flat Conduit—the Graetz Problem Extended", *Trans. ASME*, vol. 78, pp. 441-448, 1956.
7. C. A. Schleicher y M. Tribus, "Heat Transfer in a Pipe with Turbulent Flow and Arbitrary Wall-Temperature Distribution", *Trans. ASME*, vol. 79, pp. 789-797, 1957.
8. E. R. G. Eckert, "Engineering Relations for Heat Transfer and Friction in High Velocity Laminar and Turbulent Boundary Layer Flow over Surfaces with Constant Pressure and Temperature", *Trans ASME*, vol. 78, pp. 1273-1284, 1956.
9. W. D. Hayes y R.F. Probstein, *Hypersonic Flow Theory*, Academic Press, Nueva York, 1959.
10. F. Kreith, *Principles of Heat Transfer*, 2a. ed., capítulo 12, International Textbook Co., Scranton, Pa., 1965.
11. W. M. Kays y K. R. Perkins, "Forced Convection, Internal Flow in Ducts", en *Handbook of Heat Transfer Applications*, W. R. Rohsenow, J. P. Hartnett y E. N. Ganic, editores, vol. 1, capítulo 7, McGraw-Hill, Nueva York, 1985.
12. W. M. Kays, "Numerical Solution for Laminar Flow Heat Transfer in Circular Tubes", *Trans. ASME*, vol. 77, pp. 1265-1274, 1955.
13. R. K. Shah y A. L. London, *Laminar Flow Forced Convection in Ducts*, Academic Press, Nueva York, 1978.
14. R. G. Eckert y A. J. Diaguila, "Convective Heat Transfer for Mixed Free and Forced Flow through Tubes", *Trans. ASME*, vol. 76, pp. 497-504, 1954.
15. B. Metais y E. R. G. Eckert, "Forced, Free, and Mixed Convection Regimes", *Trans. ASME. Ser. C. J. Heat Transfer*, vol. 86, pp. 295-296, 1964.
16. E. N. Sieder y C. E. Tate, "Heat Transfer and Pressure Drop of Liquids in Tubes", *Ind. Eng. Chem*., vol. 28, p. 1429, 1936.
17. W. M. Kays y A. L. London, *Compact Heat Exchangers*, 3a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1984.
18. H. Hausen, *Heat Transfer in Counter Flow, Parallel Flow and Cross Flow*, McGraw-Hill, Nueva York, 1983.
19. S. Whitaker, "Forced Convection Heat Transfer Correlations for Flow in Pipes, Past Flat Plates, Single Cylinders, and for Flow in Packed Beds and Tube Bundles", *AIChE J*., vol. 18, pp. 361-371, 1972.
20. T. W. Swearingen y D. M. McEligot, "Internal Laminar Heat Transfer with Gas-Property Variation", *Trans. ASME, Ser. C. J. Heat Transfer*, vol. 93, pp. 432-440, 1971.
21. "Engineering Sciences Data", Heat Transfer Subsciences, Technical Editing and Production Ltd., Londres, 1970.
22. W. M. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1954.
23. C. A. Depew y S. E. August, "Heat Transfer due to Combined Free and Forced Convection in a Horizontal and Isothermal Tube", *Trans. ASME. Ser. C. J. Heat Transfer*, vol. 93, pp. 380-384, 1971.
24. B. Metais y E. R. G. Eckert, "Forced, Free, and Mixed Convection Regimes", *Trans. ASME, Ser. C. J. Heat Transfer*, vol. 86, pp. 295-296, 1964.
25. W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett y Y. I. Cho, editores, *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1998.
26. O. Reynolds, "On the Extent and Action of the Heating Surface for Steam Boilers", *Proc. Manchester Lit. Philos. Soc*., vol. 8, 1874.
27. L. F. Moody, "Friction Factor for Pipe Flow", *Trans. ASME*, vol. 66, 1944.
28. W. F. Cope, "The Friction and Heat Transmission Coefficients of Rough Pipes", *Proc. Inst. Mech. Eng*., vol. 145, p. 99, 1941.
29. W. Nunner, "Wärmeübergang and Druckabfall in Rauhen Rohren", *VDI Forschungsh*., núm. 455, 1956.
30. D. F. Dipprey y R. H. Sabersky, "Heat and Momentum Transfer in Smooth and Rough Tubes at Various Prandtl Numbers", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 5, pp. 329-353, 1963.
31. L. Prandtl, "Eine Beziehung zwischen Wärmeaustausch und Strömungswiederstand der Flüssigkeiten", *Phys. Z*., vol. 11, p. 1072, 1910.
32. T. von. Karman, "The Analogy between Fluid Friction and Heat Transfer", *Trans. ASME*, vol. 61, p. 705, 1939.
33. L. M. K. Boelter, R. C. Martinelli y F. Jonassen, "Remarks on the Analogy between Heat and Momentum Transfer", *Trans. ASME*, vol. 63, pp. 447-455, 1941.
34. R. G. Deissler, "Investigation of Turbulent Flow and Heat Transfer in Smooth Tubes Including the Effect of Variable Properties", *Trans. ASME*, vol. 73, p. 101, 1951.
35. F. W. Dittus y L. M. K. Boelter, *Univ. Calif. Berkeley Publ. Eng*., vol. 2, p. 433, 1930.
36. B. S. Petukhov, "Heat Transfer and Friction in Turbulent Pipe Flow with Variable Properties", *Adv. Heat Transfer*, vol. 6, Academic Press, Nueva York, pp. 503-564, 1970.
37. C. A. Sleicher y M. W. Rouse, "A Convenient Correlation for Heat Transfer to Constant and Variable Property Fluids in Turbulent Pipe Flow", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 18, pp. 677-683, 1975.
38. J. J. Lorentz, D. T. Yung, C. B. Parchal y G. E. Layton, "An Assessment of Heat Transfer Correlations for Turbulent

Water Flow through a Pipe at Prandtl Numbers of 6.0 and 11.6", ANL/OTEC-PS-11, Argonne Natl. Lab., Argonne, Ill. enero de 1982.
39. W. M. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1954.
40. J. P. Hartnett, "Experimental Determination of the Thermal Entrance Length for the Flow of Water and of Oil in Circular Pipes", *Trans. ASME*, vol. 77, pp. 1 211-1 234, 1955.
41. R. G. Deissler, "Turbulent Heat Transfer and Friction in the Entrance Regions of Smooth Passages," *Trans. ASME*, vol. 77, pp. 1 221-1 234, 1955.
42. V. Gnielinski, "New Equations for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel Flow", *International Chemical Engineering*, vol. 16, núm. 2, pp. 359-368, 1976; apareció originalmente en alemán en *Forschung im Ingenieurwesen*, vol. 41. núm. 1, pp. 8-16, 1975.
43. M. S. Bhatti y R. K. Shah, "Turbulent and Transition Flow Convective Heat Transfer in Ducts", en *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, S. Kakaç, R. K. Shah y W. Aung, editores, Wiley, Nueva York, 1987.
44. R. M. Manglik y A. E. Bergles, "Experimental Investigation of Turbulent Flow Heat Transfer in Horizontal Concentric Annular Ducts", *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics 1997*, M. Giot, F. Mayinger y G. P. Celata, editores, Edzioni ETS, Pisa, Italia, vol. 3, pp. 1393-1400, 1997.
45. B. S. Petukhov y L. I. Roizen, "Generalized Dependence for Heat Transfer in Tubes of Annular Cross Section", *High Temperature*, vol. 12, pp. 485-489, 1974.
46. B. Lubarsky y S. J. Kaufman, "Review of Experimental Investigations of Liquid-Metal Heat Transfer", NACA TN 3336, 1955.
47. E. Skupinski, J. Tortel y L. Vautrey, "Determination des Coefficients de Convection d'un Alliage Sodium-Potassium dans un Tube Circulative", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 8, pp. 937-951, 1965.
48. S. Lee, "Liquid Metal Heat Transfer in Turbulent Pipe Flow with Uniform Wall Flux", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 26, pp. 349-356, 1983.
49. R. P. Stein, "Heat Transfer in Liquid Metals", en *Advances in Heat Transfer*, J. P. Harnett y T. F. Irvine, editores, vol. 3, Academic Press, Nueva York, 1966.
50. N. Z. Azer, "Thermal Entry Length for Turbulent Flow of Liquid Metals in Pipes with Constant Wall Heat Flux", *Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer*, vol. 90, pp. 483-485, 1968.
51. R. A. Seban y T. T. Shimazaki, "Heat Transfer to Fluid Flowing Turbulently in a Smooth Pipe with Walls at Constant Temperature", *Trans. ASME*, vol. 73, pp. 803-807, 1951.
52. A. E. Bergles, "Techniques to Enhance Heat Transfer", en *Handbook of Heat Transfer*, 3a. ed., W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett y Y. I. Cho, editores, McGraw-Hill, Nueva York, NY, capítulo 11, 1998.
53. R. M. Manglik, "Heat Transfer Enhancement", en *Heat Transfer Handbook*, A. Bejan y A. D. Krauss, editores, Wiley, Hoboken, NJ, 2003.
54. R. L. Webb y N.-H. Kim, *Principles of Enhanced Heat Transfer*, 2a. ed., Taylor & Francis, Boca Raton, FL, 2005.
55. A. P. Watkinson, D. C., Miletti y G. R., Kubanek, "Heat Transfer and Pressure Drop of Internally Finned Tubes in Laminar Oil Flows", artículo núm. 75-HT-41, ASME, Nueva York, 1975.
56. T. C. Carnavos, "Cooling Air in Turbulent Flow with Internally Finned Tubes", *Heat Transfer Eng*., vol. 1, pp. 43-46, 1979.
57. R. M. Manglik y A. E. Bergles, "Swirl Flow Heat Transfer and Pressure Drop with Twisted-Tape Inserts, *Advances in Heat Transfer*, vol. 36, pp. 183-266, Academic Press, Nueva York, 2002.
58. R. M. Manglik y A. E. Bergles, "Heat Transfer and Pressure Drop Correlations for Twisted-Tape Inserts in Isothermal Tubes: Part I—Laminar Flows", *Journal of Heat Transfer*, vol. 115, núm. 4, pp. 881-889, 1993.
59. R. M. Manglik, S. Maramraju y A. E. Bergles, "The Scaling and Correlation of Low Reynolds Number Swirl Flows and Friction Factors in Circular Tubes with Twisted-Tape Inserts", *Journal of Enhanced Heat Transfer*, vol. 8, núm. 6, pp. 383-395, 2001.
60. R. M. Manglik y A. E. Bergles, "Heat Transfer and Pressure Drop Correlations for Twisted-Tape Inserts in Isothermal Tubes: Part II—Transition and Turbulent Flows", *Journal of Heat Transfer*, vol. 115, núm. 4, pp. 890-896, 1993.
61. L. A. M. Janssen y C. J. Hoogendoorn, "Laminar Convective Heat Transfer in Helically Coiled Tubes", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 21, pp. 1 197-1 206, 1978.
62. R. L. Manlapaz y S. W. Churchill, "Fully Developed Laminar Flow in a Helically Coiled Tube of Finite Pitch", *Chemical Engineering Communications*, vol. 7, pp. 57-58, 1980.
63. P. S. Srinivasan, S. S., Nandapurkar y F. A. Holland, "Pressure Drop and Heat Transfer in Coils", *The Chemical Engineer*, núm. 218, pp. 113-119, mayo de 1968.
64. P. Mishra y S. N. Gupta, "Momentum Transfer in Curved Pipes, 1. Newtonian Fluids; 2. Non-Newtonian Fluids", *Industrial and Engineering Chemistry, Process Design and Development*, vol. 18, pp. 130-142, 1979.

65. Y. Mori y W. Nakayama, "Study on Forced Convective Heat Transfer in Curved Pipes (3rd Report, Theoretical Analysis Under the Condition of Uniform Wall Temperature and Practical Formulae)", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 10, pp. 681-695, 1967.
66. E. M. Sparrow, J. E. Niethamer y A. Chaboki, "Heat Transfer and Pressure Drop Characteristics of Arrays of Rectangular Modules in Electronic Equipment", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 25, pp. 961-973, 1982.
67. V. W. Antonetti, "Cooling Electronic Equipment", sec. 517 en *Heat Transfer and Fluid Flow Data Books*, F. Kreith, editor, Genium Publ. Co., Schenectady, NY, 1992.
68. *International Encyclopedia of Heat and Mass Transfer*, G. F. Hewitt, G. L. Shires y Y.V. Polezhaev, editores, CRC Press, Boca Raton, FL, 1997.
69. F. Kreith, editor, *CRC Handbook of Thermal Engineering*, CRC Press, Boca Raton, FL, 2000.

Problemas

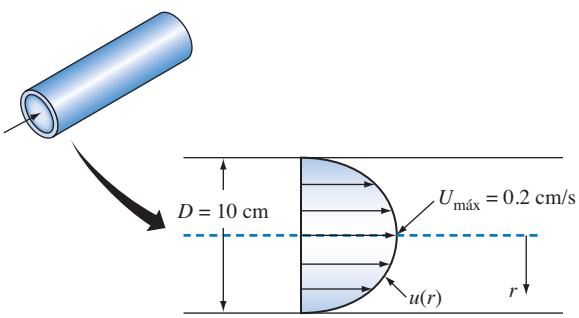
Los problemas de este capítulo están organizados por tema como se muestra a continuación.

Tema	Número de problema
Laminar, flujo completamente desarrollado	6.1-6.5
Laminar, región de entrada	6.6-6.10
Turbulento, flujo completamente desarrollado	6.11-6.22
Turbulento, región de entrada	6.23-6.28
Convección mezclada	6.29-6.30
Metales líquidos	6.31-6.34
Mecanismos de transferencia de calor combinados	6.35-6.43
Problemas de análisis	6.44-6.49

6.1 Para medir el flujo másico de un fluido en flujo laminar a través de un tubo circular, se coloca un medidor de velocidad de hilo caliente en el centro del tubo. Suponiendo que la estación de medición está alejada de la entrada del tubo, la distribución de la velocidad es parabólica:

$$u(r)/U_{\text{máx}} = [1 - (2r/D)^2]$$

donde $U_{\text{máx}}$ es la velocidad en la línea central ($r = 0$), r es la distancia radial desde la línea central del tubo y D es el diámetro del tubo.

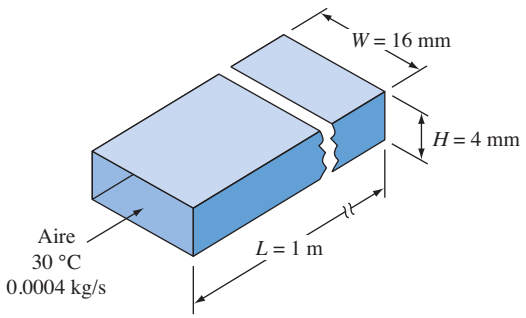


Problema 6.1

a) Deduzca una expresión para la velocidad promedio del fluido en la sección transversal en términos de $U_{\text{máx}}$ y D. *b*) Obtenga una expresión para el flujo másico. *c*) Si el fluido es mercurio a 30 °C, $D = 10$ cm y el valor medido de $U_{\text{máx}}$ es 0.2 cm/s, calcule el flujo másico a partir de la medición.

6.2 En un conducto triangular de 0.02 m por lado entra nitrógeno a 30 °C, a presión atmosférica y a un flujo másico de 4×10^{-4} kg/s. Si la temperatura del conducto es uniforme a 200 °C, estime la temperatura global del nitrógeno a 2 m y a 5 m de la entrada.

6.3 En un conducto rectangular de 1 m de longitud de sección transversal de 4 por 16 mm entra aire a 30 °C a razón de 0.0004 kg/s. Si se impone un flujo de calor uniforme de 500 W/m^2 en los dos lados largos del conducto, calcule: *a*) la temperatura de salida del aire, *b*) la temperatura promedio de la superficie del conducto y *c*) la caída de presión.



Problema 6.3

6.4 A través de un tubo de diámetro interior de 2.5 cm fluye aceite para motores a razón de 0.5 kg/s. El aceite entra a 25 °C en tanto que la pared del tubo está a 100 °C. *a*) Si el tubo tiene una longitud de 4 m, determine si el flujo está completamente desarrollado. *b*) Calcule el coeficiente de transferencia de calor.

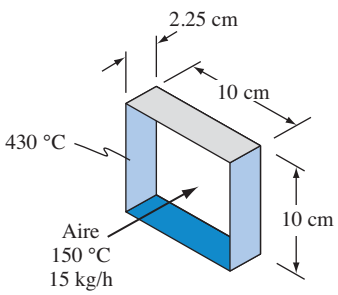
6.5 La ecuación:

$$\overline{\text{Nu}} = \frac{\bar{h}_c D}{k} = \left[3.65 + \frac{0.668(D/L)\text{RePr}}{1 + 0.04[(D/L)\text{RePr}]^{2/3}}\right]\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

la recomendó H. Hausen (*Zeitschr. Ver. Deut. Ing., Beiheft*, núm. 4, 1943) para transferencia de calor por convección forzada en flujo laminar completamente desarrollado a través de tubos. Compare los valores del número de Nusselt estimado mediante la ecuación de Hausen para Re = 1000, Pr = 1 y $L/D = 2$, 10 y 100 con los obtenidos de otras dos ecuaciones o gráficas apropiadas en el libro.

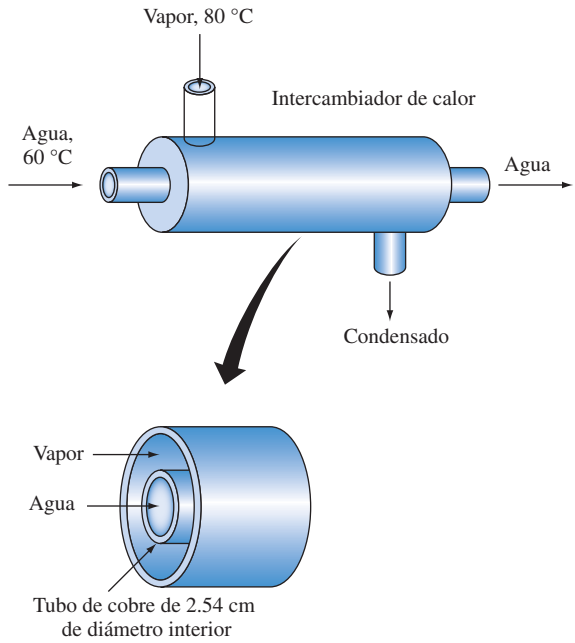
6.6 A través de un conducto cuadrado corto de $10 \times 10 \times 2.25$ cm fluye aire a una temperatura de 150 °C a razón de 15 kg/h, como se muestra en el siguiente bosquejo. La temperatura del conducto es 430 °C. Determine el coeficiente de transferencia de calor promedio utilizando la ecuación del conducto con una corrección L/D apropiada. Compare sus resultados con las relaciones de flujo sobre una placa plana.

6.7 En un intercambiador de calor de doble tubo entra agua a 60 °C. El agua fluye en el interior a través de un tubo de cobre de 2.54 cm de diámetro interior a una velocidad promedio de 2 cm/s y en la región anular fluye vapor que se condensa en el exterior del tubo de cobre a una temperatura de 80 °C. Calcule la temperatura de salida del agua si el intercambiador de calor tiene una longitud de 3 m.

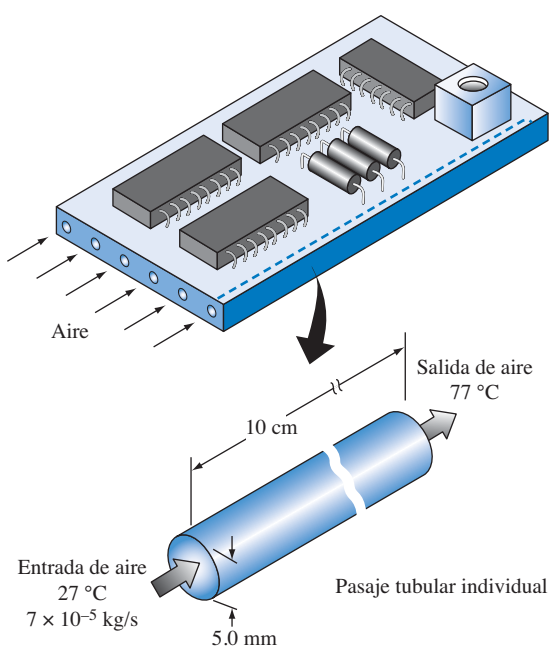


Problema 6.6

6.8 Un dispositivo electrónico se enfría pasando aire a 27 °C a través de seis pasajes tubulares pequeños dispuestos en paralelo y perforados a través de la parte inferior del dispositivo, como se muestra en el bosquejo correspondiente. El flujo másico por tubo es 7×10^{-5} kg/s. En el dispositivo se genera calor, que da como resultado un flujo térmico aproximadamente uniforme al aire en el pasaje de enfriamiento. Para determinar el flujo térmico, se mide la temperatura de salida del aire, que es de 77 °C. Calcule la tasa de generación de calor, el coeficiente de transferencia de calor promedio y la temperatura superficial del canal de enfriamiento en el centro y en la salida.



Problema 6.7



Problema 6.8

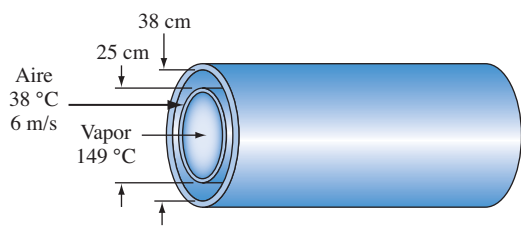
6.9 A través de un tubo de 5.1 cm de diámetro interior recubierto con una camisa que contiene vapor en condensación a 150 °C fluye aceite para motores sin usar a razón de 250 g/s y a una temperatura de entrada de 100 °C. Si el tubo tiene una longitud de 9 m, determine la temperatura de salida del aceite.

6.10 Determine la tasa de transferencia de calor por pie de longitud a un aceite ligero que fluye a través de un tubo de cobre de 1 in de diámetro interior y 2 ft de longitud a una velocidad de 6 fpm. El aceite entra al tubo a 60 °F y el tubo se calienta por vapor en condensación sobre su superficie exterior a presión atmosférica con un coeficiente de transferencia de calor de calor de 2 000 Btu/h ft^2. Las propiedades del aceite a varias temperaturas se dan en la siguiente tabla:

	Temperatura, T(°F)				
	60	**80**	**100**	**150**	**212**
ρ(lb/ft^3)	57	57	56	55	54
c(Btu/lb °F)	0.43	0.44	0.46	0.48	0.51
k(Btu/h ft °F)	0.077	0.077	0.076	0.075	0.074
μ(lb/h ft)	215	100	55	19	8
Pr	1210	577	330	116	55

6.11 Calcule el número de Nusselt y el coeficiente de transferencia de calor mediante tres métodos diferentes para agua a una temperatura global de 32 °C que fluye a una velocidad de 1.5 m/s a través de un conducto de 2.54 cm de diámetro con una temperatura de pared de 43 °C. Compare los resultados.

6.12 Aire a presión atmosférica se calienta en una región anular larga (diámetro interior de 25 cm, diámetro exterior de 38 cm) por vapor en condensación a 149 °C sobre la superficie interior. Si la velocidad del aire es 6 m/s y su temperatura global es 38 °C, calcule el coeficiente de transferencia de calor.



Problema 6.12

6.13 Si la resistencia total entre el vapor y el aire (incluyendo la pared del tubo y las incrustaciones en el lado a vapor) en el problema 6.12 es 0.05 m^2 K/W, calcule la diferencia de temperatura entre la superficie exterior del tubo interior y el aire. Muestre el circuito térmico.

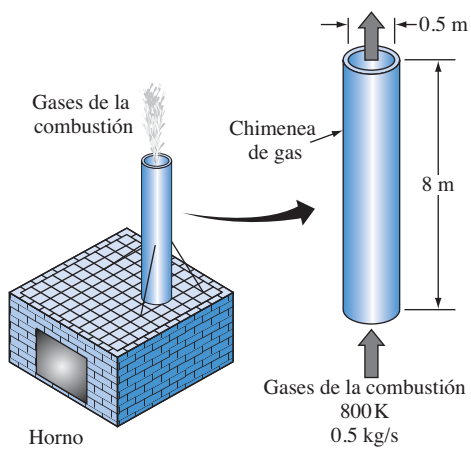
6.14 En un conducto metálico cuadrado de sección transversal de 20 × 20 cm y 0.61 m de longitud entra aire atmosférico a una velocidad de 61 m/s a una temperatura de 16 °C. Si la pared del conducto está a 149 °C, determine el coeficiente de transferencia de calor promedio. Comente brevemente sobre el efecto L/D_h.

6.15 Calcule el coeficiente de transferencia de calor promedio h_c para agua a 10 °C que fluye a 4 m/s en un tubo largo de 2.5 cm de diámetro interior (temperatura superficial de 40 °C) utilizando tres ecuaciones diferentes. Compare sus resultados. Además, determine la caída de presión por metro de longitud del tubo.

6.16 Por un tubo de cobre delgado (diámetro interior de 15.2 cm) fluye agua a 80 °C a una velocidad de 7.6 m/s. El tubo está ubicado en una habitación a 15 °C y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior del tubo es 14.1 W/m^2 K. *a*) Determine el coeficiente de transferencia de calor en la superficie interior. *b*) Estime la longitud del tubo a la cual la temperatura del agua se reduce a 1 °C.

6.17 Por un tubo de 1.2 cm de diámetro interior fluye mercurio a una temperatura global de entrada de 90 °C y con un flujo másico de 4535 kg/h. Este tubo es parte de un reactor nuclear en el que se puede generar calor uniformemente a cualquier tasa deseada ajustando el nivel del flujo de neutrones. Determine la longitud del tubo necesaria para aumentar la temperatura global del mercurio a 230 °C sin generar vapor de mercurio y el flujo de calor correspondiente. El punto de ebullición del mercurio es 355 °C.

6.18 En una chimenea cilíndrica de pared delgada entran gases de la combustión a 800 K que tienen propiedades similares a las del aire seco. La chimenea está hecha de acero y tiene una altura de 8 m con un diámetro interior de 0.5 m. Si el flujo másico de gas es 0.5 kg/s y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior es 16 W/m^2 K, estime la temperatura de salida de los gases de la combustión si la temperatura ambiente es de 280 K.



Problema 6.18

6.19 A través de un tubo liso de 5.08 cm de diámetro interior fluye agua a una temperatura promedio de 27 °C a una velocidad de 0.91 m/s. Si la temperatura en la superficie interior del tubo es 49 °C, determine: *a*) el coeficiente de transferencia de calor, *b*) la tasa de flujo de calor por metro de tubo, *c*) el aumento en la temperatura global por metro y *d*) la caída de presión por metro.

6.20 A través de un tubo largo de pared delgada de 1 in de diámetro interior fluye una solución de anilina-alcohol a una velocidad de 10 pies/s. En la superficie exterior del tubo se condensa vapor a presión atmosférica y la temperatura de pared del tubo es 212 °F. El tubo está limpio por lo que no hay resistencia térmica por depósitos de incrustaciones en su superficie interior. Utilizando las propiedades físicas tabuladas a continuación, estime el coeficiente de transferencia de calor entre el fluido y el tubo empleando las ecuaciones (6.60) y (6.61) y compare los resultados. Suponga que la temperatura de la masa de la solución de anilina es 68 °F e ignore los efectos de entrada.

Temperatura (°F)	Viscosidad (centipoises)	Conductividad térmica (Btu/h ft °F)	Gravedad específica	Calor específico (Btu/lb °F)
68	5.1	0.100	1.03	0.50
140	1.4	0.098	0.98	0.53
212	0.6	0.095		0.56

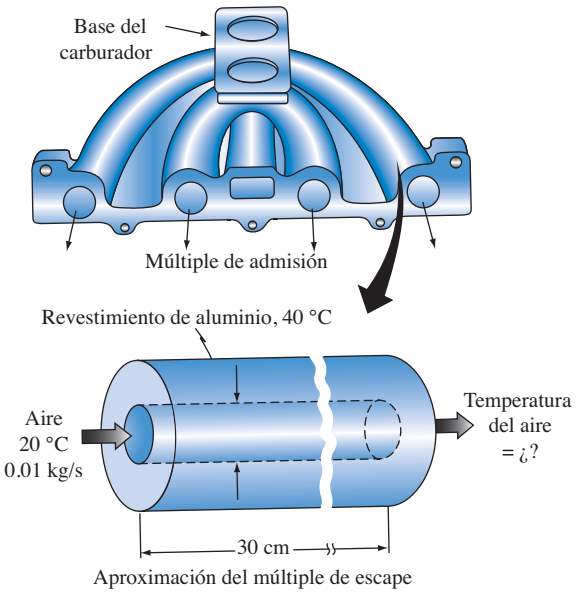
6.21 A través de un conducto largo de 2.5 cm de diámetro interior de un sistema de refrigeración fluye salmuera (10% NaCl en peso) con una viscosidad de 0.0016 N s/m^2, conductividad térmica de 0.85 W/m K y a una velocidad de 6.1 m/s. En estas condiciones el coeficiente de transferencia de calor que se determinó fue de 16 500 W/m^2 K. A una temperatura de −1 °C de la salmuera y una temperatura del tubo de 18.3 °C, determine el aumento de temperatura de la salmuera por metro de longitud. Suponga que el calor específico de la salmuera es 3 768 J/kg K y que su densidad es igual a la del agua.

6.22 Deduzca una ecuación de la forma $h_c = f(T, D, U)$ para el flujo turbulento de agua a través de un tubo largo en el intervalo de temperatura entre 20 y 100 °C.

6.23 El múltiple de admisión de un motor de automóvil se puede aproximar como un tubo de 4 cm de diámetro interior y 30 cm de longitud. En el múltiple entra aire a una temperatura global de 20 °C a un flujo de 0.01 kg/s. El múltiple es una fundición de aluminio pesado y está a una temperatura uniforme de 40 °C. Determine la temperatura del aire al final del múltiple.

6.24 Por un tubo de 0.015 m de diámetro y 0.3 m de longitud fluye agua a alta presión a una temperatura global de entrada de 93 °C a una velocidad de 1.5 m/s. Si la temperatura de la pared del tubo es 204 °C, determine el coeficiente de transferencia de calor promedio y estime el aumento de temperatura global del agua.

6.25 Suponga que un ingeniero sugiere que aire en vez de agua podría fluir a través del tubo en el problema 6.24 y que la velocidad del aire se podría aumentar hasta que el coeficiente de transferencia de calor con el aire sea igual al obtenido con agua a 1.5 m/s. Determine la velocidad necesaria y comente sobre la viabilidad de la propuesta del ingeniero. Note que la velocidad del sonido en el aire a 100 °C es 387 m/s.



Problema 6.23

6.26 En un conducto rectangular liso de sección transversal de 7.5 × 7.5 cm y de 2 m de longitud entra aire atmosférico a 10 °C. El flujo másico del aire es 0.1 kg/s. Si los lados del conducto están a 150 °C, estime: *a*) el coeficiente de transferencia de calor, *b*) la temperatura de salida del aire, *c*) la tasa de transferencia de calor y *d*) la caída de presión.

6.27 En un tubo de 1.25 cm de diámetro interior entra aire a 16 °C a presión atmosférica a una velocidad de 30 m/s. Para una temperatura de pared de 100 °C, determine la temperatura de descarga del aire y la caída de presión si el tubo tiene: *a*) una longitud de 10 cm, *b*) una longitud de 102 cm.

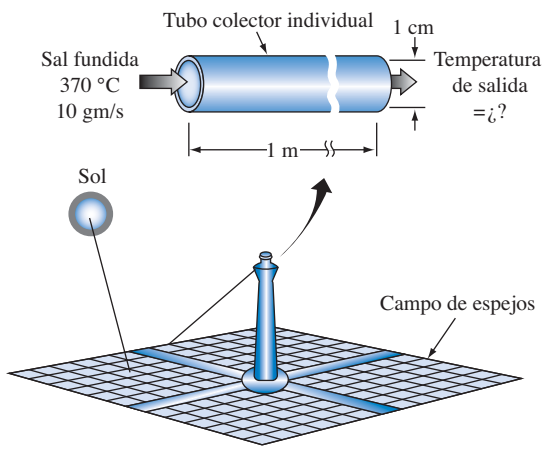
6.28 La ecuación

$$\overline{\mathrm{Nu}} = 0.116(\mathrm{Re}^{2/3} - 125)\mathrm{Pr}^{1/3}\left[1 + \left(\frac{D}{L}\right)^{2/3}\right]\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

la propuso Hausen para el intervalo de transición (2 300 < Re < 8 000) así como para números de Reynolds mayores. Compare los valores de Nu pronosticados con la ecuación de Hansen para Re = 3 000 y Re = 20 000 en $D/L = 0.1$ y 0.01 con los obtenidos a partir de ecuaciones o gráficas apropiadas del libro. Suponga que el fluido es agua a 15 °C que fluye a través de un tubo a 100 °C.

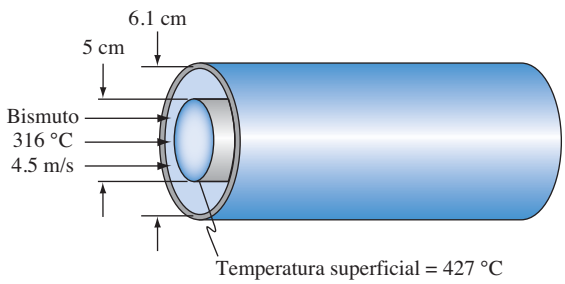
6.29 En un tubo largo de 1.91 cm de diámetro interior y 57 cm de longitud entra agua a 20 °C a un flujo másico de 3 g/s. La pared del tubo se mantiene a 30 °C. Determine la temperatura de salida del agua. ¿Qué error porcentual en la temperatura del agua resulta si se ignoran los efectos de la convección natural?

6.30 Un receptor central solar térmico genera calor utilizando un campo de espejos para enfocar la luz del sol sobre un banco de tubos a través de los cuales fluye refrigerante. La energía solar absorbida por los tubos se transfiere al refrigerante, que después puede suministrar calor útil a una carga. Considere un receptor fabricado de múltiples tubos horizontales en paralelo. Cada tubo es de 1 cm de diámetro y 1 m de longitud. El refrigerante es sal fundida que entra en los tubos a 370 °C. En condiciones de arranque el flujo de sal es 10 g/s en cada tubo y el flujo solar neto absorbido por los tubos es 10^4 W/m^2. La pared del tubo soportará temperaturas de hasta 600 °C. ¿Sobrevivirán los tubos al arranque? ¿Cuál es la temperatura de salida de la sal?



Problema 6.30

6.31 Determine el coeficiente de transferencia de calor para bismuto líquido que fluye a través de una región anular (diámetro interior 5 cm, diámetro exterior 6.1 cm) a una velocidad de 4.5 m/s. La temperatura de la pared de la superficie interior es 427 ºC y el bismuto está a 316 ºC. Se puede suponer que las pérdidas de calor de la superficie exterior son insignificantes.



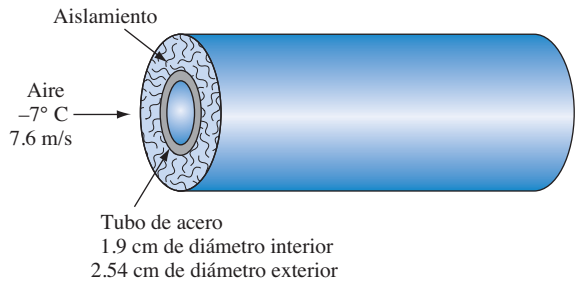
Problema 6.31

6.32 Dentro de un tubo de cobre de 9 m de longitud y diámetro interior de 5.1 cm, fluye mercurio a una velocidad de 7 m/s. La temperatura en la superficie interior del tubo uniformemente distribuida en todo el tubo es 38 °C y la temperatura media aritmética de la masa del mercurio es 66 °C. Suponiendo que los perfiles de velocidad y temperatura están completamente desarrollados, calcule la tasa de transferencia de calor por convección para la longitud de 9 m considerando al mercurio: *a*) como un líquido ordinario y *b*) como un metal líquido. Compare sus resultados.

6.33 Se va a diseñar un intercambiador de calor para calentar un flujo de bismuto fundido de 377 a 477 °C. El intercambiador de calor consiste en un tubo de 50 mm de diámetro interior con una temperatura superficial mantenida uniformemente a 500 °C por un calentador eléctrico. Encuentre la longitud del tubo y la potencia requerida para calentar 4 y 8 kg/s de bismuto.

6.34 Se va a calentar sodio líquido de 500 a 600 K pasándolo a razón de 5.0 kg/s a través de un tubo de 5 cm de diámetro interior cuya superficie se mantiene a 620 K. ¿Qué longitud de tubo se requiere?

6.35 Un tubo de acero de 2.54 cm de diámetro interior y 1.9 cm de diámetro interior conduce aire seco a una velocidad de 7.6 m/s y a una temperatura de −7 °C. El aire ambiente está a 21 °C y tiene un punto de rocío de 10 °C. ¿Cuánto aislamiento con una conductividad de 0.18 W/m K se necesita para evitar condensación en el exterior del aislamiento si $h = 2.4$ W/m^2 K en el exterior?



Problem 6.35

6.36 Un intercambiador de calor de doble tubo se utiliza para condensar vapor a 7370 N/m^2. Agua a una temperatura global promedio de 10 °C fluye a 3.0 m/s a través del tubo interior, que está hecho de cobre y que tiene un diámetro interior de 2.54 cm y 3.05 de diámetro exterior. Vapor a su temperatura de saturación fluye en la región anular formada entre la superficie exterior del tubo interior y un tubo exterior de 5.08 cm de diámetro interior. El coeficiente de transferencia de calor pro-

medio del vapor condensándose es 5 700 W/m² K y la resistencia térmica de una incrustación superficial sobre la superficie exterior del tubo de cobre es 0.000118 m² K/W. *a*) Determine el coeficiente de transferencia de calor global entre el vapor y el agua con base en el área exterior del tubo de cobre y haga un bosquejo del circuito térmico. *b*) Evalúe la temperatura en la superficie interior del tubo. *c*) Estime la longitud necesaria para condensar 45 g/s de vapor. *d*) Determine las temperaturas de entrada y salida del agua.

6.37 Suponga que el cilindro interior del problema 6.31 es una fuente de calor que consiste en una barra de uranio revestida de aluminio con un diámetro de 5 cm y 2 m de longitud. Estime el flujo térmico que aumentará la temperatura del bismuto 40 °C y las temperaturas máximas en el centro y en la superficie, necesarias para transferir el calor a esta tasa.

6.38 Evalúe la tasa de pérdida de calor por metro de agua a presión que fluye a 200 °C a través de un tubo de 10 cm de diámetro interior a una velocidad de 3 m/s. El tubo está cubierto con una capa de 5 cm de espesor de 85% lana de magnesia con una emisividad de 0.5. El calor se transfiere a los alrededores que están a 20 °C por convección natural y radiación. Trace el circuito térmico y establezca sus suposiciones.

6.39 En un intercambiador de calor de tubos concéntricos, fluye agua en la región anular y una solución de anilina-alcohol que tiene las propiedades dadas en el problema 6.20 fluye en el tubo central. El tubo interior tiene un diámetro interior de 0.527 in y un diámetro exterior de 0.625 in y el diámetro interior del tubo exterior es 0.750 in. Para una temperatura global del agua de 80 °F y una temperatura global de la anilina de 140 °F, determine el coeficiente de trasferencia de calor global basado en el diámetro exterior del tubo central y la caída de presión friccional por longitud unitaria para el agua y la anilina para los flujos volumétricos siguientes: *a*) agua 1 gpm, anilina 1 gpm; *b*) agua 10 gpm, anilina 1 gpm; *c*) agua 1 gpm, anilina 10 gpm y *d*) agua 10 gpm, anilina 10 gpm. ($L/D = 400$). Las propiedades físicas de la solución de anilina son:

Temperatura (°F)	Viscosidad (centipoises)	Conductividad térmica (Btu/h ft °F)	Gravedad específica	Calor específico (Btu/lb °F)
68	5.1	0.100	1.03	0.50
140	1.4	0.098	0.98	0.53
212	0.6	0.095		0.56

6.40 Un tubo de plástico de 7.6 cm de diámetro interior y 1.27 cm de espesor de pared tiene una conductividad térmica de 1.7 W/m K, una densidad de 2 400 kg/m³ y un calor específico de 1 675 J/kg K. El tubo se enfría de una temperatura inicial de 77 °C pasando aire a 20 °C dentro y fuera del tubo paralelo a su eje. Las velocidades de las dos corrientes de aire son tales que los coeficientes de transferencia de calor son iguales en las superficies interior y exterior. Por mediciones se tiene que al término de 50 min, la diferencia de temperatura entre las superficies del tubo y el aire es 10% de la diferencia de temperatura inicial. Se propone realizar un segundo experimento en el que un tubo de material similar con un diámetro interior de 15 cm y un espesor de pared de 2.5 cm se enfriará de la misma temperatura inicial, de nuevo utilizando aire a 20 °C y suministrando al interior del tubo la misma cantidad de kilogramos de aire por hora que se utilizó en el primer experimento. El gasto de aire sobre las superficies exteriores se ajustará para dar el mismo coeficiente de transferencia de calor en el exterior que en el interior del tubo. Se puede suponer que el gasto de aire es tan alto que el aumento de temperatura a lo largo del eje del tubo se puede ignorar. Utilizando la experiencia adquirida inicialmente con el tubo de 4.5 cm, estime el tiempo que tomará enfriar la superficie del tubo más grande a 27 °C en las condiciones descritas. Indique todas las suposiciones y aproximaciones en su solución.

6.41 En una chimenea entran gases de la combustión a 800 K que tienen propiedades similares a las del aire seco. La chimenea está hecha de acero y tiene una altura de 8 m con un diámetro interior de 0.5 m. El flujo másico de gases es 0.5 kg/s y la temperatura ambiente es 280 K. El exterior de la chimenea tiene una emisividad de 0.9. Si la pérdida de calor del exterior es por radiación y convección natural, calcule la temperatura de salida de los gases.

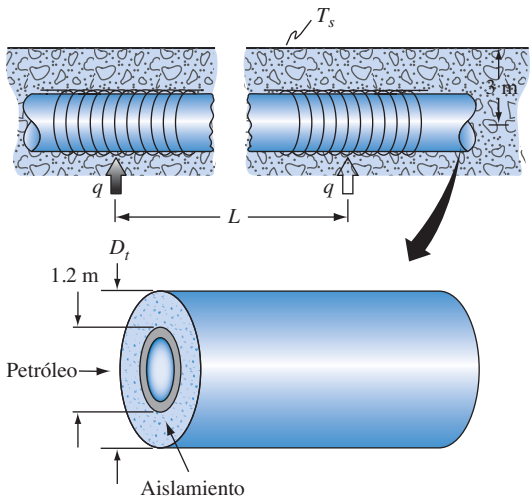
6.42 Un conducto de escape de 10 ft de longitud (3.05 m), vertical y cilíndrico de una lavandería comercial tiene un diámetro interior de 6.0 in (15.2 cm). Los gases de escape tienen propiedades físicas aproximadamente iguales a las de aire seco y entran a 600 °F (316 °C). El conducto está aislado con 4 in (10.2 cm) de lana de roca que tiene una conductividad térmica $k = 0.25 + 0.005\,T$ (donde T está en °F y k en Btu/h ft °F). Si los gases entran a una velocidad de 2 ft/s (0.61 m/s), calcule: *a*) la tasa de transferencia de calor para aire en calma a 60 °F (15.6 °C) y *b*) la temperatura de salida del gas de escape. Muestre sus suposiciones y aproximaciones.

6.43 En Alaska se tenderá una tubería larga de 1.2 m de diámetro exterior para transportar petróleo. Para evitar que el petróleo se vuelva demasiado viscoso para su bombeo, la tubería se entierra a 3 m bajo el suelo. El petróleo también se calienta periódicamente en estaciones de bombeo. La tubería de petróleo se cubrirá con aislamiento con un espesor t y una conductividad térmica de 0.05 W/m K. El ingeniero responsable de la estación de bombeo especifica que la caída de temperatura del petróleo a una distancia de 100 km no debe exceder 5 °C cuando la temperatura superficial del suelo

sea $T_s = -40$ °C. La temperatura de la tubería después del calentamiento debe ser de 120 °C y el flujo másico es 500 kg/s. Las propiedades del petróleo bombeado son las siguientes:

densidad ($\rho_{\text{petróleo}}$) = 900 kg/m^3
conductividad térmica ($k_{\text{petróleo}}$) = 0.14 W/m K
viscosidad cinemática ($\nu_{\text{petróleo}}$) = 8.5×10^{-4} m^2/s
calor específico ($c_{\text{petróleo}}$) = 2 000 J/kg K

El suelo en condición árticas está seco (del apéndice 2, tabla 11, $k_s = 0.35$ W/m K). *a*) Estime el espesor del aislamiento necesario para cumplir con las especificaciones del ingeniero. *b*) Calcule la tasa de transferencia de calor requerida para el petróleo en cada punto de calentamiento. *c*) Calcule la potencia de bombeo necesaria para desplazar el petróleo entre dos estaciones de calentamiento adyacentes.



Problema 6.41

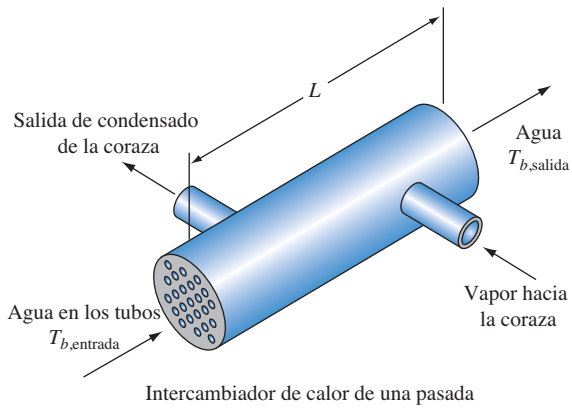
6.44 Demuestre que para flujo laminar completamente desarrollado entre dos placas planas separadas una distancia $2a$, el número de Nusselt basado en la temperatura "global" y el espaciamiento de los pasajes es 4.12 si la temperatura en las dos paredes varía linealmente con la distancia x, es decir, $\partial T/\partial x = C$. La temperatura "promedio" se define como

$$T_b = \frac{\int_{-a}^{a} u(y)T(y)dy}{\int_{-a}^{a} u(y)dy}$$

6.45 Repita el problema 6.44, pero suponga que una pared está aislada en tanto que la temperatura de la otra pared aumenta linealmente con x.

6.46 Para un flujo completamente turbulento en un tubo largo de diámetro D, desarrolle una relación entre el cociente $(L/\Delta T)/D$ en términos del flujo y los parámetros de transferencia de calor, donde $L/\Delta T$ es la longitud del tubo requerida para aumentar la temperatura de la masa del fluido en ΔT. Utilice la ecuación (6.60) para fluidos con un número de Prandtl del orden de la unidad o mayor y la ecuación (6.67) para metales líquidos.

6.47 En un intercambiador de calor tubular de una pasada se calentará agua en flujo turbulento por vapor condensándose en el exterior de los tubos. El gasto del agua, sus temperaturas de entrada, salida y la presión del vapor son fijas. Suponiendo que la temperatura de la pared del tubo permanece constante, determine la dependencia del área total del intercambiador de calor requerida en el diámetro interior de los tubos.



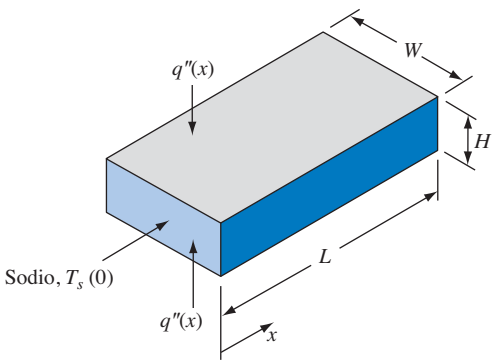
Problema 6.47

6.48 Un condensador de 50 000 ft^2 está construido de tubos de latón de 1 in de diámetro exterior que tienen una longitud de $23\frac{3}{4}$ ft de longitud con espesor de pared de 0.049 in. Los datos siguientes de la resistencia térmica se obtuvieron a varias velocidades dentro de los tubos (*Trans. ASME*, vol. 58, p. 672, 1936).

$1/U_0 \times 10^3$ (h ft^2 °F/Btu)	Velocidad del agua (fps)	$1/U_0 \times 10^3$ (h ft^2 °F/Btu)	Velocidad del agua (fps)
2.060	6.91	3.076	2.95
2.113	6.35	2.743	4.12
2.212	5.68	2.498	6.76
2.374	4.90	3.356	2.86
3.001	2.93	2.209	6.27
2.081	7.01		

Suponiendo que el coeficiente de transferencia de calor en el lado a vapor es 2 000 Btu/ft² °F y que la temperatura media de la masa del agua es 50 °C, determine la resistencia de las incrustaciones.

6.49 Un reactor nuclear tiene canales de flujo rectangulares con una proporción dimensional grande (W/H) ⩾ 1.



La generación de calor de las superficies superior e inferior es igual y uniforme a cualquier valor de x. Sin embargo, la tasa varía a lo largo de la trayectoria de flujo del refrigerante de sodio de acuerdo con:

$$q''(x) = q''_0 \operatorname{sen}(\pi x/L)$$

Suponiendo que los efectos de entrada son insignificantes tal que el coeficiente de transferencia de calor es uniforme: *a*) obtenga una expresión para la variación de la temperatura medida de la masa del sodio, $T_m(x)$, *b*) deduzca una relación para la temperatura superficial de las partes superior e inferior del canal, $T_s(x)$ y *c*) determine la distancia $x_{máx}$ a la que $T_s(x)$ es máxima.

Problemas de diseño

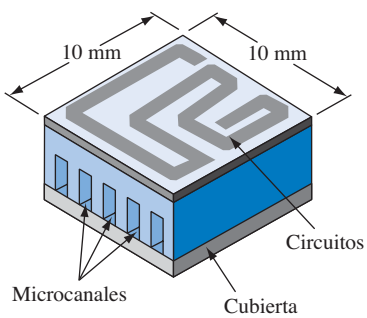
6.1 **Sistema de enfriamiento de un reactor nuclear** (capítulo 6)

Diseñe un sistema de enfriamiento interno para un reactor nuclear. El reactor tiene una forma cilíndrica de 2 m de diámetro, 14 m de altura y está bien aislado externamente. La reacción exotérmica libera 50 kW/m³ de medio reactivo y éste opera a 250 °C. Experimentalmente se determinó que el coeficiente de transferencia de calor entre el medio reactivo y la superficie de transferencia de calor dentro del reactor es 1 700 W/m² K. Al diseñar el sistema, considere: *a*) el costo de capital, *b*) los costos de operación y mantenimiento, *c*) ¿cuánto volumen ocupa el sistema de enfriamiento, dentro del reactor? y la reducción concomitante en la producción del reactor, *d*) la disponibilidad del calor removido para utilizarlo fuera del reactor y *e*) la elección del medio de enfriamiento.

6.2 **Enfriamiento de chips de silicio de alta potencia**

Timothy L. Hoopman de la 3M Corporation describió un método novedoso para enfriar chips de silicio de alta densidad y potencia (D. Cho y colaboradores, editores, *Microchanneled Structures in DCS, Vol. 19: Microstructures, Sensors, and Actuators*, ASME Winter Annual Meeting, Dallas, Texas, noviembre de 1990). Este método comprende el grabado de microcanales en la superficie posterior del chip. Estos microcanales por lo general tienen diámetros hidráulicos de 10 μ a 100 μ con relaciones de longitud a diámetro de 50-1000. Las distancias centro a centro de los microcanales pueden ser tan pequeñas como 100 μ dependiendo de la geometría.

Diseñe un sistema de enfriamiento de microcanales para un chip de 10 × 10 mm. Los canales micrograbados cuentan con una cubierta de silicio, como se muestra en el diagrama esquemático. El chip y la cubierta se deben mantener a una temperatura de 350 K y el sistema debe remover un flujo de calor de 50 W/cm². Explique la razón por la que los microcanales, aún en flujo laminar, producen coeficientes de transferencia de calor muy altos. Además, compare la diferencia de temperatura lograda con el diseño de microcanales con un diseño convencional utilizando enfriamiento por convección de agua forzada en un canal cubriendo la superficie del chip.

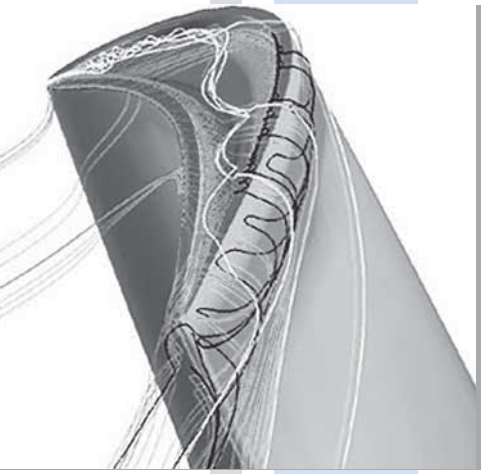


Problema de diseño 6.2

6.3 **Calentador de resistencia eléctrica** (capítulos 2, 3, 6 y 10)

En los problemas de diseño 2.7 y 3.2, se determinó el coeficiente de transferencia de calor requerido para agua fluyendo sobre la superficie exterior de un elemento calefactor. Calcule la longitud del tubo, el flujo volumétrico del agua requerido y la caída de presión si el elemento se ubica dentro de un tubo de 15 cm de diámetro interior. Proporcione la tasa de suministro de agua caliente de un calentador de agua doméstico común, determine cuántos tubos como ése se necesitarán y cómo se podrían configurar y conectar eléctricamente. Elabore una estimación aproximada del costo y decida si la caída de presión es razonable. Por último, compare los resultados con los del diseño utilizando un elemento calefactor de sección transversal circular simple como se muestra en la figura 2.7*a*).

CAPÍTULO 7



Simulación computacional del flujo en vórtice y transferencia de calor sobre la punta de un álabe de un rotor de una turbina de gas a alta presión, donde las áreas más oscuras representan regiones indeseables de alto flujo térmico.

Fuente: Cortesía de la NASA.

Convección forzada sobre superficies exteriores

Conceptos y análisis que se deben aprender

En flujo de fluidos y transferencia de calor por convección forzada sobre superficies exteriores o cuerpos abultados, el crecimiento de la capa límite no está confinado y su desarrollo espacial a lo largo de la superficie afecta el proceso de flujo térmico local. En flujos externos, la longitud de la superficie proporciona la longitud característica para el escalamiento de la capa límite así como para la representación adimensional de la pérdida por fricción del fluido y el coeficiente de transferencia de calor. En la práctica de la ingeniería se encuentra una variedad de aplicaciones diferentes de transferencia de calor sobre superficies exteriores. Entre ellas se incluye el flujo sobre bancos de tubos en intercambiadores de calor de coraza y tubos, la remoción de hielo de alas de aeronaves, el tratamiento térmico de metales y el enfriamiento de equipo eléctrico y electrónico, entre otras. Al estudiar este capítulo aprenderás:

- Cómo caracterizar el comportamiento del flujo sobre superficies exteriores y cuerpos abultados; determinar el arrastre de fluido asociado y la transferencia de calor por convección.
- Cómo calcular el coeficiente de transferencia de calor en sistemas y dispositivos de lechos empacados.
- Cómo analizar la convección forzada en flujo transversal sobre bancos o paquetes de tubos múltiples y predecir la pérdida friccional y el coeficiente de transferencia de calor.
- Cómo caracterizar flujos de chorros cuando chocan sobre superficies abultadas y determinar la transferencia de calor debida a sistemas de choque de chorros individuales y múltiples, así como de chorros sumergidos.

7.1 Flujo sobre cuerpos abultados

En este capítulo se estudia la transferencia de calor por convección forzada entre la superficie exterior de cuerpos abultados, como esferas, alambres, tubos, paquetes de tubos y fluidos que circulan perpendicularmente y en ángulos con respecto a los ejes de estos cuerpos. Los fenómenos de transferencia de calor para estos sistemas, al igual que en los sistemas en los que un fluido circula dentro de un conducto o a lo largo de una placa plana, están muy relacionados con la naturaleza del flujo. La diferencia más importante entre el flujo sobre un cuerpo abultado y el flujo sobre una placa plana o un cuerpo aerodinámico radica en el comportamiento de la capa límite. Cabe recordar que la capa límite de un fluido que circula sobre la superficie de un cuerpo aerodinámico se separará cuando el aumento de presión a lo largo de la superficie llega a ser demasiado grande. En un cuerpo aerodinámico la separación, si es que sucede, ocurre cerca de la parte posterior. Por otro lado, en un cuerpo abultado el punto de separación con frecuencia se encuentra no muy lejos del borde de ataque. Más allá del punto de separación de la capa límite, el fluido en una región cerca de la superficie fluye en dirección opuesta a la corriente principal, como se muestra en la figura 7.1. La inversión local en el flujo resulta en perturbaciones que producen remolinos turbulentos. Esto se ilustra en la figura 7.2, que es una fotografía del patrón de flujo de una corriente que fluye en ángulo recto con respecto a un cilindro. Se puede observar que los remolinos de los dos lados del cilindro se extienden corriente abajo, de manera que se forma una estela turbulenta en la parte posterior del cilindro.

Las pérdidas de presión grandes están asociadas con la separación del flujo ya que la energía cinética de los remolinos que se traslada a la estela no puede recuperarse. En el flujo sobre un cuerpo aerodinámico, la pérdida de presión se ocasiona principalmente por el arrastre de fricción superficial. Por otro lado, para un cuerpo abultado, el arrastre de la fricción superficial es pequeño comparado con el arrastre de forma en el intervalo del número de Reynolds de interés comercial. El arrastre de forma o presión se origina de la separación del flujo, que evita que se cierren las líneas de corriente y de ese modo induce una región de baja presión en la parte posterior del cuerpo. Cuando la presión sobre la parte posterior del cuerpo es menor que en el frente, allí existe una diferencia de presión que produce una fuerza de arrastre a lo largo y arriba de la fricción superficial. La magnitud del arrastre de forma disminuye conforme la separación se aleja hacia la parte posterior.

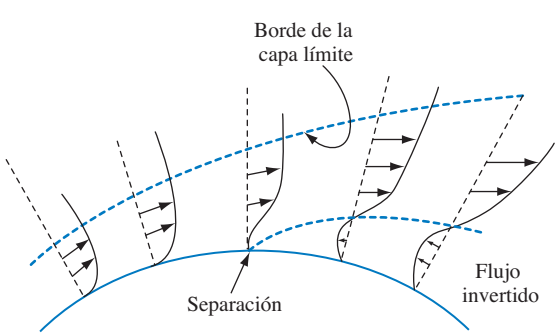


FIGURA 7.1 Bosquejo esquemático de la capa límite sobre un cilindro circular cerca del punto de separación.

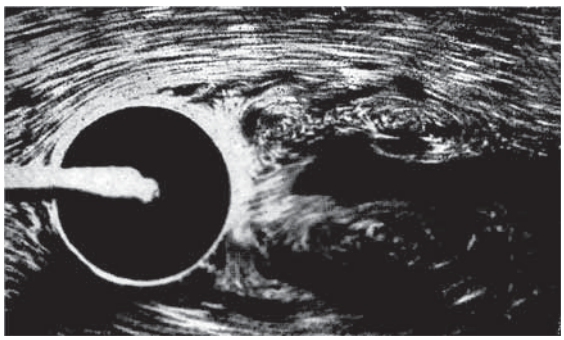


FIGURA 7.2 Patrón de flujo en flujo transversal sobre un cilindro horizontal individual.
Fuente: Fotografía de H. L. Rubach, Mitt. Forschungsarb., vol. 185, 1916.

Las formas geométricas que son más importantes en el trabajo de ingeniería son el cilindro circular largo y la esfera. Los fenómenos de transferencia de calor para estas dos formas en flujo transversal los han estudiado una variedad de investigadores y en la sección 7.2 se resumen algunos datos representativos. Además del coeficiente de transferencia de calor promedio sobre un cilindro, se estudiará la variación del coeficiente alrededor de una circunferencia. El conocimiento de la variación periférica de la transferencia de calor asociada con el flujo sobre un cilindro es importante en muchos problemas prácticos como en los cálculos de la transferencia de calor para alas de aviones, cuyos contornos del borde de ataque son aproximadamente cilíndricos. También se enfatizará la interrelación entre la transferencia de calor y los fenómenos de flujo debido a que se puede aplicar a las mediciones de la velocidad y de las fluctuaciones de la velocidad en una corriente turbulenta utilizando un anemómetro de hilo caliente.

En la sección 7.3 se aborda la transferencia de calor en lechos empacados. Existen sistemas en los que es importante la transferencia de calor hacia o desde partículas esféricas o con otras formas. En las secciones 7.4 y 7.5 se analiza la transferencia de calor hacia o desde paquetes de tubos en flujo transversal, una configuración de uso común en calderas, precalentadores de aire y en intercambiadores de calor de coraza y tubos. En la sección 7.6 se estudia la transferencia de calor de chorros.

7.2 Cilindros, esferas y otras formas abultadas

En las figuras 7.2 y 7.3 se muestran fotografías de patrones de flujo comunes para flujo sobre un solo cilindro y una esfera, respectivamente. Los puntos hacia el frente de estos cuerpos se denominan puntos de estancamiento. Las partículas de fluido que chocan allí se llevan al reposo y la presión en el punto de estancamiento, p_0, aumenta aproximadamente una carga cinética, es decir, $(\rho U_\infty^2/2g_c)$, sobre la presión en la corriente libre de llegada, p_∞. El flujo se divide en el punto de estancamiento del cilindro y una capa límite se desarrolla a lo largo de la superficie. El fluido acelera cuando fluye pasando la superficie del cilindro, como se puede observar en el agrupamiento de las líneas de corriente que se muestran en la figura 7.4. Este patrón de flujo para un fluido no viscoso dentro de un flujo irrotacional, que es un caso muy idealizado, se denomina *flujo potencial*. La velocidad alcanza un máximo en los dos lados del cilindro, luego disminuye a cero en el punto de estancamiento en la parte posterior. La distribución de presión correspondiente a este patrón de flujo idealizado se muestra mediante la línea continua en la figura 7.5 en la página 424. Como la distribución de

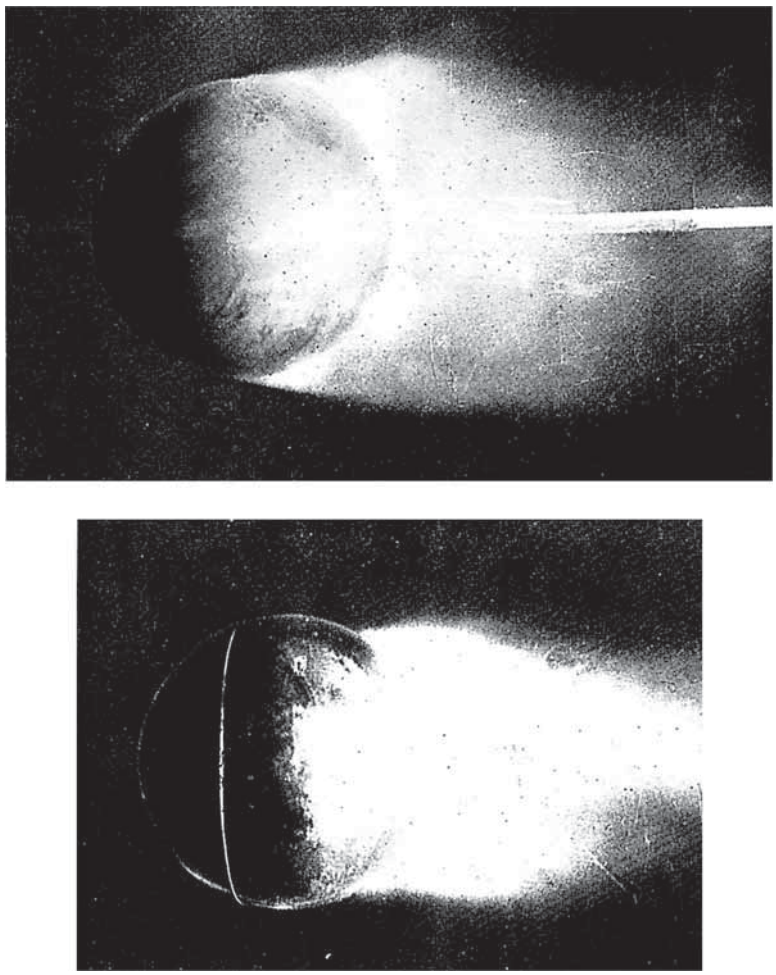


FIGURA 7.3 Fotografías de aire fluyendo alrededor de una esfera. En la fotografía inferior un alambre de "disparo" indujo una transición anticipada y la separación retrasada.

Fuente: Cortesía de L. Prandtl y del *Journal of the Royal Aeronautical Society*.

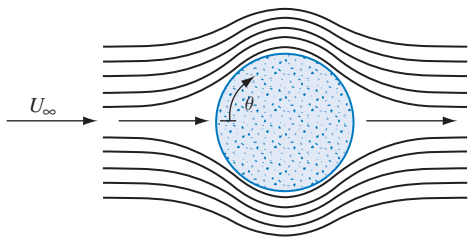


FIGURA 7.4 Líneas de corriente de flujo potencial alrededor de un cilindro circular.

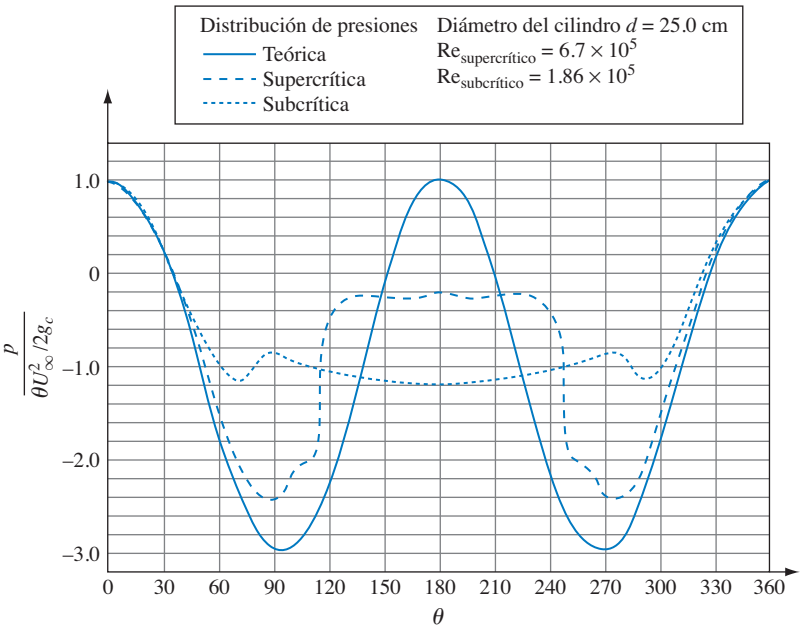


FIGURA 7.5 Distribución de presiones alrededor de un cilindro circular en flujo transversal en varios números de Reynolds; p es la presión local, $\rho U_\infty^2/2g_c$ es la presión de impacto de corriente libre; θ es el ángulo medido con respecto al punto de estancamiento.

Fuente: Con permiso de L. Flachsbart, *Handbuch der Experimental Physik*, vol. 4, parte 2.

presión es simétrica con respecto al plano central vertical del cilindro, es claro que no habrá arrastre de presión en flujo irrotacional. Sin embargo, a menos que el número de Reynolds sea muy bajo, un fluido real no se adherirá a toda la superficie del cilindro, pero como ya se mencionó, la capa límite en la que el flujo no es irrotacional se separará de los lados del cilindro como resultado del gradiente de presión adverso. La separación de la capa límite y la estela resultante en la parte posterior del cilindro originan las distribuciones de presiones que se muestran con líneas discontinuas en la figura 7.5 para números de Reynolds diferentes. Se puede observar que hay una buena concordancia entre la distribución de presión ideal y la real en la vecindad del punto de estancamiento delantero. Sin embargo, en la parte posterior del cilindro las distribuciones real e ideal difieren de manera considerable. Las características del patrón de flujo y de la capa límite dependen del número de Reynolds, $\rho U_\infty D/\mu$, que para flujo alrededor de un cilindro o una esfera se basa en la velocidad de la corriente libre de llegada U_∞ y en el diámetro exterior del cuerpo D. Las propiedades se evalúan en condiciones de corriente libre. El patrón de flujo alrededor del cilindro experimenta una serie de cambios conforme aumenta el número de Reynolds y puesto que la transferencia de calor depende en gran medida del flujo, primero se considerará el efecto del número de Reynolds en el flujo y después se interpretarán los datos de transferencia de calor a la luz de esta información.

Los bosquejos en la figura 7.6 ilustran patrones de flujo comunes en los intervalos característicos de números de Reynolds. Las letras en la figura 7.6 corresponden a los regímenes de flujo indicados en la figura 7.7, donde los coeficientes de arrastre totales adimensionales de un cilindro y una esfera, C_D, están trazados como una

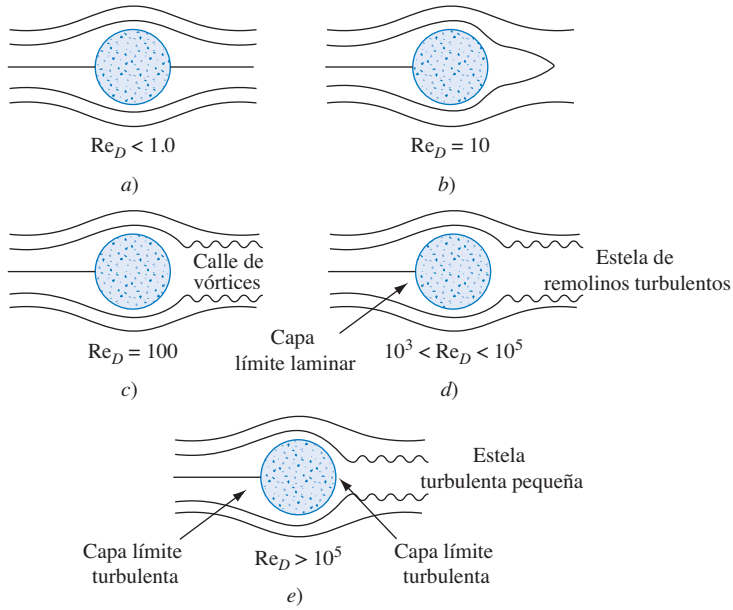


FIGURA 7.6 Patrones de flujo para el caso de flujo transversal alrededor de un cilindro a diferentes números de Reynolds.

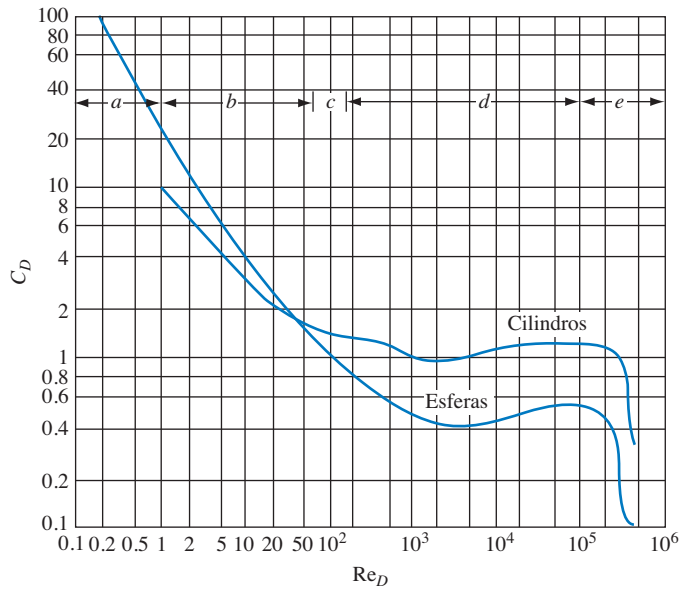


FIGURA 7.7 Coeficiente de arrastre contra número de Reynolds para cilindros circulares largos y esferas en flujo transversal.

función del número de Reynolds. El término de fuerza en el coeficiente de arrastre total es la suma de las fuerzas de presión y fricción, que se define mediante la ecuación

$$C_D = \frac{\text{fuerza de arrastre}}{A_f(\rho U_\infty^2/2g_c)}$$

donde ρ = densidad de corriente libre
U_∞ = velocidad de corriente libre
A_f = área frontal proyectada = πDL (cilindro) o $\pi D^2/4$ (esfera)
D = diámetro exterior del cilindro, o diámetro de la esfera
L = longitud del cilindro

El siguiente análisis se aplica estrictamente sólo a cilindros largos, aunque también da una imagen cualitativa del flujo al pasar por una esfera. Las letras *a*) a *e*) se refieren a las figuras 7.6 y 7.7.

a) A números de Reynolds del orden de la unidad o menores, el flujo se adhiere a la superficie y las líneas de corriente siguen a las pronosticadas en la teoría de flujo potencial. Las fuerzas de inercia son insignificantemente pequeñas y el arrastre lo ocasionan sólo las fuerzas viscosas ya que no hay separación de flujo. El calor se transfiere sólo por conducción.

b) A números de Reynolds del orden de 10, las fuerzas de inercia se vuelven apreciables y se originan dos remolinos débiles en la parte posterior del cilindro. El arrastre de presión ahora es casi la mitad del arrastre total.

c) A números de Reynolds del orden de 100, los vórtices se separan alternadamente de los dos lados del cilindro y abarcan una distancia considerable corriente abajo. A estos vórtices se les refiere como *caminos de vórtices de von Karman* en honor del científico Theodore von Karman, quien estudió el desprendimiento de vórtices de objetos abultados. Ahora predomina el arrastre por presión.

d) En el intervalo del número de Reynolds entre 10^3 y 10^5, el arrastre de fricción superficial se vuelve insignificante comparado con el arrastre de presión causado por remolinos turbulentos en la estela. El coeficiente de arrastre permanece aproximadamente constante debido a que la capa límite permanece laminar desde el borde de ataque hasta el punto de separación, que se encuentra en todo este intervalo del número de Reynolds a una posición angular θ entre 80 y 85° medida con respecto a la dirección del flujo.

e) A números de Reynolds mayores que aproximadamente 10^5 (el valor exacto depende del nivel de turbulencia de la corriente libre) la energía cinética del fluido en la capa límite laminar sobre la parte delantera del cilindro es suficiente para superar al gradiente de presión desfavorable sin separación. El flujo en la capa límite se vuelve turbulento mientras aún está unido y el punto de separación se mueve hacia la parte posterior. El cierre de las líneas de corriente reduce el tamaño de la estela y por tanto el arrastre de presión se reduce de manera sustancial. Experimentos de Fage y Falkner [1, 2] indican que una vez que la capa límite se ha convertido en turbulenta, no se separará antes de que alcance una posición angular correspondiente a un ángulo θ de aproximadamente 130°.

Los análisis del crecimiento de la capa límite y de la variación del coeficiente de transferencia local con la posición angular alrededor de cilindros y esferas sólo han sido exitosos de manera parcial. Squire [3] resolvió las ecuaciones de movimiento y energía para un cilindro a temperatura constante en flujo transversal sobre la parte de la superficie a la cual se adhiere una capa límite laminar. Él demostró que en el

punto de estancamiento y en su vecindario inmediato, el coeficiente de transferencia de calor por convección se puede calcular a partir de la ecuación

$$\mathrm{Nu}_D = \frac{h_c D}{k} = C\sqrt{\frac{\rho U_\infty D}{\mu}} \tag{7.1}$$

donde C es una constante cuyos valores numéricos a varios números de Prandtl son los siguientes:

Pr	0.7	0.8	1.0	5.0	10.0
C	1.0	1.05	1.14	2.1	1.7

Sobre la parte delantera del cilindro ($0 < \theta < 80°$), la ecuación empírica para $h_c(\theta)$, el valor local del coeficiente de transferencia de calor en θ

$$\mathrm{Nu}(\theta) = \frac{h_c(\theta) D}{k} = 1.14\left(\frac{\rho U_\infty D}{\mu}\right)^{0.5} \mathrm{Pr}^{0.4}\left[1 - \left(\frac{\theta}{90}\right)^3\right] \tag{7.2}$$

se ha determinado que concuerda satisfactoriamente [4] con datos experimentales.

Giedt [5] midió las presiones locales y los coeficientes de transferencia de calor locales sobre toda la circunferencia de un cilindro largo de 10.2 cm de diámetro exterior en una corriente de aire en un intervalo del número de Reynolds de 70 000 a 220 000, los resultados de Giedt se muestran en la figura 7.8 y en la figura 7.9 se muestran datos similares para números de Reynolds menores (las dos figuras se muestran en la página siguiente). Si los datos que se muestran en las figuras 7.8 y 7.9 se comparan a números de Reynolds correspondientes con los patrones de flujo y con las características de la capa límite explicadas antes, se pueden hacer algunas observaciones.

A números de Reynolds menores que 100 000 la separación de la capa límite laminar ocurre a una posición angular de aproximadamente 80°. La transferencia de calor y las características del flujo sobre la parte delantera del cilindro se parecen a las del flujo laminar sobre una placa plana, las cuales se analizaron antes. La transferencia de calor local es mayor en el punto de estancamiento y disminuye con la distancia a lo largo de la superficie conforme el espesor de la capa límite aumenta. La transferencia de calor alcanza un mínimo en los lados del cilindro cerca del punto de separación. Más allá del punto de separación, la transferencia de calor local aumenta debido a que existe una turbulencia considerable sobre la parte posterior del cilindro, donde los torbellinos de la estela barren la superficie. Sin embargo, el coeficiente de transferencia de calor sobre la parte posterior no es mayor que el correspondiente sobre la parte frontal debido a que los remolinos recirculan parte del fluido y, a pesar de su alta turbulencia, no son tan efectivos como una capa límite turbulenta para mezclar el fluido en la vecindad de la superficie con el fluido en la corriente principal.

A números de Reynolds lo suficientemente grandes para permitir la transición de flujo laminar a turbulento en la capa límite sin separación de la capa límite laminar, el coeficiente de transferencia de calor tiene dos mínimos alrededor del cilindro. El primer mínimo ocurre en el punto de transición. Conforme la transición de flujo laminar a turbulento progresa, el coeficiente de transferencia de calor aumenta y alcanza un máximo aproximadamente en el punto donde la capa límite se vuelve completamente turbulenta. Luego el coeficiente de transferencia de calor comienza a disminuir y alcanza un segundo mínimo a aproximadamente 130°, el punto en el que la capa límite turbulenta se separa del cilindro. Sobre la parte posterior del cilindro el coeficiente de transferencia de calor aumenta a otro máximo en el punto de estancamiento posterior.

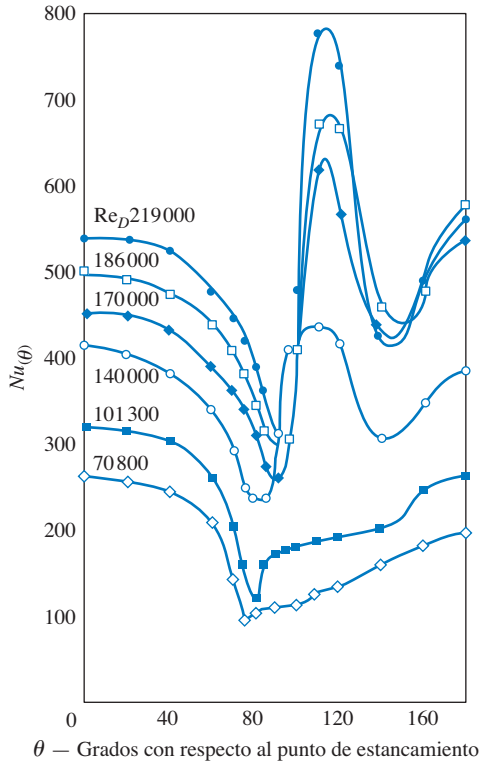


FIGURA 7.8 Variación circunferencial del coeficiente de transferencia de calor adimensional (Nu_θ) a números de Reynolds altos para un cilindro circular en flujo transversal.

Fuente: Cortesía de W. H. Giedt, "Investigation of Variation of Point Unit-Heat-Transfer Coefficient around a Cylinder Normal to an Air System", Trans. ASME, vol. 71, 1949, pp. 375-381. Reimpresa con permiso de The American Society of Mechanical Engineers International.

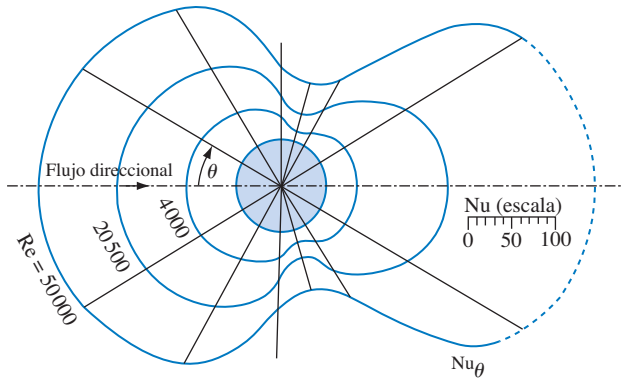


FIGURA 7.9 Variación circunferencial del número de Nusselt local $Nu(\theta) = h_c(\theta)D_o/k_f$ a números de Reynolds bajos para un cilindro circular en flujo transversal.

Fuente: De acuerdo con W. Lorisch, de M. ten Bosch, *Die Wärmeübertragung*, 3a. ed., Springer Verlag, Berlín, 1936.

EJEMPLO 7.1 Para diseñar un sistema de calentamiento con el fin de evitar la formación de hielo sobre las alas de aviones, se necesita saber el coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie exterior del borde de ataque. El contorno del borde de ataque se puede aproximar mediante la mitad de un cilindro de 30 cm de diámetro, como se muestra en la figura 7.10. El aire ambiente está a −34 °C y la temperatura superficial no debe ser menor que 0 °C. El avión está diseñado para volar a 7 500 m de altitud a una velocidad de 150 m/s. Calcule la distribución del coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la parte delantera del ala.

SOLUCIÓN A una altitud de 7500 m la presión del aire atmosférico estándar es 38.9 kPa y la densidad del aire es 0.566 kg/m^3 (consulte la tabla 38 del apéndice 2).

El coeficiente de transferencia de calor en el punto de estancamiento ($\theta = 0$) es, de acuerdo con la ecuación (7.2),

$$h_c(\theta = 0) = 1.14\left(\frac{\rho U_\infty D}{\mu}\right)^{0.5} \mathrm{Pr}^{0.4}\,\frac{k}{D}$$

$$= (1.14)\left(\frac{(0.566\,\mathrm{kg/m^3}) \times (150\,\mathrm{m/s}) \times (0.30\,\mathrm{m})}{1.74 \times 10^{-5}\,\mathrm{kg/m\ s}}\right)^{0.5} (0.72)^{0.4}\left(\frac{0.024\,\mathrm{W/m\ K}}{0.30\,\mathrm{m}}\right)$$

$$= 96.7\ \mathrm{W/m^2\ °C}$$

La variación de h_c con θ se obtiene multiplicando el valor del coeficiente de transferencia de calor en el punto de estancamiento por $1 - (\theta/90)^3$. La tabulación de los resultados es la siguiente:

θ (grados)	0	15	30	45	60	75
$h_c(\theta)$(W/m^2 °C)	96.7	96.3	93.1	84.6	68.0	40.7

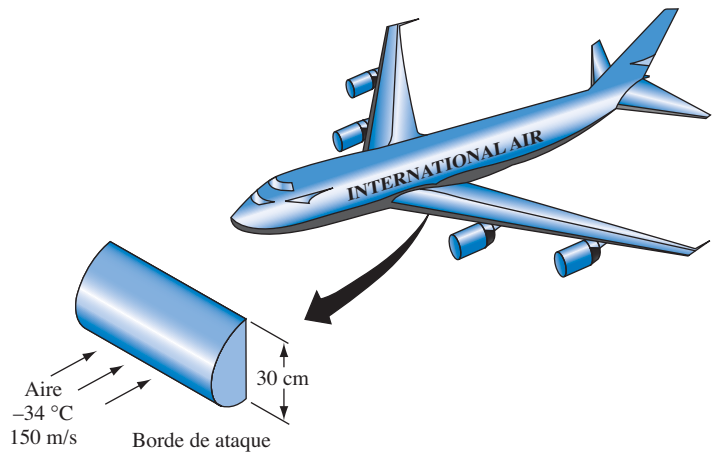


FIGURA 7.10 Aproximación del borde de ataque en un ala de un avión, del ejemplo 7.1.

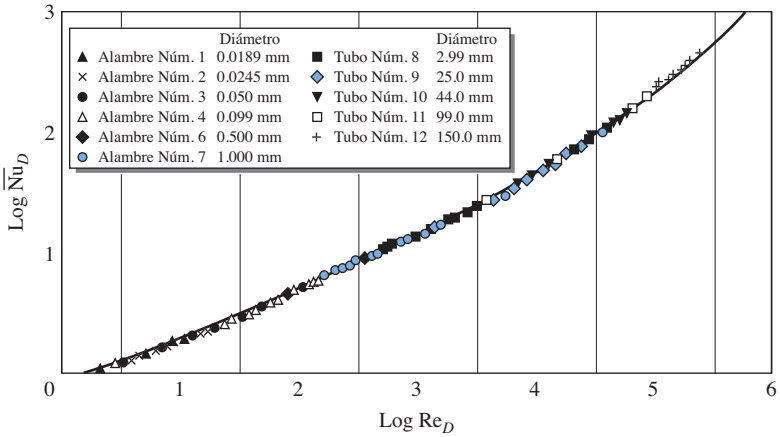


FIGURA 7.11 Números de Nusselt promedio contra número de Reynolds para un cilindro circular en flujo transversal de aire.

Fuente: After R. Hilpert [6, p. 220].

Del análisis anterior es evidente que la variación del coeficiente de transferencia de calor alrededor de un cilindro o de una esfera es un problema muy complejo. Por fortuna, para muchas aplicaciones prácticas no es necesario conocer el valor local $h_{c\theta}$, sino que es suficiente evaluar el valor promedio del coeficiente de transferencia de calor alrededor del cuerpo. Varios observadores han medido coeficientes de transferencia de calor medios para flujo sobre cilindros y esferas individuales. Hilpert [6] midió con precisión los coeficientes de transferencia de calor promedio para aire fluyendo sobre cilindros de diámetros variando de 19 μm a 15 cm. Sus resultados se muestran en la figura 7.11, donde el número de Nusselt promedio $\bar{h}_c D/k$ está trazado como una función del número de Reynolds $U_\infty D/\nu$.

Žukauskas [7] propuso una correlación para un cilindro a temperatura uniforme T_s en flujo transversal de líquidos y gases:

$$\overline{\text{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = C\left(\frac{U_\infty D}{\nu}\right)^m \text{Pr}^n \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_s}\right)^{0.25} \tag{7.3}$$

donde todas las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura del fluido de corriente libre excepto para Pr_s, que se evalúa a la temperatura superficial. Las constantes en la ecuación (7.3) se dan en la tabla 7.1. Para $\text{Pr} < 10$, $n = 0.37$, y para $\text{Pr} > 10$, $n = 0.36$.

TABLA 7.1 Coeficientes para la ecuación (7.3)

Re_D	C	m
1-40	0.75	0.4
40-1×10^3	0.51	0.5
1×10^3-2×10^5	0.26	0.6
2×10^5-1×10^6	0.076	0.7

Para cilindros que no son normales al flujo, Groehn [8] desarrolló la correlación siguiente:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.206\,\mathrm{Re}_N^{0.63}\mathrm{Pr}^{0.36} \tag{7.4}$$

En la ecuación (7.4), el número de Reynolds Re_N se basa en la componente de la velocidad normal al eje del cilindro:

$$\mathrm{Re}_N = \mathrm{Re}_D \operatorname{sen}\theta$$

y el ángulo de oblicuidad, θ, es el ángulo entre la dirección de flujo y el eje del cilindro, por ejemplo, $\theta = 90°$ para flujo transversal.

La ecuación (7.4) es válida de $\mathrm{Re}_N = 2\,500$ hasta el número de Reynolds crítico, que depende del ángulo de oblicuidad como sigue:

θ	$\mathbf{Re}_{\mathbf{crít}}$
15°	2×10^4
30°	8×10^4
45°	2.5×10^5
>45°	$>2.5 \times 10^5$

Groehn también determinó que, en el intervalo de $2 \times 10^5 < \mathrm{Re}_D < 10^6$, el número de Nusselt es independiente del ángulo de oblicuidad

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.012\,\mathrm{Re}_D^{0.85}\mathrm{Pr}^{0.36} \tag{7.5}$$

Para cilindros con sección transversal no circular en gases, Jakob [9] compiló datos de dos fuentes y presentó los coeficientes de la ecuación de correlación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = B\,\mathrm{Re}_D^n \tag{7.6}$$

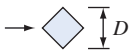
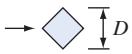
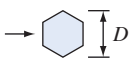
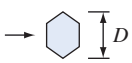
en la tabla 7.2. En la ecuación (7.6), todas las propiedades se deben evaluar a la temperatura de película, que se definió en el capítulo 4 como la media de las temperaturas superficial y de corriente libre de un fluido.

Para transferencia de calor de un cilindro en flujo transversal de metales líquidos, Ishiguro y colaboradores [10] recomiendan la ecuación de correlación:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 1.125(\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})^{0.413} \tag{7.7}$$

en el intervalo $1 \leq \mathrm{Re}_D\mathrm{Pr} \leq 100$. La ecuación (7.7) pronostica un $\overline{\mathrm{Nu}}_D$ un tanto menor que el de los estudios analíticos para temperatura constante [$\overline{\mathrm{Nu}}_D$=1.015(Re_DPr)$^{0.5}$] o bien para flujo constante [$\overline{\mathrm{Nu}}_D$=1.145(Re_DPr)$^{0.5}$]. Como se destacó en [10], ninguna condición límite se alcanzó en el esfuerzo experimental. La diferencia entre la ecuación (7.7) y las ecuaciones de correlación para los dos estudios analíticos aparentemente se debe a la suposición de flujo viscoso en los estudios analíticos. Esa suposición no deja margen para una región separada a valores grandes de Re*D*Pr, que es donde la ecuación (7.7) se desvía de los resultados analíticos.

TABLA 7.2 Constantes en la ecuación (7.6) para convección forzada perpendicular a tubos no circulares

Dirección y perfil del flujo	Re_D De	Re_D A	*n*	*B*
	5 000	100 000	0.588	0.222
	2 500	15 000	0.612	0.224
	2 500	7 500	0.624	0.261
	5 000	100 000	0.638	0.138
	5 000	19 500	0.638	0.144
	5 000	100 000	0.675	0.092
	2 500	8 000	0.699	0.160
	4 000	15 000	0.731	0.205
	19 500	100 000	0.782	0.035
	3 000	15 000	0.804	0.085

Quarmby y Al-Fakhri [11] determinaron de manera experimental que el efecto de la proporción dimensional (relación de longitud a diámetro) del tubo es insignificante para valores de la proporción dimensional mayores que 4. El flujo de aire forzado sobre el cilindro fue esencialmente el de un cilindro infinito en flujo transversal. Ellos examinaron el efecto de las variaciones en la longitud calentada y de esta manera la proporción dimensional, calentando independientemente cinco secciones longitudinales del cilindro. Sus datos para proporciones dimensionales grandes se comparan favorablemente con los datos de Žukauskas [7] para cilindros en flujo transversal. Para proporciones dimensionales menores que 4, ellos recomiendan

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.123\,\mathrm{Re}_D^{0.651} + 0.00416\left(\frac{D}{L}\right)^{0.85}\mathrm{Re}_D^{0.792} \tag{7.8}$$

en el intervalo

$$7 \times 10^4 < \mathrm{Re}_D < 2.2 \times 10^5$$

Las propiedades en la ecuación (7.8) se deben evaluar a la temperatura de película. La ecuación (7.8) concuerda bien con datos de Žukauskas [7] en el límite $L/D \to \infty$ para este intervalo relativamente pequeño del número de Reynolds.

En varios estudios se ha intentado determinar el coeficiente de transferencia de calor cerca de la base de un cilindro empotrado a una pared y expuesto a flujo transversal o cerca de la punta de un cilindro expuesto a flujo transversal. El objetivo de estos estudios fue pronosticar con más precisión el coeficiente de transferencia de calor para aletas, bancos de tubos y el enfriamiento de componentes electrónicos. Sparrow y Samie [12] midieron el coeficiente de transferencia de calor en la punta de un cilindro

y también para una longitud de la parte cilíndrica (igual a 1/4 del diámetro) cerca de la punta. Determinaron que los coeficientes de trasferencia de calor son de 50 a 100% mayores, dependiendo del número de Reynolds, que los que se pronosticarían con la ecuación (7.3). Sparrow y colaboradores [13] examinaron el coeficiente de transferencia de calor cerca del extremo empotrado de un cilindro en flujo transversal. Ellos encontraron que en una región de aproximadamente un diámetro desde el extremo empotrado, los coeficientes de transferencia de calor eran aproximadamente 9% menores que los que se anticiparían mediante la ecuación (7.3).

La turbulencia en la corriente libre aproximándose a un cilindro puede tener una influencia relativamente grande en la transferencia de calor promedio. Yardi y Sukhatme [14] determinaron experimentalmente un aumento de 16% en el coeficiente de transferencia de calor promedio cuando la intensidad de la turbulencia de corriente libre se incrementó de 1 a 8% en el intervalo del número de Reynolds de 6 000 a 60 000. Por otro lado, la escala de longitud de la turbulencia de corriente libre no afectó el coeficiente de transferencia de calor promedio. Sus mediciones de la transferencia de calor local mostraron que el efecto de la turbulencia de corriente libre era mayor en el punto de estancamiento frontal y que disminuía hasta un efecto insignificante en el punto de estancamiento posterior. En las correlaciones dadas en este capítulo se supone que la turbulencia de corriente libre es muy baja.

7.2.1 Anemómetro de hilo caliente

La relación entre la velocidad y la tasa de transferencia de calor de un cilindro individual en flujo transversal se utiliza para medir la velocidad y las fluctuaciones de la velocidad en flujo turbulento y en procesos de combustión mediante el uso de un anemómetro de hilo caliente. Este instrumento consiste básicamente en un hilo (alambre) delgado (3 a 30 μm de diámetro), eléctricamente calentado y estirado a través de los extremos de dos terminales de contacto. Cuando el alambre se expone a una corriente de fluido más frío, pierde calor por convección. La temperatura del alambre y en consecuencia su resistencia eléctrica, dependen de la temperatura y velocidad del fluido y de la corriente de calentamiento. Para determinar la velocidad del fluido, el alambre se mantiene a temperatura constante ajustando la corriente y determinando la velocidad del fluido a partir del valor medido de la corriente, o bien el alambre se calienta por una corriente constante y la velocidad se deduce por una medición de la resistencia eléctrica o de la caída de voltaje en el alambre. En el primer método, el método de temperatura constante, el alambre caliente forma un brazo en el circuito de un puente de Wheatstone, como se muestra en la figura 7.12*a*). La resistencia del brazo del reóstato, R_e, se ajusta para equilibrar el puente cuando la temperatura y por consiguiente, la resistencia, del alambre ha alcanzado cierto valor deseado. Cuando la velocidad del fluido aumenta, la corriente requerida para mantener la temperatura y la resistencia del alambre constantes también deben aumentar. Este cambio en la corriente se efectúa ajustando el reóstato en serie con la fuente de voltaje. Cuando el galvanómetro indica que el puente está de nuevo en equilibrio, el cambio en la corriente, que se lee en el amperímetro, indica el cambio en la velocidad. En el otro método, la corriente en el alambre se mantiene constante y las fluctuaciones en la caída de voltaje causadas por variaciones en la velocidad del fluido se registran a través de la entrada de un amplificador, del cual la salida está conectada a un osciloscopio. En la figura 7.12*b*) se muestra de manera esquemática una configuración de la medición del voltaje. Dryden y Keuthe [15] y Pearson [16] proporcionan información adicional sobre el método del hilo caliente. Si bien la circuitería

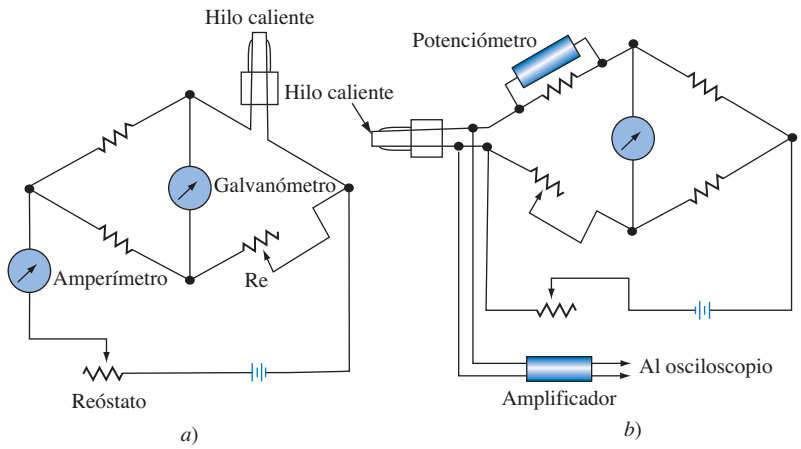


FIGURA 7.12 Circuitos esquemáticos para sondas de hilo caliente y equipo asociado. *a*) Método de temperatura constante, *b*) método de corriente constante.

necesaria para mantener una temperatura constante del alambre es más compleja que la necesaria para la operación con corriente constante, con frecuencia se prefiere ya que las propiedades del fluido que afectan la transferencia de calor del alambre son constantes si la temperatura del alambre y las temperaturas de corriente libre son constantes. Esto simplifica en gran medida la determinación de la velocidad mediante la corriente en el alambre.

EJEMPLO 7.2 Un alambre de platino pulido de 25 μm de diámetro y 6 mm de longitud se utiliza en un anemómetro de hilo caliente para medir la velocidad de aire a 20 °C en el intervalo entre 2 y 10 m/s (consulte la figura 7.13). El alambre se colocará en el circuito del puente de Wheatstone que se muestra en la figura 7.12*a*). Su temperatura se mantendrá a 230 °C ajustando la corriente utilizando el reóstato. Para diseñar el circuito eléctrico, se necesita conocer la corriente requerida como una función de la velocidad del aire. La resistividad eléctrica del platino a 230 °C es 17.1 $\mu\Omega$ cm.

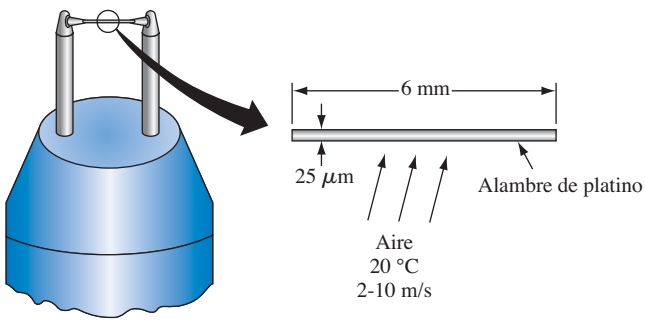


FIGURA 7.13 Bosquejo del anemómetro de hilo caliente del ejemplo 7.2.

SOLUCIÓN Como el alambre es muy delgado, la conducción a través de él se puede ignorar; además, el gradiente de temperatura en el alambre en cualquier sección transversal se puede pasar por alto. A la temperatura de corriente libre, el aire tiene una conductividad térmica de 0.0251 W/m °C y una viscosidad cinemática de 1.57×10^{-5} m²/s. A una velocidad de 2 m/s, el número de Reynolds es

$$\mathrm{Re}_D = \frac{(2\,\mathrm{m/s})(25 \times 10^{-6}\,\mathrm{m})}{1.57 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}} = 3.18$$

Por tanto, el intervalo del número de Reynolds de interés es de 1 a 40, por lo que la ecuación de correlación a partir de la ecuación (7.3) y de la tabla 7.1, es

$$\frac{\bar{h}_c D}{k} = 0.75\,\mathrm{Re}_D^{0.4}\mathrm{Pr}^{0.37}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s}\right)^{0.25}$$

Ignorando la variación pequeña en el número de Prandtl de 20 a 230 °C, el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio como una función de la velocidad es

$$\begin{aligned}\bar{h}_c &= (0.75)(3.18)^{0.4}\left(\frac{U_\infty}{2}\right)^{0.4}(0.71)^{0.37}\left(\frac{0.0251\,\mathrm{W/m\ K}}{25 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}}\right)\\ &= 799\,U_\infty^{0.4}\,\mathrm{W/m^2\,°C}\end{aligned}$$

En este punto, es necesario estimar el coeficiente de transferencia de calor por flujo de calor radiante. De acuerdo con la ecuación (1.21), se tiene

$$\bar{h}_r = \frac{q_r}{A(T_s - T_\infty)} = \frac{\sigma\epsilon(T_s^4 - T_\infty^4)}{T_s - T_\infty} = \sigma\epsilon(T_s^2 + T_\infty^2)(T_s + T_\infty)$$

o, puesto que

$$(T_s^2 + T_\infty^2)(T_s + T_\infty) \approx 4\left(\frac{T_s + T_\infty}{2}\right)^3$$

se tiene aproximadamente

$$\bar{h}_r = \sigma\epsilon\,4\left(\frac{T_s + T_\infty}{2}\right)^3$$

La emisividad del platino pulido, de la tabla 7 del apéndice 2, es de aproximadamente 0.05, por lo que $\bar{h}_r$, es de casi 0.05 W/m² °C. Esto demuestra que la cantidad de calor transferido por radiación es despreciable comparada con el calor transferido por convección forzada.

Por tanto, la tasa a la que el calor se transfiere del alambre es

$$\begin{aligned}q_c &= \bar{h}_c A(T_s - T_\infty) = (799U_\infty^{0.4})(\pi)(25 \times 10^{-6})(6 \times 10^{-3})(210)\\ &= 0.0790U_\infty^{0.4}\,\mathrm{W}\end{aligned}$$

que debe ser igual a la tasa de disipación de energía eléctrica para mantener el alambre a 230 °C. La resistencia eléctrica del alambre, R_e, es

$$R_e = (17.1 \times 10^{-6}\,\mathrm{ohm\ cm})\frac{0.6\,\mathrm{cm}}{\pi(25 \times 10^{-4}\,\mathrm{cm})^2/4} = 2.09\,\mathrm{ohm}$$

Un balance de calor con la corriente i en amperios da

$$i^2 R_e = 0.0790 U_\infty^{0.4}$$

Despejando la corriente como una función de la velocidad, se obtiene

$$i = \left(\frac{0.0790}{2.09}\right)^{1/2} U_\infty^{0.2} = 0.19 U_\infty^{0.20} \text{ amp}$$

7.2.2 Esferas

Es importante conocer las características de la transferencia de calor hacia o desde cuerpos esféricos para pronosticar el desempeño térmico de sistemas donde se calientan o enfrían nubes de partículas en una corriente de fluido. Por lo general se necesita comprender la transferencia de calor de partículas aisladas antes de intentar correlacionar datos para lechos empacados, nubes de partículas u otras situaciones donde las partículas puedan interactuar. Cuando las partículas tienen una forma irregular, los datos para esferas producirán resultados satisfactorios si el diámetro de la esfera se remplaza por un diámetro equivalente, es decir, si D se toma como el diámetro de una partícula esférica que tenga la misma área superficial que la partícula irregular.

En la figura 7.7* se muestra el coeficiente de arrastre total de una esfera como una función del número de Reynolds de corriente libre y en la 7.14 se dan los datos correspondientes para la transferencia de calor entre una esfera y aire. En el intervalo del número de Reynolds de aproximadamente 25 a 100 000, la ecuación recomendada por McAdams [17] para calcular el coeficiente de transferencia de calor promedio para esferas calentadas o enfriadas por un gas es

$$\overline{\text{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 0.37\left(\frac{\rho D U_\infty}{\mu}\right)^{0.6} = 0.37\,\text{Re}_D^{0.6} \tag{7.9}$$

Para números de Reynolds entre 1.0 y 25, la ecuación

$$\bar{h}_c = c_p U_\infty \rho\left(\frac{2.2}{\text{Re}_D} + \frac{0.48}{\text{Re}_D^{0.5}}\right) \tag{7.10}$$

se puede utilizar para transferencia de calor en un gas. Para transferencia de calor en líquidos así como en gases, la ecuación

$$\overline{\text{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 2 + (0.4\,\text{Re}_D^{0.5} + 0.06\,\text{Re}_D^{0.67})\text{Pr}^{0.4}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.25} \tag{7.11}$$

correlaciona los datos disponibles en los intervalos del número de Reynolds entre 3.5 y 7.6×10^4 y los números de Prandtl entre 0.7 y 380 [18].

Achenbach [19] midió la transferencia de calor promedio de una esfera a temperatura constante en aire para números de Reynolds más allá del valor crítico.

*Cuando la esfera es arrastrada a lo largo de una corriente (por ejemplo, una gotita de líquido en una corriente de gas), la velocidad pertinente para el número de Reynolds es la diferencia de velocidad entre la de la corriente y la del cuerpo.

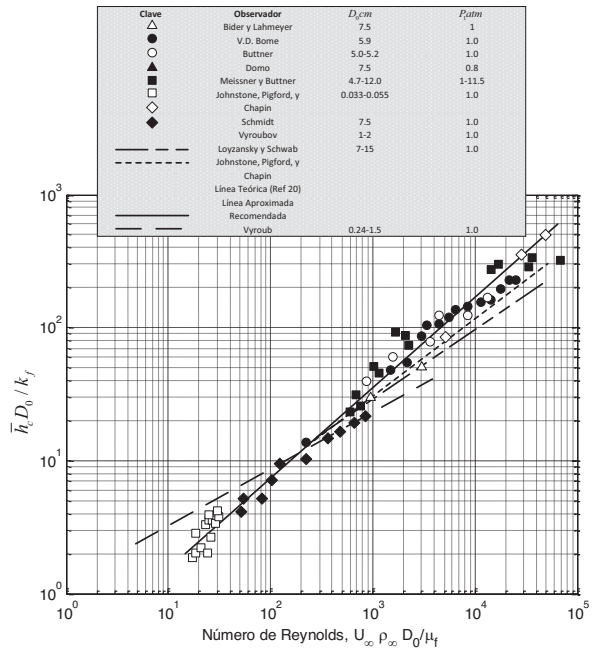


FIGURA 7.14 Correlaciones de coeficientes de transferencia de calor promedios experimentales para flujo alrededor de una esfera.

Para números de Reynolds menores que el valor crítico $100 < \mathrm{Re}_D < 2 \times 10^5$, determinó

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 2 + \left(\frac{\mathrm{Re}_D}{4} + 3 \times 10^{-4} \mathrm{Re}_D^{1.6} \right)^{1/2} \tag{7.12}$$

que se puede comparar con los datos de varias fuentes presentadas en la figura 7.14. En el caso limitante cuando el número de Reynolds es menor que la unidad, Johnston y colaboradores [20] demostraron a partir de consideraciones teóricas que el número de Nusselt se aproxima a un valor constante de 2 para un número de Prandtl de la unidad a menos que las esferas tengan diámetros del orden de la trayectoria libre media de las moléculas en el gas. Más allá del punto crítico, $4 \times 10^5 < \mathrm{Re}_D < 5 \times 10^6$, Achenbach recomendó

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 430 + 5 \times 10^{-3} \mathrm{Re}_D + 0.25 \times 10^{-9} \mathrm{Re}_D^2 - 3.1 \times 10^{-17} \mathrm{Re}_D^3 \tag{7.13}$$

En el caso de transferencia de calor de una esfera de un metal líquido, Witte [21] utilizó una técnica de medición transitoria para determinar la ecuación de correlación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 2 + 0.386 (\mathrm{Re}_D \mathrm{Pr})^{1/2} \tag{7.14}$$

en el intervalo de $3.6 \times 10^4 < \mathrm{Re}_D < 2 \times 10^5$. Las propiedades se tienen que evaluar a la temperatura de película. El único metal líquido probado fue el sodio. Los datos fueron un tanto menores que los de los resultados anteriores para aire o agua, pero concordaron muy bien con los análisis anteriores en los que se supuso flujo potencial de sodio líquido alrededor de una esfera.

7.2.3 Objetos abultados

Sogin [22] determinó experimentalmente el coeficiente de transferencia de calor en la región separada de la estela detrás de una placa plana de ancho D colocada perpendicular al flujo y a un cilindro semicircular de diámetro D para números de Reynolds entre 1 y 4×10^5 y determinó que las ecuaciones siguientes correlacionaban los resultados de transferencia de calor media en aire:

Placa plana normal:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 0.20\ \mathrm{Re}_D^{2/3} \tag{7.15}$$

Cilindro semicircular con superficie posterior plana:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \frac{\bar{h}_c D}{k} = 0.16\ \mathrm{Re}_D^{2/3} \tag{7.16}$$

Las propiedades se tienen que evaluar a la temperatura pelicular. Estos resultados concuerdan con un análisis realizado por Mitchell [23].

Sparrow y Geiger [24] desarrollaron la correlación siguiente para la transferencia de calor de la cara corriente arriba de un disco orientado con su eje alineado con el flujo de corriente libre:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 1.05\ \mathrm{Re}_D^{1/2}\mathrm{Pr}^{0.36} \tag{7.17}$$

que es válida para $5\,000 < \mathrm{Re}_D < 50\,000$. Las propiedades se tienen que evaluar en condiciones de corriente libre.

Tien y Sparrow [25] midieron los coeficientes de transferencia de masa de placas cuadradas para aire a varios ángulos con respecto a la corriente libre. Estudiaron el intervalo $2 \times 10^4 < \mathrm{Re}_L < 10^5$ para ángulos de ataque e inclinación longitudinal de 25, 45, 65 y 90° y ángulos de oblicuidad de 0, 22.5 y 45°. Encontraron el resultado un tanto inesperado de que todos los datos se podrían correlacionar con precisión (±5%) con una sola ecuación:

$$(\bar{h}_c / c_p \rho U_\infty)\mathrm{Pr}^{2/3} = 0.930\ \mathrm{Re}_L^{-1/2} \tag{7.18}$$

donde la escala de longitud L es la longitud del borde de la placa. Las propiedades se tienen que evaluar a la temperatura de corriente libre.

La insensibilidad al ángulo de aproximación del flujo se atribuyó a una reubicación del punto de estancamiento conforme se cambió el ángulo, ajustando el flujo para minimizar la fuerza de arrastre sobre la placa. Debido a que la placa era cuadrada, este movimiento del punto de estancamiento parece que no alteró la longitud de trayectoria libre media. Para formas geométricas no cuadradas, esta insensibilidad al ángulo de aproximación del flujo puede resultar nula.

EJEMPLO 7.3 Determine la tasa de pérdida de calor por convección de un conjunto de paneles colectores solares montados en un techo y expuestos a una velocidad del aire de 0.5 m/s, como se muestra en la figura 7.15. El conjunto es cuadrado de 2.5 m por lado, la superficie de los colectores está a 70 °C y la temperatura del aire ambiente es 20 °C.

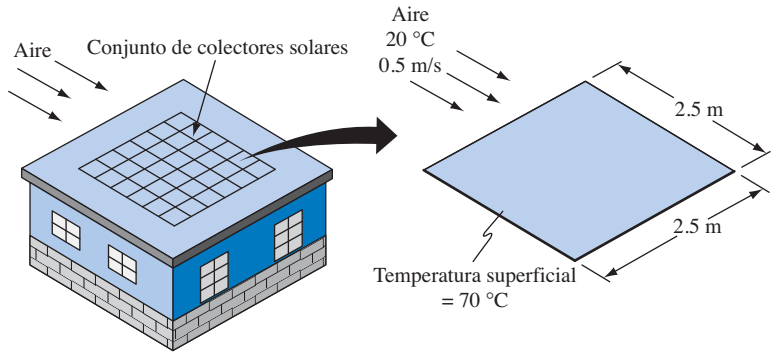


FIGURA 7.15 Bosquejo del ejemplo 7.3.

SOLUCIÓN A la temperatura de corriente libre de 20 °C, la viscosidad cinemática del aire es 1.57×10^{-5} m²/s, la densidad es 1.16 kg/m³, el calor específico es 1 012 W s/kg °C, y Pr = 0.71. Entonces el número de Reynolds es

$$\mathrm{Re}_L = \frac{U_\infty L}{\nu} = \frac{(0.5 \text{ m/s})(2.5 \text{ m})}{(1.57 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})} = 79\,618$$

La ecuación (7.18) da

$$(\bar{h}_c/c_p \rho U_\infty)\mathrm{Pr}^{2/3} = 0.930(79\,618)^{-1/2} = 0.0033$$

El coeficiente de transferencia de calor promedio es

$$\bar{h}_c = (0.0033)(0.71)^{-2/3}(1.16 \text{ kg/m}^3)(1\,012 \text{ W s/kg K})(0.5 \text{ m/s}) = 2.43 \text{ W/m}^2 \text{ °C}$$

y la tasa de pérdida de calor del conjunto es

$$q = (2.43 \text{ W/m}^2 \text{ K})(70 - 20)(\text{K})(2.5 \text{ m})(2.5 \text{ m}) = 759 \text{ W}$$

Wedekind [26] midió la transferencia de calor por convección de un disco aislado con su eje alineado perpendicular a un flujo de gas de corriente libre. Si bien no es estrictamente un cuerpo abultado, su geometría es importante en el campo del enfriamiento de componentes electrónicos. Sus datos se correlacionan mediante la relación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.591\,\mathrm{Re}_D^{0.564}\mathrm{Pr}^{1/3} \tag{7.19}$$

que es válida en el intervalo $9 \times 10^2 < \mathrm{Re}_D < 3 \times 10^4$.

En la ecuación (7.19), D es el diámetro del disco. El intervalo de las relaciones del espesor al diámetro del disco probado por Wedekind fue de 0.06 a 0.16. Los valores de las propiedades se tienen que evaluar a la temperatura pelicular. Los datos se correlacionaron utilizando la transferencia de calor de toda el área superficial del disco.

7.3* Lechos empacados

Muchos procesos importantes requieren que haya contacto entre una corriente de gas o de líquido y partículas sólidas. Estos procesos incluyen reactores catalíticos, desecadoras de granos, lechos para el almacenamiento de energía térmica solar, cromatografía de gases, regeneradores y lechos desecantes. El contacto entre el fluido y la superficie de la partícula permite la transferencia de calor y/o masa entre el fluido y la partícula. El dispositivo puede consistir en un tubo, un recipiente o de algún otro envase para el lecho de partículas a través del cual fluye un gas o un líquido. En la figura 7.16*a*) se representa un lecho empacado que se podría utilizar para el almacenamiento de calor de energía solar. El lecho se calentaría durante el ciclo de carga bombeando aire caliente u otro fluido calentado de trabajo a través del lecho. Las partículas, que componen el lecho empacado, se calientan hasta la temperatura del aire y de ese modo almacenan calor de manera apreciable. Durante el ciclo de descarga, se bombearía aire más frío a través del lecho, enfriando las partículas y removiendo el calor almacenado. Las partículas, en ocasiones denominadas empaque del lecho, pueden tener una de varias formas, como se muestra en la figura 7.16*b*), dependiendo del uso planeado del lecho empacado.

Según la finalidad del lecho empacado, puede ser necesario transferir calor o masa entre la partícula y el fluido, o tal vez se requiera transferir calor a través de la pared del recipiente de contención. Por ejemplo, en el lecho empacado que se muestra en la figura 7.16*a*), se necesita pronosticar la tasa de transferencia de calor entre el aire y las partículas. Por otro lado, un reactor catalítico puede necesitar rechazar el calor de la reacción (que ocurre sobre la superficie de la partícula) a través de las paredes del recipiente que contiene el reactor. La presencia de las partículas catalizadoras modifica la transferencia de calor de la pared al grado en que las correlaciones para flujo a través de un tubo vacío no son aplicables.

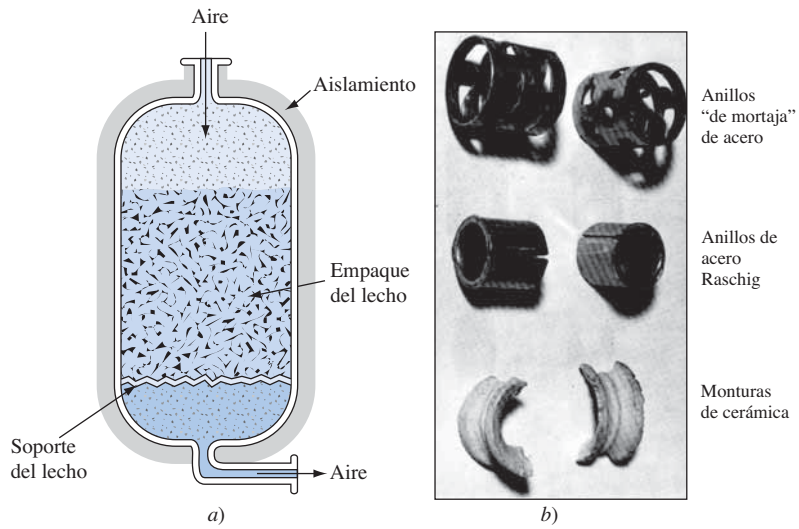


FIGURA 7.16 Intercambiador de calor de lecho empacado.

Fuente: Cortesía de Frank Kreith.

En las correlaciones para la transferencia de calor o de masa en lechos empacados se utiliza un número de Reynolds basado en la velocidad superficial del fluido U_s, es decir, la velocidad del fluido que existiría si el lecho estuviera vacío. La escala de longitud utilizada en los números de Reynolds y de Nusselt por lo general es el diámetro equivalente del empaque D_p. Como las esferas sólo son un tipo posible de empaque, se debe definir un diámetro equivalente de partícula que se apoye de alguna manera en el volumen de partícula y en su área superficial. Esa definición puede variar de una correlación a otra, por lo que se debe tener cuidado antes de intentar aplicar la correlación. Otro parámetro importante en lechos empacados es la fracción de vacíos ε, que es la fracción del volumen del lecho que está vacía (1 − fracción del volumen del lecho ocupada por sólidos). La fracción de vacíos en ocasiones aparece explícitamente en correlaciones y en otras se utiliza en el número de Reynolds. Además, el número de Prandtl puede aparecer explícitamente en la correlación aunque los datos originales puedan haberse obtenido sólo para gases. En ese caso, es probable que la correlación no sea confiable para líquidos.

Whitaker [18] correlacionó datos para la transferencia de calor de gases para tipos diferentes de empaques de varias fuentes. Los tipos de empaques incluían cilindros con diámetro igual a la altura, esferas y varios tipos de empaques comerciales como anillos Raschig, anillos divididos y monturas Berl. Los datos se correlacionaron con un margen de ±25% mediante la ecuación:

$$\frac{\bar{h}_c D_p}{k} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\left(0.5\,\mathrm{Re}_{D_p}^{1/2} + 0.2\,\mathrm{Re}_{D_p}^{2/3}\right)\mathrm{Pr}^{1/3} \tag{7.20}$$

en el intervalo $20 < \mathrm{Re}_{D_p} < 10^4$, $0.34 < \varepsilon < 0.78$.

El diámetro del empaque D_p se define como seis veces el volumen de la partícula dividido entre el área superficial de la misma, que para una esfera se reduce al diámetro. Todas las propiedades se tienen que evaluar a la temperatura global del fluido. Si la temperatura global del fluido varía significativamente a través del intercambiador de calor, se puede utilizar el promedio de los valores de entrada y salida. Whitaker definió el número de Reynolds como

$$\mathrm{Re}_{D_p} = \frac{D_p U_s}{\nu(1-\varepsilon)}$$

La ecuación (7.20) no correlaciona muy bien datos para cubos debido a que puede ocurrir una reducción significativa en el área superficial cuando los cubos se apilan unos sobre otros. Además, los datos para una configuración regular (cúbica centrada en el cuerpo) de esferas se encuentran muy arriba de las correlaciones dadas por la ecuación (7.20).

Upadhyay [27] utilizó la analogía de la transferencia de masa para estudiar la transferencia de calor y de masa en lechos empacados a números de Reynolds muy bajos. Upadhyay recomienda la correlación

$$(\bar{h}_c/c_p\rho U_s)\mathrm{Pr}^{2/3} = \frac{1}{\varepsilon}\,1.075\,\mathrm{Re}_{D_p}^{-0.826} \tag{7.21}$$

en el intervalo $0.01 < \mathrm{Re}_{D_p} < 10$ y

$$(\bar{h}_c/c_p\rho U_s)\mathrm{Pr}^{2/3} = \frac{1}{\varepsilon}\,0.455\,\mathrm{Re}_{D_p}^{-0.4} \tag{7.22}$$

en el intervalo $10 < \mathrm{Re}_{D_p} < 200$.

El número de Reynolds en las ecuaciones (7.21) y (7.22) se define como

$$\mathrm{Re}_{D_p} = \frac{D_p U_s}{\nu}$$

donde el diámetro parcial es

$$D_p = \sqrt{\frac{A_p}{\pi}}$$

y A_p es el área superficial de la partícula.

El intervalo de la fracción de vacíos probada por Upadhyay fue muy angosto, $0.371 < \varepsilon < 0.451$, y los datos fueron sólo para gránulos cilíndricos. Los datos reales fueron para una operación de transferencia de masa, disolución de las partículas sólidas en agua. El uso de esta correlación para gases, $\mathrm{Pr} = 0.71$, puede ser cuestionable.

Para calcular la transferencia de calor de la pared de un lecho empacada a un gas, Beek [28] recomienda

$$\frac{\bar{h}_c D_p}{k} = 2.58\,\mathrm{Re}_{D_p}^{1/3}\mathrm{Pr}^{1/3} + 0.094\,\mathrm{Re}_{D_p}^{0.8}\mathrm{Pr}^{0.4} \tag{7.23}$$

para partículas como los cilindros, que se pueden empacar cerca de la pared y

$$\frac{\bar{h}_c D_p}{k} = 0.203\,\mathrm{Re}_{D_p}^{1/3}\mathrm{Pr}^{1/3} + 0.220\,\mathrm{Re}_{D_p}^{0.8}\mathrm{Pr}^{0.4} \tag{7.24}$$

para partículas como las esferas, que hacen contacto con la pared en un punto. En las ecuaciones (7.23) y (7.24), el número de Reynolds es

$$40 < \mathrm{Re}_{D_p} = \frac{U_s D_p}{\nu} < 2\,000$$

donde D_p lo define Beek como el diámetro de la esfera o del cilindro. Para otros tipos de empaques, una definición como la empleada por Whitaker debe ser suficiente. Las propiedades en las ecuaciones (7.23) y (7.24) se deben evaluar a la temperatura pelicular. Beek también da una ecuación de correlación para el factor de fricción

$$f = \frac{D_p}{L}\frac{\Delta p}{\rho U_s^2 g_c} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3}\left(1.75 + 150\frac{1-\varepsilon}{\mathrm{Re}_{D_p}}\right) \tag{7.25}$$

En la ecuación (7.25), Δp es la caída de presión a lo largo de una longitud L del lecho empacado.

EJEMPLO 7.4 En un lecho empacado se va a calentar monóxido de carbono a presión atmosférica de 50 a 350 °C. El lecho es un tubo con un diámetro interior de 7.62 cm lleno de cilindros sólidos de 0.93 cm de diámetro y 1.17 cm de longitud con una configuración aleatoria (consulte la figura 7.17). El flujo másico de monóxido de carbono es 5 kg/h

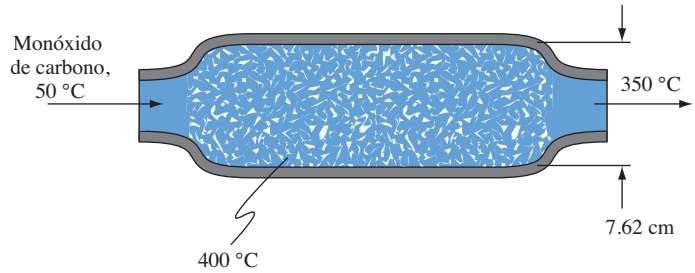


FIGURA 7.17 Bosquejo esquemático del lecho empacado del ejemplo 7.4.

y la superficie interior del tubo se mantiene a 400 °C. Determine el coeficiente de transferencia de calor promedio en la pared del tubo.

SOLUCIÓN La temperatura de película es 225 °C en la entrada del precalentador y de 375 °C en la salida. Al evaluar las propiedades del monóxido de carbono (tabla 30 del apéndice 2) al promedio de éstas, o a 300 °C, se determina una viscosidad cinemática de 4.82×10^{-5} m^2/s, conductividad térmica de 0.042 W/m °C, densidad de 0.60 kg/m^3, calor específico de 1 081 J/kg °C y un número de Prandtl de 0.71. La velocidad superficial es

$$U_s = \frac{(5\,\text{kg/h})}{(0.6\,\text{kg/m}^3)(\pi\, 0.0762^2/4)(\text{m}^2)} = 1\,827\,\text{m/h}$$

El volumen del empaque cilíndrico es $[\pi(0.93\ \text{cm})^2/4](1.17\ \text{cm}) = 0.795\ \text{cm}^3$ y el área superficial es $(2)[\pi(0.93\ \text{cm})^2/4] + \pi(0.93\ \text{cm})(1.17\ \text{cm}) = 4.78\ \text{cm}^2$. Por tanto, el diámetro equivalente del empaque es

$$D_p = \frac{(6)(0.795\,\text{cm}^3)}{4.78\,\text{cm}^2} = 1\,\text{cm} = 0.01\,\text{m}$$

lo que da un número de Reynolds de

$$\text{Re}_{D_p} = \frac{(1\,827\text{m/h})/(3\,600\text{s/h})(0.01\,\text{m})}{(4.82 \times 10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s})} = 105$$

De la ecuación (7.23), se tiene

$$\frac{h_c D_p}{k} = 2.58(105)^{1/3}(0.71)^{1/3} + 0.094(105)^{0.8}(0.71)^{0.4}$$

$$= 14.3$$

o

$$\bar{h}_c = \frac{(14.3)(0.042\,\text{W/m K})}{0.01\,\text{m}} = 60.1\,\text{W/m}^2\,^\circ\text{C}$$

7.4 Paquetes de tubos en flujo transversal

La evaluación del coeficiente de transferencia de calor por convección entre un banco (paquete) de tubos y un fluido que circula a ángulos rectos con respecto a los tubos es un paso importante en el diseño y en el análisis del desempeño de muchos tipos de intercambiadores de calor comerciales. Por ejemplo, existe una gran variedad de calentadores de gas en los que un fluido caliente dentro de los tubos calienta un gas que pasa sobre el exterior de los tubos. En la figura 7.18 se muestran varias configuraciones de calentadores de aire tubulares en los que los productos de la combustión, después de que salen de una caldera, un economizador o sobrecalentador, se utilizan para precalentar el aire que va a las unidades de generación de vapor. Las corazas de estos calentadores de gas suelen ser rectangulares y el gas en el lado de la coraza fluye en el espacio entre el exterior de los tubos y la coraza. Como el área de la sección transversal del flujo cambia de manera continua a lo largo de la trayectoria, el gas en el lado de la coraza acelera y desacelera de manera periódica. Existe una situación similar en algunos intercambiadores de calor de líquido a líquido de tubos cortos sin difusores en los que el fluido en el lado de la coraza fluye sobre los tubos. En estas unidades, la configuración de los tubos es similar a la de un calentador de gas, excepto que el área de la sección transversal de la coraza varía cuando se utiliza una coraza cilíndrica.

Kays y London [29] compilaron datos de transferencia de calor y de caída de presión para una gran variedad de estos núcleos de intercambiadores de calor. En su resumen incluyen datos sobre bancos de tubos desnudos así como de tubos con aletas de placa, de aletas de tira, de aletas de placa ondulada, de aletas cilíndricas, etcétera.

En esta sección se analizan algunas de las características de flujo y transferencia de calor de paquetes de tubos desnudos. En lugar de preocuparnos por la información detallada sobre un núcleo de un intercambiador de calor específico o de una configuración de tubos o de un tipo de tubo particular, nos enfocaremos sobre el elemento común de la mayoría de los intercambiadores de calor, el paquete de tubos en flujo transversal. Esta información se aplica directamente a uno de los intercambiadores de calor más común, el de coraza y tubos y proporcionará una base para comprender los datos ingenieriles de los intercambiadores de calor que se dan en la referencia [29].

La transferencia de calor en flujo sobre paquetes de tubos depende en gran medida del patrón de flujo y del grado de turbulencia, que a su vez son funciones de la velocidad del fluido, del tamaño y la configuración de los tubos. Las fotografías de las figuras 7.19 y 7.20 ilustran los patrones de flujo para agua que circula en el intervalo turbulento bajo sobre tubos configurados *en línea* y *escalonados*, respectivamente. Las fotografías se obtuvieron [30] rociando polvo fino de aluminio sobre la superficie del agua fluyendo perpendicularmente al eje de los tubos colocados verticalmente. Se observa que los patrones de flujo alrededor de tubos en las primeras filas transversales son similares a los del flujo alrededor de tubos individuales. Al enfocar la atención sobre un tubo en la primera fila de la configuración en línea, se observa que la capa límite se separa de los dos lados del tubo y se forma una estela detrás de ella. La estela turbulenta se extiende hasta el tubo ubicado en la segunda fila transversal. Como resultado de la alta turbulencia en las estelas, la capa límite alrededor de tubos en la segunda y filas subsiguientes se vuelve progresivamente más delgada. Por tanto, en situaciones de flujo turbulento no es sorprendente que los coeficientes de transferencia de calor de los tubos en la primera fila sean menores que los coeficientes de transferencia de calor en filas subsiguientes. Por otro lado, en flujo laminar, se ha observado la tendencia opuesta [31] debido al efecto de sombreado de los tubos corriente arriba.

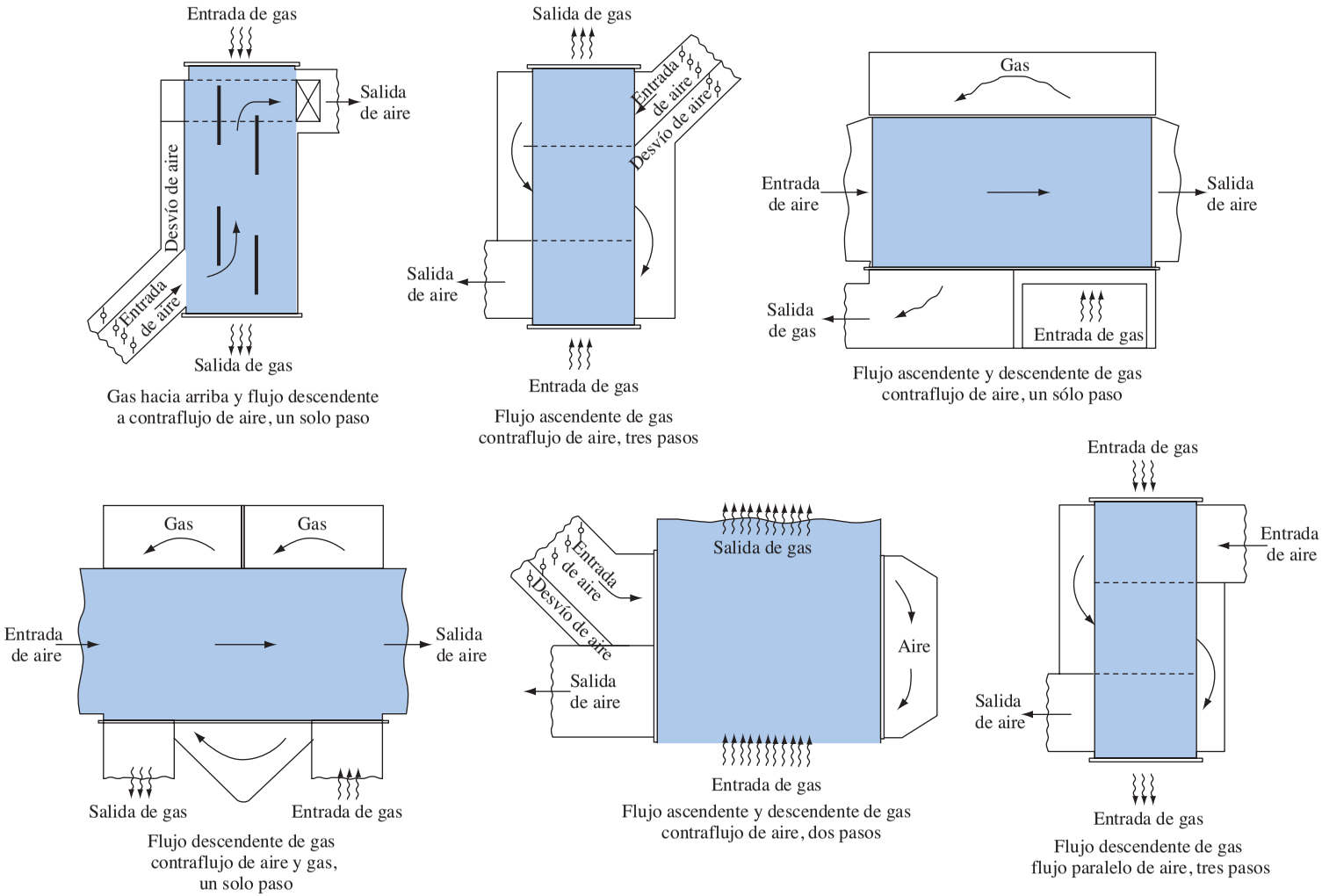


FIGURA 7.18 Configuraciones de calentadores de aire tubulares.

Fuente: Cortesía de la Babcock & Wilcox Company.

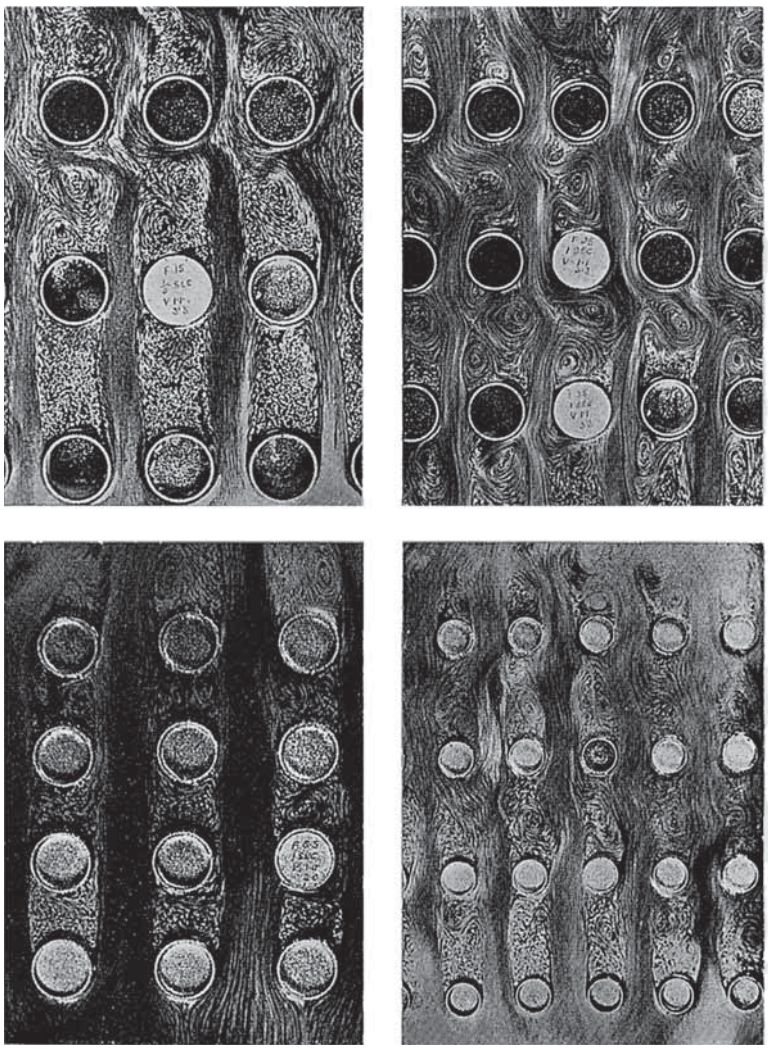


FIGURA 7.19 Patrones de flujo en paquetes de tubos en línea. El flujo en todas las fotografías es ascendente.

Fuente: "Photographic Study of Fluid Flow between Banks of Tubes", Pendennis Wallis, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Professional Engineering Publishing, ISSN 0020-3483, volumen 142/1939, DOI: 10. 1243/PIME_PROC_1939_142_027_02, pp. 379-387.

Para una configuración de tubos escalonados muy cerca unos de otros (figura 7.20), la estela turbulenta detrás de cada tubo es un tanto menor que para configuraciones en línea similares, pero no existe una reducción apreciable en la disipación de energía global. Experimentos con varios tipos de configuraciones de tubos [7] han demostrado que, para unidades prácticas, la relación entre la transferencia de calor y la disipación de energía depende principalmente de la velocidad del fluido, del tamaño de los tubos y de la distancia entre los tubos. Sin embargo, en la zona de transición, el desempeño de una configuración escalonada de tubos muy cerca unos de otros es un poco superior a la de una configuración similar de tubos en línea. En el régimen laminar, la primera fila de tubos presenta una transferencia de calor menor que en las filas corriente abajo, justo al comportamiento opuesto de la configuración en línea.

Las ecuaciones disponibles para el cálculo de los coeficientes de transferencia de calor en flujo sobre bancos de tubos se basan completamente en datos experimentales debido a que el patrón de flujo es demasiado complejo para que se trate de manera analítica. Mediante experimentos se ha demostrado que en el flujo sobre bancos esca-

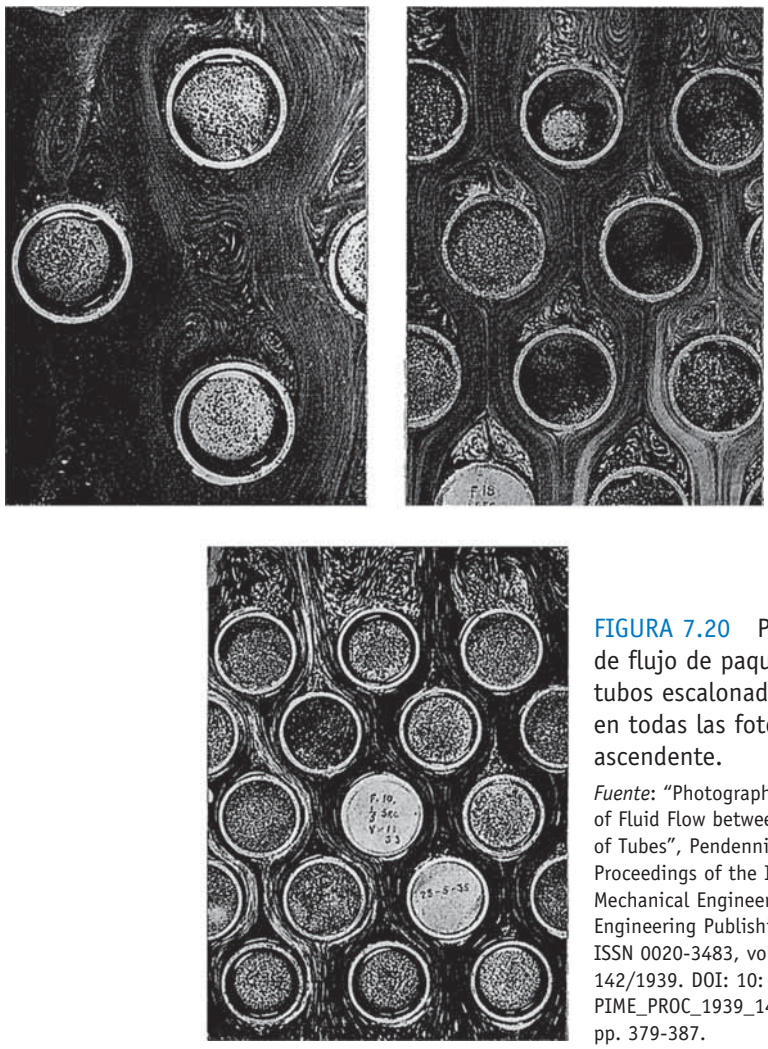


FIGURA 7.20 Patrones de flujo de paquetes de tubos escalonados. El flujo en todas las fotografías es ascendente.

Fuente: "Photographic Study of Fluid Flow between Banks of Tubes", Pendennis Wallis, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Professional Engineering Publishing, ISSN 0020-3483, volumen 142/1939. DOI: 10: 1243/PIME_PROC_1939_142_027_02, pp. 379-387.

lonados, la transición de flujo laminar a turbulento es más gradual que en el flujo a través de un tubo, en tanto que para paquetes de tubos en línea los fenómenos de transición se parecen a los que se observan en el flujo en tubos. En cualquier caso, la transición de flujo laminar a turbulento inicia a un número de Reynolds basado en la velocidad en el área mínima de flujo, aproximadamente 200 y el flujo se vuelve completamente turbulento a un número de Reynolds de aproximadamente 6 000.

Para cálculos en ingeniería, el coeficiente de transferencia de calor promedio para todo el paquete de tubos es de interés primordial. Los datos experimentales para la transferencia de calor en flujo sobre bancos de tubos suelen correlacionarse mediante una ecuación de la forma $\overline{\mathrm{Nu}}_D = \mathrm{const}(\mathrm{Re}_D)^m(\mathrm{Pr})^n$, que antes se utilizó para correlacionar los datos para flujo sobre un solo tubo. Para aplicar esta ecuación a flujo sobre paquetes de tubos, se necesita seleccionar una velocidad de referencia ya que la velocidad del fluido varía a lo largo de su trayectoria. La velocidad empleada para calcular el número de Reynolds para flujo sobre paquetes de tubos se basa en el *área libre mínima* disponible para el flujo del fluido, sin importar si el área mínima ocurre

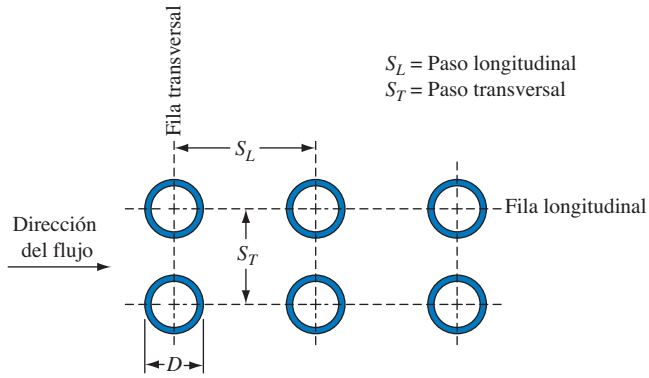


FIGURA 7.21 Nomenclatura para la configuración de tubos en línea.

en las aperturas transversales o diagonales. Para configuraciones de tubos en línea (figura 7.21), el área de flujo libre mínima por longitud unitaria de tubo $A_{\text{mín}}$ siempre es $A_{\text{mín}} = S_T - D$, donde S_T es la distancia entre los centros de los tubos en filas longitudinales adyacentes (medida perpendicularmente a la dirección del flujo), o el *paso transversal*. Entonces la velocidad máxima es $S_T/(S_T - D)$ multiplicada por la velocidad de flujo libre basada en el área de la coraza sin tubos. El símbolo S_L denota la distancia centro a centro entre filas transversales adyacentes de tubos o conductos (medida en la dirección del flujo) y se denomina *paso longitudinal*.

Para configuraciones escalonadas (figura 7.22) el área de flujo libre mínima puede ocurrir, como en el caso anterior, entre tubos adyacentes en una fila o, si S_L/S_T es tan pequeña que $\sqrt{(S_T/2)^2 + S_L^2} < (S_r + D)/2$, entre tubos diagonalmente opuestos. En el último caso, la velocidad máxima $U_{\text{máx}}$ es $(S_T/2)/(\sqrt{S_L^2 + (S_T/2)^2} - D)$ por la velocidad de flujo libre basada en el área de la coraza sin tubos.

Después de determinar la velocidad máxima, el número de Reynolds es

$$\text{Re}_D = \frac{U_{\text{máx}} D}{\nu}$$

donde D es el diámetro del tubo.

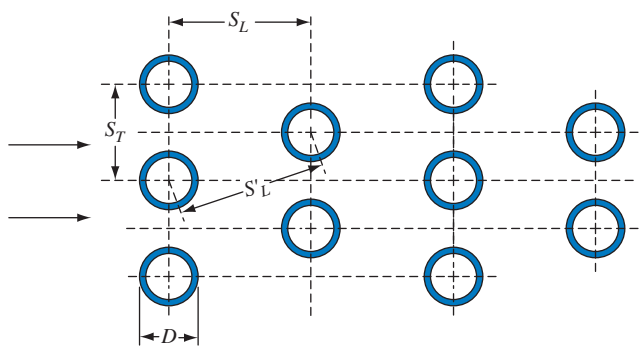


FIGURA 7.22 Bosquejo que ilustra la nomenclatura para configuraciones de tubos cruzados.

Žukauskas [7] desarrolló ecuaciones de correlación para pronosticar la transferencia de calor media de bancos de tubos. Las ecuaciones son principalmente para tubos en las filas interiores del banco de tubos. Sin embargo, no se puede distinguir entre los coeficientes de transferencia de calor medios para las filas 3, 4, 5, ...; la segunda fila presenta una transferencia de calor de 10 a 25% menor que las filas internas para $\mathrm{Re} < 10^4$ y una transferencia de calor igual para $\mathrm{Re} > 10^4$, la transferencia de calor de la primera fila puede ser 60 a 75% de la correspondiente a las filas internas, dependiendo del paso longitudinal. Por tanto, las ecuaciones de correlación pronosticarán una transferencia de calor del banco de tubos dentro de un margen de 6% para 10 o más filas. Las correlaciones son válidas para $0.7 < \mathrm{Pr} < 500$.

Las ecuaciones de correlación son de la forma

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = C\ \mathrm{Re}_D^m \mathrm{Pr}^{0.36} \left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s} \right)^{0.25} \tag{7.26}$$

donde el subíndice s significa que el valor de la propiedad del fluido se debe evaluar a la temperatura de pared del tubo. Otras propiedades del fluido se deben evaluar a la temperatura global del fluido.

Para tubos en línea en el intervalo de flujo laminar $10 < \mathrm{Re}_D < 100$,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.8\ \mathrm{Re}_D^{0.4} \mathrm{Pr}^{0.36} \left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s} \right)^{0.25} \tag{7.27}$$

y para tubos cruzados en el intervalo de flujo laminar $10 < \mathrm{Re}_D < 100$,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.9\ \mathrm{Re}_D^{0.4} \mathrm{Pr}^{0.36} \left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s} \right)^{0.25} \tag{7.28}$$

Chen y Wung [32] validaron las ecuaciones (7.27) y (7.28) utilizando una solución numérica para $50 < \mathrm{Re}_D < 1000$.

En el régimen de transición, $10^3 < \mathrm{Re}_D < 2 \times 10^5$, m es el exponente en Re_D y varía de 0.55 a 0.73 para bancos en línea, dependiendo del paso de los tubos. Se recomienda un valor medio de 0.63 para bancos en línea con $S_T/S_L \geq 0.7$:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.27\ \mathrm{Re}_D^{0.63} \mathrm{Pr}^{0.36} \left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s} \right)^{0.25} \tag{7.29}$$

[Para $S_T/S_L < 0.7$, la ecuación (7.29) pronostica valores significativamente mayores de $\overline{\mathrm{Nu}}_D$; sin embargo, esta configuración de tubos produce un intercambiador de calor inefectivo.]

Para bancos cruzados con $S_T/S_L < 2$,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.35 \left(\frac{S_T}{S_L} \right)^{0.2} \mathrm{Re}_D^{0.60} \mathrm{Pr}^{0.36} \left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s} \right)^{0.25} \tag{7.30}$$

y para $S_T/S_L \geq 2$,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.40\ \mathrm{Re}_D^{0.60} \mathrm{Pr}^{0.36} \left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s} \right)^{0.25} \tag{7.31}$$

En el régimen turbulento, $\mathrm{Re}_D > 2 \times 10^5$, la transferencia de calor para tubos interiores aumenta rápidamente debido a la turbulencia generada por los tubos corriente

arriba. En algunos casos, el exponente de número de Reynolds m excede 0.8, lo que corresponde al exponente en números de Reynolds para la capa límite turbulenta en el frente del tubo. Esto significa que la transferencia de calor en la parte posterior del tubo debe aumentar aún más rápidamente. Por tanto, el valor de m depende de la configuración de los tubos, de la rugosidad de los tubos, de las propiedades del fluido y de la turbulencia de corriente libre. Se recomienda un valor promedio $m = 0.84$.

Para bancos de tubos en línea,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.021\,\mathrm{Re}_D^{0.84}\mathrm{Pr}^{0.36}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s}\right)^{0.25} \tag{7.32}$$

Para filas cruzadas con $\mathrm{Pr} > 1$,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.022\,\mathrm{Re}_D^{0.84}\mathrm{Pr}^{0.36}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s}\right)^{0.25} \tag{7.33}$$

y si $\mathrm{Pr} = 0.7$,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.019\,\mathrm{Re}_D^{0.84} \tag{7.34}$$

En la figura 7.23 se comparan las ecuaciones de correlación anteriores, ecuaciones (7.27) a (7.34), con datos experimentales de varias fuentes para configuraciones en

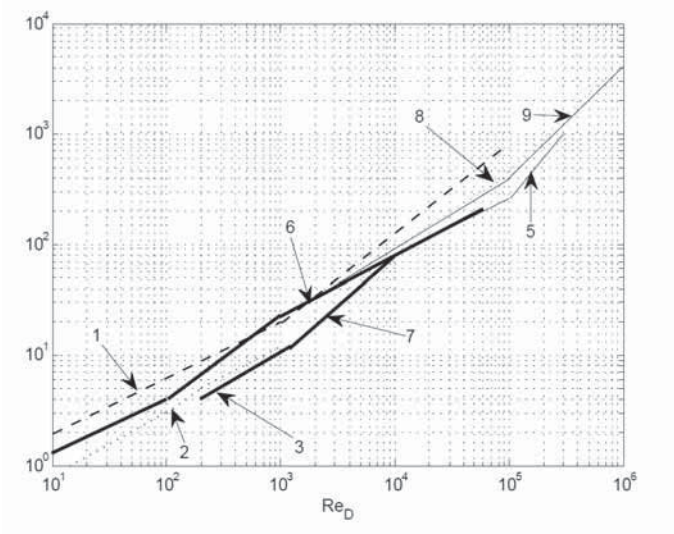


FIGURA 7.23 Comparación de la transferencia de calor de bancos en línea. Curva, $S_T/D \times S_L/D = 1.25 \times 1.25$, y la curva 2, 1.5×1.5 (según Bergelin y colaboradores); curva 1.25×1.25 (según Kays y London); curva 4, 1.45×1.45 (según Kuznetsov y Turilin); curva 5, 1.3×1.5 (según Lyapin); curva 6, 2.0×2.0 (según Isachenko); curva 7, 1.9×1.9 (según Grimson); curva 8, 2.4×2.4 (según Kuznetsov y Turilin); curva 9, 2.1×1.4 (según Hammecke y colaboradores).

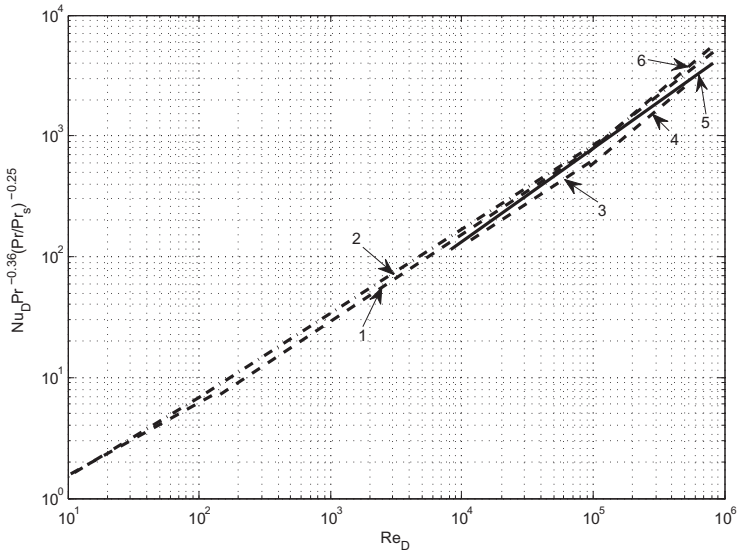


FIGURA 7.24 Comparación de la transferencia de calor de bancos cruzados. Curva 1, $S_T/D \times S_L/D = 1.5 \times 1.3$ (según Bergelin y colaboradores; curva 2, 1.5×1.5 y 2.0×2.0 (según Grimson e Isachenko); curva 3, 2.0×2.0 (según Antuf'yev y Beletsky, Kuznetsov y Turilin y Kazakevich); curva 4, 1.3×1.5 (según Lyapin); curva 5, 1.6×1.4 (según Dwyer y Sheeman); curva 6, 2.1×1.4 (según Hammecke y colaboradores).

línea y en la figura 7.24 para configuraciones cruzadas. Las líneas continuas en la figura representan las ecuaciones de correlación.

Achenbach [33] amplió los datos de paquetes de tubos hasta $\mathrm{Re}_D = 7 \times 10^6$ para configuraciones escalonadas con paso transversal $S_T/D = 2$ y paso lateral $S_L/D = 1.4$. Sus datos están correlacionados por la ecuación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.0131\,\mathrm{Re}_D^{0.883}\mathrm{Pr}^{0.36} \tag{7.35}$$

que es válida en el intervalo $4.5 \times 10^5 < \mathrm{Re}_D < 7 \times 10^6$.

Achenbach también investigó el efecto de la rugosidad de los tubos en la transferencia de calor y en la caída de presión en paquetes en línea en el régimen turbulento [34]. Determinó que la caída de presión a través de un paquete de tubos rugosos era aproximadamente 30% menor que para un paquete de tubos lisos, en tanto que el coeficiente de transferencia de calor era de aproximadamente 40% mayor que el correspondiente para un paquete de tubos lisos. El efecto máximo se observó para una rugosidad superficial de aproximadamente 0.3% del diámetro del tubo y se atribuyó al inicio temprano de la turbulencia promovida por la rugosidad.

Para bancos de tubos en línea muy cercanos unos de otros, se necesita fundamentar el número de Reynolds en la velocidad promedio integrada sobre el perímetro del tubo tal que los resultados para varios espaciamientos colapsarán en una sola línea de correlación. Esos resultados presentados en [7], indican que este procedimiento correlaciona datos para $2 \times 10^3 < \mathrm{Re}_D < 2 \times 10^5$ y para espaciamientos $1.01 \leq S_T/D = S_L/D \leq 1.05$. Sin embargo, Aiba y colaboradores [35] demostraron que para una sola fila de tubos muy cerca unos de otros existe un número de

Reynolds crítico, Re_{Dc}. A valores menores que Re_{Dc}, se forma una región de estancamiento detrás del primer cilindro, lo que reduce la transferencia de calor hacia los cilindros restantes (tres) por abajo de la correspondiente a un solo cilindro. A valores mayores que Re_{Dc}, la región de estancamiento sube hacia un vórtice y aumenta de manera significativa la transferencia de calor desde los cilindros corriente abajo.

En el intervalo $1.15 \leq S_L/D \leq 3.4$, Re_{Dc} se puede calcular con

$$\mathrm{Re}_{Dc} = 1.14 \times 10^5 \left(\frac{S_L}{D}\right)^{-5.84} \tag{7.36}$$

A partir de datos [7] de bancos de tubos muy cercanos entre sí ($1.01 \leq S_T/D = S_L/D \leq 1.05$), se concluiría que el comportamiento discontinuo no ocurre cuando la fila individual de tubos se coloca en un banco que consista de varias de esas filas.

La caída de presión para un banco de tubos en flujo transversal se puede calcular con

$$\Delta p = f \frac{\rho U^2_{\text{máx}}}{2g_c} N \tag{7.37}$$

donde la velocidad es la correspondiente al área mínima de flujo libre, N es el número de filas transversales y el coeficiente de fricción f depende de Re_D (también basado en la velocidad en el área mínima de flujo libre) de acuerdo con la figura 7.25 para bancos en línea y en la figura 7.26 para bancos cruzados [7]. En el factor de correlación x que se muestra en esas figuras se toman en cuenta configuraciones en línea no cuadradas y escalonadas en triángulos no equiláteros.

En la tabla 7.3 se muestra la variación del coeficiente de transferencia de calor promedio de un banco de tubos con el número de filas transversales para flujo *turbulento*. Para calcular el coeficiente de transferencia de calor promedio para bancos de tubos con menos de 10 filas, el $\overline{h}_c$ obtenido con las ecuaciones (7.32) a (7.34) se debe multiplicar por la relación apropiada $\overline{h}_{cN}/\overline{h}_c$.

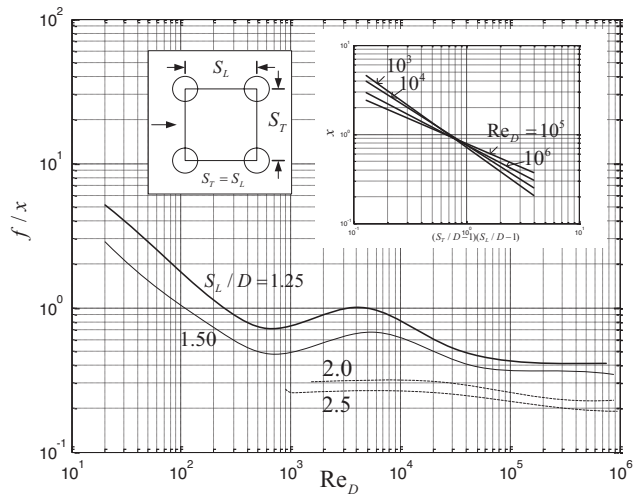


FIGURA 7.25 Coeficientes de caída de presión de bancos en línea con referencia al paso longitudinal relativo S_L/D.

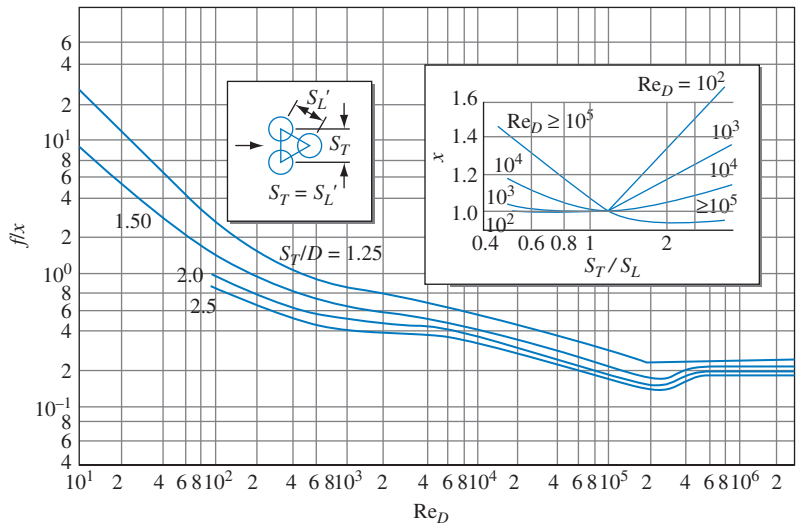


FIGURA 7.26 Coeficientes de caída de presión de bancos cruzados con referencia al paso transversal relativo S_t/D.

Fuente: "Heat Transfer from Tubes in Cross Flow" de A. A. Žukauskas, Advances in Heat Transfer, vol. 8, 1972, pp. 93-106. Derechos de autor © de la Academic Press. Reimpresa con permiso del editor.

TABLA 7.3 Relación de h_c para N filas transversales con $\bar{h}_c$ para 10 filas transversales en flujo turbulento[a]

Relación $\bar{h}_{cN}/\bar{h}_c$	N									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tubos escalonados	0.68	0.75	0.83	0.89	0.92	0.95	0.97	0.98	0.99	1.0
Tubos en línea	0.64	0.80	0.87	0.90	0.92	0.94	0.96	0.98	0.99	1.0

[a]Tomado de W. M. Kays y R. K. Lo [36].

EJEMPLO 7.5 Se calentará aire atmosférico de 58 a 86 °F pasándolo sobre un banco de tubos de latón dentro de los cuales se condensa vapor a 212 °F. El coeficiente de transferencia de calor en el interior de los tubos es de aproximadamente 1000 Btu/h ft^2 °F. Los tubos tienen una longitud de 2 ft, un diámetro exterior de 1/2 in y su designación es BWG Núm. 18 (espesor de pared de 0.049 in). Se tienen que configurar en línea en un patrón cuadrado con un paso de 3/4 in dentro de una coraza rectangular de 2 ft de ancho y 15 in de altura. En la figura 7.27 se muestra el diagrama del intercambiador de calor. Si el flujo másico total del aire que se calentará es 32 000 lb_m/h, estime *a*) el número necesario de filas transversales y *b*) la caída de presión.

SOLUCIÓN *a*) La temperatura global promedio del aire T_{aire} será aproximadamente igual a

$$\frac{58 + 86}{2} = 72\ °F$$

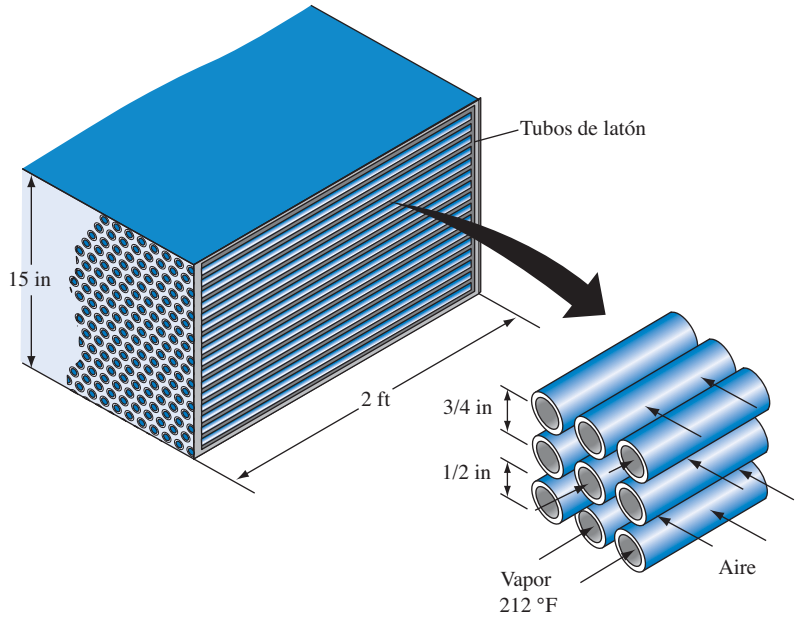


FIGURA 7.27 Bosquejo del banco de tubos del ejemplo 7.5.

En la tabla 28 del apéndice 2 se encuentran las propiedades del aire a esta temperatura global promedio: $\rho = 0.072$ lb/ft^3, $k = 0.0146$ Btu/h °F ft, $\mu = 0.0444$ lb/ft h, $\text{Pr} = 0.71$ y $\text{Pr}_s = 0.71$. La velocidad de la masa en el área de sección transversal mínima, que es entre tubos adyacentes, se calcula a continuación. La coraza tiene una altura de 15 in y en consecuencia contiene 20 filas longitudinales de tubos. El área libre mínima es

$$A_{\text{mín}} = (20)(2\,\text{ft})\left(\frac{0.75 - 0.50}{12}\ \text{ft}\right) = 0.833\,\text{ft}^2$$

y la velocidad de masa máxima $\rho U_{\text{máx}}$ es

$$G_{\text{máx}} = \frac{(32\,000\ \text{lb/h})}{(0.833\,\text{ft}^2)} = 38\,400\ \text{lb}_\text{m}/\text{h ft}^2$$

De aquí, el número de Reynolds es

$$\text{Re}_{\text{máx}} = \frac{G_{\text{máx}} D_0}{\mu} = \frac{(38\,400\ \text{lb/h ft}^2)(0.5/12\,\text{ft})}{0.0444\ \text{lb/h ft}} = 36\,036$$

Suponiendo que se necesitarán más de 10 filas, el coeficiente de transferencia de calor se calcula con la ecuación (7.29) y se obtiene

$$\bar{h}_c = \left(\frac{0.0146\ \text{Btu/h ft °F}}{0.5/12\ \text{ft}}\right)(0.27)(36\,036)^{0.63}(0.71)^{0.36}$$
$$= 62.1\ \text{Btu/h ft}^2\ \text{°F}$$

Ahora se puede determinar la temperatura en la pared exterior de los tubos. Hay tres resistencias térmicas en serie entre el vapor y el aire. La resistencia en el lado del vapor por tubo es aproximadamente

$$R_1 = \frac{1/\bar{h}_i}{\pi D_i L} = \frac{1/1000}{3.14(0.402/12)2} = 0.00474 \text{ h °F/Btu}$$

La resistencia de la pared del tubo ($k = 60$ Btu/h ft °F) es aproximadamente

$$R_2 = \frac{0.049/k}{\pi[(D_0 + D_i)/2]L} = \frac{0.049/60}{(3.14)(0.451)(2)} = 0.000287 \text{ h °F/Btu}$$

La resistencia en el exterior del tubo es

$$R_3 = \frac{1/\bar{h}_0}{\pi D_0 L} = \frac{1/62.1}{3.14(0.5/12)2} = 0.0615 \text{ h °F/Btu}$$

Entonces la resistencia total es

$$R_1 + R_2 + R_3 = 0.0667 \text{ h °F/Btu}$$

Como la suma de la resistencia en el lado del vapor y la resistencia de la pared del tubo es aproximadamente 8% de la resistencia total, casi 8% de la caída de temperatura total ocurre entre el vapor y la pared exterior del tubo. La temperatura superficial del tubo se puede corregir y se obtiene

$$T_s = 201 \text{ °F}$$

Ésta no modifica de manera apreciable las propiedades físicas y no es necesario un ajuste en el valor de $\bar{h}_c$ antes calculado.

Ahora se puede calcular la diferencia de temperatura media entre el vapor y el aire. Utilizando el promedio aritmético, se obtiene

$$\Delta T_{\text{promedio}} = T_{\text{vapor}} - T_{\text{aire}} = 212 - \left(\frac{58 + 86}{2}\right) = 140 \text{ °F}$$

El calor específico del aire a presión constante es 0.241 Btu/lb_m °F. Igualando la tasa de flujo de calor del vapor al aire con la tasa de aumento de entalpía del aire da

$$\frac{20N\,\Delta T_{\text{promedio}}}{R_1 + R_2 + R_3} = \dot{m}_{\text{aire}} c_p (T_{\text{salida}} - T_{\text{entrada}})_{\text{aire}}$$

Despejando N, que es el número de filas transversales, se obtiene

$$N = \frac{(32\,000 \text{ lb/h})(0.24 \text{ Btu/lb°F})(86 - 58)(\text{°F})(0.0667 \text{ h °F/Btu})}{(20)(140\text{°F})}$$

$$= 5.12, \text{ es decir, 5 filas}$$

Puesto que el número de tubos es menor que 10, se necesita corregir $\bar{h}_c$ de acuerdo con la tabla 7.3, o

$$\bar{h}_{c6 \text{ filas}} = 0.92\bar{h}_{c10 \text{ filas}} = (0.92)(62.1) = 57.1 \text{ Btu/h ft}^2 \text{ °F}$$

Repitiendo los cálculos con los valores corregidos del coeficiente de transferencia de calor promedio en el lado del aire, se tiene que son suficientes seis filas transversales para el calentamiento del aire de acuerdo con las especificaciones.

b) La caída de presión se obtiene a partir de la ecuación (7.37) y de la figura 7.25. Como $S_T = S_L = 1.5D$, se tiene

$$\left(\frac{S_T}{D} - 1\right)\left(\frac{S_L}{D} - 1\right) = 0.5^2 = 0.25$$

Para $\text{Re}_D = 36\,000$ y $(S_T/D - 1)(S_L/D - 1) = 0.25$, el factor de corrección es $x = 2.5$, y el factor de fricción según la figura 7.24 es

$$f = (2.5)(0.3) = 0.75$$

La velocidad es

$$U_{\text{máx}} = \frac{G_{\text{máx}}}{\rho} = \frac{(38\,400 \text{lb}_\text{m}/\text{h ft}^2)}{(0.072\,\text{lb}_\text{m}/\text{ft}^3)(3\,600\,\text{s/h})}$$

$$= 148\ \text{ft/s}$$

por tanto, con $N = 6$, la caída de presión es

$$\Delta p = 0.75\,\frac{(0.072\,\text{lb}_\text{m}/\text{ft}^3)(148\,\text{ft/s})^2}{2(32.2\,\text{lb}_\text{m}\,\text{ft/lb}_f\,\text{s}^2)}\,6 = 110\ \text{lb}_f/\text{ft}^2$$

EJEMPLO 7.6 Se quiere precalentar gas metano que está a 20 °C en un intercambiador de calor con una configuración cruzada de tubos de diámetro exterior de 4 cm, con 5 filas, con espaciamiento longitudinal de 6 cm y espaciamiento transversal de 8 cm (consulte la figura 7.28). Dentro de los tubos se condensa vapor a una presión menor a la atmosférica, con lo que la temperatura de la pared de los tubos se mantiene a 50 °C. Determine: *a*) el coeficiente de transferencia de calor promedio para el banco de tubos y *b*) la caída de presión a través del banco de tubos. La velocidad del flujo de metano es 10 m/s corriente arriba del banco de tubos.

SOLUCIÓN Para metano a 20 °C, de la tabla 36 del apéndice se obtiene $\rho = 0.668\ \text{kg/m}^3$, $k = 0.0332$ W/m K, $\nu = 16.27 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$ y Pr = 0.73. A 50 °C, Pr = 0.73.

a) De la geometría del paquete de tubos, se observa que el área de flujo mínima es entre tubos adyacentes en una fila y que esta área es la mitad del área frontal del paquete de tubos. Por tanto,

$$U_{\text{máx}} = 2\left(10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

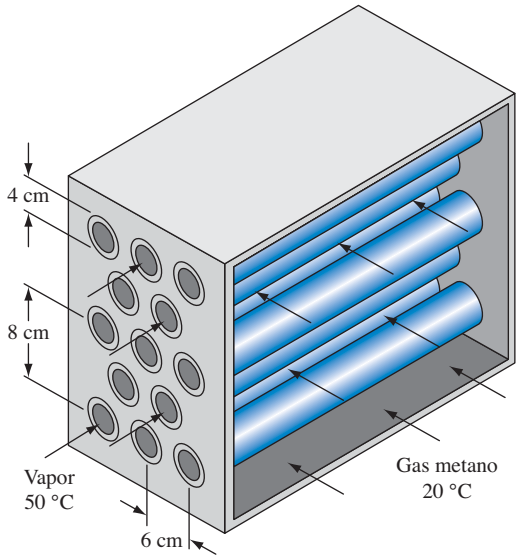


FIGURA 7.28 Bosquejo del intercambiador de calor del ejemplo 7.6.

y

$$\mathrm{Re}_D = \frac{U_{\text{máx}} D}{\nu} = \frac{\left(20\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)(0.04\,\text{m})}{\left(16.27 \times 10^{-6}\,\dfrac{\text{m}^2}{\text{s}}\right)} = 49\,170$$

que se encuentra en el régimen de transición.

Como $S_T/S_L = 8/6 < 2$, se utiliza la ecuación (7.30):

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{Nu}}_D &= 0.35\left(\frac{S_T}{S_L}\right)^{0.2} \mathrm{Re}_D^{0.60}\mathrm{Pr}^{0.36}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s}\right)^{0.25} \\ &= (0.35)\left(\frac{8}{6}\right)^{0.2}(49\,170)^{0.6}(0.73)^{0.36}(1) \\ &= 216\end{aligned}$$

y

$$\bar{h}_c = \frac{\overline{\mathrm{Nu}}\,k}{D} = \frac{(216)\left(0.0332\dfrac{\text{W}}{\text{m K}}\right)}{(0.04\,\text{m})} = 179\frac{\text{W}}{\text{m}^2\,\text{K}}$$

Puesto que hay menos de 10 filas, el factor de correlación en la tabla 7.3 da $\bar{h}_c = (0.92)(179) = 165\ \text{W/m}^2\,\text{K}$.

b) La caída de presión en el paquete de tubos está dada por la ecuación (7.37). El inserto en la figura (7.26) proporciona el factor de corrección x. Se tiene que $S_T/S_L = 8/6 = 1.33$ y $\mathrm{Re}_D = 49\,170$, lo que da $x = 1.0$. Utilizando el cuerpo principal de la figura con $S_T/D = 8/4 = 2$, se determina que $f/x = 0.25$ o $f = 0.25$. Ahora se puede calcular la caída de presión con la ecuación (7.37):

$$\Delta p = (0.25)\frac{\left(0.668\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right)\left(20\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2\left(1.0\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{N\,s}^2}\right)}(5) = 167\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

7.4.1 Metales líquidos

En el Brookhaven National Laboratory [37, 38] se obtuvieron datos experimentales de las características de transferencia de calor de metales líquidos en flujo transversal sobre un banco de tubos. En los ensayos realizados, mercurio ($\mathrm{Pr} = 0.022$ [37]) y NaK ($\mathrm{Pr} = 0.017$ [38]) se calentaron mientras fluían normales a bancos de tubos cruzados que consistía en 60 a 70 tubos de 1.2 cm, de 10 filas de fondo, configurados en un arreglo triangular equilátero con una relación de paso a diámetro de 1.375. Se midieron los coeficientes de transferencia de calor local y promedio en flujo turbulento. Los coeficientes de transferencia de calor promedio en el interior del banco de tubos se correlacionan con la ecuación

$$\mathrm{Nu}_D = 4.03 + 0.228(\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})^{0.67} \tag{7.38}$$

en el intervalo del número de Reynolds de 20 000 a 80 000. En la referencia [39] se presentan datos adicionales.

Las mediciones de la distribución del coeficiente de transferencia de calor local alrededor de la circunferencia de un tubo indican que para un metal líquido los efectos turbulentos de la estela en la transferencia de calor son pequeños comparados con la transferencia de calor por conducción dentro del fluido. En tanto que con aire y agua ocurre un aumento notable en el coeficiente de transferencia de calor local en la región de la estela del tubo (consulte la figura 7.8) y con mercurio, el coeficiente de transferencia de calor disminuye continuamente al aumentar θ. En un número de Reynolds de 83 000, se determinó que la relación $h_{c\theta}/\overline{h}_c$ es de 1.8 en el punto de estancamiento, 1.0 en $\theta = 90°$, 0.5 en $\theta = 145°$ y 0.3 en $\theta = 180°$.

7.5* Paquetes de tubos con aletas en flujo transversal

Al igual que en el caso de flujos dentro de tubos, en particular en flujos de gas donde el coeficiente de transferencia de calor es relativamente bajo, numerosas aplicaciones requieren el uso de técnicas de optimización [40, 41] en flujo transversal sobre paquetes de tubos múltiples o conjuntos de tubos. El objetivo, se puede recordar

del análisis en la sección 6.6, es aumentar el área superficial A y/o el coeficiente de transferencia de calor por convección $\bar{h}_c$, y así reducir la resistencia térmica en el flujo sobre paquetes de tubos. Esto, como es evidente de la ecuación de la tasa de transferencia de calor,

$$q_c = \bar{h}_c A \Delta T$$

resulta en un aumento en q_c para una diferencia de temperatura fija ΔT o bien en una reducción en la ΔT requerida para una carga de calor fija q_c. El método de uso más común para cumplir con estos objetivos de optimización es emplear tubos con aletas exteriores. En la figura 7.29 se muestra un ejemplo común de ese tipo de tubos para una variedad de intercambiadores de calor industriales.

Para flujo transversal sobre bancos de tubos con aletas, Žukauskas [42] evaluó un conjunto grande de datos y correlaciones experimentales para tubos con aletas circulares o helicoidales. Al calcular la caída de presión y la transferencia de calor, recuerde que el número de Reynolds se basa en la velocidad máxima del flujo en el banco de tubos y que está dada por

$$U_{\text{máx}} = U_\infty \times \text{máx}\left[\frac{S_T}{S_T - D}, \frac{(S_T/2)}{[S_L^2 + (S_T/2)^2]^{1/2} - D}\right]$$

y

$$\text{Re} = (\rho U_{\text{máx}} D/\mu) \tag{7.39}$$

donde S_T y S_L son los pasos transversal y longitudinal, respectivamente, del conjunto de tubos. Además, con base en el análisis y los resultados de Lokshin y Fomina [43] y Yudin [44], la pérdida por fricción está dada en términos del número de Euler (Eu) y la caída de presión se obtiene de

$$\Delta p = \text{Eu}(\rho V_\infty^2 N_L) C_z \tag{7.40}$$

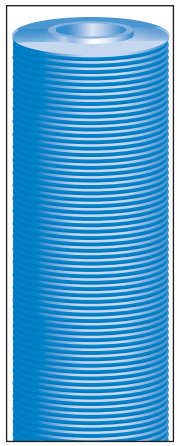


FIGURA 7.29 Tubo común con aletas en su superficie exterior utilizado en intercambiadores de calor industriales.

donde C_z es un factor de corrección para paquetes de tubos con $N_L < 5$ filas de tubos en la dirección del flujo y se puede obtener de la tabla siguiente:

N_L	1	2	3	4	≥5
Alineados	2.25	1.6	1.2	1.05	1.0
Escalonados	1.45	1.25	1.1	1.05	1.0

En flujos a través de bancos de *tubos en línea* (alineados) con *aletas circulares* o *helicoidales,* donde ε es la relación de extensión superficial con aletas (ε = relación del área superficial total con aletas al área superficial de los tubos desnudos sin aletas), el número de Euler y el número de Nusselt, respectivamente, están dados por las ecuaciones siguientes:

$$\text{Eu} = 0.068\varepsilon^{0.5}\left(\frac{S_T - 1}{S_L - 1}\right)^{-0.4} \tag{7.41}$$

para $10^3 \le \text{Re}_D \le 10^5$, $1.9 \le \varepsilon \le 16.3$, $2.38 \le (S_T/D) \le 3.13$ y $1.2 \le (S_L/D) \le 2.35$,

$$\text{Nu}_D = 0.303\varepsilon^{-0.375}\,\text{Re}_D^{0.625}\,\text{Pr}^{0.36}\left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_w}\right)^{0.25} \tag{7.42}$$

para $5 \times 10^3 \le \text{Re}_D \le 10^5$, $5 \le \varepsilon \le 12$, $1.72 \le (S_T/D) \le 3.0$ y $1.8 \le (S_L/D) \le 4.0$

De igual forma para flujo transversal sobre paquetes de *tubos cruzados* con *aletas circulares* o *helicoidales*, la correlación recomendada para el número de Euler es

$$\text{Eu} = C_1\,\text{Re}_D^a\,\varepsilon^{0.5}\,(S_T/D)^{-0.55}\,(S_L/D)^{-0.5} \tag{7.43}$$

donde

$C_1 = 67.6$, $a = -0.7$ para $10^2 \le \text{Re}_D < 10^3$, $1.5 \le \varepsilon \le 16$, $1.13 \le S_T/\varepsilon D \le 2.0$, $1.06 \le S_L/D \le 2.0$

$C_1 = 3.2$, $a = -0.25$ para $10^3 \le \text{Re}_D < 10^5$, $1.9 \le \varepsilon \le 16$, $1.6 \le S_T/D \le 4.13$, $1.2 \le S_L/D \le 2.35$

$C_1 = 0.18$, $a = 0$ para $10^5 \le \text{Re}_D < 1.4 \times 10^6$, $1.9 \le \varepsilon \le 16$, $1.6 \le S_T/D \le 4.13$, $1.2 \le S_L/D \le 2.35$

y el número de Nusselt está dado por

$$\text{Nu} = C_2\,\text{Re}_D^a\,\text{Pr}^b\,(S_T/S_L)^{0.2}\,(p_f/D)^{0.18}\,(h_f/D)^{-0.14}\,(\text{Pr}/\text{Pr}_w)^{0.25} \tag{7.44}$$

donde p_f es el paso de las aletas, h_f es la altura de la aleta y

$$C_2 = 0.192,\ a = 0.65,\ b = 0.36 \text{ para } 10^2 \le \text{Re}_D \le 2 \times 10^4$$
$$C_2 = 0.0507,\ a = 0.8,\ b = 0.4 \text{ para } 2 \times 10^4 \le \text{Re}_D \le 2 \times 10^5$$
$$C_2 = 0.0081,\ a = 0.95,\ b = 0.4 \text{ para } 2 \times 10^5 \le \text{Re}_D \le 1.4 \times 10^6$$

Además, la ecuación (7.44) es válida para el intervalo general de los parámetros del paso de las aletas y los tubos siguientes:

$$0.06 \le (p_f/D) \le 0.36,\ 0.07 \le h_f/D \le 0.715,\ 1.1 \le (S_T/D) \le 4.2,\ 1.03 \le (S_L/D) \le 2.5$$

Al evaluar el número de Euler (Eu) y el número de Nusselt (Nu) dados por las correlaciones en las ecuaciones (7.41) a (7.44) y de aquí la caída de presión y el coeficiente de transferencia de calor en flujo transversal sobre bancos de tubos con aletas, sería ilustrativo comparar los resultados con los de tubos simples o sin aletas. Con este objetivo, el estudiante debe repetir como ejercicio de tarea los problemas de los ejemplos 7.5 y 7.6 (sección 7.4) utilizando tubos con aletas en vez de tubos simples.

7.6* Chorros libres

Un método para obtener un flujo de calor por convección alto de (o hacia) una superficie es con ayuda de un chorro de fluido chocando sobre la superficie. El coeficiente de transferencia de calor en un área directamente abajo de un chorro es alto. Con un diseño apropiado de chorros múltiples sobre una superficie con flujo de calor uniforme, se puede obtener una temperatura superficial uniforme. La superficie sobre la que choca el chorro se denomina superficie objetivo.

Chorros confinados y libres Un chorro puede estar confinado o libre. En un chorro confinado, el flujo de fluido se afecta por una superficie paralela a la superficie objetivo [figura 7.30*a*)]. Si la superficie paralela está suficientemente alejada de la superficie objetivo, el chorro no se afecta por ella y se tiene un chorro libre [figura 7.30*b*)].

La transferencia de calor desde la superficie objetivo puede o no conducir a un cambio en la fase del fluido. En esta sección sólo se consideran chorros libres sin cambio de fase.

Clasificación de chorros libres Dependiendo de la sección transversal del chorro saliente de una tobera y del número de toberas, los chorros se clasifican como:

Chorro redondo o circular simple (SRJ)
Chorro de ranura o rectangular simple (SSJ)
Conjunto de chorros redondos (ARJ)
Conjunto de chorros de ranura (ASI)

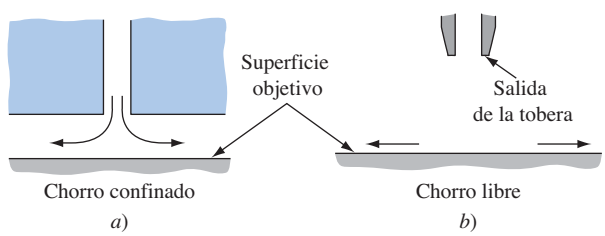


FIGURA 7.30 Chorros confinado y libre.

Los chorros libres se clasifican adicionalmente como chorros sobre una superficie libre o sumergidos. En el caso de un chorro sobre una superficie libre, el efecto del esfuerzo cortante superficial en el flujo del chorro es insignificante. Un chorro líquido rodeado por un gas es un buen ejemplo de un chorro sobre una superficie libre. En el caso de un chorro sumergido, el flujo se afecta por el esfuerzo cortante en la superficie. Como resultado del esfuerzo cortante superficial, el chorro arrastra una cantidad significativa de fluido circundante. El fluido atrapado (la parte del fluido circundante arrastrada por el chorro) afecta el flujo y las características de transferencia de calor del chorro. Un chorro gaseoso saliente hacia un medio gaseoso (por ejemplo, un chorro de aire emanando hacia una atmósfera de aire) o un chorro líquido hacia un medio líquido son ejemplos de chorros sumergidos. Otra diferencia entre los dos es que la gravedad suele tener un efecto en los chorros sobre superficies libres; el efecto de la gravedad por lo general es despreciable en chorros sumergidos. Los dos tipos de chorros se ilustran en la figura 7.31.

En un chorro redondo sobre una superficie libre, el espesor de la película líquida a lo largo de la superficie objetivo disminuye continuamente [figura 7.31*a*)]. En un chorro de ranura sobre una superficie libre, el espesor de la película líquida alcanza un valor constante a cierta distancia desde el eje del chorro [figura 7.31*b*)]. En un chorro sumergido, debido al arrastre del fluido circundante, el espesor del fluido aumenta en la dirección del flujo [figura 7.31*c*)].

Flujo con chorros simples En los chorros simples se identifican tres regiones distintas (figura 7.32). Hasta cierta distancia desde la salida de la tobera, el flujo del chorro no se afecta significativamente por la superficie objetivo; esta región es la región de chorro libre, la componente de la velocidad perpendicular al eje del chorro es insignificante comparada con la componente axial. En la siguiente región, la región de estancamiento, el flujo del chorro se afecta por la superficie objetivo. La magnitud de la velocidad axial disminuye en tanto que la magnitud de la velocidad paralela a la superficie aumenta. Después de la región de estancamiento se encuentra la región de chorro de pared donde la componente axial de la velocidad es despreciable comparada con la componente de la velocidad paralela a la superficie.

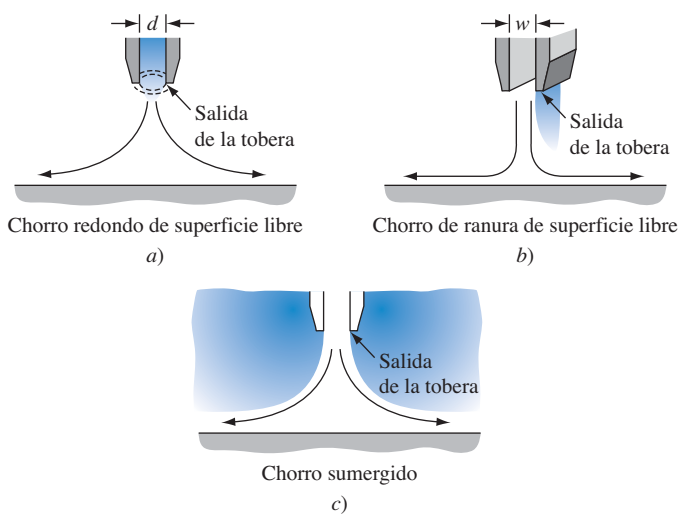


FIGURA 7.31 Chorros de superficie libre y sumergido.

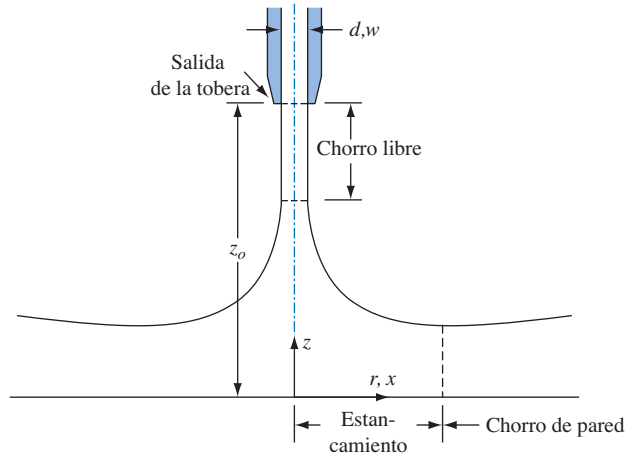


FIGURA 7.32 Las tres regiones en un chorro y definición de coordenadas.

7.6.1 Chorros en superficie libre: correlaciones de transferencia de calor

A menos que el nivel de turbulencia en el chorro saliente sea muy alta, se desarrolla una capa límite laminar adyacente a la superficie objetivo. La capa límite laminar tiene cuatro regiones, como se muestra en la figura 7.33.

La delineación de las cuatro regiones de un chorro circular simple con $\Pr > 0.7$ son

Región I	Capa de estancamiento: los espesores de las capas límites hidrodinámica y térmica son constantes, $\delta > \delta_t$
Región II	Los espesores de las capas límites hidrodinámica y térmica aumentan con r pero ninguno ha alcanzado la superficie libre de la película de fluido.
Región III	La capa límite hidrodinámica ha alcanzado la superficie libre pero la capa límite de térmica no.
Región IV	Las capas límites hidrodinámica y térmica han alcanzado la superficie libre.

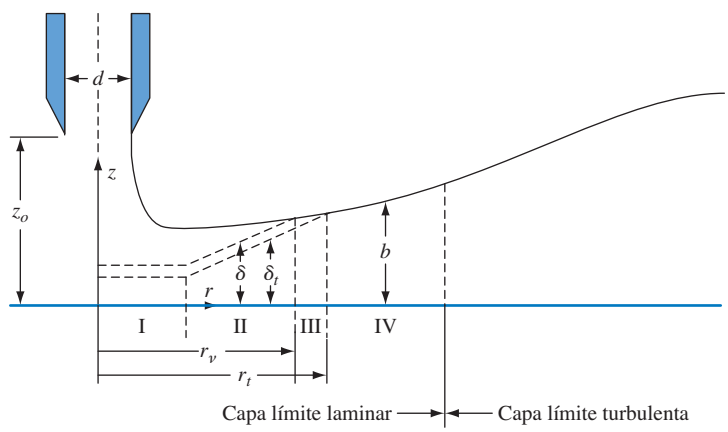


FIGURA 7.33 Definiciones de las cuatro regiones en la capa límite laminar.

Correlaciones de transferencia de calor con un chorro circular o redondo sobre una superficie libre *flujo de calor uniforme* (Liu y colaboradores [45])

Región I: $r < 0.8\,d$

$$\text{Pr} > 3 \qquad \overline{\text{Nu}}_d = 0.797\,\text{Re}_d^{1/2}\text{Pr}^{1/3} \tag{7.45}$$

$$0.15 \leq \text{Pr} \leq 3 \qquad \overline{\text{Nu}}_d = 0.715\,\text{Re}_d^{1/2}\text{Pr}^{2/5} \tag{7.46}$$

Región II: $0.8 < r/d < r_v/d$

$$\frac{r_v}{d} = 0.1773\,\text{Re}_d^{1/3} \tag{7.47}$$

$$\overline{\text{Nu}}_d = 0.632\,\text{Re}_d^{1/2}\text{Pr}^{1/3}\left(\frac{d}{r}\right)^{1/2} \tag{7.48}$$

El número de Reynolds en esta sección se basa en la velocidad del chorro, v_j.

Región III: $r_v < r < r_t$ (de Suryanarayana [46])

$$\frac{r_t}{d} = \left\{-\frac{s}{2} + \left[\left(\frac{s}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3\right]^{1/2}\right\}^{1/3} + \left\{-\frac{s}{2} + \left[\left(\frac{s}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3\right]^{1/2}\right\}^{1/3} \tag{7.49}$$

$$p = \frac{-2c}{0.2058\,\text{Pr} - 1}$$

$$s = \frac{0.00686\,\text{Re}_d\text{Pr}}{0.2058\,\text{Pr} - 1}$$

$$c = -5.051 \times 10^{-5}\,\text{Re}_d^{2/3}$$

$$\overline{\text{Nu}}_d = \frac{0.407\,\text{Re}_d^{1/3}\text{Pr}^{1/3}\left(\dfrac{d}{r}\right)^{2/3}}{\left[0.1713\left(\dfrac{d}{r}\right)^2 + \dfrac{5.147}{\text{Re}_d}\left(\dfrac{r}{d}\right)\right]^{2/3}\left[\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{r}{d}\right)^2 + c\right]^{1/3}} \tag{7.50}$$

Región IV: $r > r_t$

$$\overline{\text{Nu}}_d = \frac{0.25}{\dfrac{1}{\text{Re}_d\text{Pr}}\left[1 - \left(\dfrac{r_t}{r}\right)^2\right]\left(\dfrac{r}{d}\right)^2 + 0.13\left(\dfrac{b}{d}\right) + 0.0371\left(\dfrac{b_t}{d}\right)} \tag{7.51}$$

donde $\dfrac{b}{d} = 0.1713\left(\dfrac{d}{r}\right) + \dfrac{5.147}{\text{Re}_d}\left(\dfrac{r}{d}\right)^2 \qquad b_t = b \quad \text{en } r_t$

La región IV ocurre sólo para $\text{Pr} < 4.86$ y no es válida para $\text{Pr} > 4.86$. Los valores de r_v/d y r_t/d se encuentran en la tabla 7.4.

Las ecuaciones (7.45) a (7.51) son válidas para chorros laminares. Con una tobera redonda, el límite superior del número de Reynolds para flujo laminar se encuentra entre 2 000 y 4 000. En los experimentos que condujeron a las correlaciones, se

TABLA 7.4 Valores de r_v/d [ecuación (7.47)] y r_t/d [ecuación (7.49)]

		r_t/d			
Re_d	r_t/d	Pr = 1	Pr = 2	Pr = 3	Pr = 4
1 000	1.773	4.1	5.71	7.55	10.75
4 000	2.81	6.51	9.07	11.98	17.06
10 000	3.82	8.8	12.3	16.3	23.2
20 000	4.82	11.1	15.5	20.5	29.2
30 000	5.5	12.8	17.8	23.5	33.4
40 000	6.1	14.0	19.5	25.8	36.8
50 000	6.5	15.1	21.0	27.8	39.6

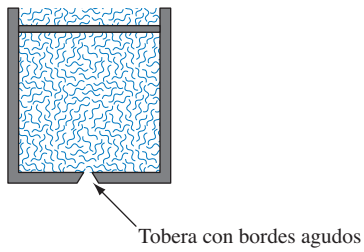


FIGURA 7.34 Orificio con bordes agudos.

utilizaron toberas con bordes agudos especialmente diseñadas (con una placa de rompimiento de la cantidad de movimiento de entrada), como se muestra en la figura 7.34. En esos experimentos, aún con números de Reynolds tan altos como 80 000, no hubo salpicaduras. En general, se utilizaron toberas tubulares y se recomienda que se utilicen las ecuaciones (7.45) a (7.51) para flujo laminar en tubos. Con flujos turbulentos en toberas tubulares, resultan salpicaduras. Para más información sobre la transferencia de calor con salpicaduras consulte Lienhard y colaboradores [47].

EJEMPLO 7.7 Un chorro de agua (a 20 °C) sale de una tobera de 6 mm de diámetro (1/4 in) a un flujo másico de 0.008 kg/s. El chorro choca sobre un disco de 4 cm de diámetro que está sometido a un flujo de calor uniforme de 70 000 W/m^2 (tasa de transferencia de calor total de 88 W). Determine la temperatura superficial a distancias radiales de *a*) 3 mm y *b*) 12 mm del eje del chorro.

SOLUCIÓN Las propiedades del agua (de la tabla 13 del apéndice 2) son:

$$\mu = 993 \times 10^{-6} \text{ N s/m}^2$$
$$k = 0.597 \text{ W/m K}$$
$$\text{Pr} = 7.0$$
$$\text{Re}_d = \frac{4\dot{m}}{\pi d\mu} = \frac{4 \times 0.008}{\pi \times 0.006 \times 993 \times 10^{-6}} = 1\,709$$

a) Para $r = 3$ mm, $r/d = 0.003/0.006 = 0.5$ (<0.8).

De la ecuación (7.45),

$$\overline{\mathrm{Nu}}_d = \frac{\bar{h}_c d}{k} = 0.797 \times 1709^{1/2} \times 7.0^{1/3} = 63.0$$

$$\bar{h}_c = \frac{63.0 \times 0.597}{0.006} = 6269 \text{ W/m}^2\,^\circ\text{C}$$

$$T_s = T_j + \frac{q''}{\bar{h}_c} = 20 + \frac{70\,000}{6269} = 31.2\,^\circ\text{C}$$

b) Para $r = 12$ mm, $r_v = 0.1773 \times 1709^{1/3} \times 0.006 = 0.013$ m y $r < r_v$.
De la ecuación (7.48) para la región II,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_d = 0.632 \times 1709^{1/2} \times 7.0^{1/3} \times \left(\frac{0.006}{0.012}\right)^{1/2} = 35.3$$

$$\bar{h}_c = \frac{35.3 \times 0.597}{0.006} = 3512 \text{W/m}^2\,^\circ\text{C} \qquad T_s = 20 + \frac{70\,000}{3512} = 39.9\,^\circ\text{C}$$

La capa límite se vuelve turbulenta en algún punto corriente abajo. Se han sugerido diferentes criterios para la transición a flujo turbulento. Denotando el radio en el que el flujo se vuelve turbulento por r_c, $r_c/d = 1\,200\mathrm{Re}_d^{-0.422}$. El criterio de Liu y colaboradores [45] para el radio r_h al cual el flujo se vuelve turbulento completamente desarrollado y la correlación de la transferencia de calor en esa región son:

Flujo turbulento completamente desarrollado:

$$\frac{r_h}{d} = \frac{28\,600}{\mathrm{Re}_d^{0.68}}$$

$$\mathrm{Nu}_d = \frac{8\,\mathrm{Re}_d \mathrm{Pr} f}{49\left(\frac{b}{d}\right) + 28\left(\frac{r}{d}\right)^2 f} \tag{7.52}$$

donde

$$f = \frac{C_f/2}{1.07 + 12.7(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)\sqrt{C_f/2}} \qquad C_f = 0.073\,\mathrm{Re}_d^{-1/4}\left(\frac{r}{d}\right)^{1/4}$$

$$\frac{b}{d} = \frac{0.02091}{\mathrm{Re}_d^{1/4}}\left(\frac{r}{d}\right)^{5/4} + C\left(\frac{d}{r}\right) \qquad C = 0.1713 + \frac{5.147}{\mathrm{Re}_d}\left(\frac{r_c}{d}\right) - \frac{0.02091}{\mathrm{Re}_d^{1/4}}\left(\frac{r_c}{d}\right)^{1/4}$$

Si bien la región de estancamiento está limitada a menos de $0.8d$ desde el eje del chorro, se puede aprovechar el coeficiente de transferencia de calor alto para el enfriamiento en regiones de flujos de calor altos.

Correlaciones de transferencia de calor con un chorro circular o redondeo simple sobre una superficie libre *Temperatura superficial uniforme* (Webb y Ma [48]) $\Pr > 1$.

Región I: $r/d < 1$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_d = 0.878\,\mathrm{Re}_d^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3} \tag{7.53}$$

Región II: $\delta < b$ $\quad r < r_v$ $\quad \dfrac{r_v}{d} = 0.141\,\mathrm{Re}_d^{1/3}$ $\quad \hat{r} = \dfrac{r}{d}\dfrac{1}{\mathrm{Re}_d^{1/3}}$

$$\mathrm{Nu}_d = 0.619\,\mathrm{Re}_d^{1/3}\mathrm{Pr}^{1/3}(\hat{r})^{-1/2} \tag{7.54}$$

Región III: $\delta = b$ $\quad \delta_t < b$ $\quad r_v < r < r_t$ $\quad \hat{r} = \dfrac{r}{d}\dfrac{1}{\mathrm{Re}_d^{1/3}}$

$$\mathrm{Nu}_d = \frac{2\,\mathrm{Re}_d^{1/3}\mathrm{Pr}^{1/3}}{(6.41\hat{r}^2 + 0.161/\hat{r})[6.55\,\ln(35.9\hat{r}^3 + 0.899) + 0.881]^{1/3}} \tag{7.55}$$

En general, los coeficientes de transferencia de calor por convección con temperatura superficial uniforme son menores que con flujo de calor superficial uniforme.

Correlaciones de transferencia de calor con un chorro de flujo rectangular o de ranura simple Coeficiente de transferencia de calor por convección: *flujo de calor uniforme* (Wolf y colaboradores [49]), válida para $17\,000 < \mathrm{Re}_w < 79\,000$, $2.8 < \Pr < 5$:

$$\mathrm{Nu}_w = \mathrm{Re}_w^{0.71}\mathrm{Pr}^{0.4} f(x/w) \tag{7.56}$$

Para $0 \le \frac{x}{w} \le 1.6$, se utiliza

$$f(x/w) = 0.116 + \left(\frac{x}{w}\right)^2\left[0.00404\left(\frac{x}{w}\right)^2 - 0.00187\left(\frac{x}{w}\right) - 0.0199\right] \tag{7.57}$$

Para $0 \le \left(\frac{x}{w}\right) \le 6$, se utiliza

$$f(x/w) = 0.111 - 0.02\left(\frac{x}{w}\right) + 0.00193\left(\frac{x}{w}\right)^2 \tag{7.58}$$

En la figura 7.32 se definen x y w.

Correlación para flujo turbulento La ecuación (7.56) es válida para flujos laminares. La transición a turbulencia se afecta por el nivel de turbulencia de corriente libre. El flujo turbulento ocurre para Re_x en el intervalo de 4.5×10^6 (turbulencia de corriente libre baja de 1.2%) a 1.5×10^6 (turbulencia alta de 5%). En la región turbulenta para el coeficiente de transferencia de calor por convección local, McMurray y colaboradores [50] proponen

$$\mathrm{Nu}_x = 0.037\,\mathrm{Re}_x^{4/5}\mathrm{Pr}^{1/3} \tag{7.59}$$

donde $\mathrm{Nu}_x = (h_c x/k)$ y $\mathrm{Re}_x = v_y x/\nu$. La ecuación (7.59) es válida para un número de Reynolds local $\mathrm{Re}_x = 2.5 \times 10^6$.

Correlaciones de transferencia con un conjunto de chorros Con chorros simples, el coeficiente de transferencia de calor en la zona de estancamiento es muy alto, pero disminuye con r/d o x/w. Se pueden lograr tasas altas de transferencia de calor de superficies grandes con chorros múltiples aprovechando los coeficientes de transferencia de calor altos en la zona de estancamiento. Si la distancia de separación entre dos chorros es aproximadamente igual a la zona de estancamiento, se esperaría tener un coeficiente de transferencia de calor muy alto. Sin embargo, a menos que el fluido se remueva rápidamente, la presencia del fluido utilizado conduce a una degradación en la tasa de transferencia de calor y el coeficiente de transferencia de calor promedio puede que no alcance los valores altos obtenidos en la región de estancamiento con chorros simples.

El número de variables con un conjunto de chorros es muy grande y es improbable que se pueda desarrollar una sola correlación que incluya todas las variables posibles. Algunas de las variables son el espaciamiento entre los chorros y la superficie objetivo, el número de Reynolds del chorro, el número de Prandtl del fluido, el paso de los chorros (distancia entre el eje de dos chorros adyacentes) y la configuración del arreglo [cuadrada o triangular: consulte la figura (7.35)]. En la mayoría de los casos, se espera que el número de Reynolds para cada chorro tenga el mismo valor; aunque con flujo de calor no uniforme, empleando números diferentes de Reynolds por chorro puede conducir a una temperatura superficial más uniforme.

A partir de datos experimentales con chorros en línea y triangulares, Pan y Webb [51] sugieren la correlación siguiente:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_d = 0.225\,\mathrm{Re}_d^{2/3}\mathrm{Pr}^{1/3}e^{-0.095(S/d)} \tag{7.60}$$

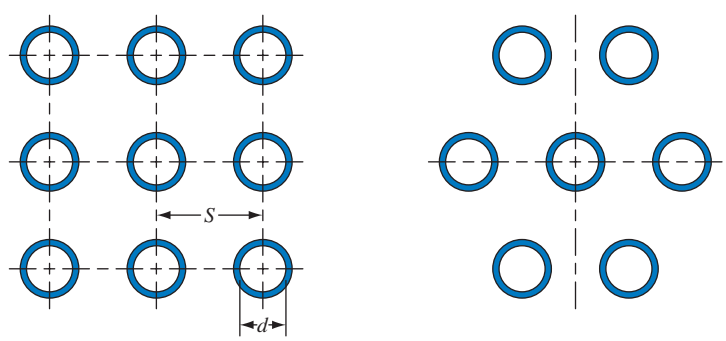
La ecuación (7.60) es válida para

$$2 \le \frac{z_o}{d} \le 5 \qquad 2 \le \frac{S}{d} \le 8 \qquad 5\,000 \le \mathrm{Re}_d \le 22\,000$$

Para valores mayores de S/d, basados en resultados experimentales, Pan y Webb [51] recomiendan

$$\overline{\mathrm{Nu}}_d = 2.38\,\mathrm{Re}_d^{2/3}\mathrm{Pr}^{1/3}\left(\frac{d}{S}\right)^{4/3} \tag{7.61}$$

La ecuación (7.61) es válida para $13.8 < S/d < 330$ y $7\,100 < \mathrm{Re}_d < 48\,000$. Para otras configuraciones, consulte la evaluación de Webb y Ma [48].



Configuración en línea Configuración triangular

FIGURA 7.35 Definición de configuraciones en línea y triangular de arreglos de chorros.

Se debe destacar que con una tobera vertical la velocidad del fluido aumenta (o disminuye) conforme el fluido emanando de la tobera se aproxima a la superficie objetivo. Si un aumento (o disminución) en la velocidad del chorro es significativa, la velocidad y el diámetro o el ancho del chorro utilizado en los cálculos del número de Reynolds y del número de Nusselt deben reflejar el cambio en la velocidad. La velocidad modificada es $v_m = v_j \pm \sqrt{2gz_o}$, donde v_f es la velocidad del chorro a la salida de la tobera y z_o es la distancia entre la salida de la tobera y la superficie objetivo. La velocidad del chorro aumenta si la superficie objetivo está debajo de la tobera y disminuye si la superficie está arriba de la tobera. El diámetro y el ancho correspondientes son $d_j\sqrt{v_j/v_m}$ o $w_j v_j / v_m$ donde el subíndice j denota los valores a la salida de la tobera.

7.6.2 Chorros sumergidos: correlaciones de transferencia de calor

Cuando el fluido de un chorro está rodeado por el mismo tipo de fluido (chorro líquido en un líquido o chorro gaseoso en un gas) se tiene un chorro sumergido. La mayoría de las aplicaciones en ingeniería de chorros sumergidos comprenden chorros gaseosos, que suelen ser chorros de aire hacia el aire. El fluido circundante es arrastrado por el chorro tanto en la región de chorro libre como en la de chorro de pared. Debido a ese arrastre, el espesor del fluido en movimiento aumenta en la dirección del flujo. Con chorros libres, el espesor es sustancialmente constante para chorros de ranura y disminuye para chorros redondos en la región del chorro de muro. En consecuencia, las características mecánicas del fluido como las de transferencia de calor de los chorros sumergidos son diferentes de las de chorros en superficies libres.

Chorros redondos simples Para transferencia de calor local con flujo uniforme de calor, Ma y Bergles [52] propusieron

$$\mathrm{Nu}_d = \mathrm{Nu}_{d,o}\left[\frac{\tanh(0.88r/d)}{(r/d)}\right]^{1/2} \qquad \frac{r}{d} < 2 \tag{7.62}$$

$$\mathrm{Nu}_d = \frac{1.69\ \mathrm{Nu}_{d,o}}{(r/d)^{1.07}} \qquad \frac{r}{d} > 2 \tag{7.63}$$

donde

$$\mathrm{Nu}_{d,o} = 1.29\ \mathrm{Re}_d^{0.5}\mathrm{Pr}^{0.4} \tag{7.64}$$

Para chorros de líquido, se remplaza el exponente de 0.4 de Pr en la ecuación por 0.33. (7.64)

Sun y colaboradores [53] proponen la ecuación compuesta para las regiones de estancamiento así como para la de chorro de muro siguiente:

$$\mathrm{Nu}_d = \mathrm{Nu}_{d,o}\left\{\left[\frac{\sqrt{\tanh(0.88r/d)}}{\sqrt{r/d}}\right]^{-17} + \left[\frac{1.69}{(r/d)^{1.07}}\right]^{-17}\right\}^{-1/17} \tag{7.65}$$

donde $\mathrm{Nu}_{d,o}$ está dado por la ecuación (7.64).

Una correlación para el coeficiente de transferencia de calor promedio para un radio r con temperatura superficial uniforme, propuesta por Martin [54] es

$$\overline{\mathrm{Nu}}_d = 2\frac{d}{r}\frac{1 - 1.1(d/r)}{1 + 0.1\left(\frac{z_o}{d} - 6\right)\frac{d}{r}}\left[\mathrm{Re}_d\left(1 + \frac{\mathrm{Re}_d^{0.55}}{200}\right)\right]^{0.5}\mathrm{Pr}^{0.42} \tag{7.66}$$

La ecuación (7.66) es válida para

$$2\,000 < \mathrm{Re}_d < 400\,000 \qquad 2.5 \le r/d < 7.5 \qquad 2 \le z_o/d \le 12$$

con propiedades evaluadas en $(T_s + T_j)/2$.

Sitharamayya y Raju [55] propusieron

$$\overline{\mathrm{Nu}}_d = [8.1\ \mathrm{Re}_d^{0.523} + 0.133(r/d - 4)\mathrm{Re}_d^{0.828}](d/r)^2\mathrm{Pr}^{0.33} \tag{7.67}$$

Chorros de ranura simples Para el coeficiente de transferencia de calor promedio hasta x con temperatura superficial uniforme, Martin [54] propuso la relación

$$\overline{\mathrm{Nu}}_w = \frac{1.53(2\ \mathrm{Re}_w)^m \mathrm{Pr}^{0.42}}{\dfrac{x}{w} + \dfrac{z_o}{w} + 2.78} \tag{7.68}$$

donde $m = 0.695 - 2\left[\dfrac{x}{w} + 0.796\left(\dfrac{z_o}{w}\right)^{1.33} + 6.12\right]^{-1}$ y $\mathrm{Re}_w = \dfrac{v_j w}{\mu}$

La ecuación (7.68) es válida para $1500 \le \mathrm{Re}_w \le 45\,000$, $4 \le x/w < 50$ y $4 \le z_o/w \le 20$. Evalúe las propiedades en $(T_s + T_j)/2$.

EJEMPLO 7.8 De una tobera ranurada de 3 mm de ancho y 20 mm de longitud sale aire a 20 °C con una velocidad de 10 m/s, que choca sobre una placa mantenida a 60 °C. La salida de la tobera está a una distancia de 10 mm de la placa. Estime la tasa de transferencia de calor de la región de 4 cm de ancho de la placa directamente debajo del chorro.

SOLUCIÓN Las propiedades del aire (de la tabla 13 del apéndice 2) a $(20 + 60)/2 = 40$ °C

$$\rho = 1.092\ \mathrm{kg/m^3} \qquad \mu = 1.912 \times 10^{-5}\ \mathrm{Ns/m^2}$$
$$k = 0.0265\ \mathrm{W/m\ K} \qquad \mathrm{Pr} = 0.71$$
$$\mathrm{Re}_w = \frac{1.092 \times 10 \times 0.003}{1.912 \times 10^{-5}} = 1713$$

De la ecuación (7.68) con $x = 0.02$ m, $z_o = 0.01$ m y $w = 0.003$ m,

$$m = 0.695 - 2\left[\frac{0.02}{0.003} + 0.796\left(\frac{0.01}{0.003}\right)^{1.33} + 6.12\right]^{-1} = 0.575$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_w = \frac{1.53 \times (2 \times 1713)^{0.575} \times 0.71^{0.42}}{\dfrac{0.02}{0.003} + \dfrac{0.01}{0.003} + 2.78} = 11.2$$

$$\bar{h}_c = \frac{11.2 \times 0.0265}{0.003} = 98.9\ \text{W/m}^2\ ^\circ\text{C}$$

$$q = 98.9 \times 0.04 \times 0.02 \times (60 - 20) = 3.2\ \text{W}$$

Arreglo de chorros redondos El coeficiente de transferencia de calor promedio con temperatura superficial uniforme para una configuración alineada (cuadrada) o triangular (hexagonal) [figura (7.35)] (Martin [54]) es

$$\overline{\text{Nu}}_d = K \frac{\sqrt{f}(1 - 2.2\sqrt{f})}{1 + 0.2(z_o/d - 6)\sqrt{f}} \text{Re}_d^{2/3} \text{Pr}^{0.42} \tag{7.69}$$

donde $$K = \left[1 + \left(\frac{z_o/d}{0.6}\sqrt{f}\right)^6\right]^{-1/20}$$

y $f =$ área relativa de la tobera $= \dfrac{\pi d^2/4}{\text{área del cuadrado o hexágono}}$

La ecuación (7.69) es válida para $2\,000 \le \text{Re}_d \le 100\,000$, $0.004 \le f \le 0.04$ y $2 \le z_o/d \le 12$. Evalúe las propiedades en $(T_s + T_j)/2$.

Arreglo de chorros rectangulares Para el coeficiente de transferencia de calor promedio con temperatura superficial uniforme, Martin [54] propuso

$$\overline{\text{Nu}}_w = \frac{1}{3} f_o^{3/4} \left(\frac{4\ \text{Re}_w}{f/f_o + f_o/f}\right)^{2/3} \text{Pr}^{0.42} \tag{7.70}$$

donde $$f_o = \left[60 + 4\left(\frac{z_o}{2w} - 2\right)^2\right]^{-1/2} \quad \text{y} \quad f = \frac{w}{S}$$

La ecuación (7.70) es válida en el intervalo

$$750 \le \text{Re}_w \le 20\,000 \qquad 0.008 \le f \le 2.5 f_o \qquad 2 \le x/w \le 80$$

con las propiedades evaluadas en $(T_s + T_j)/2$.

La transferencia de calor con chorros se afecta por muchos factores, como la inclinación de los chorros, las superficies extendidas en la superficie objetivo, la rugosidad superficial, salpicaduras de los chorros, pulsaciones de los chorros, salto hidráulico y rotación de la superficie objetivo. Para un análisis de estos efectos y más detalles, consulte Webb y Ma [48] y Lienhard [56]. Martin [54] analiza la configuración espacial óptima de chorros sumergidos.

7.7 Comentarios finales

Por conveniencia del lector, en la tabla 7.5 se dan ecuaciones de correlación útiles para determinar el valor promedio de los coeficientes de transferencia de calor promedio en flujo transversal sobre superficies exteriores.

TABLA 7.5 Correlaciones de transferencia de calor para flujo externo

Geometría	Ecuación de correlación	Restricciones
Cilindro circular largo normal al flujo de gas o líquido	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = C\,\mathrm{Re}_D^m \mathrm{Pr}^n (\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_s)^{1/4}$ (consulte la tabla 7.1)	$1 < \mathrm{Re}_D < 10^6$
Cilindro no circular en un gas	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \mathrm{B}\,\mathrm{Re}_D^n$ (consulte la tabla 7.2)	$2\,500 < \mathrm{Re}_D < 10^5$
Cilindro circular en un metal líquido	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 1.125(\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})^{0.413}$	$1 < \mathrm{Re}_D\mathrm{Pr} < 100$
Cilindro corto en un gas	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.123\,\mathrm{Re}_D^{0.651} + 0.00416(D/L)^{0.85}\,\mathrm{Re}_D^{0.792}$	$7 \times 10^4 < \mathrm{Re}_D < 2.2 \times 10^5$ $L/D < 4$
Esfera en un gas	$\dfrac{\bar{h}_c}{c_p\rho U_\infty} = (2.2/\mathrm{Re}_D + 0.48/\mathrm{Re}_D^{0.5})$	$1 < \mathrm{Re}_D < 25$
	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.37\,\mathrm{Re}_D^{0.6}$	$25 < \mathrm{Re}_D < 10^5$
	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 430 + 5 \times 10^{-3}\,\mathrm{Re}_D + 0.25 \times 10^{-9}\,\mathrm{Re}_D^2 - 3.1 \times 10^{-17}\,\mathrm{Re}_D^3$	$4 \times 10^5 < \mathrm{Re}_D < 5 \times 10^6$
Esfera en un gas o en un líquido	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 2 + (0.4\,\mathrm{Re}_D^{1/2} + 0.06\,\mathrm{Re}_D^{2/3})\mathrm{Pr}^{0.4}(\mu/\mu_s)^{1/4}$	$3.5 < \mathrm{Re}_D < 7.6 \times 10^4$ $0.7 < \mathrm{Pr} < 380$
Esfera en un metal líquido	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 2 + 0.386(\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})^{1/2}$	$3.6 \times 10^4 < \mathrm{Re}_D < 2 \times 10^5$
Placa plana larga, ancho D, perpendicular al flujo en un gas	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.20\,\mathrm{Re}_D^{2/3}$	$1 < \mathrm{Re}_D < 4 \times 10^5$
Cilindro semicircular con superficie posterior plana, en un gas	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.16\,\mathrm{Re}_D^{2/3}$	$1 < \mathrm{Re}_D < 4 \times 10^5$
Placa cuadrada, dimensión, L, flujo de un gas o un líquido	$(\bar{h}_c/c_p\rho U_\infty)\mathrm{Pr}^{2/3} = 0.930\,\mathrm{Re}_L^{-1/2}$	$2 \times 10^4 < \mathrm{Re}_L < 10^5$ ángulos de paso y ataque de 25 a 90° ángulo de oblicuidad de 0 a 45°
Cara corriente arriba de un disco con eje alineado con el flujo, gas o líquido	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 1.05\,\mathrm{Re}^{1/2}\mathrm{Pr}^{0.36}$	$5 \times 10^3 < \mathrm{Re}_D < 5 \times 10^4$
Disco isotérmico con eje perpendicular al flujo, gas o líquido	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.591\,\mathrm{Re}_D^{0.564}\mathrm{Pr}^{1/3}$	$9 \times 10^2 < \mathrm{Re}_D < 3 \times 10^4$
Lecho empacado: transferencia de calor hacia o desde el empaque, en un gas	$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_p} = \dfrac{1-\varepsilon}{\varepsilon}(0.5\,\mathrm{Re}_{D_p}^{1/2} + 0.2\,\mathrm{Re}_{D_p}^{2/3})\mathrm{Pr}^{1/3}$	$20 < \mathrm{Re}_{D_p} < 10^4$ $0.34 < \varepsilon < 0.78$
(ε = fracción de vacíos del lecho)	$(\bar{h}_c/c_p\rho U_s)\mathrm{Pr}^{2/3} = \dfrac{1.075}{\varepsilon}\,\mathrm{Re}_{D_p}^{-0.826}$	$0.01 < \mathrm{Re}_{D_p} < 10$
D_p = diámetro equivalente del empaque (consulte la figura 7.20)	$(\bar{h}_c/c_p\rho U_s)\mathrm{Pr}^{2/3} = \dfrac{0.455}{\varepsilon}\,\mathrm{Re}_{D_p}^{-0.4}$	$10 < \mathrm{Re}_{D_p} < 200$

(*continúa*)

TABLA 7.5 (*continuación*)

Geometría	Ecuación de correlación	Restricciones
Lecho empacado: transferencia de calor hacia o desde la pared de contención, gas	$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_p} = 2.58\,\mathrm{Re}_{D_p}^{1/3}\mathrm{Pr}^{1/3} + 0.094\,\mathrm{Re}_{D_p}^{0.8}\mathrm{Pr}^{0.4}$	$40 < \mathrm{Re}_{D_p} < 2\,000$ empaque en forma cilíndrica
Paquete de tubos en flujo transversal (consulte las figuras 7.21 y 7.22)	$\overline{\mathrm{Nu}}_{D_p} = 0.203\,\mathrm{Re}_{D_p}^{1/3}\mathrm{Pr}^{1/3} + 0.220\,\mathrm{Re}_{D_p}^{0.8}\mathrm{Pr}^{0.4}$	$40 < \mathrm{Re}_{D_p} < 2\,000$ empaque en forma esférica
	$\overline{\mathrm{Nu}}_D\mathrm{Pr}^{-0.36}(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_s)^{-0.25} = C(S_T/S_L)^n\,\mathrm{Re}_D^m$	
	C ***m*** ***n***	
	0.8 0.4 0	$10 < \mathrm{Re}_D < 100$, en línea
	0.9 0.4 0	$10 < \mathrm{Re}_D < 100$, cruzados
	0.27 0.63 0	$1\,000 < \mathrm{Re}_D < 2 \times 10^5$, en línea $S_T/S_L \geq 0.7$
	0.35 0.60 0.2	$1\,000 < \mathrm{Re}_D < 2 \times 10^5$, cruzados $S_T/S_L < 2$
	0.40 0.60 0	$1\,000 < \mathrm{Re}_D < 2 \times 10^5$, cruzados $S_T/S_L \geq 2$
	0.021 0.84 0	$\mathrm{Re}_D > 2 \times 10^5$, en línea
	0.022 0.84 0	$\mathrm{Re}_D > 2 \times 10^5$, cruzados $\mathrm{Pr} > 1$
	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.019\,\mathrm{Re}_D^{0.84}$	$\mathrm{Re}_D > 2 \times 10^5$, cruzados $\mathrm{Pr} = 0.7$
Flujo sobre paquete de tubos cruzados, gas o líquido ($\mathrm{Pr} > 0.5$)	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.0131\,\mathrm{Re}_D^{0.883}\mathrm{Pr}^{0.36}$	$4.5 \times 10^5 < \mathrm{Re}_D < 7 \times 10^6$ $S_T/D = 2$, $S_L/D = 1.4$
Metales líquidos	$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 4.03 + 0.228(\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr})^{2/3}$	$2 \times 10^4 < \mathrm{Re}_D < 8 \times 10^4$, cruzados

Referencias

1. A. Fage, "The Air Flow around a Circular Cylinder in the Region Where the Boundary Layer Separates from the Surface", Brit. Aero. Res. Comm. R and M 1179, 1929.
2. A. Fage y V.M. Falkner, "The Flow around a Circular Cylinder", Brit. Aero. Res. Comm. R and M 1369, 1931.
3. H.B. Squire, *Modern Developments in Fluid Dynamics*, 3a. ed., vol. 2. Clarendon, Oxford, 1950.
4. R.C. Martinelli, A.G. Guibert, E.H. Morin y L.M.K. Boelter, "An Investigation of Aircraft Heaters VIII-a Simplified Method for Calculating the Unit-Surface Conductance over Wings", NACA ARR, marzo de 1943.
5. W.H. Giedt, "Investigation of Variation of Point Unit-Heat-Transfer Coefficient around a Cylinder Normal to an Air Stream", Trans. ASME, vol. 71, pp. 375-381, 1949.
6. R. Hilpert, "Wärmeabgabe von geheizten Drähten und Rohren", *Forsch. Geb. Ingenieurwes*, vol. 4, p. 215, 1933.

7. A.A. Žukauskas, "Heat Transfer from Tubes in Cross Flow", Advances in Heat Transfer, Academic Press, vol. 8, pp. 93-106, 1972.
8. H.G. Groehn, "Integral and Local Heat Transfer of a Yawed Single Circular up to Supercritical Reynolds Numbers", *Proc. 8th Int. Heat Transfer Conf*., vol. 3, Hemisphere, Washington, D.C., 1986.
9. M. Jakob, *Heat Transfer*, vol. 1, Wiley, Nueva York, 1949.
10. R. Ishiguro, K. Sugiyama y T. Kumada, "Heat Transfer around a Circular Cylinder in a Liquid-Sodium Crossflow", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 22, pp. 1041-1048, 1979.
11. A. Quarmby y A.A.M. Al-Fakhri, "Effect of Finite Length on Forced Convection Heat Transfer from Cylinder", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 23, pp. 463-469, 1980.
12. E.M. Sparrow y F. Samie, "Measured Heat Transfer Coefficients at and Adjacent to the Tip of a Wall-Attached Cylinder in Crossflow-Application to Fins", *J. Heat Transfer*, vol. 103, pp. 778-784, 1981.
13. E.M. Sparrow, T.J. Stahl y P. Traub, "Heat Transfer Adjacent to the Attached End of a Cylinder in Crossflow", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 27, pp. 233-242, 1984.
14. N.R. Yardi y S.P. Sukhatme, "Effects of Turbulence Intensity And Integral Length Scale of a Turbulent Free Stream on Forced Convection Heat Transfer from a Circular Cylinder in Cross Flow", *Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf*., Hemisphere, Washington, D.C., 1978.
15. H. Dryden y A.N. Kuethe "The Measurement of Fluctuations of Air Speed by the Hot-Wire Anemometer", NACA Rept. 320, 1929.
16. C.E. Pearson, "Measurement of Instantaneous Vector Air Velocity by Hot-Wire Methods", *J. Aerosp. Sci*., vol. 19, pp. 73-82, 1952.
17. W.H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1953.
18. S. Whitaker, "Forced Convection Heat Transfer Correlations for Flow in Pipes, Past Flat Plates, Single Cylinders, Single Spheres, and for Flow in Packed Beds and Tube Bundles", *AlChE J.,* vol. 18, pp. 361-371, 1972.
19. E. Achenbach, "Heat Transfer from Spheres up to $Re = 6 \times 10^6$", *Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf*., vol. 5, Hemisphere, Washington, D.C., 1978.
20. H.F. Johnston, R.L. Pigford y J.H. Chapin, "Heat Transfer to Clouds of Falling Particles", *Univ. of Ill. Bull*., vol. 38, núm. 43, 1941.
21. L.C. Witte, "An Experimental Study of Forced-Convection Heat Transfer from a Sphere to Liquid Sodium", *J. Heat Transfer*, vol. 90, pp. 9-12, 1968.
22. H.H. Sogin, "A Summary of Experiments on Local Heat Transfer from the Rear of Bluff Obstacles to a Lowspeed Airstream", *Trans. ASME, Ser. C. J. Heat Transfer*, vol. 86, pp. 200-202, 1964.
23. J.W. Mitchell, "Base Heat Transfer in Two-Dimensional Subsonic Fully Separated Flows", *Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer*, vol. 93, pp. 342-348, 1971.
24. E.M. Sparrow y G.T. Geiger, "Local and Average Heat Transfer Characteristics for a Disk Situated Perpendicular to a Uniform Flow", *J. Heat Transfer*, vol. 107, pp. 321-326, 1985.
25. K.K. Tien y E.M. Sparrow, "Local Heat Transfer and Fluid Flow Characteristics for Airflow Oblique or Normal to a Square Plate", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 22, pp. 349-360, 1979.
26. G.L. Wedekind, "Convective Heat Transfer Measurement Involving Flow Past Stationary Circular Disks", *J. Heat Transfer*, vol. 111, pp. 1098-1100, 1989.
27. S.N. Upadhyay, B.K.D. Agarwal y D.R. Singh, "On the Low Reynolds Number Mass Transfer in Packed Beds", *J. Chem. Eng. Jpn*., vol. 8, pp. 413-415, 1975.
28. J. Beek, "Design of Packed Catalytic Reactors", *Adv. Chem. Eng*., vol. 3, pp. 203-271, 1962.
29. W.M. Kays y A.L. London, *Compact Heat Exchangers*, 2a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1964.
30. R.D. Wallis, "Photographic Study of Fluid Flow between Banks of Tubes", *Engineering*, vol. 148, pp. 423-425, 1934.
31. W.E. Meece, "The Effect of the Number of Tube Rows upon Heat Transfer and Pressure Drop during Viscous Flow across In-Line Tube Banks", Tesis de maestría, Univ. of Delaware, 1949.
32. C.J. Chen y T.-S. Wung, "Finite Analytic Solution of Convective Heat Transfer for Tube Arrays in Crossflow: Part II-Heat Transfer Analysis", *J. Heat Transfer*, vol. 111, pp. 641-648, 1989.
33. E. Achenbach, "Heat Transfer from a Staggered Tube Bundle in Cross-Flow at High Reynolds Numbers", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 32, pp. 271-280, 1989.
34. E. Achenbach, "Heat Transfer from Smooth and Rough In-Line Tube Banks at High Reynolds Number", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 34, pp. 199-207, 1991.
35. S. Aiba, T. Ota y Tsuchida, "Heat Transfer of Tubes Closely Spaced in an In-Line Bank", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 23, pp. 311-319, 1980.
36. W.M. Kays y R.K. Lo, "Basic Heat Transfer and Flow Friction Design Data for Gas Flow Normal to Banks of Staggered Tubes-Use of a Transient Technique", Tech. Rept. 15, Navy Contract N6-ONR-251 T. O. 6, Stanford Univ., 1952.
37. R.J. Hoe, D. Dropkin y O.E. Dwyer, "Heat Transfer Rates to Crossflowing Mercury in a Staggered Tube Bank-I", *Trans. ASME*, vol. 79, pp. 899-908, 1957.
38. C.L. Richards, O.E. Dwyer y D. Dropkin, "Heat Transfer Rates to Crossflowing Mercury in a Staggered

Tube Bank-II", *ASME—AIChE Heat Transfer Conf.*, artículo 57-HT-11, 1957.
39. S. Kalish y O.E. Dwyer, "Heat Transfer to NaK Flowing through Unbaffled Rod Bundles", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 10, pp. 1533-1558, 1967.
40. A.E. Bergles, "Techniques to Enhance Heat Transfer", en *Handbook of Heat Transfer*, 3a. ed., W.M. Rohsenow, J.P. Hartnett y Y.I. Cho, editors, McGraw-Hill, Nueva York, 1998.
41. R.M. Manglik, "Heat Transfer Enhancement", en *Heat Transfer Handbook*, A. Bejan y A.D. Krauss, editores, Wiley, Hoboken, NJ. 2003.
42. A. Žukauskas, *High-Performance Single-Phase Heat Exchangers*, Hemisphere, Nueva York, 1989.
43. V.A. Lokshin y V.N. Fomina, "Correlation of Experimental Data on Finned Tube Bundles", *Teploenergetika*, vol. 6, pp. 36-39, 1978.
44. V.F. Yudin, *Teploobmen Poperechnoorebrenykh Trub* [Heat Transfer of Crossfinned Tubes], Mashinostroyeniye Publishing House, Leningrado, Rusia, 1982.
45. X. Liu, J.H. Lienhard V. y J.S. Lombara, "Convective Heat Transfer by Impingement of Circular Liquid Jets, *J. Heat Transfer*, vol. 113, pp. 571-582, 1991.
46. N.V. Suryanarayana, "Forced Convection-External Flows", en CRC Handbook of Mechanical Engineering, F. Kreith, ed., CRC Press, 1998.
47. J.H. Lienhard V., X. Liu y L.A. Gabour, "Splattering and Heat Transfer During Impingement of a Turbulent Liquid Jet", *J. Heat Transfer*, vol. 114, pp. 362-372, 1992.
48. B.W. Webb y C.F. Ma, "Single-phase Liquid Jet Impingement Heat Transfer", en *Advances in Heat Transfer*, J.P. Hartnett y R.F. Irvine, editores, vol. 26, pp. 105-217, Academic Press, Nueva York, 1995.
49. D.H. Wolf, R. Viskanta y F.P. Incropera, "Local Convective Heat Transfer from a Heated Surface to a Planar Jet of Water with a Non-Uniform Velocity Profile", *J. Heat Transfer*, vol. 112, 899-905, 1990.
50. D.C. McMurray, P.S. Meyers y O.A. Uyehara, "Influence of Impinging Jet Variables on Local Heat Transfer Coefficients along a Flat Surface with Constant Heat Flux", *Proc. 3d Int. Heat Transfer Conference*, vol. 2, pp. 292-299, 1966.
51. Y. Pan y B.W. Webb, "Heat Transfer Characteristics of Arrays of Free-Surface Liquid Jets", *J. Heat Transfer*, vol. 117, pp. 878-886, 1995.
52. C.F. Ma y A.E. Bergles, "Convective Heat Transfer on a Small Vertical Heated Surface in an Impinging Circular Liquid Jet", en *Heat Transfer Science and Technology*, B.X. Wang, editor, pp. 193-200, Hemisphere, Nueva York, 1988.
53. H. Sun, C.F. Ma y W. Nakayama, "Local Characteristics of Convective Heat Transfer from Simulate Microelectronic Chips to Impinging Submerged Round Jets", *J. Electronic Packaging*, vol. 115, pp. 71-77, 1993.
54. H. Martin, "Impinging Jets", en *Handbook of Heat Exchanger Design*, G.F. Hewitt, editor, Hemisphere, Nueva York, 1990.
55. S. Sitharamayya y K.S. Raju, "Heat Transfer between an Axisymmetric Jet and a Plate Held Normal to the Flow", *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 45, pp. 365-369, 1969.
56. J.H. Lienhard V., "Liquid Jet Impingement", en *Annual Review of Heat Transfer*, C.L. Tien, editor, vol. 6, Begell House, Nueva York. 1995.

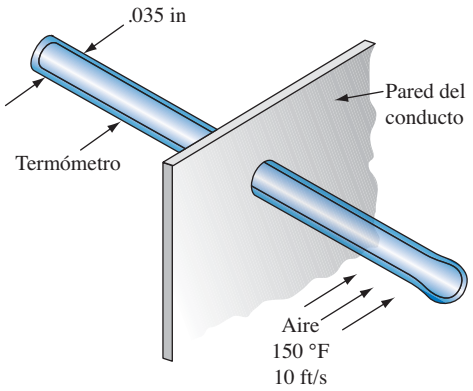
Problemas

Los problemas de este capítulo están organizados por tema como se muestra a continuación.

Tema	Número de problema
Cilindros en flujo transversal u oblicuo	7.1–7.18
Anemómetro de hilo caliente	7.19-7.22
Esferas	7.23-7.31
Cuerpos abultados	7.32-7.36
Lechos empacados	7.37-7.39
Bancos de tubos	7.40-7.46

7.1 Determine el coeficiente de transferencia de calor en el punto de estancamiento y el valor promedio del coeficiente de transferencia de calor para un tubo individual de 5 cm de diámetro exterior y 60 cm de longitud en flujo transversal. La temperatura de la superficie del tubo es 260 °C, la velocidad del fluido en flujo perpendicular al eje del tubo es 6 m/s y la temperatura del fluido es 38 °C. Considere los siguientes fluidos: *a*) aire, *b*) hidrógeno y *c*) agua.

7.2 Un termómetro de mercurio en cristal a 100 °F (diámetro exterior = 0.35 in) se inserta a través de la pared de un conducto en una corriente de aire a 10 ft/s a 150 °F. Estime el coeficiente de transferencia de calor entre el aire y el termómetro.



Problema 7.2

7.3 Vapor a 1 atm y a 100 °C fluye a través de un tubo de 5 cm de diámetro exterior a una velocidad de 6 m/s. Estime el número de Nusselt, el coeficiente de transferencia de calor y la tasa de transferencia de calor por metro de longitud de tubo si éste está a 200 °C.

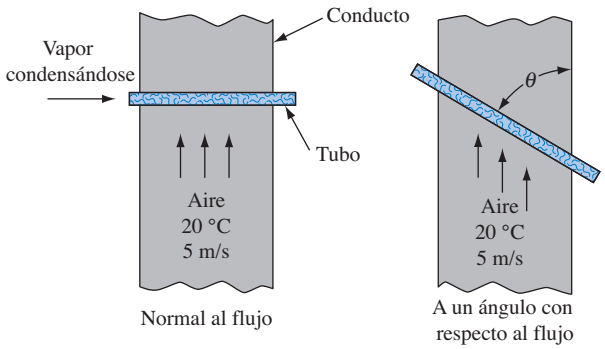
7.4 Una línea de transmisión eléctrica de 1.2 cm de diámetro transporta una corriente de 200 amperios y tiene una resistencia de 3×10^{-4} ohm por metro de longitud. Si el aire alrededor de esta línea está a 16 °C, determine la temperatura superficial en un día de viento, suponiendo que el viento sopla a través de la línea a 33 km/h.

7.5 Deduzca una ecuación de la forma $\bar{h}_c = f(T, U, U_\infty)$ para el flujo de aire sobre un cilindro largo y horizontal para el intervalo de temperatura de 0 a 100 °C. Utilice la ecuación (7.3) como base.

7.6 Repita el problema 7.5 para agua en el intervalo de temperatura de 10 a 40 °C.

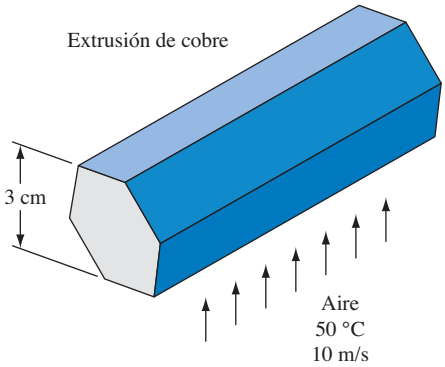
7.7 El oleoducto de Alaska transporta 2 millones de barriles de petróleo crudo por día de Prudhoe Bay a Valdez, cubriendo una distancia de 800 millas. El diámetro del tubo es 48 in y está aislado con 4 in de fibra de vidrio y con una cubierta de revestimiento de acero. Aproximadamente la mitad del oleoducto está arriba del suelo, tendida nominalmente en dirección norte-sur. El aislamiento mantiene la superficie exterior del revestimiento de acero a aproximadamente 10 °C. Si la temperatura ambiente promedio es de 0 °C y los vientos prevalecientes provienen del noreste a 2 m/s, estime la tasa total de pérdida de calor de la parte que se encuentra arriba del suelo del oleoducto.

7.8 Un ingeniero está diseñando un sistema de calentamiento que consistirá en tubos múltiples colocados en un conducto que transporta el aire de suministro de un edificio. Decide efectuar pruebas preliminares con un tubo individual de cobre de 2 cm de diámetro exterior conduciendo vapor condensándose a 100 °C. La velocidad del aire en el conducto es 5 m/s y su temperatura es 20 °C. El tubo se puede colocar normal al flujo, pero puede ser ventajoso ponerlo a un ángulo con respecto al flujo de aire y de esta manera aumentar el área superficial de transferencia de calor. Si el ancho del conducto es 1 m, pronostique el resultado de las pruebas planeadas y estime cómo afectará el ángulo θ la tasa de transferencia de calor. ¿Existen límites?



Problema 7.8

7.9 Una pieza extruida de cobre, larga y hexagonal se remueve de un horno de tratamiento térmico a 400 °C y se sumerge en una corriente de aire a 50 °C que fluye perpendicularmente a su eje a 10 m/s. La superficie del cobre tiene una emisividad de 0.9 debido a la oxidación. La barra mide 3 cm entre sus lados opuestos y tiene un área de sección transversal de 7.79 cm^2 y un perímetro de 10.4 cm. Determine el tiempo necesario para que el centro de la barra de cobre se enfríe a 100 °C.



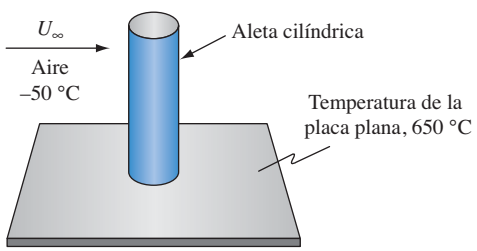
Problema 7.9

7.10 Repita el problema 7.9 si la sección transversal de la extrusión es elíptica con el eje mayor normal al flujo de aire y la misma masa por longitud unitaria. El eje mayor de la sección transversal elíptica es de 5.46 cm y su perímetro es de 12.8 cm.

7.11 Calcule la tasa de pérdida de calor de un cuerpo humano a 37 °C en una corriente de aire a 5 m/s a 35 °C. El cuerpo se puede modelar como un cilindro de 30 cm de diámetro y 1.8 m de altura. Compare sus resultados con los correspondientes a la convección natural de un cuerpo (problema 5.8) y con la entrada de energía común por ingesta de alimentos, 1 033 kcal/día.

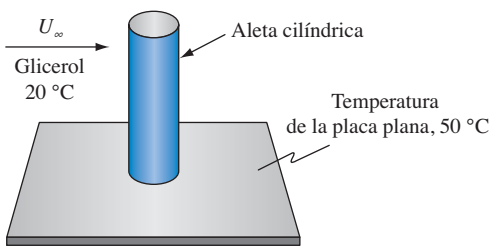
7.12 Una barra de combustible de un reactor nuclear es un cilindro circular de 6 cm de diámetro. La barra se probará enfriándola con un flujo de sodio a 205 °C con una velocidad de 5 m/s perpendicular a su eje. Si la temperatura superficial de la barra no debe exceder 300 °C, estime la disipación de potencia máxima permisible en la barra.

7.13 Una aleta de acero inoxidable de 5 cm de longitud y con diámetro exterior de 6 mm, sobresale de una placa plana hacia una corriente de aire a 175 m/s, como se muestra en el bosquejo siguiente. Estime *a*) el coeficiente de transferencia de calor promedio entre el aire y la aleta, *b*) la temperatura en el extremo de la aleta y *c*) la tasa de flujo de calor de la aleta.



Problema 7.13

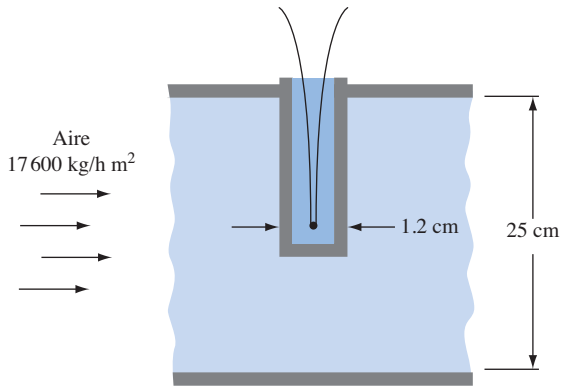
7.14 Repita el problema 7.13 con glicerol a 20 °C fluyendo sobre la aleta a 2 m/s. La temperatura de la placa es 50 °C.



Problema 7.14

7.15 En un tubo de hierro forjado desnudo de 15 m de longitud y 2.5 cm de diámetro entra agua a 180 °C a 3 m/s. Si aire a 10 °C fluye perpendicular al tubo a 12 m/s, determine la temperatura de salida del agua. (Observe que la diferencia de temperatura entre el aire y el agua varía a lo largo del tubo.)

7.16 La temperatura del aire que fluye a través de un conducto de 25 cm de diámetro cuya pared interna está a 320 °C se medirá utilizando un termopar soldado en una cavidad cilíndrica de acero de 1.2 cm de diámetro exterior con un exterior oxidado, como se muestra en el bosquejo siguiente. El aire fluye normal al cilindro con una velocidad de masa de 17 600 kg/h m^2. Si la temperatura indicada por el termopar es 200 °C, estime la temperatura real del aire.



Problema 7.16

7.17 Desarrolle una expresión para la relación de la tasa de transferencia de calor hacia agua a 40 °C de una tira plana delgada de ancho $\pi D/2$ y una longitud L a un ángulo de ataque cero y de un tubo de la misma longitud y diámetro D en flujo transversal con su eje normal al flujo de agua en el intervalo del número de Reynolds entre 50 y 1 000. Suponga que las dos superficies están a 90 °C.

7.18 Repita el problema 7.17 para aire fluyendo sobre las mismas dos superficies en el intervalo del número de Reynolds entre 40 000 y 200 000. Ignore la radiación.

7.19 El manual de instrucciones de un anemómetro de hilo caliente afirma que "en términos generales, la corriente varía con la velocidad promedio elevada a un cuarto a una resistencia fija del alambre". Verifique esta afirmación utilizando las características de transferencia de calor de un alambre delgado en aire y en agua.

7.20 Un anemómetro de hilo caliente se utiliza para determinar el perfil de velocidad de la capa límite en el flujo de aire sobre un modelo a escala de un automóvil. El alambre caliente se mantiene en un mecanismo

de movimiento lateral que mueve el alambre en una dirección normal a la superficie del modelo. El alambre caliente se opera a temperatura constante. El espesor de la capa límite se definirá como la distancia desde la superficie del modelo a la cual la velocidad es 90% de la velocidad de corriente libre. Si la corriente de la sonda es I_0 cuando el alambre caliente se mantiene en la velocidad de corriente libre, U_∞, ¿qué corriente indicará el borde de la capa límite? Ignore la transferencia de calor por radiación del alambre caliente y la conducción de los extremos del alambre.

7.21 Para medir la velocidad de una corriente de helio se utiliza un anemómetro de hilo caliente de platino operado en el modo de temperatura constante. El diámetro del alambre es 20 μm, su longitud es 5 mm y opera a 90 °C. El circuito electrónico utilizado para mantener la temperatura del alambre tiene una salida de potencia máxima de 5 W y no puede controlar con precisión la temperatura del alambre si el voltaje aplicado al alambre es menor que 0.5 V. Compare la operación del alambre en la corriente de helio a 20 °C y 10 m/s con su operación en aire y agua a la misma temperatura y velocidad. La resistencia eléctrica del platino a 90 °C es 21.6 $\mu\Omega$ cm.

7.22 Un anemómetro de hilo caliente consiste en un alambre de platino de 5 mm de longitud y 5 μm de diámetro. La sonda opera a una corriente constante de 0.03 A. La resistividad eléctrica del platino es 17 $\mu\Omega$ cm a 20 °C y aumenta en 0.385% por °C. *a*) Si el voltaje a través el alambre es 1.75 V, determine la velocidad del aire que fluye a través de él y la temperatura del alambre si la temperatura del aire de corriente libre es 20 °C. *b*) ¿Cuáles son la temperatura y voltaje si la velocidad del aire es 10 m/s? Ignore la transferencia de calor por radiación y conducción del alambre.

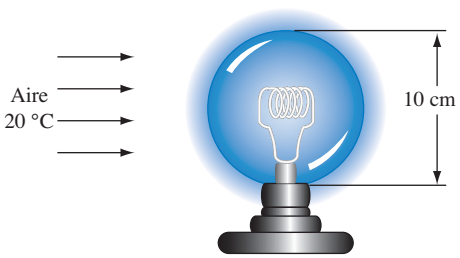
7.23 Una esfera de 2.5 cm se debe mantener a 50 °C en una corriente de aire o bien en una corriente de agua, las dos a 20 °C y a una velocidad de 2 m/s. Compare la tasa de transferencia de calor y el arrastre sobre la esfera para los dos fluidos.

7.24 Compare el efecto de la convección forzada en la transferencia de calor de una lámpara incandescente con el de la convección natural (consulte el problema 5.27). ¿Cuál será la temperatura del cristal para velocidades de 0.5, 1, 2 y 4 m/s?

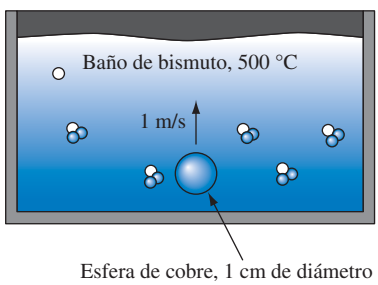
7.25 Se realizó un experimento en el que se midió la transferencia de calor de una esfera en sodio. La esfera de 0.5 in de diámetro se arrastró a través de un baño de sodio profundo a una velocidad dada mientras que un calentador eléctrico dentro de la esfera mantenía la temperatura en un punto establecido. En la tabla siguiente se encuentran los resultados del experimento. Determine qué tan bien se pueden predecir los datos por la correlación apropiada dada en el texto. Exprese sus resultados en términos de la diferencia porcentual entre el número de Nusselt determinado experimentalmente y la calculada con la ecuación.

	Número de prueba				
	1	2	3	4	5
Velocidad (m/s)	3.44	3.14	1.56	3.44	2.16
Temperatura superficial de la esfera (°C)	478	434	381	350	357
Temperatura del baño de sodio (°C)	300	300	300	200	200
Temperatura del calentador (°C)	486	439	385	357	371
Flujo térmico $\times 10^{-6}$ W/m^2	14.6	8.94	3.81	11.7	8.15

7.26 Una esfera de cobre inicialmente a una temperatura uniforme de 132 °C repentinamente se libera del fondo de un baño grande de bismuto a 500 °C. El diámetro de la esfera es 1 cm y asciende a través del baño a 1 m/s. ¿Cuánto subirá la esfera antes de que la temperatura en su centro sea de 300 °C? ¿Cuál es su temperatura superficial en ese punto? (La esfera tiene un recubrimiento delgado de níquel para proteger al cobre del bismuto.)



Problema 7.24



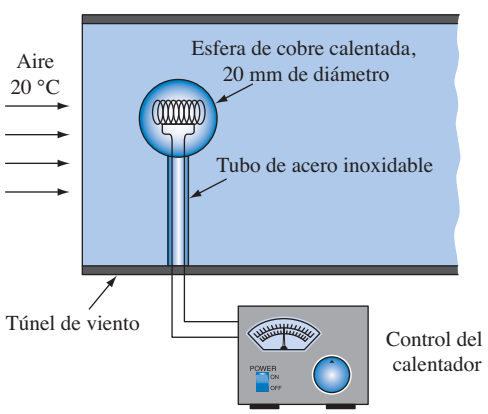
Problema 7.26

7.27 Una gotita esférica de agua de 1.5 mm de diámetro cae libre en aire atmosférico. Calcule el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio cuando la gotita ha alcanzado su velocidad terminal. Suponga que el agua está a 50 °C y el aire a 20 °C. Ignore la transferencia de masa y la radiación.

7.28 En una torre de manufactura se forman perdigones de plomo esféricos de 0.95 cm de diámetro mediante gotas de plomo fundido, que se solidifican conforme descienden a través de aire más frío. A la velocidad terminal, es decir, cuando el arrastre es igual a la fuerza gravitacional, estime el coeficiente de transferencia de calor total si la superficie del plomo está a 171 °C, si la superficie del plomo tiene una emisividad de 0.63 y si la temperatura del aire es 16 °C. Suponga $C_D = 0.75$ para el primer cálculo de prueba.

7.29 Una esfera de cobre de 2.5 cm de diámetro está suspendida de un alambre fino en el centro de un horno experimental hueco de forma cilíndrica cuya pared interior se mantiene uniformemente a 430 °C. A través del horno pasa una corriente uniforme de aire seco a una temperatura de 90 °C, a una presión de 1.2 atm y a una velocidad de 14 m/s. La superficie interior de la pared del horno es negra. El cobre está ligeramente oxidado y su emisividad es 0.4. Suponiendo que el aire es completamente transparente a la radiación, calcule para el régimen permanente: *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la esfera de cobre y el aire y *b*) la temperatura de la esfera.

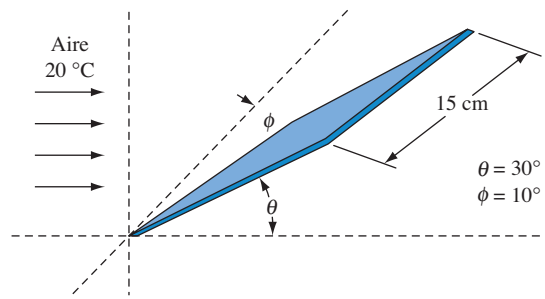
7.30 Se ha propuesto un método para medir la transferencia de calor por convección de esferas. En un túnel de viento se suspenderá una esfera de cobre de 20 mm de diámetro con un calentador eléctrico en su interior. Un termopar dentro de la esfera mide la temperatura superficial de la esfera. La esfera está soportada en el túnel por un tubo de acero inoxidable 304 de 5 mm de diámetro exterior, 3 mm de diámetro interior y 20 cm de longitud. El tubo de acero está conectado a la pared del túnel de viento de tal manera que no se transfiere calor a través de la pared. Para este experimento, examine la magnitud de la corrección que se debe aplicar a la potencia del calentador de la esfera para tomar en cuenta la conducción a lo largo del tubo de soporte. La temperatura del aire es 20 °C y el intervalo de los números de Reynolds deseado es de 10^3 a 10^5.



Problema 7.30

7.31 *a*) Estime el coeficiente de transferencia de calor para una gotita esférica de combustible inyectada en un motor Diesel a 80 °C y 90 m/s. La gotita de combustible tiene un diámetro de 0.025 mm, la presión en el cilindro es 4 800 kPa y la temperatura del gas es de 944 K. *b*) Estime el tiempo necesario para calentar la gotita a su temperatura de autoencendido de 600 °C.

7.32 La transferencia de calor de una tarjeta de circuitos electrónicos se determinará colocando un modelo de la tarjeta en un túnel de viento. El modelo es una placa cuadrada de 15 cm por lado con calentadores eléctricos insertados en su interior. El viento se suministrará a 20 °C. Determine la temperatura promedio del modelo como una función de la disipación de potencia para una velocidad del aire de 2.5 y 10 m/s. El modelo se inclina 30° con una oblicuidad de 10° con respecto a la dirección del flujo de aire como se muestra a continuación. La superficie del modelo actúa como un cuerpo negro.

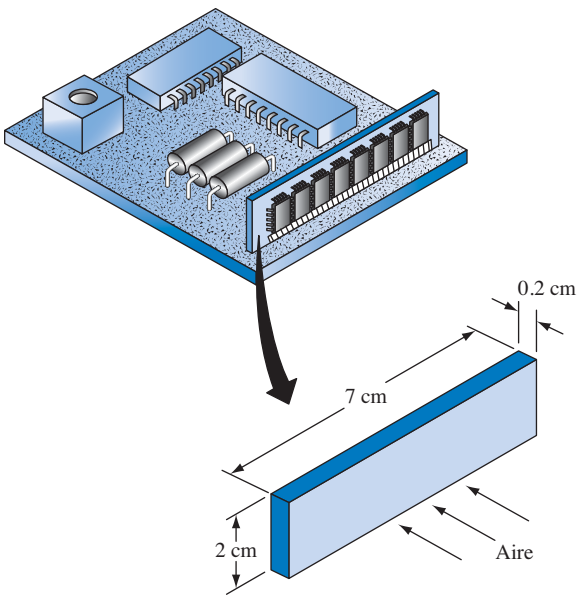


Problema 7.32

7.33 Un circuito electrónico contiene un resistor de gran disipación que disipa 1.5 W. Un diseñador quiere modificar la circuitería tal que se requerirá que el resistor disipe 2.5 W. El resistor tiene forma de disco con 1 cm de diámetro y 0.6 mm de espesor. Su superficie está alineada con un flujo de aire de enfriamiento a 30 °C y a una velocidad de 10 m/s. La vida útil del resistor es inaceptable si su temperatura superficial excede 90 °C. ¿Es necesario remplazar el resistor para el nuevo circuito?

7.34 Suponga que el resistor del problema 7.33 se gira de manera que su eje se alinea con el flujo. ¿Cuál es la disipación de potencia máxima permisible?

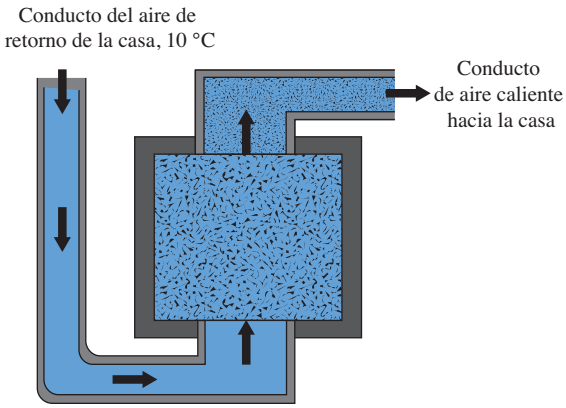
7.35 Para disminuir el tamaño de las tarjetas madre de computadoras personales, los diseñadores han recurrido a un método de montaje de los chips de memoria más compacto en la tarjeta. Los módulos de memoria en línea simples, como se les denomina, esencialmente tienen montados los chips en sus bordes tal que su dimensión delgada está horizontal, como se muestra en la figura siguiente. Determine la disipación máxima permisible de chips de memoria funcionando a 90 °C si se enfrían por una corriente de aire a 60 °C con una velocidad de 10 m/s.



Problema 7.35

7.36 Un cilindro semicircular largo se coloca en una corriente de aire con su cara plana corriente abajo. Un calentador de resistencia eléctrica dentro del cilindro mantiene su temperatura superficial a 50 °C. El diámetro del cilindro es 5 cm, la velocidad del aire es 31.8 m/s y la temperatura del aire es 20 °C. Determine la entrada de potencia del calentador por longitud unitaria del cilindro. Ignore la transferencia de calor por radiación.

7.37 Un método para almacenar energía solar para utilizarla durante días nublados o en la noche consiste en almacenarla en la forma de calor sensible en un lecho de rocas, como se muestra en la figura siguiente. Suponga que un lecho de ese tipo se ha calentado a 70 °C y que se quiere calentar una corriente de aire haciéndola pasar a través del lecho. Si la temperatura de entrada del aire es 10 °C y la velocidad de masa del aire en el lecho es 0.5 kg/s m^2, ¿cuál debe ser la longitud del lecho a fin de que la temperatura de salida del aire sea de 65 °C? Suponga que las rocas son esféricas con 2 cm de diámetro y que la fracción de vacíos es 0.5. (*Sugerencia*: El área superficial de las rocas por volumen unitario del lecho es $(6/D_p)(1-\epsilon)$.)

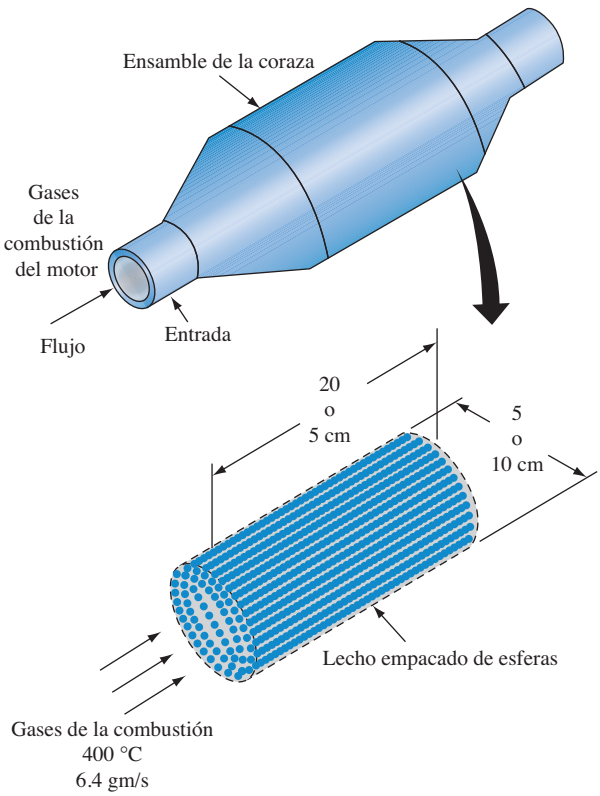


Problema 7.37

7.38 Suponga que el lecho de rocas del problema 7.37 se ha descargado completamente y que todo el lecho está a 10 °C. Entonces para recargarlo se utiliza aire caliente a 90 °C con una velocidad de 0.2 m/s. ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que las primeras rocas se calienten de nuevo a 70 °C y cuál es la transferencia de calor total del aire al lecho?

7.39 Un convertidor catalítico automotriz es un lecho empacado en el que un catalizador de platino se deposita en la superficie de esferas de alúmina pequeñas. Un recipiente metálico contiene los gránulos de catalizador y permite que los gases de la combustión fluyan a través de lechos de gránulos. El catalizador se debe calentar por los gases de la combustión a 300 °C antes de que éste pueda ayudar a oxidar los hidrocarburos sin quemar en los gases. El tiempo necesario para alcanzar esta temperatura es crítico, debido a que los hidrocarburos sin quemar emitidos por un vehículo durante un arranque en frío pueden comprender una fracción grande de las emisiones totales del vehículo durante una prueba de emisiones. Se requiere un volumen fijo del catalizador, pero la forma del lecho se puede modificar para aumentar la tasa de calentamiento. Compare el tiempo de calentamiento para un lecho de 5 cm de diámetro y 20 cm de longitud con uno de 10 cm de diámetro y 5 cm de longitud. Los gránulos del catalizador son esféricos

de 5 mm de diámetro y tienen una densidad de 2 g/cm^3, una conductividad térmica de 12 W/m K y un calor específico de 1 100 J/kg K. La fracción de vacíos del lecho empacado es 0.5. Los gases de la combustión del motor tienen una temperatura de 400 °C, su flujo másico es de 6.4 g/s y tienen las propiedades del aire.

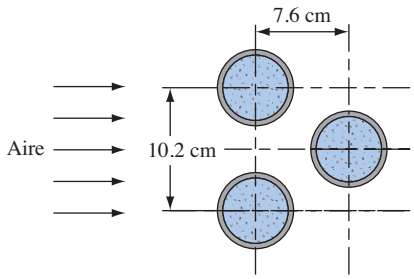


Problema 7.39

7.40 Determine el coeficiente de transferencia de calor promedio para aire a 60 °C que fluye a una velocidad de 1 m/s sobre un banco de tubos de 6 cm de diámetro exterior configurados como se muestra en el bosquejo siguiente. La temperatura de la pared de los tubos es 117 °C.

7.41 Repita el problema 7.40 para un banco de tubos en el que todos los tubos están espaciados 7.5 cm centro a centro.

7.42 Se quiere calentar dióxido de carbono gaseoso que se encuentra a 1 atmósfera, de 25 a 75 °C, bombeándolo a través de un banco de tubos a una velocidad de 4 m/s. Los tubos se calientan por vapor a 200 °C condensándose en su interior. Los tubos tienen un diámetro exterior de 10 mm, están configurados en línea y tienen



Problema 7.40

un espaciamiento longitudinal de 15 mm y un espaciamiento transversal de 17 mm. Si se requieren 13 filas de tubos, ¿cuál es el coeficiente de transferencia de calor promedio y cuál es la caída de presión del dióxido de carbono?

7.43 Estime el coeficiente de transferencia de calor para sodio líquido a 1 000 °F que fluye sobre un banco de tubos cruzados de 10 filas, que tienen 1 pulgada de diámetro, configurados en un arreglo triangular equilátero con una relación de paso a diámetro de 1.5. La velocidad de entrada es 2 ft/s, basada en el área de la coraza y la temperatura superficial es 400 °F. La temperatura de salida del sodio es 600 °F.

7.44 Mercurio líquido a una temperatura de 315 °C fluye a una velocidad de 10 cm/s sobre un banco cruzado de tubos de acero inoxidable 16 BGW de 5/8 in configurados en un arreglo triangular con una relación de paso a diámetro de 1.375. Si agua a 2 atm de presión se evapora dentro de los tubos, estime la tasa promedio de transferencia de calor al agua por metro de longitud del banco, si éste tiene 10 filas y contiene 60 tubos. El coeficiente de transferencia de calor para ebullición es 20 000 W/m^2 K.

7.45 Compare la tasa de transferencia de calor y la caída de presión para una configuración en línea y una escalonada de un banco de tubos que consiste en 300 tubos, de 6 ft de longitud con un diámetro exterior de 1 in. Los tubos se configurarán en 15 filas con espaciamientos longitudinal y transversal iguales a 2 in. La temperatura superficial de los tubos es 200 °F y agua a 100 °F circula a un flujo másico de 12 000 lb/s sobre los tubos.

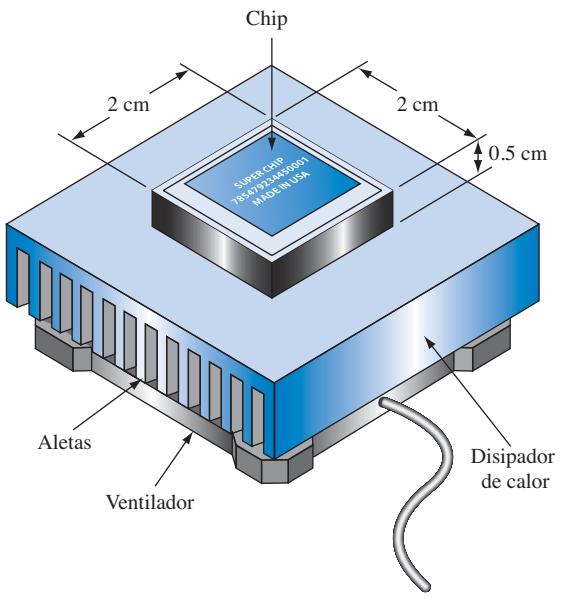
7.46 Considere un intercambiador de calor que consiste en tubos de cobre de 12.5 mm de diámetro exterior en una configuración cruzada con espaciamiento transversal de 25 mm y espaciamiento longitudinal de 30 mm con nueve tubos en la dirección longitudinal. Dentro de los tubos fluye vapor condensándose a 150 °C. El intercambiador de calor se utiliza para calentar, de 20 a 32 °C, una corriente de aire que fluye a 5 m/s. ¿Cuál es el coeficiente de transferencia de calor promedio y la caída de presión para el banco de tubos?

Problemas de diseño

7.1 **Usos alternos del oleoducto de Alaska** (capítulo 7)
Estudios recientes han demostrado que el suministro de petróleo crudo de la North Slope de Alaska pronto declinará a niveles poco económicos y que entonces cesará la producción. Se están considerando alternativas para seguir utilizando el oleoducto de Alaska y para generar ingresos de las grandes fuentes de gas natural en esa región. El oleoducto se diseñó para mantener petróleo crudo a una temperatura lo suficientemente alta para poder bombearlo mientras que al mismo tiempo se protege la capa de permafrost frágil de Alaska. Desde el punto de vista del diseño térmico actual del oleoducto, considere la posibilidad de transportar las alternativas siguientes: i) gas natural, ii) gas natural licuado, iii) metanol, iv) combustible diesel. En sus consideraciones debe incluir: *a*) la temperatura necesaria para transportar cada producto considerado, *b*) el aislamiento y la capacidad de calentamiento del oleoducto existente, *c*) el efecto en los sistemas en lugar de proteger el permafrost y *d*) el uso de las estaciones de bombeo de petróleo crudo existentes.

7.2 **Enfriamiento de motores de motocicleta**
Los fabricantes de motocicletas ofrecen motores con dos métodos de enfriamiento: enfriamiento por aire y enfriamiento por líquido. En el enfriamiento por aire, se colocan aletas en el exterior del cilindro y éste se orienta de manera que proporcione el mejor flujo de aire. En el enfriamiento por líquido, el cilindro del motor dispone de una camisa y se hace circular refrigerante líquido entre el cilindro y la camisa. Después el refrigerante se hace circular por un intercambiador de calor donde se utiliza un flujo de aire para transferir el calor del refrigerante al aire. Analice las ventajas y desventajas de las dos configuraciones y cuantifique sus resultados con cálculos. Las consideraciones incluyen: peso, costo, comodidad del motociclista, centro de gravedad, requerimientos de mantenimiento y diseño compacto. Como punto de partida, considere un motor de dos cilindros con cilindros de 3.30 in de diámetro y 3.92 in de carrera, que produce un máximo de 80 hp a una eficiencia térmica de 15%. Suponga que la pared exterior de los cilindros opera a una temperatura de 200 °C y que el aire ambiente está a 40 °C.

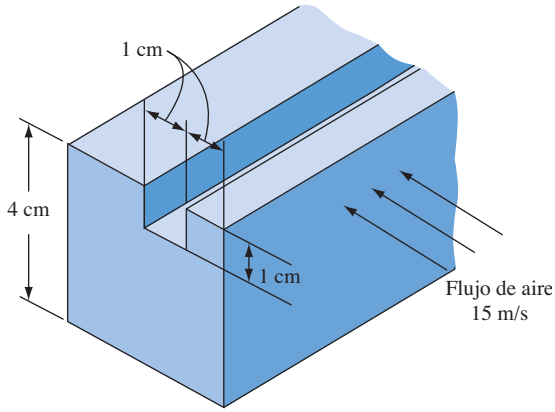
7.3 **Enfriamiento de un microprocesador** (capítulo 7)
Considere un microprocesador cuadrado que disipa 50 W con dimensiones de 2×2 cm y 0.5 cm de altura (consulte la siguiente figura). Con objeto de enfriar el microprocesador se necesita montarlo en un dispositivo denominado disipador de calor, que tiene dos funciones. Primero, distribuye el calor del microprocesador relativamente pequeño a un área mayor; segundo proporciona un área de transferencia de calor ampliada en la forma de aletas. Luego se puede utilizar un ventilador pequeño para proporcionar enfriamiento de aire forzado. Las restricciones principales para el diseño de un disipador de calor son el costo y el tamaño. Para computadoras portátiles, la energía para el ventilador también es una consideración importante. Desarrolle un diseño de un disipador de calor que mantenga el microprocesador a 90 °C o menos y sugiera maneras para optimizar el sistema de enfriamiento.



Problema de diseño 7.3

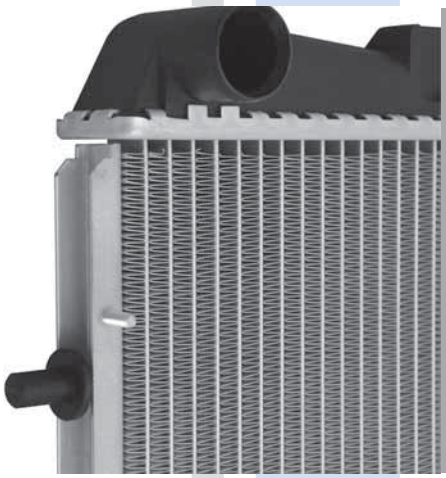
7.4 **Análisis del enfriamiento de una extrusión de aluminio** (capítulos 3 y 7)
En el capítulo 3 se le pidió determinar el tiempo necesario para que una extrusión de aluminio se enfriara a una temperatura máxima de 40 °C. Repita estos cálculos, pero determine los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre la extrusión, suponiendo que el aire se dirige perpendicular a la cara derecha de la extrusión a una velocidad de 15 m/s. Las

condiciones en la cara frontal se parecen a las de un chorro que choca sobre una superficie, en tanto que las condiciones de las superficies superior e inferior se parecen a las del flujo sobre una placa; consulte el bosquejo siguiente. La cara posterior presenta un problema y algunas estimaciones e ideas constructivas con respecto al cálculo de los coeficientes de transferencia de calor se dejarán al diseñador.



Problema de diseño 7.4

CAPÍTULO 8



Sección frontal de un radiador automotriz común, que es un intercambiador de calor compacto de tipo de tubos y aletas, se aprecian los pasajes de flujo de aire entre aletas a través de los tubos aplanados de flujo de refrigerante.

Fuente: Cortesía de Philip Sayer/Alamy.

Intercambiadores de calor

Conceptos y análisis que se aprenderán

Los intercambiadores de calor en general son dispositivos o sistemas en los que el calor se transfiere de un fluido circulando a otro. Los fluidos pueden ser líquidos o gases y en algunos intercambiadores de calor pueden circular más de dos fluidos. Estos dispositivos pueden tener una estructura tubular, de las que quizá los intercambiadores más comunes sean los de doble tubo y los de coraza y tubos, o una estructura de placas apiladas, que incluye los intercambiadores de placa y aletas y placa y marco, entre otras configuraciones. Tal vez la aplicación más común e históricamente más antigua se puede encontrar en una planta de generación de energía. El generador de vapor o caldera, el condensador de vapor enfriado por agua, el calentador de agua caliente de suministro y el regenerador de aire de la combustión, así como varios otros tipos de equipos son intercambiadores de calor. En la mayoría de los hogares los intercambiadores de calor comunes son el calentador de agua de combustión de gas y los serpentines del evaporador y del condensador de una unidad central de acondicionamiento de aire. Todos los automóviles tienen un radiador y un enfriador de aceite, además de algunos otros intercambiadores de calor. Al estudiar este capítulo aprenderá:

- Cómo clasificar los tipos diferentes de intercambiadores de calor y agrupar sus características estructurales y geométricas
- Cómo establecer la red de resistencia térmica para determinar el coeficiente global de trasferencia de calor
- Cómo calcular la diferencia de temperatura media logarítmica (o LMTD) y evaluar el desempeño térmico de un intercambiador de calor mediante el método *F*-LMTD

- Cómo determinar la efectividad de un intercambiador de calor y evaluar su desempeño térmico mediante el método $\mathscr{E}$-NTU
- Cómo modelar y evaluar el desempeño térmico e hidrodinámico de intercambiadores de calor en los que se utilizan técnicas de optimización de la transferencia de calor, así como en intercambiadores de calor a microescala

8.1 Introducción

En este capítulo se trata el análisis térmico de varios tipos de intercambiadores de calor que transfieren calor entre dos fluidos. Se describen dos métodos para pronosticar el desempeño de intercambiadores de calor industriales convencionales y se presentan técnicas para estimar el tamaño necesario y el tipo más adecuado de un intercambiador de calor para efectuar una tarea específica.

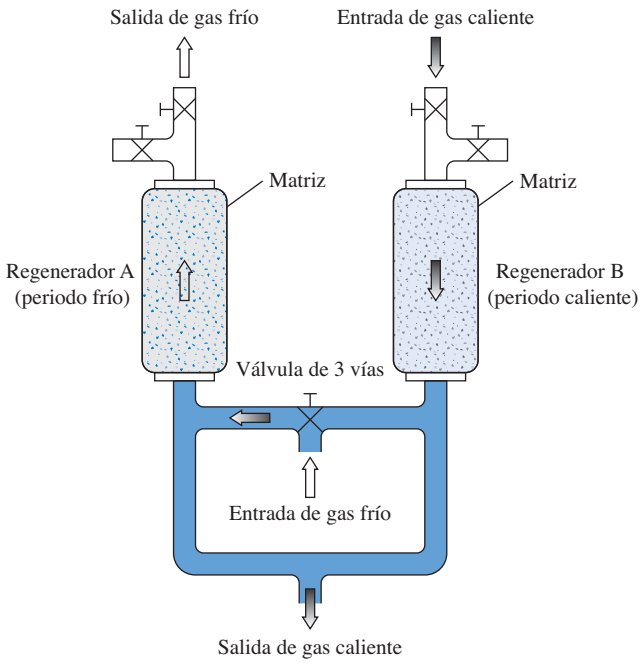
Cuando se instala un intercambiador de calor en un sistema de transferencia de calor, se necesita una caída de temperatura para transferir el calor. La magnitud de esta caída de temperatura se puede disminuir utilizando un intercambiador de calor más grande, pero esto aumentará el costo del intercambiador de calor. En un diseño ingenieril las consideraciones económicas son importantes y en un diseño ingenieril completo de equipo de intercambio de calor, son importantes las características del desempeño térmico y también los requerimientos de la potencia de bombeo y la economía del sistema. La función de los intercambiadores de calor ha adquirido más importancia recientemente ya que los ingenieros tienen más interés en los aspectos energéticos y quieren optimizar sus diseños no sólo en términos de un análisis térmico y de la rentabilidad económica de la inversión, sino también en términos del retorno de energía de un sistema. Así pues, se debe considerar la economía así como las consideraciones como la disponibilidad, cantidad de energía y de materia prima necesarios para efectuar una tarea dada.

8.2 Tipos básicos de intercambiadores de calor

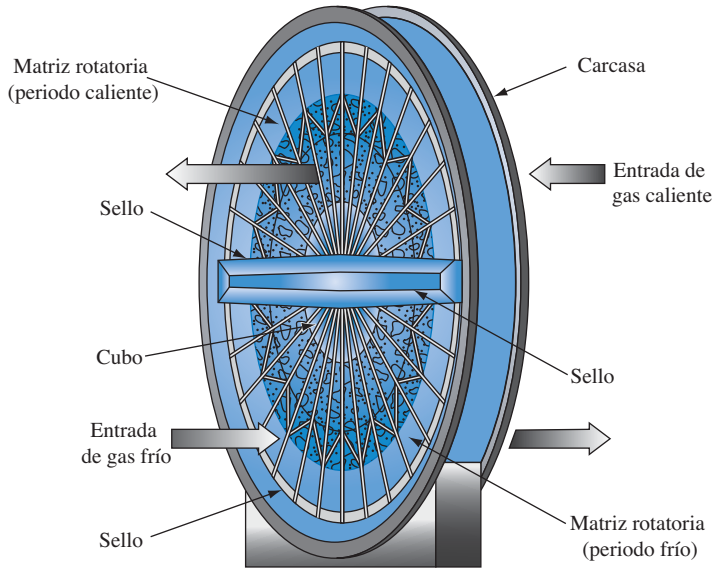
Un intercambiador de calor es un dispositivo en el que se transfiere calor entre una sustancia más caliente a una más fría, que suele ser entre fluidos. Existen tres tipos básicos de intercambiadores de calor:

Recuperadores. En este tipo de intercambiador de calor los fluidos caliente y frío están separados por una pared y el calor se transfiere por una combinación de convección hacia y desde la pared y convección a través de la pared. La pared puede incluir superficies extendidas, como aletas (consulte el capítulo 2), u otros dispositivos de optimización de transferencia de calor.

Regeneradores. En un regenerador los fluidos caliente y frío ocupan alternadamente el mismo espacio en el núcleo del intercambiador. El núcleo del intercambiador o "matriz" sirve como un dispositivo de almacenamiento de calor que periódicamente



a)



b)

FIGURA 8.1 *a*) Regenerador o sistema de lecho doble fijo. *b*) Regenerador rotatorio.

se calienta por el más candente de los dos fluidos y después transfiere el calor al fluido más frío. En una configuración de *matriz fija*, los fluidos caliente y frío pasan alternadamente a través de un intercambiador estacionario y para una operación continua se necesitan dos o más matrices, como se muestra en la figura 8.1*a*). Una configuración de uso común para la matriz es el "lecho empacado" que se analizó en el capítulo 7. Otro enfoque es el *regenerador rotatorio* en el que una matriz circular gira y alternadamente expone una parte de su superficie al fluido caliente y después al fluido frío, como se muestra en la figura 8.1*b*). Hausen [1] proporciona un tratamiento completo de la teoría y práctica de los regeneradores.

Intercambiadores de calor de contacto directo. En este tipo de intercambiador de calor los fluidos caliente y frío entran en contacto uno con otro de manera directa. Un ejemplo de este dispositivo es una torre de enfriamiento en la que un rocío de agua que cae desde la parte superior de la torre entra en contacto directo y se enfría por una corriente de aire que fluye hacia arriba. En otros sistemas de contacto directo se utilizan líquidos inmiscibles o un intercambio de un sólido a un gas. Un ejemplo de un intercambiador de calor de contacto directo empleado para transferir calor entre sal fundida y aire se describe en Bohn y Swanson [2]. El enfoque del contacto directo aún está en la etapa de investigación y desarrollo; para obtener más información al lector se le sugiere consultar la referencia [3] de Kreith y Boehm.

En este capítulo se aborda principalmente el primer tipo de intercambiador de calor y se enfatizará el diseño de "coraza y tubos". La configuración más simple de este tipo de intercambiador de calor consiste en un tubo dentro de un tubo,

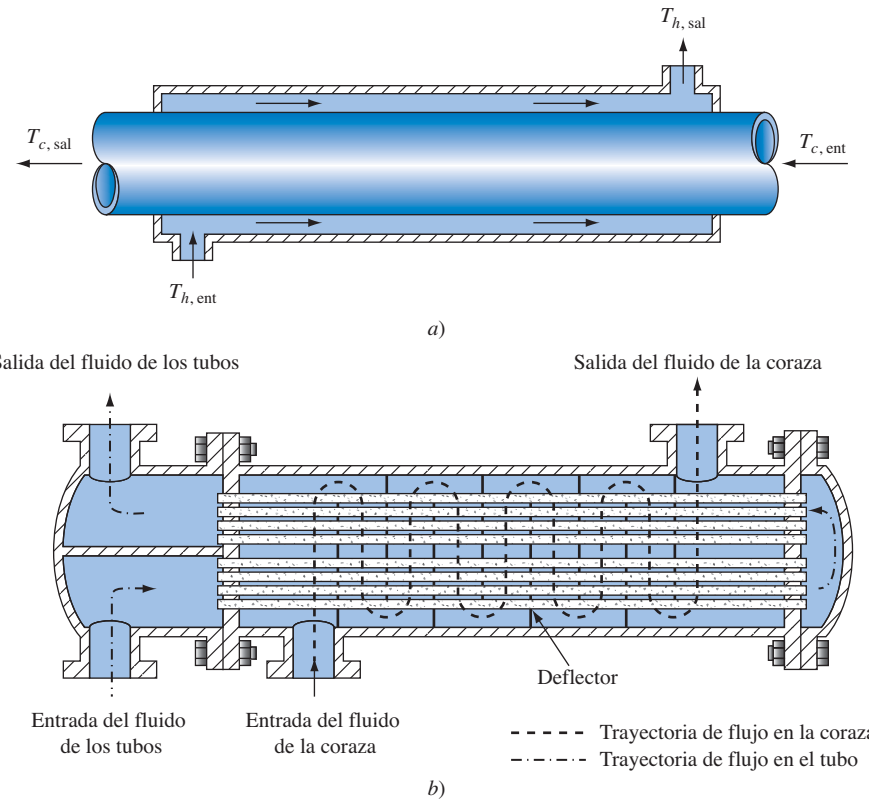


FIGURA 8.2
a) Intercambiador de calor simple a contraflujo de tubo dentro de tubo. *b*) Intercambiador de calor de coraza y tubo con difusores segmentados: de dos pasos por los tubos y un paso por la coraza.

como se muestra en la figura 8.2*a*). Esta configuración se puede operar ya sea en contraflujo o bien en flujo paralelo, con el fluido caliente o el frío pasando a través del espacio anular y el otro fluido pasando dentro del tubo interior.

Un tipo de intercambiador de calor más común ampliamente utilizado en la industria química y de proceso es el de configuración de coraza y tubos que se muestra en la figura 8.2*b*). En este tipo de intercambiador de calor un fluido circula dentro de los tubos en tanto que el otro fluido se obliga a pasar a través de la coraza y sobre el exterior de los tubos. El fluido se obliga a circular sobre los tubos en lugar de a lo largo de los tubos debido a que se puede obtener un coeficiente de transferencia de calor mayor en flujo transversal que en flujo paralelo con respecto a los tubos. Para lograr el flujo transversal en el lado de la coraza se colocan deflectores dentro de la coraza, como se muestra en la figura 8.2*b*). Estos deflectores aseguran que el flujo pase a través de los tubos en cada sección, fluyendo hacia abajo en el primero, hacia arriba en el segundo y así sucesivamente. Dependiendo de las configuraciones del tubo colector en los dos extremos del intercambiador de calor, se puede lograr uno o más pasos. Para la configuración de dos pasos por los tubos, el colector de entrada se divide de manera que el fluido circulando hacia los tubos pasa a través de la mitad de los tubos en una dirección, después da vuelta y regresa a través de la otra mitad de los tubos hasta donde comenzó, como se muestra en la figura 8.2*b*). Es posible obtener tres y cuatro pasos reconfigurando el espacio del colector. En la industria se han empleado una variedad de deflectores (consulte la figura 8.3), pero el tipo más común es el deflector de disco y dona que se muestra en la figura 8.3*b*).

Para calentar o enfriar gases con frecuencia es conveniente utilizar un intercambiador de calor de flujo transversal como el que se muestra en la figura 8.4. En un intercambiador de calor de ese tipo uno de los fluidos pasa a través de los tubos en tanto que el fluido gaseoso se obliga a pasar a través del paquete de tubos. El flujo del fluido exterior puede ser forzado o por convección natural. En este tipo de intercambiador el gas que fluye a través del tubo se considera *mezclado*, en tanto que el fluido en el tubo se considera *sin mezclar.* El flujo de gas exterior se mezcla debido a que se puede mover casi libremente entre los tubos conforme intercambia calor, en tanto que el fluido dentro de los tubos está confinado y no se puede mezclar con ninguna otra corriente durante el proceso de intercambio de calor. Flujo mezclado implica que todo el fluido en cualquier plano normal al flujo tiene la misma temperatura. Flujo sin mezclar implica que aunque las diferencias de temperatura dentro del fluido pueden existir en al menos una dirección normal al flujo, no resulta transferencia de calor de este gradiente [4].

Otro tipo de intercambiador de calor de flujo transversal de uso común en la industria de calefacción, ventilación y acondicionamiento de aire se muestra en la figura 8.5. En esta configuración el gas fluye a través de un paquete de tubos con aletas y está sin mezclar debido a que está confinado a pasajes de flujo separados.

En el diseño de intercambiadores de calor es importante especificar si los fluidos están mezclados o sin mezclar y cuál de los fluidos está mezclado. También es importante equilibrar la caída de temperatura obteniendo coeficientes de transferencia de calor aproximadamente iguales en el exterior e interior de los tubos. Si esto no se hace, una de las resistencias internas puede ser indebidamente grande y ocasionar una caída de temperatura global innecesariamente alta para una tasa de transferencia de calor dada, lo que a su vez demanda un equipo más grande que resulta en mayores costos.

El intercambiador de calor de coraza y tubos que se ilustra en la figura 8.2*b*) tiene *placas tubulares* fijas en cada extremo y los tubos están soldados o se expanden en las placas. Este tipo de construcción tiene el costo inicial más bajo pero sólo

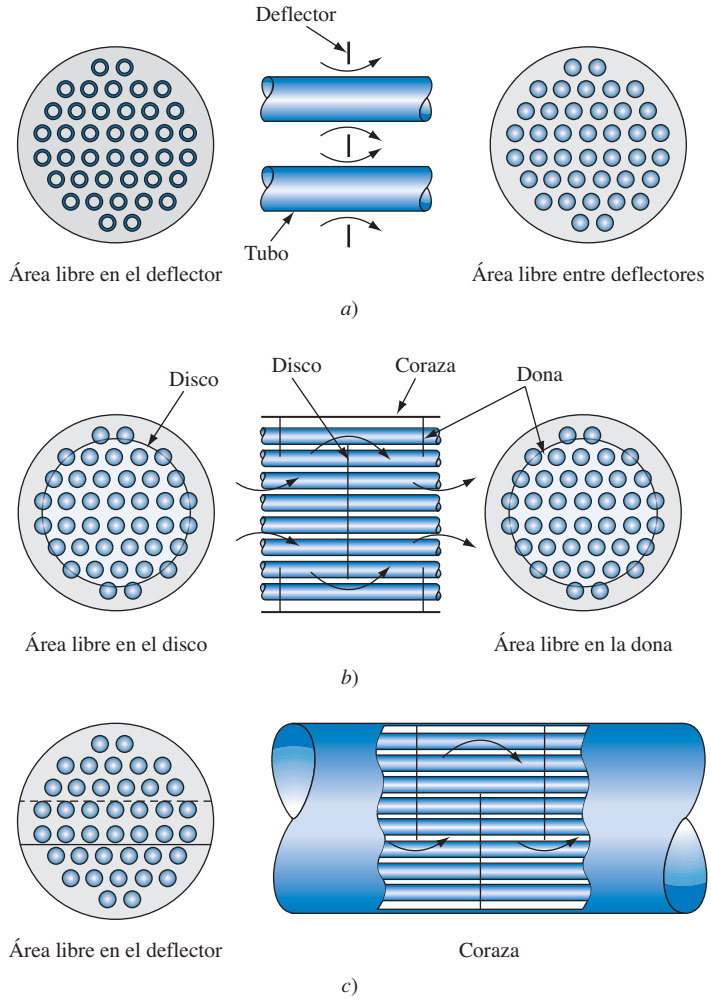


FIGURA 8.3 Tres tipos de deflectores utilizados en intercambiadores de calor de coraza y tubos: *a*) deflector con orificios; *b*) deflector de disco y dona; *c*) deflector segmentado.

se puede utilizar para diferencias de temperatura pequeñas entre los fluidos caliente y frío debido a que no se considera evitar los esfuerzos térmicos debidos a la dilatación diferencial entre los tubos y la coraza. Otra desventaja es que el paquete de tubos no se puede desmontar para su limpieza. Estas desventajas se pueden superar modificando el diseño básico, como se muestra en la figura 8.6. En esta configuración una placa tubular está fija, pero la otra está atornillada a una cubierta de cabezal flotante que permite que el paquete de tubos se mueva relativo a la coraza. La placa tubular flotante está sujeta entre el cabezal flotante y una brida de manera que es posible desmontar el paquete de tubos para su limpieza. El intercambiador de calor que se muestra en la figura 8.6 funciona con un paso por la coraza y dos pasos por los tubos.

En el diseño y selección de un intercambiador de calor de coraza y tubos, se deben considerar el requerimiento de potencia y el costo inicial de la unidad. Los resultados obtenidos por Pierson [5] demuestran que el paso menor posible en cada dirección resulta en el menor requerimiento de potencia para una tasa de transferencia de calor especificada. Puesto que valores menores del paso también permiten utilizar una coraza de menor tamaño, el costo de la unidad se reduce cuando los tubos se

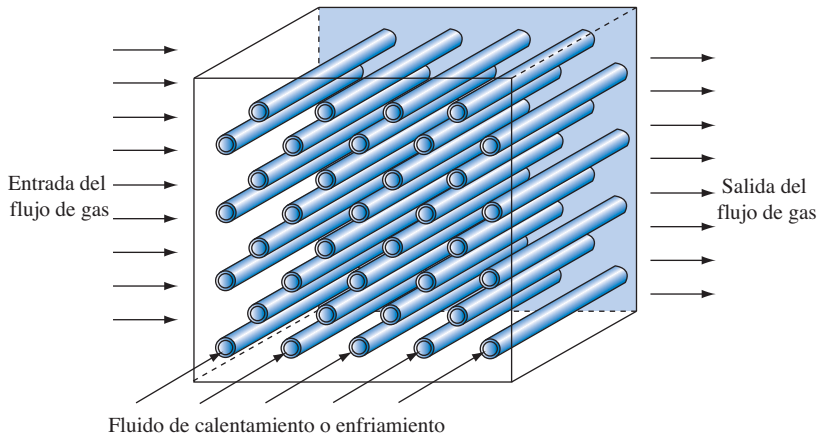


FIGURA 8.4 Calentador de gas de flujo transversal que ilustra el flujo transversal con un fluido (gas) mezclado, el otro sin mezclar.

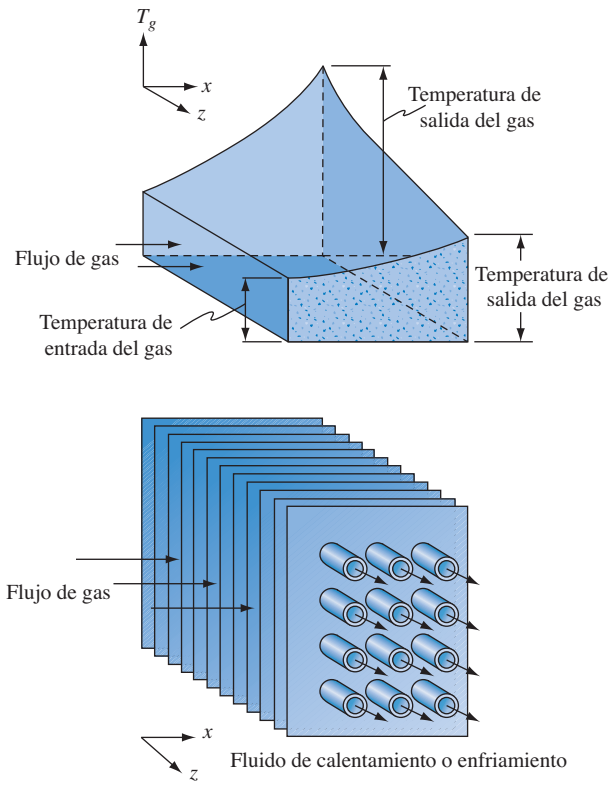
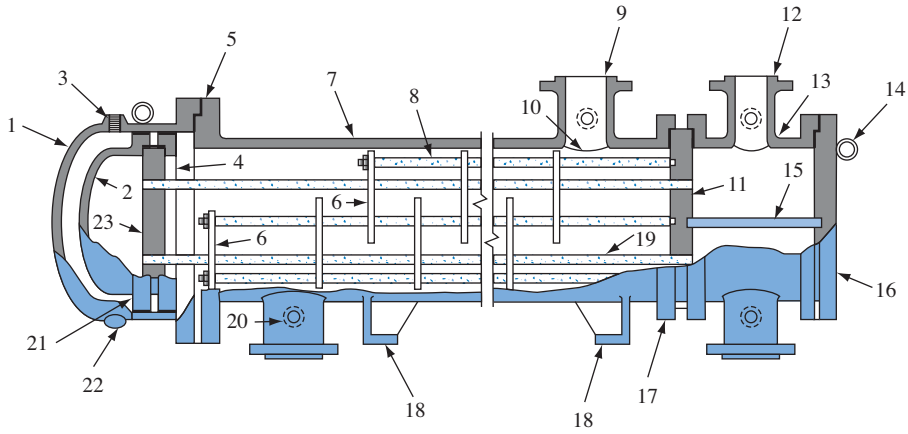


FIGURA 8.5 Intercambiador de calor de flujo transversal, muy utilizado en la industria de calefacción, ventilación y acondicionamiento de aire. En esta configuración los dos fluidos no están mezclados.



Nomenclatura:

1. Cubierta de la coraza
2. Cabezal flotante
3. Conexión de ventilación
4. Dispositivo de retroceso del cabezal flotante
5. Brida en el extremo de la cubierta de la coraza
6. Deflectores transversales o placas de soporte
7. Coraza
8. Barra de conexión y espaciadores
9. Tobera de la coraza
10. Difusor de choque
11. Placa estacionaria de tubos
12. Tobera del canal
13. Canal
14. Anillo para levantarlo
15. División de los pasos
16. Cubierta del canal
17. Brida de la coraza en el extremo del canal
18. Silleta de soporte
19. Tubo de transferencia de calor
20. Conexión de prueba
21. Brida del cabezal flotante
22. Conexión de drenaje
23. Placa de tubos flotante

FIGURA 8.6 Intercambiador de calor de coraza y tubos con cabezal flotante.

Fuente: Cortesía de la Tubular Exchanger Manufacturers Association.

instalan muy cerca unos de otros. Existe poca diferencia en el desempeño entre las configuraciones en línea y escalonada, pero la primera se limpia con más facilidad. La Tubular Exchanger Manufacturers Association (TEMA) recomienda que los tubos se instalen con una distancia centro a centro de 1.25 veces el diámetro exterior del tubo y, cuando los tubos se colocan con un paso cuadrado, que se proporcione una holgura mínima de 0.65 cm.

La figura 8.7 es una fotografía de un intercambiador grande con deflectores para servicio de aceite vegetal. El flujo del fluido en el lado de la coraza en intercambiadores de calor con deflectores es parcialmente perpendicular y parcialmente paralelo a los tubos. El coeficiente de transferencia de calor en el lado de la coraza de este tipo de unidad no sólo depende del tamaño, sino también del espaciamiento y la forma de los deflectores. Además, siempre hay fugas a través de los agujeros de los tubos en el deflector; entre el deflector y el interior de la coraza y hay desvío entre el paquete de tubos y la coraza. Debido a estas complicaciones, el coeficiente de transferencia de calor sólo se puede estimar mediante métodos aproximados o con base en la experiencia con unidades similares. De acuerdo con un método aproximado, que se utiliza mucho en los cálculos de diseño [6], el coeficiente de transferencia de calor promedio calculado para la configuración de tubos correspondiente en flujo transversal simple se multiplica por 0.6 para tomar en cuenta las fugas y otras desviaciones del modelo simplificado. Para obtener información adicional al lector

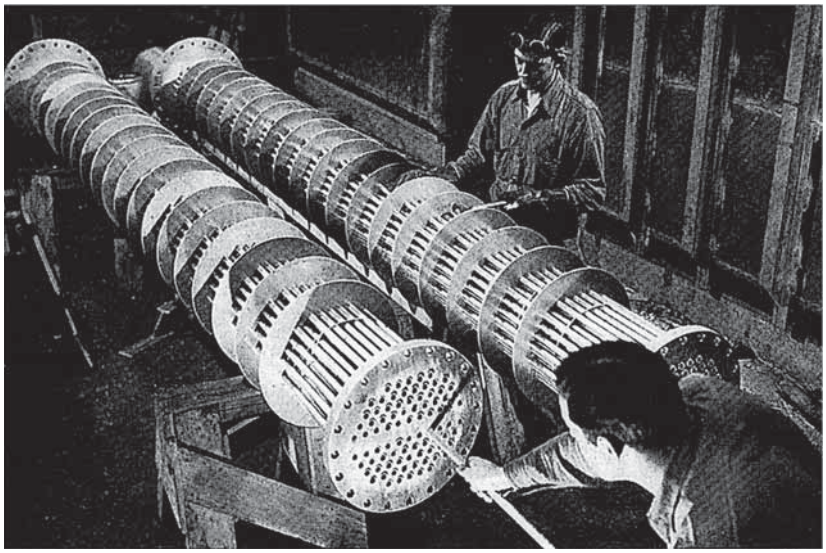


FIGURA 8.7 Paquete de tubos con deflectores de un intercambiador de calor.

Fuente: Cortesía de la Aluminum Company of America.

se le sugiere consultar las obras de referencia de Tinker [6], Short [7], Donohue [8] y Singh y Soler [9].

En algunas aplicaciones de intercambio de calor, el tamaño y el peso del intercambiador de calor son de primordial importancia. Esto es especialmente cierto para intercambiadores de calor en los que uno o los dos fluidos son gases ya que los coeficientes de transferencia de calor en el lado del gas son pequeños y puede resultar que se requiera una gran área superficial de transferencia de calor. Los *intercambiadores de calor compactos* se refieren a los diseños de intercambiadores de calor en los que se proporcionan grandes áreas superficiales de transferencia de calor en un espacio tan pequeño como sea posible. Las aplicaciones en las que se requieren intercambiadores de calor compactos incluyen (i) el núcleo del calentador de un automóvil en el cual el refrigerante del motor se hace circular a través de tubos y el aire del compartimento del pasajero se sopla sobre la superficie exterior con aletas de los tubos y (ii) los condensadores de un refrigerador en los que el refrigerante se hace circular dentro de tubos y se enfría por aire ambiente sobre el exterior de los tubos con aletas.

En la figura 8.8 se muestra otra aplicación, un radiador de un automóvil, en donde el refrigerante del motor se bombea a través de tubos horizontales aplanados en tanto que el aire del ventilador del motor se sopla a través de los canales con aletas entre los tubos con refrigerante. Las aletas están soldadas con latón en los tubos de refrigerante y ayudan a transferir el calor de las superficies exteriores del tubo hacia la corriente de aire. Se necesita disponer de datos experimentales para determinar el coeficiente de transferencia de calor en el lado del gas y la caída de presión para núcleos de intercambiadores de calor compactos como el que se muestra en la figura 8.8. Los parámetros de diseño de las aletas que afectan la transferencia de calor y la caída de presión en el lado del gas incluyen el espesor, el espaciamiento, el material y la longitud. Kays y London [10] compilaron datos de transferencia de calor y de caída de presión para una gran variedad de núcleos de intercambiadores de calor. Para cada núcleo, los parámetros de las aletas enumerados antes se dan junto con el diámetro hidráulico en el lado del gas, el área superficial total de transferencia de calor por unidad de volumen y la fracción del área total de transferencia de calor que es

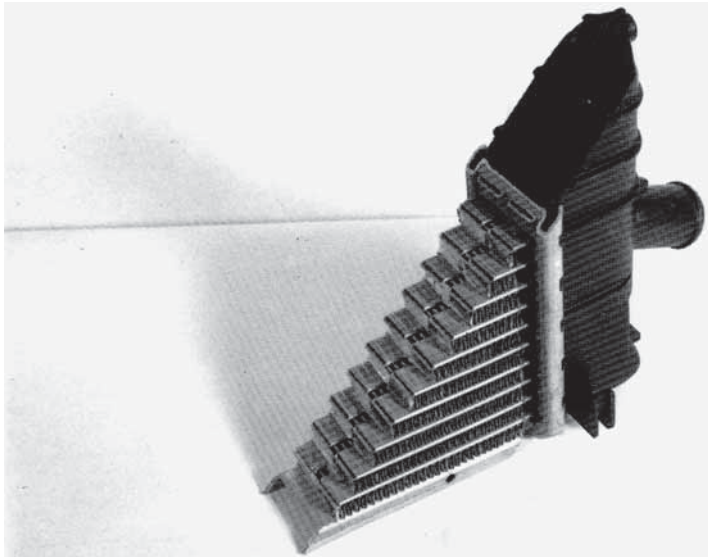


FIGURA 8.8 Radiador de aluminio soldado al vacío con soldadura fuerte.

Fuente: Cortesía de la Ford Motor Company.

el área de las aletas. Los datos en la referencia [10] de London están presentados en la forma del número de Stanton y del factor de fricción como una función del número de Reynolds en el lado del gas. Dados los requerimientos del intercambiador de calor, el diseñador puede estimar el desempeño de varios núcleos propuestos para un intercambiador de calor para determinar el mejor diseño.

Con la gran variedad de aplicaciones y configuraciones estructurales posibles de intercambiadores de calor, antes analizadas, es importante proporcionar un esquema de clasificación para simplificar su proceso de selección. Aunque se han propuesto varios esquemas en la bibliografía sobre el tema [11-13], que de alguna manera reflejan la dificultad inherente al tratar de categorizar equipo que viene en materiales, formas y tamaños diferentes para usos diversos, quizá los siguientes representan los criterios más simples [11] que se pueden adoptar:

1. *El tipo de intercambiador de calor: a*) *recuperador y b*) *regenerador.* Un recuperador, como se explicó antes, es un intercambiador de calor convencional en el que el calor se recupera o recobra por la corriente de fluido frío de la corriente de fluido caliente. Las dos corrientes de fluido circulan de manera simultánea, posiblemente en una variedad de configuraciones de flujo, a través del intercambiador de calor. En un regenerador, los fluidos caliente y frío fluyen alternadamente a través del intercambiador, lo que esencialmente actúa como una unidad de almacenamiento y disipación de energía transitoria.
2. *El tipo de proceso de intercambio de calor entre los fluidos: a*) *contacto indirecto, o transmural y b*) *contacto directo.* En un intercambiador de calor transmural, los fluidos caliente *y* frío están separados por un material sólido, que en general suele ser de geometría tubular o de placa. En un intercambiador de calor de contacto directo, como su nombre lo sugiere, los dos fluidos caliente y frío fluyen en el mismo espacio sin una pared divisora.
3. *Fase termodinámica o estado de los fluidos: a*) *una fase, b*) *evaporación o ebullición y c*) *condensación.* Este criterio se refiere al estado de la fase de los fluidos caliente y frío y las tres categorías se refieren a casos en los que

los dos fluidos mantienen un flujo de una fase y uno de los dos fluidos experimenta evaporación o condensación del flujo.

4. *El tipo de construcción o geometría: a) tubular, b) placa y c) superficie extendida o con aletas.* Un ejemplo común de cada una de las primeras dos categorías, respectivamente, es el intercambiador de calor de coraza y tubos y el intercambiador de placas y marco [14]. Un intercambiador de superficie extendida o con aletas podría tener una geometría tubular (tubo-aletas) o con placas (placas-aletas). Con frecuencia se le refiere como intercambiador de calor compacto, en especial cuando tiene una densidad de área superficial grande, es decir, una relación del área al volumen de transferencia de calor relativamente grande.

Por tanto, con base en este esquema, un radiador automotriz, por ejemplo (consulte la figura 8.8), se clasificaría como un recuperador transmural con flujos de fluido de un paso y una superficie con aletas (construcción de tipo de tubos con aletas). Este intercambiador de calor a menudo también se le caracteriza como intercambiador de calor compacto [10] debido a su densidad de área grande. De igual forma, un calentador de una caldera de agua de suministro, que es un intercambiador de calor de coraza y tubos similar al que se muestra en la figura 8.7, se clasificaría como recuperador transmural de una construcción tubular con condensación en un fluido (el agua de suministro se calienta por la condensación de vapor extraído de una turbina de generación de energía). Sin embargo, se debe tener en cuenta que los esquemas de clasificación sólo sirven como directrices y que el diseño real y la selección de intercambiadores de calor pueden comprender varios otros factores [11-14].

8.3 Coeficiente global de transferencia de calor

El análisis y el diseño térmico de un intercambiador de calor fundamentalmente requieren la aplicación de la primera ley de la termodinámica en conjunto con los principios de la transferencia de calor. Los estudiantes pueden recordar del capítulo 1 la aplicación y las diferencias entre los modelos termodinámicos y de transferencia de calor de un dispositivo y/o sistema de intercambio de calor. Esto se ilustra en la figura 8.9, donde aparece la representación simple de los dos modelos para el caso de un intercambiador de calor común de coraza y tubos. Aquí, para el intercambiador de calor global, el modelo termodinámico proporciona la transferencia de energía global o total como

$$-q_{\text{pérdida}} + \sum \dot{E}_{\text{entrada}} - \sum \dot{E}_{\text{salida}} = 0$$

Este enunciado de la primera ley no es muy útil en el diseño de intercambiadores de calor. Sin embargo, cuando se vuelve a plantear considerando los fluidos caliente y frío por separado junto con sus gastos másicos respectivos, entalpía de entrada y salida (enunciada en términos de calores específicos y diferencia de temperatura), proporciona el modelo para determinar la transferencia de calor entre los dos fluidos cuando $q_{\text{pérdida}} = 0$:

$$q = (\dot{m}c_p)_c(T_{c,\text{salida}} - T_{c,\text{entrada}}) = (\dot{m}c_p)_h(T_{h,\text{entrada}} - T_{h,\text{salida}}) \qquad (8.1)$$

Así la tasa de transferencia de calor dada por la ecuación (8.1) se puede igualar al coeficiente de transferencia de calor global entre los fluidos caliente y frío para completar el modelo.

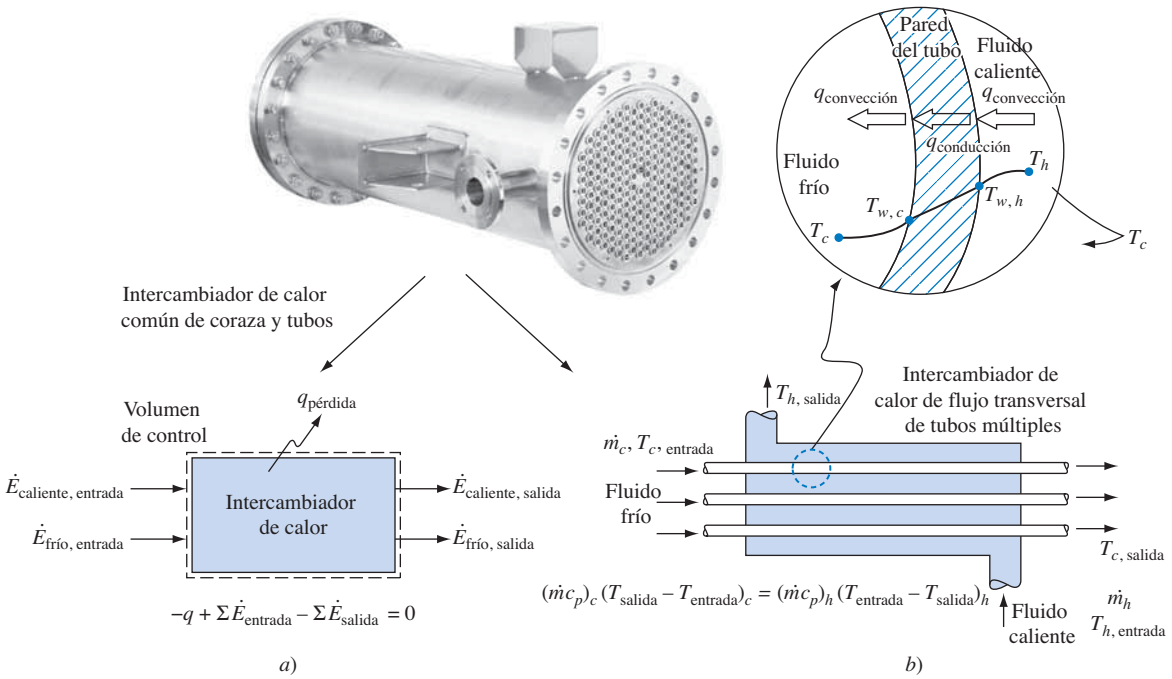


FIGURA 8.9 Aplicación de y contraste entre un modelo *a*) termodinámico y *b*) de transferencia de calor para un intercambiador de calor común de coraza y tubos utilizando en procesamiento químico.
Fuente: Intercambiador de calor común de coraza y tubos cortesía de Sanjivani Phytopharma Pvt Ltd.

Una de las primeras tareas en un análisis térmico de un intercambiador de calor es evaluar el coeficiente de transferencia de calor entre las dos corrientes de fluido. En el capítulo 1 se demostró que el coeficiente global de transferencia de calor entre un fluido caliente a temperatura T_h y un fluido frío a temperatura T_c separados por una pared plana sólida se define por

$$q = UA(T_h - T_c) \tag{8.2}$$

donde $$UA = \frac{1}{\sum_{n=1}^{n=3} R_n} = \frac{1}{(1/h_1A_1) + (L/kA_k) + (1/h_2A_2)}$$

Para un intercambiador de calor de tubo concéntrico, como se muestra en la figura 8.2*a*), el área en la superficie interior de transferencia de calor es $2\pi r_i L$ y el área en la superficie exterior es $2\pi r_o L$. Por tanto, si el coeficiente de transferencia de calor *se basa en el área exterior*, A_o,

$$U_o = \frac{1}{(A_o/A_ih_i) + [A_o \ln (r_o/r_i)/2\pi kL] + (1/h_o)} \tag{8.3}$$

en tanto que *con base en el área interior*, A_i, se obtiene

$$U_i = \frac{1}{(1/h_i) + [A_i \ln(r_o/r_i)/2\pi kL] + (A_i/A_oh_o)} \tag{8.4}$$

Si el tubo tiene aletas, las ecuaciones (8.3) y (8.4) se deben modificar como en la ecuación (2.69). Si bien para un diseño cuidadoso y preciso siempre es necesario calcular los coeficientes de transferencia de calor individuales, para estimaciones preliminares con frecuencia es útil tener un valor aproximado de U que sea representativo de las condiciones encontradas en la práctica. En la tabla 8.1 se dan algunos valores representativos de U para varias aplicaciones [15]. Se debe observar que en muchos casos el valor de U casi está determinado completamente por la resistencia térmica en una de las interfaces fluido/sólido, como cuando uno de los fluidos es un gas y el otro un líquido, o cuando uno de los fluidos es un líquido en ebullición con un coeficiente de transferencia de calor muy grande.

8.3.1 Factores de ensuciamiento

El coeficiente global de transferencia de calor de un intercambiador de calor en ciertas condiciones de operación, en especial en la industria de procesos, a menudo no se puede predecir sólo a partir de un análisis térmico. Durante la operación de un intercambiador de calor con la mayoría de los líquidos y algunos gases, gradualmente

TABLA 8.1 Coeficientes globales de transferencia de calor para varias aplicaciones (W/m² K)[a] (multiplique los valores en la tabla por 0.176 para obtener unidades de Btu/h ft²°F).

Flujo de calor → a: ↓ **de:**	**Gas (inmóvil)** $\bar{h}_c = 5 - 15$	**Gas (fluyendo)** $\bar{h}_c = 10 - 100$	**Líquido (inmóvil)** $\bar{h}_c = 50 - 1000$	**Líquido (fluyendo)** **Agua** $\bar{h}_c = 1000 - 3000$ **Otros líquidos** $\bar{h}_c = 500 - 2000$	**Líquido en ebullición** **Agua** $\bar{h}_c = 3500 - 60000$ **Otros líquidos** $\bar{h}_c = 1000 - 20000$
Gas (convección natural) $\bar{h}_c = 5 - 15$	Aire en hab./ exterior a través de cristal $U = 1 - 2$	Sobrecalentadores $U = 3 - 10$		Cámara de combustión $U = 10 - 40$ + radiación	Caldera de vapor $U = 10–40$ + radiación
Gas (fluyendo) $\bar{h}_c = 10 - 100$		Intercambiadores de calor para gases $U = 10 - 30$	Caldera de gas $U = 10 - 50$		
Líquido (convección natural) $\bar{h}_c = 50 - 10000$			Baño de aceite para calentamiento $U = 25 - 500$	Serpentín de enfriamiento $U = 500 - 1500$ con agitación	
Líquido (fluyendo) agua $\bar{h}_c = 3000 - 10000$ otros líquidos $\bar{h}_c = 500 - 3000$	Calefacción central por radiador $U = 5 - 15$	Enfriadores de gas $U = 10 - 50$	Serpentín de calentamiento en un recipiente agua/agua sin agitación $U = 50 - 250$, con agitación $U = 500 - 2000$	Intercambiador de calor agua/agua $U = 900 - 2500$ agua/otros líquidos $U = 200 - 1000$	Evaporadores de refrigeradores $U = 300 - 1000$
Vapor condensándose agua $\bar{h}_c = 5000 - 30000$ otros líquidos $\bar{h}_c = 1000 - 4000$	Radiadores de vapor $U = 5 - 20$	Calentadores de aire $U = 10 - 50$	Camisas de vapor alrededor de recipientes, agua $U = 300 - 1000$ otros líquidos $U = 150 - 500$	Condensadores vapor/agua $U = 1000 - 4000$ otro vapor/agua $U = 300 - 1000$	Evaporadores vapor/agua $U = 1500 - 6000$ vapor/otros líquidos $U = 300 - 2000$

[a] *Fuente*: Adaptada de Beek y Muttzall [15].

se acumulan depósitos en la superficie de transferencia de calor. Los depósitos pueden ser, óxido, incrustaciones en la caldera, sedimento, coque o cualquier variedad de otras cosas. Su efecto, al que se le refiere como *ensuciamiento*, es aumentar la resistencia térmica. En general el fabricante no puede predecir la naturaleza del depósito de suciedad o la tasa de ensuciamiento. Por tanto, sólo se puede garantizar el desempeño de intercambiadores limpios. La resistencia térmica de los depósitos suele obtenerse sólo a partir de pruebas reales o por experiencia. Si las pruebas de desempeño se efectúan en un intercambiador de calor y se repiten después de que la unidad ha estado en servicio durante cierto tiempo, la resistencia térmica del depósito (o *factor de ensuciamiento*) R_d se puede determinar con la relación

$$R_d = \frac{1}{U_d} - \frac{1}{U} \tag{8.5a}$$

donde U = coeficiente global de transferencia de calor de un intercambiador limpio
U_d = coeficiente global de transferencia de calor después de que se presenta el ensuciamiento
R_d = factor de ensuciamiento (o resistencia térmica unitaria) del depósito

Una forma de trabajo conveniente de la ecuación (8.5*a*) es

$$U_d = \frac{1}{R_d + 1/U} \tag{8.5b}$$

La Tubular Exchanger Manufacturers Association (TEMA) compiló factores de ensuciamiento para varias aplicaciones y están disponibles en su publicación [16]. En la tabla 8.2 se dan algunos ejemplos. Los factores de ensuciamiento se deben aplicar como se indica en la ecuación siguiente para el coeficiente global de transferencia de calor de diseño U_d de tubos *sin aletas* con depósitos:

$$U_d = \frac{1}{(1/\bar{h}_o) + R_o + R_k + (R_i A_o/A_i) + (A_o/\bar{h}_i A_i)} \tag{8.6}$$

donde U_d = coeficiente global de transferencia de calor de diseño, W/m^2 K, basado en un área unitaria de superficie exterior de tubo
$\bar{h}_o$ = coeficiente de transferencia de calor promedio de fluido en el exterior del tubo, W/m^2 K

TABLA 8.2 Factores de ensuciamiento comunes

Tipo de fluido	Factor de ensuciamiento, R_d (m^2 K/W)
Agua de mar	
por debajo de 325 K	0.00009
por arriba de 325 K	0.0002
Agua de suministro tratada para calderas arriba de 325 K	0.0002
Aceite combustible	0.0009
Aceite para temple	0.0007
Vapores de alcohol	0.00009
Vapor, sin aceite	0.00009
Aire industrial	0.0004
Líquido refrigerante	0.0002

Fuente: Cortesía de la Standards of Tubular Exchanger Manufacturers Association.

$\bar{h}_i$ = coeficiente de transferencia de calor promedio del fluido dentro del tubo, W/m² K

R_o = resistencia unitaria del ensuciamiento en el exterior del tubo, m² K/W

R_i = resistencia unitaria del ensuciamiento dentro del tubo, m² K/W

R_k = resistencia unitaria térmica del tubo, m² K/W, basada en el área de la superficie exterior del tubo

$\frac{A_o}{A_i}$ = relación de la superficie exterior del tubo al área superficial interior del tubo

8.4 Diferencia de temperatura media logarítmica

Las temperaturas de los fluidos en un intercambiador de calor en general no son constantes, sino que varían de un punto a otro conforme el calor circula del fluido más caliente al más frío. Por tanto, incluso para una resistencia térmica constante la tasa de flujo de calor variará a lo largo de la trayectoria de los intercambiadores debido a que su valor depende de la diferencia de temperatura entre el fluido caliente y el frío en esa sección. En las figuras 8.10-8.13 se ilustran los cambios en tempe-

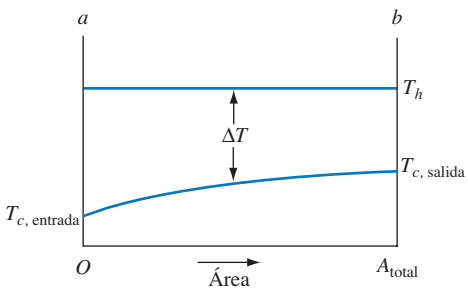


FIGURA 8.10 Distribución de temperatura en un condensador de un paso.

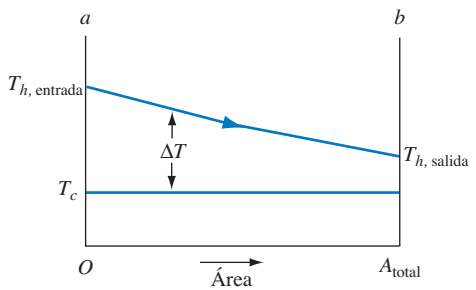


FIGURA 8.11 Distribución de temperatura en un evaporador de un paso.

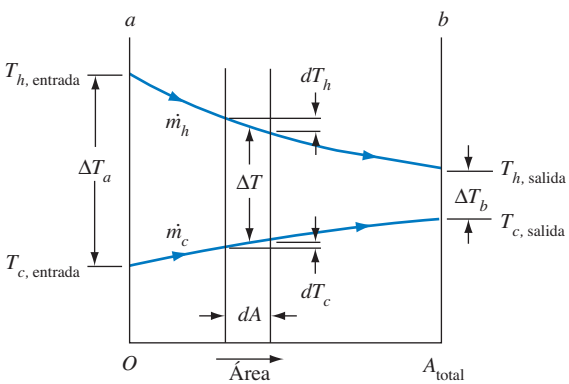


FIGURA 8.12 Distribución de temperatura en un intercambiador de calor de flujo paralelo de un paso.

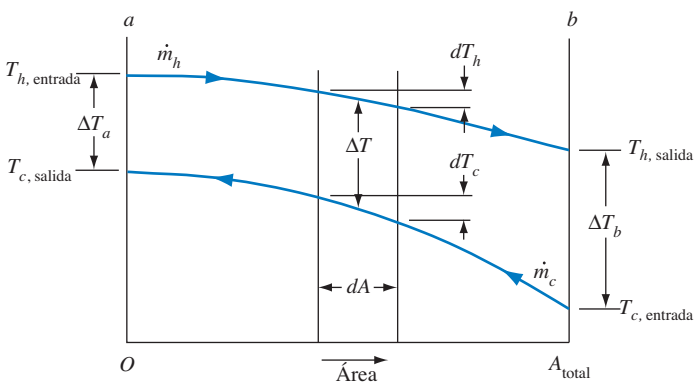


FIGURA 8.13 Temperatura en un intercambiador de calor de flujo transversal de un paso.

ratura que pueden ocurrir ya sea en uno o en los dos fluidos en un intercambiador simple de coraza y tubos [Figura 8.2*a*)]. Las distancias entre las líneas continuas son proporcionales a las diferencias de temperatura ΔT entre los dos fluidos.

En la figura 8.10 se ilustra el caso en el que un vapor se condensa a una temperatura constante en tanto que el otro fluido se calienta. La figura 8.11 representa un caso donde un líquido se evapora a temperatura constante mientras que calor fluye de un fluido más caliente cuya temperatura disminuye conforme pasa a través del intercambiador de calor. En estos dos casos la dirección del flujo de cualquier fluido es inmaterial y el medio a temperatura constante también puede estar en reposo. La figura 8.12 representa condiciones en un intercambiador de flujo paralelo y la figura 8.13 es válida para flujo transversal. En los dos últimos casos no ocurre un cambio de fase. Al inspeccionar la figura 8.12 se concluye que sin importar la longitud del intercambiador, la temperatura final del fluido más frío nunca puede alcanzar la temperatura de salida del fluido más caliente en flujo paralelo. Para contraflujo, por otro lado, la temperatura final del fluido más frío puede sobrepasar la temperatura de salida del fluido más caliente ya que existe un gradiente de temperatura favorable en todo el intercambiador de calor. Una ventaja adicional de la configuración del contraflujo es que para una tasa dada de flujo de calor, se necesita menos área superficial que en flujo paralelo. De hecho, la configuración en contraflujo es la más efectiva de todas las configuraciones de intercambiadores de calor.

Para determinar la tasa de transferencia de calor en cualquiera de los casos antes mencionados, la ecuación:

$$dq = U\,dA\,\Delta T \tag{8.7}$$

se debe integrar sobre el área A a lo largo de la longitud del intercambiador. Si el coeficiente global de transferencia de calor U es constante, si los cambios en la energía cinética se ignoran y si la coraza del intercambiador está perfectamente aislada, la ecuación (8.7) se puede integrar con facilidad de manera analítica para flujo paralelo o contraflujo. Un balance de energía sobre el área diferencial dA queda

$$dq = -\dot{m}_h c_{ph}\,dT_h = \pm\,\dot{m}_c c_{pc}\,dT_c = U\,dA(T_h - T_c) \tag{8.8}$$

donde $\dot{m}$ es el flujo másico en kg/s, c_p es el calor específico a temperatura constante en J/kg K y T es la temperatura promedio de la masa del fluido en K. Los subíndices h y c se refieren a los fluidos caliente y frío, respectivamente; el signo más en el tercer término se aplica a flujo paralelo y el signo menos a contraflujo. Si los calores específicos de los fluidos no varían con la temperatura, se puede escribir el balance de calor de la entrada hasta una sección transversal arbitraria en el intercambiador:

$$-C_h(T_h - T_h,\ \text{entrada}) = C_c(T_c - T_c,\ \text{entrada}) \tag{8.9}$$

donde $C_h \equiv \dot{m}_h c_{ph}$, tasa de capacidad térmica del fluido más caliente, W/K
$C_c \equiv \dot{m}_c c_{pc}$, tasa de capacidad térmica del fluido más frío, W/K

Despejando T_h en la ecuación (8.9) da

$$T_h = T_{h,\text{entrada}} - \frac{C_c}{C_h}(T_c - T_{c,\text{entrada}}) \tag{8.10}$$

de donde se obtiene

$$T_h - T_c = -\left(1 + \frac{C_c}{C_h}\right)T_c + \frac{C_c}{C_h}T_{c,\text{entrada}} + T_{h,\text{entrada}} \tag{8.11}$$

Sustituyendo el valor de $T_h - T_c$ en la ecuación (8.11) se obtiene, después de reordenarla,

$$\frac{dT_c}{-[1 + (C_c/C_h)]T_c + (C_c/C_h)T_{c,\text{entrada}} + T_{h,\text{entrada}}} = \frac{U\,dA}{C_c} \tag{8.12}$$

Integrando la ecuación (8.12) sobre toda la longitud del intercambiador (es decir, de $A = 0$ a $A = A_{\text{total}}$) se obtiene

$$\ln\left\{\frac{-[1 + (C_c/C_h)]T_{c,\text{salida}} + (C_c/C_h)T_{c,\text{entrada}} + T_{h,\text{entrada}}}{-[1 + (C_c/C_h)]T_{c,\text{entrada}} + (C_c/C_h)T_{c,\text{entrada}} + T_{h,\text{entrada}}}\right\} = -\left(\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_h}\right)UA$$

que se puede simplificar a

$$\ln\left[\frac{(1 + C_c/C_h)(T_{c,\text{entrada}} - T_{c,\text{salida}}) + T_{h,\text{entrada}} - T_{c,\text{entrada}}}{T_{h,\text{entrada}} - T_{c,\text{entrada}}}\right] = -\left(\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_h}\right)UA \tag{8.13}$$

De la ecuación (8.9) se obtiene

$$\frac{C_c}{C_h} = \frac{T_{h,\text{salida}} - T_{h,\text{entrada}}}{T_{c,\text{salida}} - T_{c,\text{entrada}}} \tag{8.14}$$

que se puede utilizar para eliminar las tasas de capacidad térmica en la ecuación (8.13). Después de reordenarla se tiene:

$$\ln\left(\frac{T_{h,\text{salida}} - T_{c,\text{salida}}}{T_{h,\text{entrada}} - T_{c,\text{entrada}}}\right) = [(T_{h,\text{salida}} - T_{c,\text{salida}}) - (T_{h,\text{entrada}} - T_{c,\text{entrada}})]\frac{UA}{q} \tag{8.15}$$

puesto que

$$q = C_c\,(T_{c,\text{salida}} - T_{c,\text{entrada}}) = C_h\,(T_{h,\text{entrada}} - T_{h,\text{salida}})$$

Igualando $T_h - T_c = \Delta T$, la ecuación (8.15) se puede escribir como

$$q = UA\,\frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln(\Delta T_a/\Delta T_b)} \tag{8.16}$$

donde los subíndices, a y b se refieren a los extremos respectivos del intercambiador y ΔT_a es la diferencia de temperatura entre las corrientes de fluido caliente y frío en la entrada, en tanto que ΔT_b es la diferencia de temperatura en el extremo de salida, como se muestra en las figuras 8.12 y 8.13. En la práctica, es conveniente utilizar una diferencia de temperatura promedio efectiva $\overline{\Delta T}$ para todo el intercambiador de calor, definida por

$$q = UA\overline{\Delta T} \tag{8.17}$$

Al comparar las ecuaciones (8.16) y (8.17), se tiene que para flujo paralelo o contraflujo,

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln(\Delta T_a/\Delta T_b)} \tag{8.18}$$

La diferencia de temperatura promedio, $\overline{\Delta T}$, se denomina *diferencia de temperatura media logarítmica*, que con frecuencia se designa como LMTD. Esta diferencia también se aplica cuando la temperatura de uno de los fluidos es constante, como se muestra en las figuras 8.10 y 8.11. Cuando $\dot{m}_h c_{ph} = \dot{m}_c c_{pc}$, la diferencia de temperatura es constante en contraflujo y $\overline{\Delta T} = \Delta T_a = \Delta T_b$. Si la diferencia de temperatura ΔT_a no es más de 50% mayor que ΔT_b, la diferencia de temperatura media aritmética estará dentro de 1% de la LMTD y se puede emplear para simplificar los cálculos.

En la práctica el uso de la temperatura media logarítmica sólo es una aproximación debido a que U por lo general no es uniforme ni constante. Sin embargo, en el trabajo de diseño el coeficiente global de transferencia de calor se suele evaluar en una sección media a la mitad entre los extremos y se trata como una constante. Si U varía considerablemente, puede ser necesario efectuar la integración numérica paso a paso de la ecuación (8.7).

Para intercambiadores de calor más complejos, como en las configuraciones de coraza y tubos con varios pasos por los tubos o la coraza y con intercambiadores de calor de contraflujo que tengan flujo mezclado y sin mezclar, la deducción matemática de una expresión para la diferencia de temperatura media se vuelve muy compleja. El procedimiento usual es modificar la LMTD simple mediante factores de corrección, que se encuentran publicados en gráficas de Bowman y colaboradores [17] y de la TEMA [16]. En las figuras 8.14-8.17 se muestran cuatro de estas gráficas.*

La ordenada de cada una es el factor de corrección F. Para obtener la temperatura media verdadera par cualquiera de estas configuraciones, la LMTD calculada para contraflujo se debe multiplicar por el factor de corrección apropiado, es decir,

$$\Delta T_{\text{media}} = (\text{LMTD})(F) \tag{8.19}$$

*Los factores de corrección para varias otras configuraciones se pueden consultar en la referencia [16] de la TEMA.

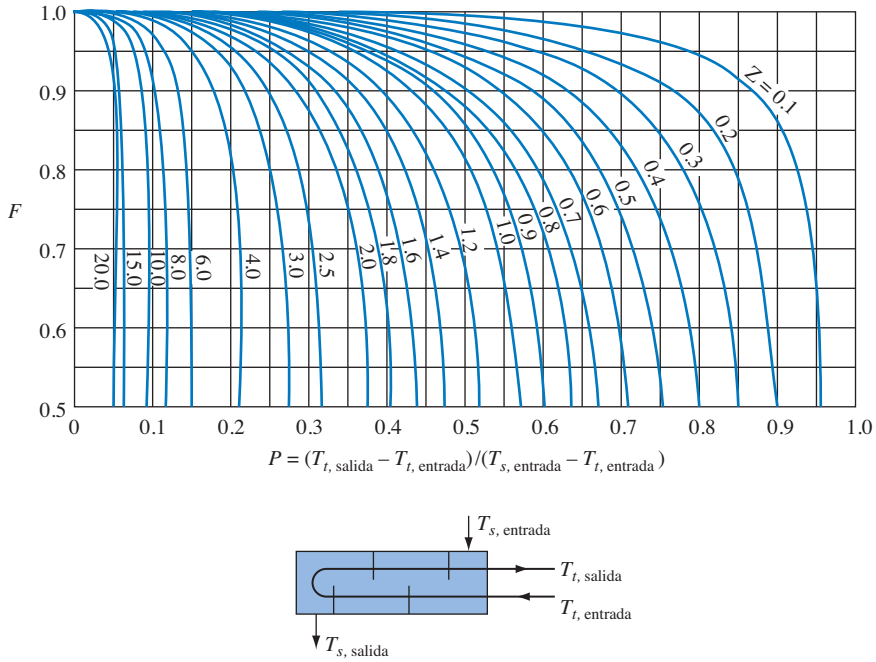


FIGURA 8.14 Factor de corrección de la LMTD para contraflujo en un intercambiador de calor con un paso por la coraza y dos (o un múltiplo de dos) pasos por los tubos.

Fuente: Cortesía de la Tubular Exchanger Manufacturers Association.

Los valores de la abscisa son para la relación adimensional de la diferencia de temperatura

$$P = \frac{T_{t,\text{salida}} - T_{t,\text{entrada}}}{T_{s,\text{entrada}} - T_{t,\text{entrada}}} \tag{8.20}$$

donde los subíndices t y s se refieren al fluido en el tubo y en la coraza, respectivamente y los subíndices "entrada" y "salida" se refieren a las condiciones de entrada y salida, respectivamente. La relación P es una indicación de la efectividad de calentamiento o enfriamiento y puede variar de cero para una temperatura constante de uno de los fluidos a la unidad para el caso en que la temperatura de entrada del fluido más caliente es igual a la temperatura de salida del fluido más frío. El parámetro para cada una de las curvas, Z, es igual a la relación de los productos del gasto másico por la capacidad térmica de los dos fluidos, $\dot{m}_t c_{pt}/\dot{m}_s c_{ps}$. Esta relación también es igual al cambio de temperatura del fluido en la coraza dividido entre el cambio de temperatura del fluido en los tubos:

$$Z = \frac{\dot{m}_t c_{pt}}{\dot{m}_s c_{ps}} = \frac{T_{s,\text{entrada}} - T_{s,\text{salida}}}{T_{t,\text{salida}} - T_{t,\text{entrada}}} \tag{8.21}$$

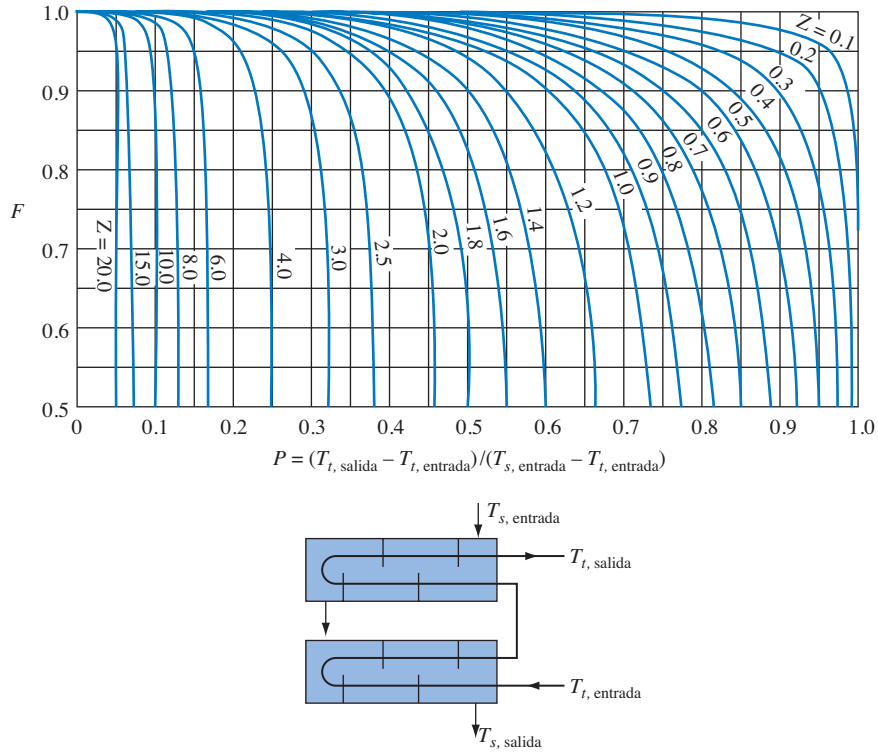


FIGURA 8.15 Factor de corrección de la LMTD para contraflujo para intercambiadores de calor con dos pasos por la coraza y un múltiplo de dos pasos por los tubos.

Fuente: Cortesía de la Tubular Exchanger Manufacturers Association.

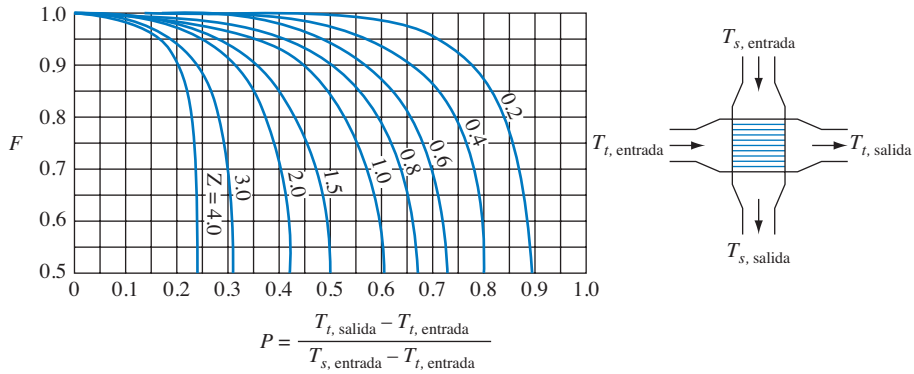


FIGURA 8.16 Factor de corrección de la LMTD a contraflujo para intercambiadores de calor de flujo transversal con el fluido en el lado de la coraza mezclado, el otro fluido sin mezclar y un paso por los tubos.

Fuente: Extraído de Bowman, Mueller y Nagel [17], con permiso de los editores, la American Society of Mechanical Engineers.

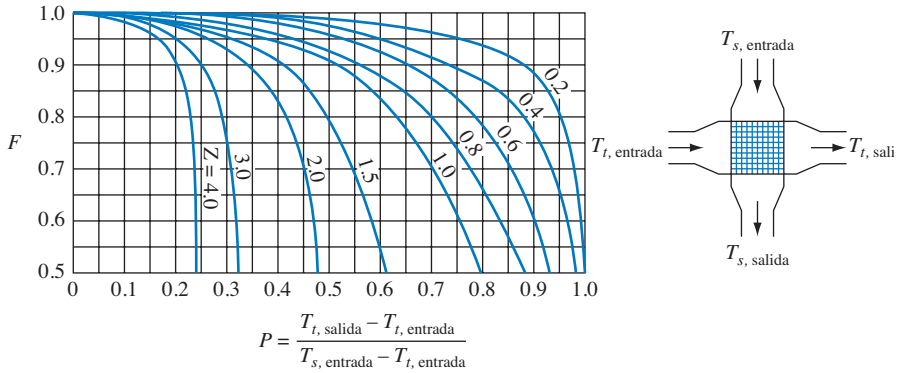


FIGURA 8.17 Factor de corrección de la LMTD a contraflujo para un intercambiador de calor de flujo transversal con los dos fluidos sin mezclar y un paso por los tubos.

Fuente: Cortesía de R. A. Bowman, A. C. Mueller y W. M. Nagle, "Mean Temperature Difference in Design", Trans. ASME, vol. 62, pp. 283–294, 1940.

Al aplicar los factores de corrección no importa si el fluido más caliente fluye a través de la coraza o de los tubos. Si la temperatura de cualquiera de los fluidos permanece constante, la dirección del flujo también no importa ya que F es igual a 1 y la LMTD se aplica directamente.

EJEMPLO 8.1

Determine el área superficial de transferencia de calor necesaria para un intercambiador de calor construido de un tubo de diámetro exterior de 0.0254 m para enfriar 6.93 kg/s de una solución de alcohol etílico a 95% ($c_p = 3810$ J/kg K) de 65.6 a 39.4 °C, utilizando 6.30 kg/s de agua disponible a 10 °C. Suponga que el coeficiente global de transferencia de calor basado en el área de los tubos exteriores es 568 W/m^2 y considere cada una de las configuraciones siguientes:

a) Flujo paralelo en los tubos y la coraza
b) Contraflujo en los tubos y la coraza
c) Intercambiador a contraflujo con dos pasos por la coraza y 72 pasos por los tubos, con el alcohol fluyendo a través de la coraza y el agua fluyendo a través de los tubos
d) Flujo transversal, con un paso por los tubos y un paso por la coraza, fluido mezclado en el lado de la coraza

SOLUCIÓN

La temperatura de salida del agua para cualquiera de las configuraciones se puede obtener de un balance de energía global, suponiendo que la pérdida de calor a la atmósfera es insignificante. Escribiendo el balance de energía como

$$\dot{m}_h c_{ph}(T_{h,\text{entrada}} - T_{h,\text{salida}}) = \dot{m}_c c_{pc}(T_{c,\text{salida}} - T_{c,\text{entrada}})$$

y sustituyendo los datos en esta ecuación, se obtiene

$$(6.93)(3810)(65.6 - 39.4) = (6.30)(4187)(T_{c,\text{salida}} - 10)$$

de donde la temperatura de salida del agua se determina que es 36.2 °C. La tasa de flujo de calor del alcohol al agua es

$$q = \dot{m}_h c_{ph}(T_{h,\text{entrada}} - T_{h,\text{salida}}) = (6.93 \text{ kg/s})(3810 \text{ J/kg K})(65.6 - 39.4)(\text{K})$$
$$= 691\,800 \text{ W}$$

a) De la ecuación (8.18) la LMTD para flujo paralelo es

$$\text{LMTD} = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln(\Delta T_a/\Delta T_b)} = \frac{55.6 - 3.2}{\ln(55.6/3.2)} = 18.4 \text{ °C}$$

De la ecuación (8.16) el área superficial de transferencia de calor es

$$A = \frac{q}{(U)(\text{LMTD})} = \frac{(691\,800 \text{ W})}{(568 \text{ W/m}^2 \text{ K})(18.4 \text{ K})} = 66.2 \text{ m}^2$$

La longitud de 830 m del intercambiador para un tubo de diámetro exterior de 0.0254 m sería demasiado grande para fines prácticos.

b) Para la configuración a contraflujo, la diferencia de temperatura media apropiada es 65.6 − 36.2 = 29.4 °C, debido a que $\dot{m}_c c_{pc} = \dot{m}_h c_{ph}$. El área requerida es

$$A = \frac{q}{(U)(\text{LMTD})} = \frac{691\,800}{(568)(29.4)} = 41.4 \text{ m}^2$$

que es casi 40% menor que el área necesaria para flujo paralelo.

c) Para la configuración a contraflujo de dos pasos por la coraza, la diferencia de temperatura media apropiada se determina aplicando el factor de corrección encontrado de la figura 8.15 a la temperatura media para contraflujo:

$$P = \frac{T_{c,\text{salida}} - T_{c,\text{entrada}}}{T_{h,\text{entrada}} - T_{c,\text{entrada}}} = \frac{36.2 - 10}{65.6 - 10} = 0.47$$

y la relación de la tasa de capacidad térmica es

$$Z = \frac{\dot{m}_t c_{pt}}{\dot{m}_s c_{ps}} = 1$$

De la gráfica de la figura 8.15, $F = 0.97$ y el área de transferencia de calor es

$$A = \frac{41.4}{0.97} = 42.7 \text{ m}^2$$

La longitud del intercambiador para 72 tubos de diámetro exterior de 0.0254 en paralelo sería

$$L = \frac{A/72}{\pi D} = \frac{42.7/72}{\pi(0.0254)} = 7.4 \text{ m}$$

Esta longitud es razonable, pero si fuera deseable acortar el intercambiador, se podrían emplear más tubos.

d) Para la configuración de flujo transversal (figura 8.4), el factor de corrección se determina de la gráfica de la figura 8.16 que es 0.88. El área superficial requerida es de 47.0 m^2, casi 10% mayor que para el intercambiador en el inciso *c*).

8.5 Eficiencia de un intercambiador de calor

En el análisis térmico de los diversos tipos de intercambiadores de calor presentados en la sección anterior, se utilizó la ecuación (8.17) expresada como

$$q = UA\,\Delta T_{\text{media}}$$

Esta forma es conveniente cuando se conocen todas las temperaturas terminales necesarias para la evaluación de la temperatura media apropiada y la ecuación (8.17) se emplea mucho en el diseño de intercambiadores de calor para especificaciones dadas. Sin embargo, existen muchas ocasiones cuando el desempeño de un intercambiador de calor (es decir, U) se conoce o al menos se puede estimar, pero las temperaturas de los fluidos salientes del intercambiador no se conocen. Este tipo de problema se encuentra en la selección de un intercambiador de calor o cuando la unidad se ha probado a un gasto, pero las condiciones de servicio requieren diferentes gastos de uno o de los dos fluidos. En libros y manuales de diseño de intercambiadores de calor, a este tipo de problema también se le refiere como *problema de evaluación*, donde las temperaturas de salida o la carga de calor total se necesita determinar, dado el tamaño (A) y el desempeño convectivo (U) de la unidad. Las temperaturas de salida y la tasa de flujo de calor se pueden determinar sólo mediante un procedimiento muy tedioso de prueba y error si se utilizan las gráficas presentadas en la sección anterior. En esos casos es deseable evitar por completo cualquier referencia a la diferencia de temperatura media logarítmica o a cualquier otra diferencia. Un método para lograr esto es el propuesto por Nusselt [18] y Ten Broeck [19].

Para obtener una ecuación de la tasa de transferencia de calor que no comprenda ninguna de las temperaturas de salida, se introduce la *eficiencia del intercambiador de calor* $\mathscr{E}$, que se define como la relación entre la tasa de transferencia de calor real en un intercambiador de calor con la tasa de intercambio de calor máxima posible. Esta última se obtendría en un intercambiador de calor a contraflujo de área de transferencia de calor infinita. En este tipo de unidad, si no hay pérdidas de calor externas, la temperatura de salida del fluido más frío es igual a la temperatura de entrada del fluido más caliente cuando $\dot{m}_c c_{pc} < \dot{m}_h c_{ph}$; cuando $\dot{m}_h c_{ph} < \dot{m}_c c_{pc}$, la temperatura de salida del fluido más caliente es igual a la temperatura de entrada del más frío. En otras palabras, la eficiencia se compara con la tasa

de transferencia de calor real con la tasa máxima cuyo único límite es la segunda ley de la termodinámica. Dependiendo de cuál de las tasas de capacidad térmica sea menor, la efectividad es

$$\mathscr{E} = \frac{C_h(T_{h,\text{entrada}} - T_{h,\text{salida}})}{C_{\text{mín}}(T_{h,\text{entrada}} - T_{c,\text{entrada}})} \tag{8.22a}$$

o

$$\mathscr{E} = \frac{C_c(T_{c,\text{salida}} - T_{c,\text{entrada}})}{C_{\text{mín}}(T_{h,\text{entrada}} - T_{c,\text{entrada}})} \tag{8.22b}$$

donde $C_{\text{mín}}$ es la magnitud menor de $\dot{m}_h c_{ph}$ y $\dot{m}_c c_{pc}$. Se puede observar que el denominador en la ecuación (8.22) es la transferencia de calor máxima termodinámicamente posible entre los fluidos caliente y frío circulando a través del intercambiador de calor, dadas sus temperatura de entrada y gastos másicos respectivos, o la energía disponible máxima. El numerador es la transferencia de calor real alcanzada en la unidad y de aquí que su efectividad $\mathscr{E}$ representa un desempeño termodinámico del intercambiador de calor.

Una vez que se conoce la efectividad de un intercambiador de calor, la tasa de transferencia de calor se puede determinar directamente con la ecuación

$$q = \mathscr{E}\, C_{\text{mín}}(T_{h,\text{entrada}} - T_{c,\text{entrada}}) \tag{8.23}$$

ya que

$$\mathscr{E} C_{\text{mín}}(T_{h,\text{entrada}} - T_{c,\text{entrada}}) = C_h(T_{h,\text{entrada}} - T_{h,\text{salida}}) = C_c(T_{c,\text{salida}} - T_{c,\text{entrada}})$$

La ecuación (8.23) es la relación básica en este análisis puesto que expresa la tasa de transferencia de calor en términos de la eficiencia, de la tasa de capacidad térmica menor y de la diferencia entre las temperaturas de entrada. Remplaza la ecuación (8.17) en el análisis de la LMTD, pero no involucra las temperaturas de salida. La ecuación (8.23) es, por supuesto, también adecuada para fines de diseño y se puede utilizar en lugar de la ecuación (8.17).

El método para deducir una expresión para la efectividad de un intercambiador de calor se ilustrará aplicándolo a una configuración de flujo paralelo. La eficiencia se puede introducir en la ecuación (8.13) sustituyendo $(T_{c,\text{entrada}} - T_{c,\text{salida}})/(T_{h,\text{entrada}} - T_{c,\text{entrada}})$ por la relación de eficiencia de la ecuación (8.22*b*). Se obtiene

$$\ln\left[1 - \mathscr{E}\left(\frac{C_{\text{mín}}}{C_h} + \frac{C_{\text{mín}}}{C_c}\right)\right] = -\left(\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_h}\right)UA$$

o

$$1 - \mathscr{E}\left(\frac{C_{\text{mín}}}{C_h} + \frac{C_{\text{mín}}}{C_c}\right) = e^{-(1/C_c + 1/C_h)UA}$$

Despejando $\mathscr{E}$ se obtiene

$$\mathscr{E} = \frac{1 - e^{-[1+(C_h/C_c)]UA/C_h}}{(C_{\text{mín}}/C_h) + (C_{\text{mín}}/C_c)} \tag{8.24}$$

Cuando C_h es menor que C_c, la efectividad es

$$\mathscr{E} = \frac{1 - e^{-[1+(C_h/C_c)]UA/C_h}}{1 + (C_h/C_c)} \tag{8.25a}$$

y cuando $C_c < C_h$, y cuando

$$\mathscr{E} = \frac{1 - e^{-[1+(C_c/C_h)]UA/C_c}}{1 + (C_c/C_h)} \tag{8.25b}$$

Por tanto, la eficiencia en los dos casos se puede escribir en la forma

$$\mathscr{E} = \frac{1 - e^{-[1+(C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}})]UA/C_{\text{mín}}}}{1 + (C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}})} \tag{8.26}$$

En la deducción anterior se ilustra cómo la eficiencia para una configuración de flujo dada se puede expresar en términos de dos parámetros adimensionales, la

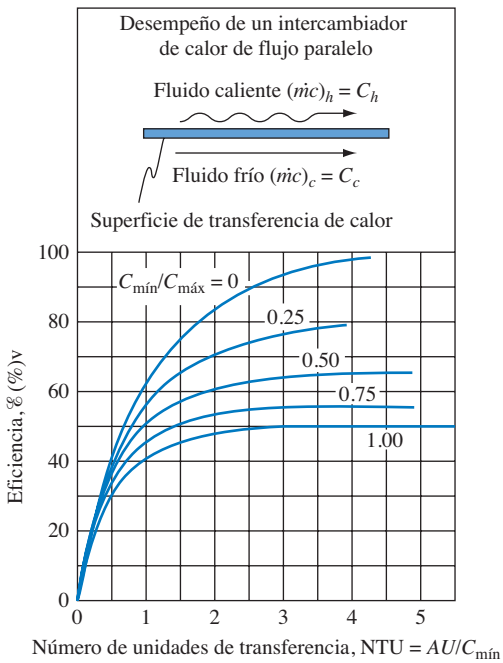


FIGURA 8.18 Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo paralelo.

Fuente: Con permiso de Kays y London [10].

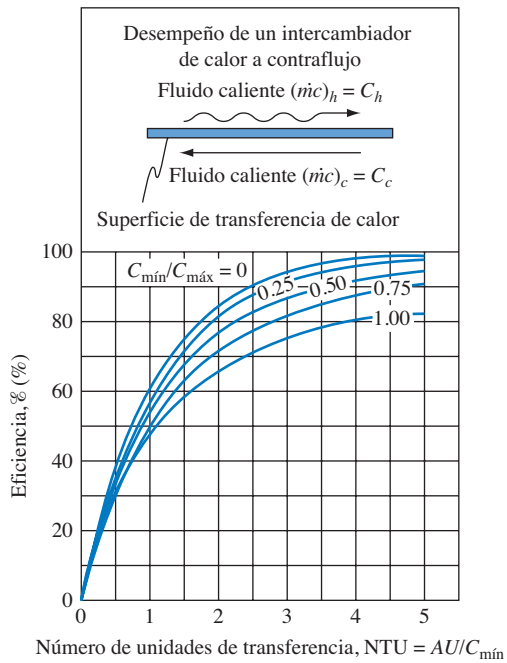


FIGURA 8.19 Eficiencia de un intercambiador de calor a contraflujo.

Fuente: Con permiso de Kays y London [10].

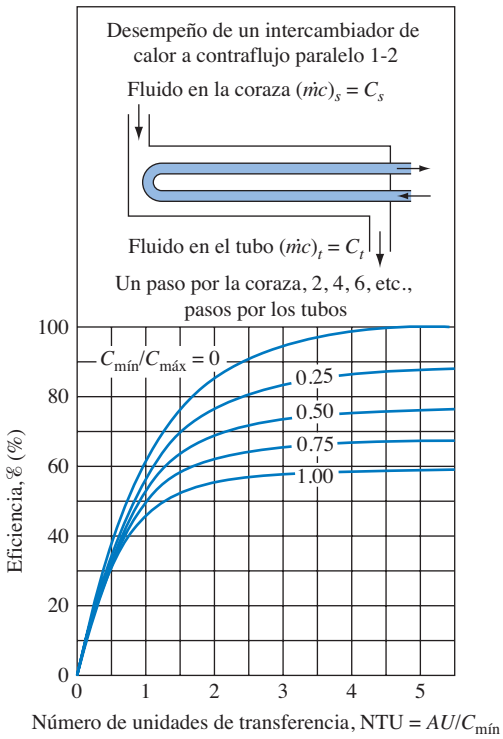


FIGURA 8.20 Eficiencia de un intercambiador de calor de coraza y tubos con un paso por la coraza con paredes con difusores y dos (o un múltiplo de dos) pasos por los tubos.

Fuente: Con permiso de Kays y London [10].

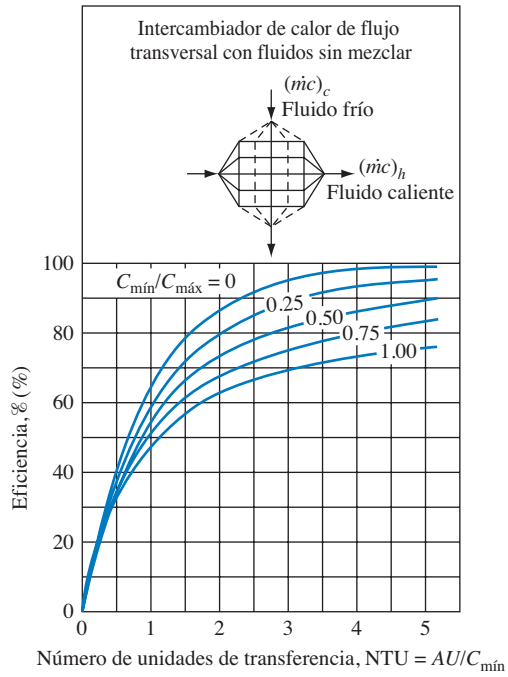


FIGURA 8.21 Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo transversal con los dos fluidos sin mezclar.

Fuente: Con permiso de Kays y London [10].

relación de las tasas de capacidad térmica $C_{mín}/C_{máx}$ y la relación de la conductancia global a la tasa de capacidad térmica menor, $UA/C_{mín}$. El último de los parámetros se denomina *número de unidades de transferencia de calor* o NTU. El número de unidades de transferencia de calor es una medida del calor transferido en el intercambiador de calor. Entre mayor sea el valor de NTU, más se aproxima el intercambiador de calor a su límite termodinámico. Mediante análisis que, en principio, son similares a los presentados aquí para flujo paralelo, se puede evaluar la eficiencia para la mayoría de las configuraciones de interés práctico. Kays y London [10] compilaron los resultados en gráficas convenientes a partir de las que se puede determinar la eficiencia para valores dados del NTU y de $C_{mín}/C_{máx}$. En las figuras 8.18-8.22 se muestran las curvas de eficiencia para algunas configuraciones de flujo comunes. Las abscisas en estas figuras son los NTU de los intercambiadores de calor. El parámetro constante para cada curva es la relación de tasas de capacidad térmica $C_{mín}/C_{máx}$ y la eficiencia se lee en la ordenada. Observe que para un evaporador o condensador, $C_{mín}/C_{máx} = 0$, debido a que si un fluido permanece a temperatura constante en todo el intercambiador, su calor específico efectivo y por tanto su tasa de capacidad térmica son, por definición, iguales a infinito.

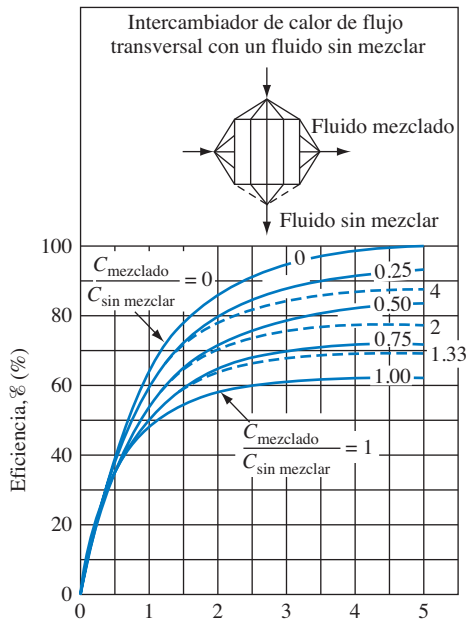


FIGURA 8.22 Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo transversal con un fluido mezclado y el otro sin mezclar. Cuando $C_{\text{mezclado}}/C_{\text{sin mezclar}} > 1$, la NTU se basa en $C_{\text{sin mezclar}}$.

Fuente: Con permiso de W. M. Kays y A. L. London [10].

EJEMPLO 8.2 De una prueba de desempeño en un intercambiador de calor con paredes con deflectores, de un paso por la coraza y dos pasos por los tubos, se obtuvieron los datos siguientes: un aceite ($c_p = 2100$ J/kg K) en flujo turbulento dentro de los tubos entra a 340 K con un flujo másico de 1.00 kg/s y sale a 310 K; el agua fluyendo en el lado de la coraza entra a 290 y sale a 300 K. Un cambio en las condiciones de servicio requiere el enfriamiento de un aceite similar de una temperatura inicial de 370 K, pero a tres cuartos del flujo másico empleado en la prueba de desempeño. Estime la temperatura de salida del aceite para el mismo gasto de agua y temperatura de entrada anterior.

SOLUCIÓN Los datos de prueba se pueden emplear para determinar la tasa de capacidad térmica del agua y la conductancia global del intercambiador de calor. La tasa de capacidad térmica del agua es, de acuerdo con la ecuación (8.14),

$$C_c = C_h \frac{T_{h,\text{entrada}} - T_{h,\text{salida}}}{T_{c,\text{salida}} - T_{c,\text{entrada}}} = (1.00 \text{ Kg/s})(2100 \text{ J/kg K}) \frac{340 - 310}{300 - 290}$$
$$= 6300 \text{ W/K}$$

y la relación de temperatura P es, según la ecuación (8.20),

$$P = \frac{T_{t,\text{salida}} - T_{t,\text{entrada}}}{T_{s,\text{entrada}} - T_{t,\text{entrada}}} = \frac{340 - 310}{340 - 290} = 0.6$$

$$Z = \frac{300 - 290}{340 - 310} = 0.33$$

De la figura 8.14, $F = 0.94$ y la diferencia de temperatura media es

$$\Delta T_{\text{media}} = (F)(\text{LMTD}) = (0.94)\frac{(340 - 300) - (310 - 290)}{\ln[(340 - 300)/(310 - 290)]} = 27.1 \text{ K}$$

De la ecuación (8.17) la conductancia global es

$$UA = \frac{q}{\Delta T_{\text{media}}} = \frac{(1.00 \text{ kg/s})(2100 \text{ J/kg K})(340 - 310)(\text{K})}{(27.1 \text{ K})} = 2325 \text{ W/K}$$

Puesto que la resistencia térmica en el lado del aceite es la que rige, una disminución en la velocidad a 75% del valor original aumentará la resistencia térmica en aproximadamente la relación de velocidad elevada a la potencia 0.8. Esto se puede verificar con referencia a la ecuación (6.62). Por tanto, ante las nuevas condiciones, la conductancia, el NTU y la relación de tasas de capacidad térmica serán de aproximadamente:

$$UA \simeq (2325)(0.75)^{0.8} = 1850 \text{ W/K}$$

$$\text{NTU} = \frac{UA}{C_{\text{aceite}}} = \frac{(1850 \text{ W/K})}{(0.75)(1.00 \text{ kg/s})(2100 \text{ J/kg K})} = 1.17$$

y

$$\frac{C_{\text{aceite}}}{C_{\text{agua}}} = \frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}} = \frac{(0.75)(1.00 \text{ kg/s})(2100 \text{ J/kg K})}{(6300 \text{ W/K})} = 0.25$$

De la figura 8.20 la efectividad es igual a 0.61. De aquí, de la definición de $\mathscr{E}$ en la ecuación (8.22a), la temperatura de salida del aceite es

$$T_{\text{salida aceite}} = T_{\text{entrada aceite}} - \mathscr{E}\,\Delta T_{\text{máx}} = 370 - [0.61(370 - 290)] = 321.2 \text{ K}$$

El ejemplo siguiente ilustra un problema más complejo.

EJEMPLO 8.3 Para calentar aire con los gases calientes de la combustión de una turbina se utilizará un calentador de placas planas (figura 8.23). El flujo másico de aire necesario es 0.75 kg/s, entrante a 290 K, los gases calientes están disponibles a una temperatura

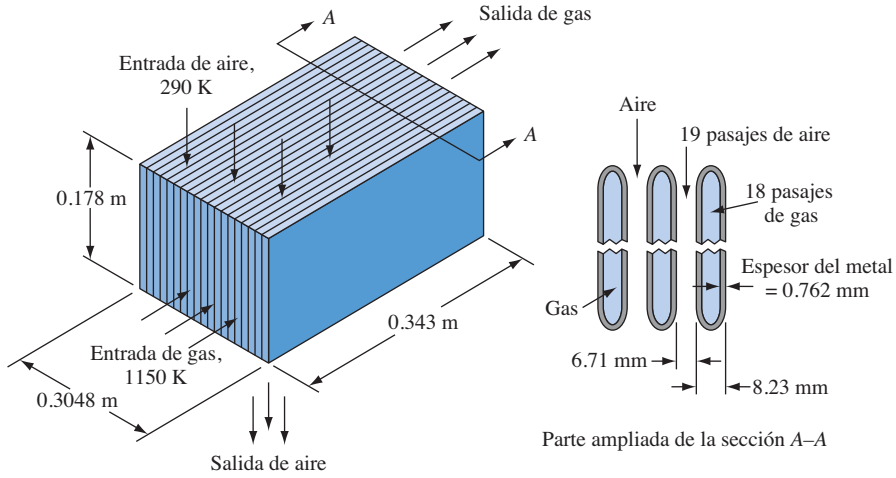


FIGURA 8.23 Calentador de placas planas.

de 1 150 K y a un flujo másico de 0.60 kg/s. Determine la temperatura del aire saliente del intercambiador de calor para los parámetros siguientes:

P_a = perímetro mojado en el lado del aire, 0.703 m
P_g = perímetro mojado en el lado del gas, 0.416 m
A_g = área de la sección transversal del paso de gas (por paso), 1.6×10^{-3} m^2
A_a = área de la sección transversal del paso de aire, 2.275×10^{-3} m^2
A = área superficial de transferencia de calor, 2.52 m^2

SOLUCIÓN Al inspeccionar la figura 8.23 se tiene que la unidad es de tipo de flujo transversal, con los dos fluidos sin mezclar. Como primera aproximación, se ignorarán los efectos de los extremos. Los sistemas de flujo para las corrientes de aire y gas son similares al flujo en conductos rectos con las dimensiones siguientes:

L_a = longitud del conducto de aire, 0.178 m

D_{Ha} = diámetro hidráulico del conducto de aire, $\dfrac{4A_a}{P_a} = 0.0129$ m

L_g = longitud del conducto de gas, 0.343 m

D_{Hg} = diámetro hidráulico del conducto de gas, $\dfrac{4A_g}{P_g} = 0.0154$ m

A = área superficial de transferencia de calor, 2.52 m^2

Los coeficientes de transferencia de calor se pueden evaluar con la ecuación (6.63) para flujo en conductos ($L_a/D_{Ha} = 13.8$, $L_g/D_{Hg} = 22.3$). Sin embargo, se origina una nueva dificultad debido a que las temperaturas en los dos fluidos varían a lo largo del conducto. Por tanto, se necesita estimar una temperatura global promedio y refinar los cálculos después de que se hayan determinado las temperaturas de salida y en la pared. Seleccionando una temperatura global promedio en el lado del aire igual a 573 K y la temperatura global promedio en el lado del gas igual a 973 K, las

propiedades de estas temperaturas son, de la tabla 28 del apéndice 2 (suponiendo que las propiedades del gas se pueden aproximar por las correspondientes al aire):

$$\mu_{\text{aire}} = 2.93 \times 10^{-5} \text{ N s/m}^2 \qquad \mu_{\text{gas}} = 4.085 \times 10^{-5} \text{ N s/m}^2$$
$$\text{Pr}_{\text{aire}} = 0.71 \qquad \text{Pr}_{\text{gas}} = 0.73$$
$$k_{\text{aire}} = 0.0429 \text{ W/m K} \qquad k_{\text{gas}} = 0.0623 \text{ W/m K}$$
$$c_{p_{\text{aire}}} = 1047 \text{ J/kg K} \qquad c_{p_{\text{gas}}} = 1101 \text{ J/kg K}$$

Los flujos másicos por área unitaria son

$$\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)_{\text{aire}} = \frac{(0.75 \text{ kg/s})}{(19)(2.275 \times 10^{-3} \text{ m}^2)} = 17.35 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$$
$$\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)_{\text{gas}} = \frac{(0.60 \text{ kg/s})}{(18)(1.600 \times 10^{-3} \text{ m}^2)} = 20.83 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$$

Los números de Reynolds son

$$\text{Re}_{\text{aire}} = \frac{(\dot{m}/A)_{\text{aire}} D_{Ha}}{\mu_a} = \frac{(17.35 \text{ kg/m}^2 \text{ s})(0.0129 \text{ m})}{(2.93 \times 10^{-5} \text{ kg/m s})} = 7640$$
$$\text{Re}_{\text{gas}} = \frac{(\dot{m}/A)_{\text{gas}} D_{Hg}}{\mu_g} = \frac{(20.83 \text{ kg/m}^2 \text{ s})(0.0154 \text{ m})}{(4.085 \times 10^{-5} \text{ kg/m s})} = 7850$$

Utilizando la ecuación (6.63), los coeficientes de transferencia de calor promedio son

$$\bar{h}_{\text{aire}} = 0.023 \frac{k_a}{D_{Ha}} \text{Re}_{\text{aire}}^{0.8} \text{Pr}^{0.4}$$
$$= 0.023 \frac{0.0429}{0.0129} (7640)^{0.8} (0.71)^{0.4}$$
$$= 85.2 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Como $L_a/D_{Ha} = 13.8$, este coeficiente de transferencia de calor se debe corregir por los efectos de entrada, según la ecuación (6.68). El factor de corrección es 1.377, por lo que el coeficiente de transferencia de calor es $(1.377)(85.2) = 117 \text{W/m}^2 \text{K} = \bar{h}_{\text{aire}}$.

$$\bar{h}_{\text{gas}} = (0.023) \frac{0.0623}{0.0154} (7850)^{0.8} (0.73)^{0.4}$$
$$= 107.1 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Puesto que $L_g/D_{Hg} = 22.3$, este coeficiente de transferencia de calor se debe corregir por los efectos de entrada, según la ecuación (6.69). El factor de corrección es $1 + 6(D_{Hg}/L_g) = 1.27$, por lo que el coeficiente de transferencia de calor es $(1.27)(107.1) = 136 \text{ W/m}^2 \text{K} = \bar{h}_{\text{gas}}$.

La resistencia térmica de la pared metálica es insignificante, por tanto la conductancia global es

$$UA = \frac{1}{\frac{1}{\bar{h}_a A} + \frac{1}{\bar{h}_g A}} = \frac{1}{\frac{1}{(117 \text{ W/m}^2 \text{ K})(2.52 \text{ m}^2)} + \frac{1}{(136 \text{ W/m}^2 \text{ K})(2.52 \text{ m}^2)}}$$
$$= 158 \text{ W/K}$$

El número de unidades de transferencia, basado en el gas, que es la tasa de capacidad térmica menor, es

$$\text{NTU} = \frac{UA}{C_{\text{mín}}} = \frac{(158\ \text{W/K})}{(0.60\ \text{kg/s})(1101\ \text{J/kg K})} = 0.239$$

La relación de tasas de capacidad térmica es

$$\frac{C_g}{C_a} = \frac{(0.60)(1101)}{(0.75)(1047)} = 0.841$$

y de la figura 8.21, la eficiencia es aproximadamente de 0.13. Por último, las temperaturas de salida promedio del gas y del aire son:

$$\begin{aligned} T_{\text{salida gas}} &= T_{\text{entrada gas}} - \mathscr{E}\ \Delta T_{\text{máx}} \\ &= 1150 - 0.13(1150 - 290) = 1038\ \text{K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{\text{salida aire}} &= T_{\text{entrada gas}} + \frac{C_g}{C_a}\ \mathscr{E}\ \Delta T_{\text{máx}} = 290 + (0.841)(0.13)(1150 - 290) \\ &= 384\ \text{K} \end{aligned}$$

Una verificación de las temperaturas de masa promedio en el lado del aire y del gas da valores de 337 y 1 094 K. Efectuando una segunda iteración con valores de propiedades basados en estas temperaturas produce valores suficientemente cercanos a los valores supuestos (573 K, 973 K) lo que hace innecesaria una tercera aproximación. Para apreciar la utilidad del enfoque basado en el concepto de eficiencia de un intercambiador de calor, se sugiere que este mismo problema se resuelva mediante prueba y error, utilizando la ecuación (8.17) y la gráfica de la figura 8.17.

La eficiencia del intercambiador de calor del ejemplo 8.3 es muy baja (13%) debido a que el área de transferencia de calor es demasiado pequeña para utilizar de manera eficiente la energía. La ganancia relativa en el desempeño de la transferencia de calor que se puede lograr aumentando el área de transferencia de calor está bien representada en las curvas de eficiencia. Un aumento de cinco veces en el área aumentaría la eficiencia a 60%. Sin embargo, si un diseño particular queda cerca o arriba del punto de transición de estas curvas, aumentando el área no mejorará de manera apreciable el desempeño, pero puede causar un aumento indebido en la caída de presión friccional o en el costo del intercambiador de calor.

EJEMPLO 8.4 Un intercambiador de calor (condensador) que utiliza vapor del escape de una turbina a una presión de 4.0 in de Hg absoluta, se utilizará para calentar 25 000 lb/h de agua de mar ($c = 0.95$ Btu/lb °F) de 60 a 110 °F. El intercambiador se tiene que diseñar para un paso por la coraza y cuatro pasos por los tubos con 60 circuitos de tubos en paralelo de latón de 0.995 in de diámetro interior y 1.125 in de diámetro exterior ($k = 60$ Btu/h ft °F). Para el intercambiador limpio los coeficientes de transferencia de calor promedio en los lados de vapor y agua se estiman que son de 600 y 300 Btu/h ft^2 °F, respectivamente. Calcule la longitud del tubo necesaria para un servicio prolongado.

SOLUCIÓN A una presión de 4.0 in de Hg absoluta, la temperatura del vapor en condensación será de 125.4 °F, por lo que la eficiencia requerida del intercambiador de calor es

$$\mathscr{E} = \frac{T_{c,\text{salida}} - T_{c,\text{entrada}}}{T_{h,\text{entrada}} - T_{c,\text{entrada}}} = \frac{110 - 60}{125.4 - 60} = 0.765$$

Para un condensador, $C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}} = 0$, y de la figura 8.20, NTU = 1.4. Los factores de ensuciamiento de la tabla 8.2 son 0.0005 h ft^2 °F/Btu para los dos lados de los tubos. El coeficiente global de transferencia de calor de diseño por área unitaria exterior es, según la ecuación (8.6),

$$U_d = \frac{1}{\frac{1}{600} + 0.0005 + \frac{1.125}{2 \times 12 \times 60}\ln\frac{1.125}{0.995} + \frac{0.0005 \times 1.125}{0.995} + \frac{1.125}{300 \times 0.995}}$$

$$= 152 \text{ Btu/h ft}^2 \text{ °F}$$

El área total A_o es $20\pi D_o L$, y puesto que $U_d A_o/C_{\text{mín}} = 1.4$, la longitud del tubo es

$$L = \frac{1.4 \times 25\,000 \times 0.95 \times 12}{60 \times \pi \times 1.125 \times 152} = 12.3 \text{ ft}$$

En la práctica, el flujo a través de un intercambiador de calor de flujo transversal puede no estar estrictamente mezclado o sin mezclar: el flujo puede estar parcialmente mezclado. DiGiovanni y Webb [20] demostraron que la eficiencia de un intercambiador de calor en el que una corriente no está mezclada y la otra corriente está parcialmente mezclada es

$$\mathscr{E}_{pm:u} = \mathscr{E}_{u:u} - y(\mathscr{E}_{u:u} - \mathscr{E}_{m:u}) \tag{8.27}$$

Los subíndices en la ecuación (8.27) de la eficiencia son *pm* para parcialmente mezclada, *m* para mezclada y *u* para sin mezclar, es decir, $\mathscr{E}_{m:u}$ es la eficiencia para un intercambiador de calor con una corriente mezclada y la otra sin mezclar.

Si una corriente está mezclada y la otra está parcialmente mezclada:

$$\mathscr{E}_{pm:m} = \mathscr{E}_{m:m} + y(\mathscr{E}_{u:m} - \mathscr{E}_{m:m}) \tag{8.28}$$

Si las dos corrientes están parcialmente mezcladas:

$$\mathscr{E}_{pm:pm} = \mathscr{E}_{u:pm} - y(\mathscr{E}_{u:pm} - \mathscr{E}_{m:pm}) \tag{8.29}$$

En las ecuaciones (8.27) a (8.29) el parámetro y es la fracción de mezclado para la corriente parcialmente mezclada. Para una corriente sin mezclar $y = 0$ y para una corriente mezclada $y = 1$. En la actualidad no existe un método general para determinar la fracción de mezclado para un intercambiador de calor. Como y es probable que y sea una función importante de la geometría del intercambiador de calor así como del número de Reynolds, es posible que se requieran datos experimentales para varias geometrías de interés de intercambiadores de calor para aplicar la corrección del grado de mezclado. La incertidumbre asociada con el grado de mezclado es mayor para diseños con NTU altos.

8.6* Optimización de la transferencia de calor

La optimización de la transferencia de calor es la práctica de modificar una superficie de transferencia de calor o la sección transversal del flujo ya sea para aumentar el coeficiente de transferencia de calor entre la superficie y un fluido o aumentar el área superficial para obtener de manera efectiva cargas de calor mayores con una diferencia de temperatura menor [21-22]. En capítulos anteriores se trataron algunos ejemplos prácticos de la optimización de la transferencia de calor, por ejemplo, aletas, rugosidad superficial, insertos de cinta torcida y tubos arrollados, a los que en general se les refiere como técnicas pasivas [21]. La optimización de la transferencia de calor también se puede lograr mediante vibración superficial o del fluido, campos electrostáticos o agitadores mecánicos. A estos últimos métodos se les refiere como técnicas activas, debido a que requieren la aplicación de potencia externa. Si bien las técnicas activas han recibido atención en la bibliografía de investigación, sus aplicaciones prácticas han sido muy limitadas. Por tanto, en esta sección nos enfocaremos en algunos ejemplos específicos de las técnicas pasivas, es decir, las que se basan en la modificación de la superficie de transferencia de calor; un análisis más completo y amplio del espectro completo de las técnicas de optimización se encuentra en las referencias de Manglik [21] y Bergles [22].

Los incrementos en la transferencia de calor obtenidos por un tratamiento superficial se pueden lograr incrementando la turbulencia y el área superficial, mejorando el mezclado o con flujo en remolinos. Estos efectos por lo general resultan en un aumento en la caída de presión junto con un aumento en la transferencia de calor. Sin embargo, con una evaluación apropiada del desempeño y una optimización concomitante [21-22], se puede lograr una mejora significativa en la transferencia de calor relativa a una superficie de transferencia de calor lisa (sin tratar) con la misma área de transferencia de calor nominal (base) para una variedad de aplicaciones. El atractivo cada vez mayor de las diferentes técnicas de optimización de la transferencia de calor está adquiriendo una importancia industrial debido a que los intercambiadores de calor ofrecen la oportunidad para: 1) reducir el área superficial de transferencia de calor necesaria para una aplicación dada y así reducir el tamaño y el costo del intercambiador de calor; 2) aumentar la carga térmica del intercambiador de calor, y 3) permitir temperaturas de aproximación más cercanas. Todos estos puntos se pueden visualizar mediante la expresión para la carga térmica para un intercambiador de calor, ecuación (8.17):

$$Q = UA \text{ LMTD} \tag{8.17}$$

Cualquier técnica de optimización que aumente el coeficiente de transferencia de calor también incrementa la conductancia global U. Por tanto, en intercambiadores de calor convencionales y compactos, se puede reducir el área de transferencia de calor A, aumentar la carga térmica Q o disminuir la diferencia de temperatura LMTD, respectivamente, para una Q y LMTD fijas, A y LMTD fijas o Q y A. fijas. La optimización también se puede utilizar para evitar el sobrecalentamiento de las superficies de transferencia en sistemas con una tasa de generación de calor fija, como en el enfriamiento de dispositivos eléctricos o electrónicos.

En cualquier aplicación práctica, se requiere un análisis completo para determinar el beneficio económico de la optimización. En un análisis de este tipo se debe incluir el primer costo aumentado posible debido a la optimización, el desempeño aumentado del desempeño de la transferencia de calor del intercambiador del calor, el efecto en los costos de operación y los costos de mantenimiento. Otra preocupación en algunas aplicaciones industriales es la posibilidad de aumentar el ensuciamiento de

la superficie de intercambio de calor causado por la optimización. Un ensuciamiento acelerado puede eliminar rápidamente cualquier aumento en el coeficiente de transferencia de calor logrado por la optimización de una superficie limpia. No obstante, en las preocupaciones actuales de la utilización sostenible de la energía y de la necesidad de conservación, los beneficios al utilizar técnicas de optimización en la mayoría de los sistemas de intercambio de calor no se pueden exagerar.

8.6.1 Aplicaciones

Existe mucho material escrito y en constante aumento, sobre la bibliografía del tema de la optimización de la transferencia de calor. Manglik y Bergles [23] catalogaron los últimos artículos y reportes técnicos sobre el tema y analizaron el estado de los avances recientes así como los prospectos de desarrollos futuros en la tecnología de transferencia de calor optimizada. La taxonomía que se ha desarrollado [21-22] para la clasificación de las varias técnicas de optimización y sus aplicaciones esencialmente considera la condición de flujo del fluido (convección natural de una fase, convección forzada de una fase, ebullición en estanque, condensación, etc.) y el tipo de técnica de optimización (superficie rugosa, superficie extendida, dispositivos de optimización desplazados, flujo en remolinos, aditivos en el flujo, vibraciones, etcétera).

En la tabla 8.3 se muestra cómo se aplica cada técnica de optimización a los tipos diferentes de flujo de acuerdo con Bergles y colaboradores [24]. Las superficies extendidas o aletas son probablemente la técnica de optimización de transferencia de calor más común y en la figura 8.24 se muestran ejemplos de tipos diferentes de aletas. Las aletas se analizaron en el capítulo 2 como una superficie extendida con aplicación primaria en transferencia de calor en el lado del gas. La eficiencia de la aleta en esta aplicación se basa en la conductividad térmica deficiente del gas relativa a la del material de la aleta. Por tanto, mientras que la caída de temperatura a lo largo de la aleta reduce un poco su eficiencia, en general se obtiene un aumento en el área superficial y así en el desempeño de la transferencia de calor. Recientemente varios fabricantes han puesto en el mercado tubos con aletas integrales internas y la predicción del coeficiente de transferencia de calor convectivo asociado se destacó en el capítulo 6. Las superficies extendidas también toman la forma de aletas interrumpidas donde el objetivo es forzar el desarrollo de capas límites. Como se analizó en la sección 8.2, los intercambiadores de calor compactos [10, 12] utilizan superficies extendidas para proporcionar un área superficial de transferencia de calor requerida en un volumen tan

TABLA 8.3 Aplicación de técnicas de optimización para diferentes tipos de flujos[a]

	Convección natural de una fase	Convección forzada de una fase	Ebullición en estanque	Ebullición del flujo	Condensación
Superficies extendidas	c	c	c	o	c
Superficies rugosas	o	c	o	c	c
Dispositivos de optimización desplazados	n	o	n	o	n
Dispositivos que promueven el flujo en remolinos	n	c	n	c	o
Superficies tratadas	n	c	c	o	c

[a]c = comúnmente practicada, o = ocasionalmente practicada, n = no practicada.

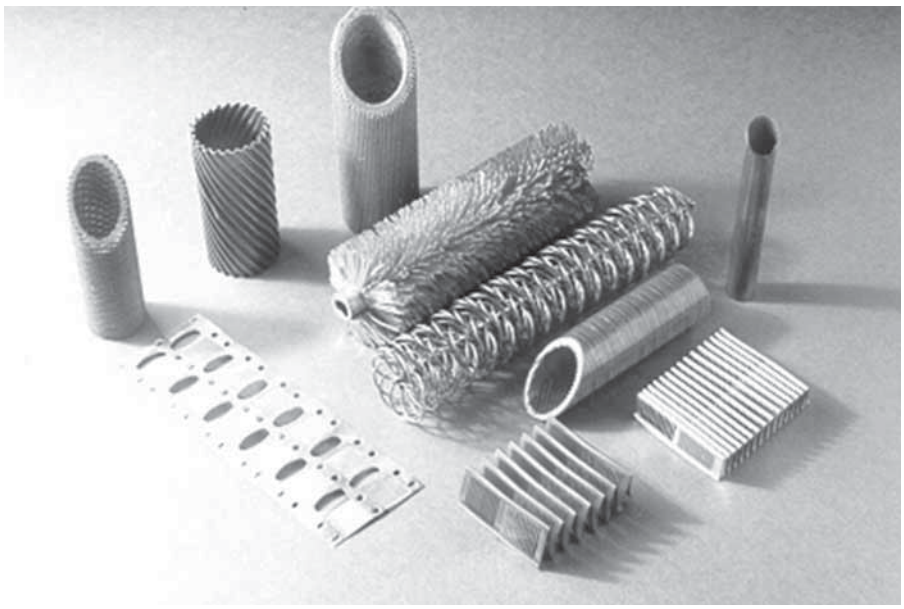


FIGURA 8.24 Ejemplos de diferentes tipos de tubos con aletas y aletas de placa utilizados en intercambiadores de calor de tubos con aletas, tubos y aletas y placas tubulares y compactos.

Fuente: Cortesía del Dr. Ralph Webb.

pequeño como sea posible y en la figura 8.24 se muestran ejemplos representativos de esas aletas. Este tipo de intercambiador de calor es importante en aplicaciones como radiadores automotrices y regeneradores de turbinas de gas, donde el tamaño global del intercambiador de calor es de primordial importancia.

Las superficies rugosas son los elementos rugosos pequeños con una altura aproximada al espesor de la capa límite. En años recientes en la bibliografía sobre el tema [21-22] se ha considerado una variedad de elementos de rugosidad estructurada de diferentes geometrías y distribuciones superficiales. Estos elementos rugosos no proporcionan un aumento significativo en el área superficial; pero si existe un aumento en el área, entonces esas modificaciones superficiales se clasifican como superficies extendidas. Su eficiencia se basa en la promoción temprana del flujo de transición a turbulento o promover el mezclado entre el flujo de la masa y la subcapa viscosa en flujo turbulento completamente desarrollado. Los elementos rugosos pueden tener una forma aleatoria, como en una superficie con granos de arena, o regular, como ranuras o pirámides maquinadas. Las superficies rugosas se utilizan principalmente para promover la transferencia de calor en convección forzada de una fase.

Los dispositivos de optimización desplazados se insertan en el canal de flujo para mejorar el mezclado entre el flujo de la masa y la superficie de transferencia de calor. Un ejemplo común es el mezclador estático formado por una serie de láminas corrugadas cuyo objetivo es promover el mezclado del flujo de la masa. Estos dispositivos se emplean con más frecuencia en convección forzada de una fase en particular en el procesamiento térmico de medios viscosos en la industria química para promover el mezclado del fluido y optimizar la transferencia de calor o de masa.

El ejemplo más prominente y utilizado con más frecuencia de un dispositivo de flujo en remolinos es un inserto de cinta torcida y su uso común dentro de tubos de un intercambiador de calor de coraza y tubos y la predicción concomitante de coeficientes de transferencia de calor convectivos de una fase se consideraron en el capítulo 6. Otro ejemplo es un tubo oval que está helicoidalmente torcido con respecto a su eje,

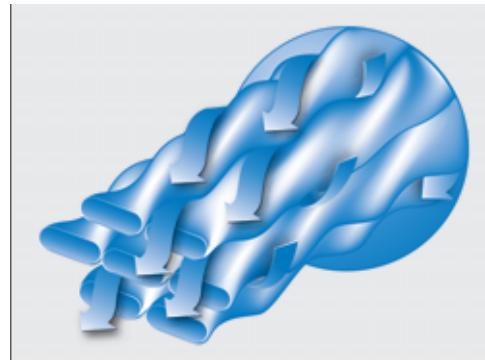


FIGURA 8.25 Representación esquemática de un paquete de tubos ovales torcidos helicoidalmente y flujo en remolinos del flujo axial externo; el flujo en remolinos también se genera dentro de los tubos.

como se muestra en la figura 8.25. La optimización se origina principalmente debido a flujos en remolinos secundarios o helicoidales en el tubo. Los dispositivos de flujo en remolinos se utilizan para flujo forzado de una fase en ebullición del flujo [25].

Las superficies tratadas se utilizan principalmente en aplicaciones de ebullición en estanque y condensación. Constan de estructuras superficiales muy pequeñas como inclusiones superficiales que promueven la ebullición nucleada proporcionando sitios de nucleación de burbujas. La condensación se puede optimizar promoviendo la formación de gotas diminutas, en vez de una película, en la superficie de condensación. Esto se puede lograr recubriendo la superficie con un material que no permite que ésta se moje. La ebullición y la condensación se analizarán en el capítulo 10.

En la figura 8.26 se compara el desempeño de cuatro técnicas de optimización para convección forzada de una fase en un tubo con el correspondiente a un tubo liso [26]. La base de comparación es la transferencia de calor (número de Nusselt) y la caída de presión (factor de fricción) trazadas como una función del número de Reynolds. Se puede observar que a un número de Reynolds dado, las cuatro técnicas de optimización proporcionan un número de Nusselt aumentado relativo al tubo liso pero a expensas de un aumento aún mayor en el factor de fricción.

8.6.2 Análisis de las técnicas de optimización

Con anterioridad se señaló la necesidad de realizar un análisis amplio de cualquier técnica de optimización considerada para determinar sus beneficios potenciales. Como la optimización de la transferencia de calor se puede utilizar para lograr varios objetivos, no existe un procedimiento general que permita comparar diferentes técnicas de optimización. Una comparación como la que se muestra en la figura 8.26, que está limitada al desempeño térmico e hidráulico de la superficie de intercambio de calor, a menudo es un punto de partida útil. Otros factores que se deben incluir en el análisis son el diámetro hidráulico, la longitud de los pasajes de flujo y la configuración de flujo (flujo transversal, contraflujo, etc.). Además de estas variables geométricas, el gasto por pasaje o número de Reynolds y la LMTD se pueden variar o se pueden

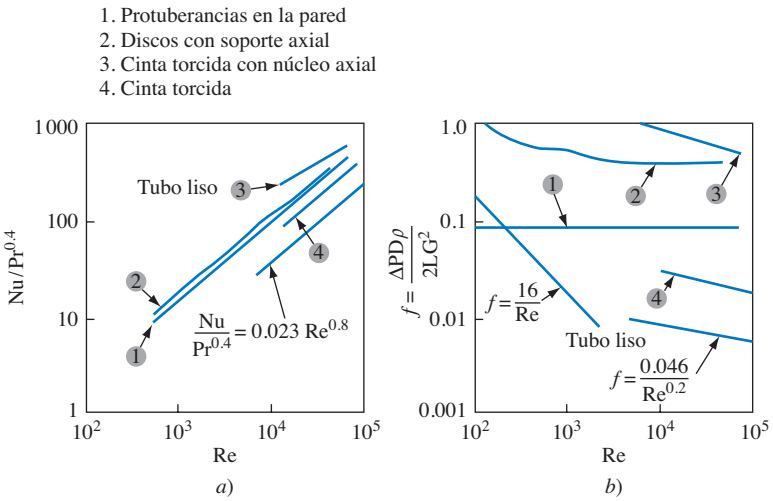


FIGURA 8.26 Datos comunes de promotores de turbulencia insertados dentro de tubos. *a*) Datos de transferencia de calor, *b*) datos de fricción [26].

restringir para una aplicación dada. Los factores que se pueden variar se deben ajustar en el análisis para producir el objetivo deseado, por ejemplo, desempeño térmico incrementado, área superficial mínima o caída de presión reducida. En la tabla 8.4 se muestran las variables que se deben considerar en un análisis completo.

TABLA 8.4 Variables en el análisis de la optimización de la transferencia de calor

Símbolo	Descripción	Comentarios
1. —	Tipo de técnica de optimización	
2. NU(Re_{D_H})	Desempeño térmico de la técnica de optimización	Determinado por la elección de la técnica
3. $f(Re_{D_H})$	Desempeño hidráulico de la técnica de optimización	Determinado por la elección de la técnica
4. Re_{D_H}	Número de Reynolds del flujo	Probablemente una variable independiente
5. D_H	Diámetro hidráulico del pasaje de flujo	Se puede determinar por la elección de la técnica
6. L	Longitud del pasaje del flujo	Generalmente una variable independiente con límites
7. —	Configuración del flujo	Se puede determinar por la elección de la técnica
8. LMTD	Temperaturas de flujo terminales	Se puede determinar por la aplicación
9. Q	Carga térmica	Probablemente una variable dependiente
10. A_s	Área superficial de transferencia de calor	Probablemente una variable dependiente
11. Δp	Caída de presión	Probablemente una variable dependiente

Por fortuna, muchas aplicaciones restringen una o más de estas variables, con lo que se simplifica el análisis. Como un ejemplo, considere un intercambiador de calor existente de coraza y tubos utilizado para condensar vapor de hidrocarburos en el lado de la coraza con agua enfriada bombeada a través del lado del tubo. Es posible aumentar el flujo de vapor aumentando la transferencia de calor en el lado de agua ya que la resistencia térmica en el lado de vapor probablemente es insignificante. Suponga que la caída de presión en el lado de agua está fija debido a restricciones de bombeo y suponga que se necesita mantener el tamaño y la configuración del intercambiador de calor iguales para simplificar los costos de instalación. La transferencia de calor en el lado de agua se podría incrementar colocando cualquiera de varios dispositivos como cintas de arremolinado o insertos de cinta torcida dentro de los tubos, o insertos de bobinas de alambre para crear una rugosidad estructurada [21-22] en la superficie interna del tubo. Suponiendo que se dispone de datos de desempeño térmico e hidráulico para cada técnica de optimización que se considerará, entonces se conocen los puntos 1, 2 y 3 de la tabla 8.4, así como el 5, 6, 7 y 10. Se ajustará Re_{D_H}, lo que afectará la temperatura de salida del agua o LMTD, Q y Δp. Como la LMTD no es importante (dentro de lo razonable), se puede determinar qué superficie proporciona la mayor Q (y de aquí el flujo de vapor) a una Δp.

En la bibliografía sobre el tema [21-22] se han propuesto varios métodos de evaluación del desempeño, que se basan en una variedad de cifras de mérito que son aplicables para diferentes aplicaciones de intercambiadores de calor. Entre estas, Soland y colaboradores [27] resumieron una metodología útil de clasificación del desempeño en la que incorporan el comportamiento térmico/hidráulico de la superficie de transferencia de calor con los parámetros de flujo y geométricos del intercambiador de calor. Para cada superficie del intercambiador de calor en el método se trazan la potencia de bombeo del fluido por volumen unitario del intercambiador de calor contra el NTU del intercambiador de calor por volumen unitario. Estos parámetros son:

$$\frac{P_p}{V} = \frac{\text{potencia de bombeo}}{\text{volumen}} \propto \frac{f\,\mathrm{Re}_{D_H}^3}{D_H^4} \tag{8.30}$$

$$\frac{\mathrm{NTU}}{V} = \frac{\mathrm{NTU}}{\text{volumen}} \propto \frac{j\,\mathrm{Re}_{D_H}}{D_H^2} \tag{8.31}$$

Dados el factor de fricción $f(\mathrm{Re})$, el desempeño de la transferencia de calor $\mathrm{Nu}(\mathrm{Re})$ o $j(\mathrm{Re})$ para la superficie del intercambiador de calor y el diámetro hidráulico del pasaje de flujo D_H, es fácil trazar una gráfica de los dos parámetros P/V y NTU/V.

En las ecuaciones (8.30) y (8.31) el número de Reynolds se basa en el área de flujo A_f, en la que se ignora cualquier optimización:

$$\mathrm{Re}_{D_H} = \frac{GD_H}{\mu} \tag{8.32}$$

$$G = \frac{\dot{m}}{A_f}$$

donde $\dot{m}$ es el flujo másico en el pasaje de flujo de área A_f.

El factor de fricción es

$$f = \frac{\Delta p}{4(L/D_H)(G^2/2\rho g_c)} \tag{8.33}$$

donde Δp es la caída de presión friccional en el núcleo.

El factor de Colburn o factor j se define como

$$j = \frac{\bar{h}_c}{Gc_p} \mathrm{Pr}^{2/3} \tag{8.34}$$

donde $\bar{h}_c$ es el coeficiente de transferencia de calor basado en el área superficial desnuda (sin optimizar) A_b. El diámetro hidráulico se define igual que en el capítulo 6, pero se puede escribir en la forma siguiente más conveniente:

$$D_H = \frac{4V}{A_b} \tag{8.35}$$

Utilizando estas definiciones, un tubo liso de diámetro interior D y un tubo de diámetro interior D con un inserto de cinta torcida y con el mismo flujo másico tendrían los mismos parámetros G, Re_D, A_b y D pero se esperaría que f y j fueran mayores para el segundo tubo.

Una gráfica como ésa es útil para comparar dos superficies de intercambio de calor ya que permite efectuar una comparación conveniente basada en cualquiera de las restricciones siguientes:

1. Volumen del intercambiador de calor y potencia de bombeo fijas
2. Potencia de bombeo y carga térmica fijas
3. Volumen y carga térmica fijas

Estas restricciones se pueden visualizar en la figura 8.27, donde los datos $f\,\mathrm{Re}_D^3/D^4$ y $j\,\mathrm{Re}_D/D^2$ están trazados para comparar las dos superficies. A partir del punto en la línea de base, designado "o" en la figura 8.27, se identifican las comparaciones basadas en las tres restricciones.

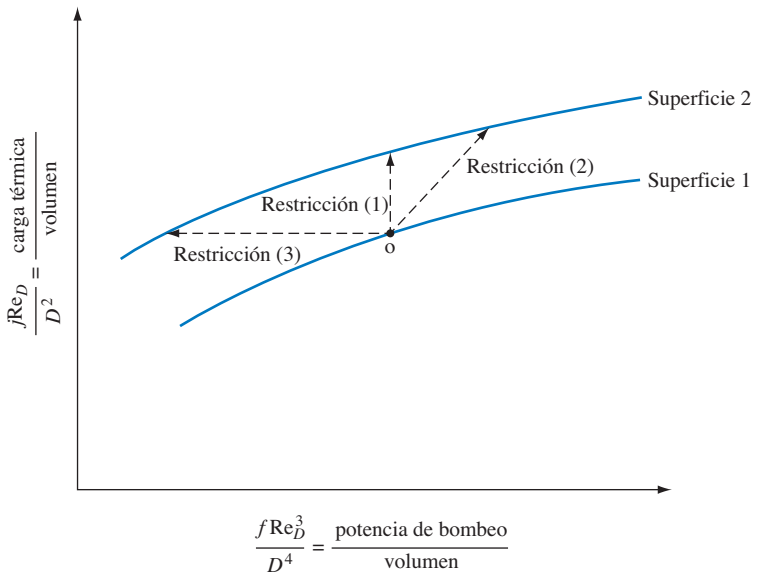


FIGURA 8.27 Método de comparación general de Soland y colaboradores [27].

Fuente: Cortesía de T. Tinker, "Analysis of Fluid Flow Pattern in Shell-and-Tube Heat Exchangers and the Effect Distribution of the Heat Exchanger Performance", Inst. Mech. Eng., ASME Proc. General Discuss. Heat Transfer, pp. 89-115, septiembre de 1951.

Se puede hacer una comparación basada en la restricción (1) trazando una línea vertical a través del punto de la línea base. Comparando los dos valores de las ordenadas donde la línea vertical interseca las curvas permite comparar la carga térmica para cada superficie. La superficie con la curva más alta transferirá más calor. La restricción (2) se puede visualizar trazando una línea con pendiente +1. Si se compara la abscisa o la ordenada donde la línea de pendiente +1 interseca las curvas permite comparar el volumen del intercambiador de calor necesario para cada superficie. La superficie con la curva más alta requerirá el menor volumen. La restricción (3) se puede visualizar trazando una línea horizontal. Al comparar la abscisa donde la línea interseca las curvas permite comparar la potencia de bombeo para cada superficie. La superficie con la curva más alta requerirá la menor potencia de bombeo.

EJEMPLO 8.5 Con los datos de la figura 8.26, compare el desempeño de las protuberancias en la pared y una cinta torcida [superficies (1) y (4) en la figura 8.26] para un flujo de aire con base en un volumen del intercambiador de calor y potencia de bombeo fijas. Suponga que las dos superficies están fijas en el interior de un tubo con sección transversal circular de 1 cm diámetro interior.

SOLUCIÓN Primero se deben trazar las curvas f (Re) y j (Re) para las dos superficies.

Las curvas (1) y (4) de la figura 8.26*a*) y *b*) se pueden representar mediante líneas rectas con bastante precisión. Con los datos de la figura 8.26*a*) y *b*), estas líneas rectas para los números de Nusselt son:

$$\mathrm{Nu}_1/\mathrm{Pr}^{0.4} = 0.054\ \mathrm{Re}_D^{0.805}$$
$$\mathrm{Nu}_4/\mathrm{Pr}^{0.4} = 0.057\ \mathrm{Re}_D^{0.772}$$

donde los subíndices 1 y 4 denotan las superficies 1 y 4.

Como $j = \mathrm{St}\ \mathrm{Pr}^{2/3} = \mathrm{NuRe}_D^{-1}\mathrm{Pr}^{-1/3}$, se tiene

$$j_1 = 0.054\ \mathrm{Re}_D^{-0.195}\mathrm{Pr}^{1/15}$$

y

$$j_4 = 0.057\ \mathrm{Re}_D^{-0.228}\mathrm{Pr}^{1/15}$$

Para los datos del coeficiente de fricción, se obtiene:

$$f_1 = 0.075\ \mathrm{Re}_D^{0.017}$$
$$f_4 = 0.222\ \mathrm{Re}_D^{-0.238}$$

Al comparar las dos superficies hay que limitarse al intervalo

$$10^4 < \mathrm{Re}_D < 10^5$$

donde los datos para las dos superficies son válidos.

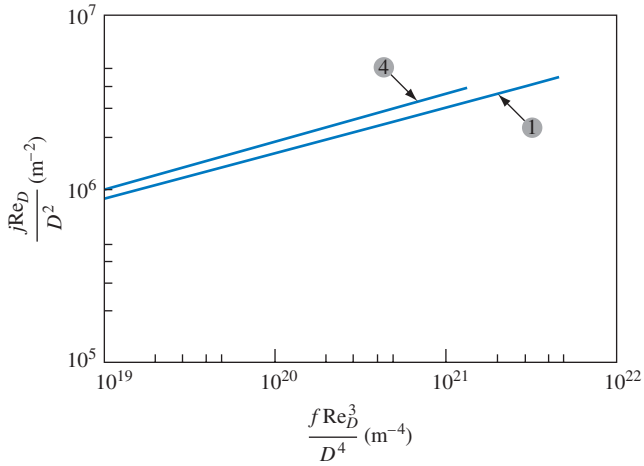


FIGURA 8.28 Comparación entre las protuberancias en la pared con las cintas torcidas basada en el método de Soland y colaboradores [27].

Estableciendo los parámetros de comparación, se obtiene

$$\frac{f_1\,Re_D^3}{D_1^4} = \frac{0.075\,Re_D^{3.017}}{(0.01)^4} = 7.5 \times 10^6\,Re_D^{3.017}\ m^{-4}$$

$$\frac{f_4\,Re_D^3}{D_4^4} = \frac{0.222\,Re_D^{2.76}}{(0.01)^4} = 2.22 \times 10^7\,Re_D^{2.76}\ m^{-4}$$

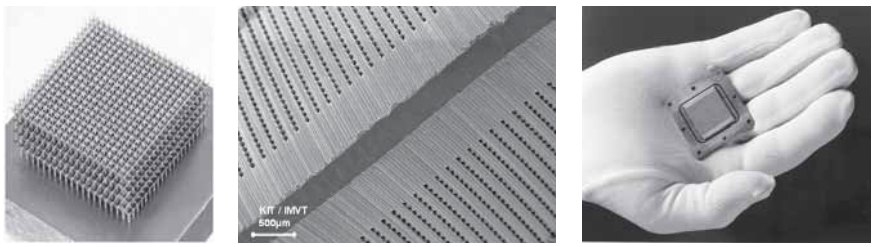
$$\frac{j_1\,Re_D}{D_1^2} = \frac{0.054\,Re_D^{0.805}\,Pr^{1/15}}{(0.01)^2} = 527.8\,Re_D^{0.805}\ m^{-2}$$

$$\frac{j_4\,Re_D}{D_4^2} = \frac{0.057\,Re_D^{0.772}Pr^{1/15}}{(0.01)^2} = 557.1\,Re_D^{0.772}\ m^{-2}$$

Estos parámetros están trazados en la figura 8.28 para el intervalo del número de Reynolds de interés. De acuerdo con la restricción especificada, una línea vertical que une las curvas denominadas (1) y (4) en la figura 8.26 muestra con claridad que la superficie 4, la cinta torcida, es la mejor de las dos superficies. Es decir, para un volumen fijo del intercambiador de calor y a una potencia de bombeo constante, la optimización por la cinta torcida transferirá más calor.

8.7* Intercambiadores de calor a microescala

Con los avances en la microelectrónica y en otros dispositivos de alta disipación de flujo de calor, se ha desarrollado una variedad de intercambiadores de calor a microescala para cumplir con sus necesidades de enfriamiento. En su estructura se suelen incorporar canales a microescala, que en esencia explotan los beneficios de los



a) *b*) *c*)

FIGURA 8.29 Intercambiadores de calor a microescala comunes: *a*) módulo de microcanales fabricado mediante un proceso de sinterizado láser; *b*) detalles del ensamble de la microestructura de un intercambiador de calor a microescala común, y *c*) intercambiador de calor para el enfriamiento de módulos de microchips.

Fuente: *a*) Cortesía de PennWell Corporation, *b*) detalle del ensamble de la microestructura de un microintercambiador de calor de flujo transversal hecho de acero inoxidable en el Institute for Micro Process Engineering, Karlsruhe Institute of Technology, Alemania, *c*) cortesía del Pacific Northwest National Laboratory.

coeficientes de transferencia de calor por convección altos en flujos a través de conductos de diámetro hidráulico muy pequeño [28]. Las aplicaciones de esos intercambiadores incluyen disipadores térmicos de microcanales, microintercambiadores de calor y microtubos de calor, utilizados en microelectrónica, electrónica aeronáutica, dispositivos médicos, sondas espaciales y satélites, entre otros [28-30] y en la figura 8.29 se muestran algunos ejemplos ilustrativos.

Para comprender la implicación de los microcanales en la transferencia de calor por convección, considere los flujos laminares de una fase. Debido al diámetro hidráulico muy pequeño D_h, cuyo tamaño puede variar de un milímetro a algunas micras, el flujo tiende a estar completamente desarrollado y de aquí que se caracterice por un número de Nusselt constante. Como resultado, el coeficiente de transferencia de calor dado por

$$h = \mathrm{Nu}\left(\frac{k}{D_h}\right)$$

aumentaría sustancialmente al disminuir el diámetro hidráulico. Esto lo exploró primero Tuckerman y Pease [30] para el enfriamiento microelectrónico y la explotación de microcanales con flujos de una y dos fases continua atrayendo una considerable atención para su investigación [28].

8.8 Comentarios finales

En este capítulo se estudió el diseño térmico de intercambiadores de calor en los que dos fluidos a temperaturas diferentes fluyen en espacios separados por una pared e intercambian calor por convección hacia y desde una pared, y por conducción a través de ella. Los intercambiadores de calor de ese tipo, que en ocasiones se denominan *recuperadores*, son con mucho los dispositivos de transferencia de calor más comunes e industrialmente más importantes. La configuración más común es el intercambiador de calor de coraza y tubos, para la que se presentaron dos métodos de análisis térmico: la LMTD (diferencia de temperatura media logarítmica) y el NTU

o método de la eficiencia. El primero es más conveniente cuando se especifican todas las temperaturas terminales y se tiene que determinar el área del intercambiador de calor, aunque el último se prefiere cuando el desempeño térmico o el área se conocen, especifican o se pueden estimar. Los dos métodos son útiles, pero es importante volver a enfatizar las suposiciones tan rigurosas sobre las que se fundamentan:

1. El coeficiente de transferencia de calor global U es uniforme sobre toda la superficie del intercambiador de calor.
2. Las propiedades físicas de los fluidos no varían con la temperatura.
3. Las correlaciones disponibles son satisfactorias para predecir los coeficientes de transferencia de calor individuales para determinar U.

La metodología de diseño actual suele basarse en valores promedio elegidos de manera adecuada. Cuando la variación espacial de U se puede pronosticar, el valor apropiado es un promedio del área, $\overline{U}$, dado por

$$\bar{U} = \frac{1}{A} \int_A U \, dA$$

La integración se puede efectuar numéricamente si es necesario, pero este enfoque deja el resultado final con un margen de error que es difícil de cuantificar. En el futuro, es probable que se ponga un énfasis mayor en el diseño asistido por computadora (CAD) y al lector se le sugiere que siga los desarrollos en esta área. Estas herramientas serán particularmente importantes en el diseño de condensadores y en el capítulo 10 se presenta información preliminar sobre este tema.

Además de los recuperadores, se utilizan otros dos tipos *genéricos* de intercambiadores de calor. En los dos tipos las corrientes de los fluidos caliente y frío ocupan el mismo espacio, un canal con o sin insertos sólidos. En un tipo, el *regenerator*, el fluido caliente y el frío pasan alternadamente sobre la misma superficie de transferencia de calor. En el otro tipo, ejemplificado por la *torre de enfriamiento*, los dos fluidos circulan a través del mismo pasaje simultáneamente y entran en contacto uno con otro de manera directa. Por tanto, estos tipos de intercambiadores con frecuencia se denominan *dispositivos de contacto directo*. En muchos intercambiadores de este tipo la transferencia de calor va acompañada por la transferencia simultánea de masa.

Los regeneradores de flujo periódico se han utilizado en la práctica sólo con gases. El regenerador consiste en uno o más pasajes de flujo que están parcialmente llenos ya sea con gránulos sólidos o bien con insertos de matriz metálica. Durante una parte del ciclo, los insertos almacenan energía interna conforme el fluido más caliente circula sobre sus superficies. Durante la otra parte del ciclo, se libera la energía interna conforme el fluido más frío pasa a través del regenerador y se calienta. Así pues, el calor se transfiere en un proceso periódico. La ventaja principal del regenerador es una eficiencia de transferencia de calor alta por peso y espacio unitarios. El problema principal es evitar fugas entre los fluidos caliente y frío a presiones elevadas. Los regeneradores se han utilizado con éxito como precalentadores en hornos Siemens-Martin o de fundición, en procesos de licuefacción de gas y en turbinas de gas.

Para estimaciones preliminares del tamaño del intercambiador de calor y de los parámetros de desempeño, con frecuencia es suficiente conocer el orden de magnitud del coeficiente global de transferencia de calor ante condiciones de servicio promedio. Los valores comunes de los coeficientes globales de transferencia de calor global recomendados para estimaciones preliminares se dan en la tabla 8.5.

TABLA 8.5 Coeficientes globales de transferencia de calor aproximados para estimaciones preliminares

Trabajo	Coeficiente global, *U* (Btu/h ft² °F)	(W/m² K)
Vapor a agua		
calentador instantáneo	400–600	2 270–3 400
calentador de tanque de almacenamiento	175–300	990–1 700
Vapor a aceite		
combustible pesado	10–30	57–170
combustible ligero	30–60	170–340
destilado de petróleo ligero	50–200	280–1 130
Vapor a soluciones acuosas	100–600	570–3 400
Vapor a gases	5–50	28–280
Agua a aire comprimido	10–30	57–170
Agua a agua, enfriadores con camisa de agua	150–275	850–1 560
Agua a aceite lubricante	20–60	110–340
Agua a vapores de aceite en condensación	40–100	220–570
Agua a alcohol en condensación	45–120	255–680
Agua a Freón-12 en condensación	80–150	450–850
Agua a amoniaco en condensación	150–250	850–1 400
Agua a solventes orgánicos, alcohol	50–150	280–850
Agua a Freón-12 en ebullición	50–150	280–850
Agua a gasolina	60–90	340–510
Agua a gasóleo o destilado	35–60	200–340
Agua a salmuera	100–200	570–1 130
Orgánicos ligeros a orgánicos ligeros	40–75	220–425
Orgánicos medios a orgánicos medios	20–60	110–340
Orgánicos pesados a orgánicos pesados	10–40	57–200
Orgánicos pesado a orgánicos ligeros	10–60	57–340
Petróleo crudo a gasóleo	30–55	170–310

Fuente: Adaptada de Mueller [31].

Para un resumen actualizado de temas especializados sobre el diseño y desempeño de intercambiadores de calor, incluyendo evaporación y condensación, vibraciones de intercambiadores de calor, intercambiadores de calor compactos, ensuciamiento de intercambiadores de calor y métodos de optimización del intercambio de calor, al lector se le sugiere consultar las obras de Shaw y Bell [32] y Hewitt [33].

Referencias

1. H. Hausen, *Heat Transfer in Counterflow, Parallel Flow and Cross Flow*, McGraw-Hill, Nueva York, 1983.
2. M. S. Bohn y L. W. Swanson, "A Comparison of Models and Experimental Data for Pressure Drop and Heat Transfer in Irrigated Packed Beds", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 34, pp. 2509-2519, 1991.
3. F. Kreith y R. F. Boehm, eds., *Direct Contact Heat Transfer*, Hemisphere, Nueva York, 1978.
4. J. Taborek, "*F* and Charts for Cross-Flow Arrangements", Section 1.5.3 in *Handbook of Heat Exchanger Design*, vol. 1, E. U. Schlünder, editor, Hemisphere, Washington, D.C., 1983.

5. O. L. Pierson, "Experimental Investigation of Influence of Tube Arrangement on Convection Heat Transfer and Flow Resistance in Cross Flow of Gases over Tube Banks", *Trans. ASME*, vol. 59, pp. 563-572, 1937.
6. T. Tinker, "Analysis of the Fluid Flow Pattern in Shell-and-Tube Heat Exchangers and the Effect Distribution on the Heat Exchanger Performance", *Inst. Mech. Eng., ASME Proc. General Discuss. Heat Transfer*, pp. 89-115, septiembre de 1951.
7. B. E. Short, "Heat Transfer and Pressure Drop in Heat Exchangers", Bull. 3819, Univ. of Texas, 1938. (Consulte también la revisión, Bull, 4324, junio de 1943).
8. D. A. Donohue, "Heat Transfer and Pressure Drop in Heat Exchangers", *Ind. Eng. Chem.*, vol. 41, pp. 2499-2511, 1949.
9. K. P. Singh y A. I. Soler, *Mechanical Design of Heat Exchangers*, ARCTURUS Publishers, Inc., Cherry Hill. NJ, 1984.
10. W. M. Kays y A. L. London, *Compact Heat Exchangers*, 3a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1984.
11. G. F. Hewitt, G. L. Shires y T. R. Bott, *Process Heat Transfer*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1994.
12. R. K. Shah y D. P. Sekulic, *Fundamentals of Heat Exchanger Design*, Wiley, Hoboken, NJ, 2003.
13. A. P. Fraas, *Heat Exchanger Design*, 2a. ed., Wiley, Hoboken, NJ, 1989.
14. L. Wang, B. Sundén y R. M. Manglik, *Plate Heat Exchangers: Design, Applications and Performance*, WIT Press, Southampton, UK, 2007.
15. W. J. Beek y K. M. K. Muttzall, *Transport Phenomena*, Wiley, Nueva York, 1975.
16. TEMA, *Standards of the Tubular Exchanger Manufacturers Association*, 7a. ed., Exchanger Manufacturers Association, Nueva York, 1988.
17. R. A. Bowman, A. C. Mueller y W. M. Nagle, "Mean Temperature Difference in Design", *Trans. ASME*, vol. 62, pp. 283-294, 1940.
18. W. Nusselt, "A New Heat Transfer Formula for Cross-Flow", *Technische Mechanik und Thermodynamik*, vol. 12, 1930.
19. H. Ten Broeck, "Multipass Exchanger Calculations", *Ind. Eng. Chem.*, vol. 30, pp. 1041-1042, 1938.
20. M. A. DiGiovanni y R. L. Webb, "Uncertainty in Effectiveness-NTU Calculations for Crossflow Heat Exchangers", *Heat Transfer Engineering*, vol. 10, pp. 61-70, 1989.
21. R. M. Manglik, "Heat Transfer Enhancement", en *Heat Transfer Handbook*, A. Behan y A. D. Kraus, editores, capítulo 14, Wiley, Hoboken, NJ, 2003.
22. A. E. Bergles, "Techniques to Enhance Heat Transfer", en *Handbook of Heat Transfer*, 3a. ed., W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett y Y. I. Cho, editores, capítulo 11, McGraw-Hill, Nueva York, 1998.
23. R. M. Manglik y A. E. Bergles, "Enhanced Heat and Mass Transfer in the New Millennium: A Review of the 2001 Literature", *Journal of Enhanced Heat Transfer*, vol. 11, núm. 2, pp. 87-118, 2004.
24. A. E. Bergles, M. K. Jensen y B. Shome, "Bibliography on Enhancement of Convective Heat and Mass Transfer", RPI Heat Transfer Laboratory, Rpt. HTL-23, 1995. Consulte también A. E. Bergles, V. Nirmalan, G.H. Junkhan y R. L. Webb, *Bibliography on Augmentation of Convective Heat and Mass Transfer-11*, Rept. HTL-31, ISU-ERI-Ames-84221, Iowa State University, Ames, Iowa, 1983.
25. R. M. Manglik y A. E. Bergles, "Swirl Flow Heat Transfer and Pressure Drop with Twisted-Tape Inserts", *Advances in Heat Transfer*, vol. 36, pp. 183-266, Academic Press, Nueva York, 2002.
26. R. L. Webb y N.-K. Kim, *Principles of Enhanced Heat Transfer*, Taylor & Francis, Boca Raton, FL, 2005.
27. J. G. Soland, W. M. Mack, Jr. y W. M. Rohsenow, "Performance Ranking of Plate-Fin Heat Exchange Surfaces", *J. Heat Transfer*, vol. 100, pp. 514-519, 1978.
28. C. B. Sobhan y G. P. "Bud" Peterson, *Microscale and Nanoscale Heat Transfer: Fundamentals and Engineering Applications,* CRC Press, Boca Raton, FL, 2008.
29. R. Sadasivam, R. M. Manglik y M. A. Jog, "Fully Developed Forced Convection Through Trapezoidal and Hexagonal Ducts", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 42, núm. 23, pp. 4321-4331, 1999.
30. D. B. Tuckerman y R. F. Pease, "High Performance Heat Sinking for VLSI", *IEEE Electron Device Letters*, vol. EDL-2, pp. 126-129, 1981.
31. A. C. Mueller, "Thermal Design of Shell-and-Tube-Heat Exchangers for Liquid-to-Liquid Heat Transfer", *Eng. Bull., Res. Ser. 121*, Purdue Univ. Eng. Exp. Stn., 1954.
32. R. K. Shaw y K. J. Bell, "Heat Exchangers", en F. Kreith, editor, *CRC Handbook of Thermal Engineering*, CRC Press, Boca Raton, FL, 2000.
33. G. F. Hewitt, editor, *Heat Exchanger Design Handbook*, Begell House, Nueva York, 1998.

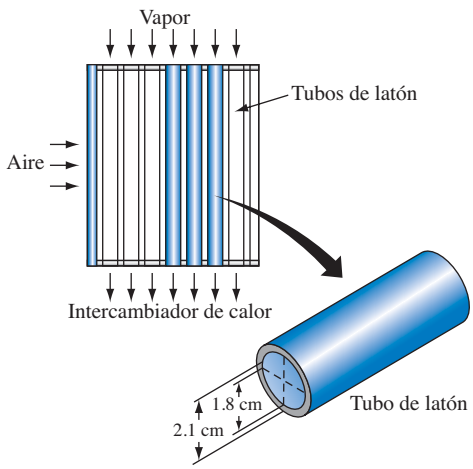
Problemas

Los problemas de este capítulo están organizados como se indica en la tabla siguiente:

Tema	Número de problema
Determinación del coeficiente global de transferencia	8.1–8.10
Diferencia de temperatura media logarítmica o método de la eficiencia, dado el coeficiente global de transferencia de calor	8.11–8.34
Diferencia de temperatura media logarítmica o método de la eficiencia, sin el coeficiente global de transferencia de calor	8.35–8.52
Intercambiadores de calor compactos	8.53–8.55

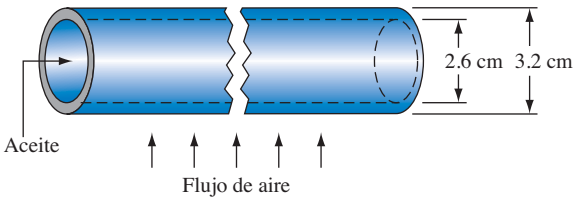
8.1 En un intercambiador de calor, como el que se muestra en la figura siguiente, fluye aire sobre tubos de latón de 1.8 cm de diámetro interior y 2.1 cm de diámetro exterior que contienen vapor. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en los lados del aire y del vapor de los tubos son 70 W/m^2 K y 210 W/m^2 K, respectivamente. Calcule el coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor *a*) con base en el área interna del tubo y *b*) con base en el área externa del tubo.

8.2 Repita el problema 8.1, pero suponga que se ha desarrollado un factor de ensuciamiento de 0.00018 m^2 K/W en el interior del tubo durante la operación del intercambiador.



Problema 8.1

8.3 Un aceite ligero fluye a través de un tubo de cobre de 2.6 cm de diámetro interior y 3.2 cm de diámetro exterior. Sobre el exterior del tubo fluye aire en sentido perpendicular, como se muestra en el bosquejo siguiente. El coeficiente de transferencia de calor por convección para el aceite es 120 W/m^2 K y para el aire es 35 W/m^2 K. Calcule el coeficiente global de transferencia de calor basado en el área exterior del tubo *a*) considerando la resistencia térmica del tubo y *b*) ignorando la resistencia del tubo.

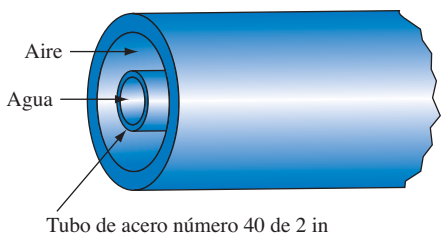


Problema 8.3

8.4 Repita el problema 8.3, pero suponga que se han desarrollado factores de ensuciamiento de 0.0009 m^2 K/W y 0.0004 m^2 K/W en el interior y exterior del tubo, respectivamente.

8.5 Por un tubo de aluminio fluye agua que se tiene que calentar por aire que fluye perpendicular al exterior del tubo. El diámetro interior del tubo es 1.85 cm y su diámetro exterior es 2.3 cm. El flujo másico del agua a través del tubo es 0.65 kg/s y la temperatura promedio del agua en el tubo es 30 °C. La velocidad de corriente libre y la temperatura ambiente del aire son 10 m/s y 120 °C, respectivamente. Estime el coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor empleando correlaciones apropiadas de capítulos anteriores. Establezca sus suposiciones.

8.6 Para calentar agua en un intercambiador de calor de doble tubo se utiliza agua caliente, como se muestra en el bosquejo siguiente. Si los coeficientes de transferencia de calor en el lado del agua y del aire son 100 Btu/h ft^2 y 10 Btu/h ft^2, respectivamente, calcule el coeficiente global de transferencia de calor basado en el diámetro exterior. El tubo del intercambiador de calor es de 2 in de acero cédula 40 (k = 54 W/m K) con agua en su interior. Exprese su respuesta en Btu/h ft^2 °F y en W/m^2 °C.



Problema 8.6

8.7 Repita el problema 8.6, pero suponga que con el tiempo se ha desarrollado un factor de ensuciamiento de 0.001 h ft²/°F Btu basado en el diámetro exterior del tubo.

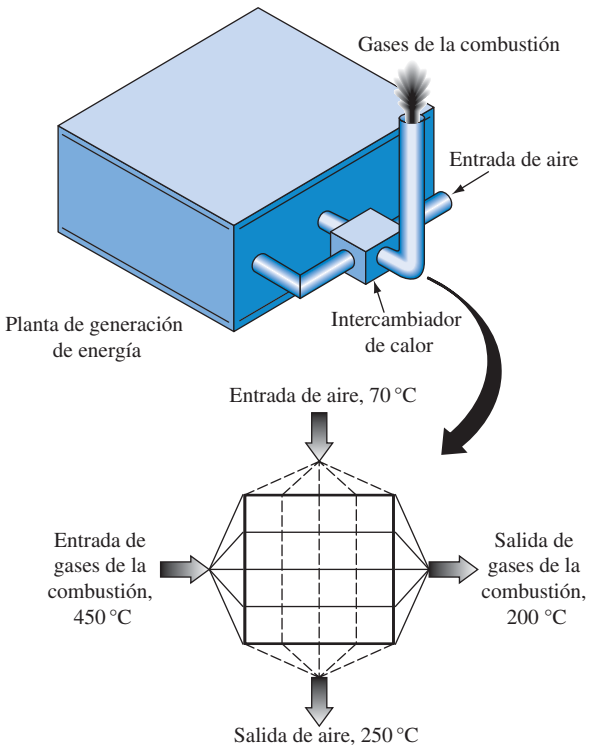
8.8 El coeficiente de transferencia de calor de un tubo de cobre (1.9 cm de diámetro interior y 2.3 cm de diámetro exterior) es de 500 W/m² K en el exterior, pero con el tiempo se ha desarrollado un depósito con un factor de ensuciamiento de 0.009 m² K/W (basado en el diámetro exterior del tubo). Calcule el aumento porcentual en el coeficiente global de transferencia de calor si se removiera el depósito.

8.9 En un intercambiador de calor de coraza y tubos con $\bar{h}_i = \bar{h}_o = 5600$ W/m² K y resistencia de pared insignificante, ¿en qué porcentaje cambiaría el coeficiente global de transferencia de calor (basado en el área exterior) si el número de tubos se duplicara? Los tubos tienen un diámetro exterior de 2.5 cm y un espesor de pared de 2 mm. Suponga que los flujos másicos en los tubos son constantes, que el efecto de la temperatura en las propiedades del fluido es insignificante y que el área de la sección transversal total de los tubos es pequeña comparada con el área de flujo de la coraza.

8.10 En un tubo de un condensador de 5/8 in núm. 18 BGW hecho de acero al cromo níquel ($k = 15$ Btu/h ft °F) fluye agua a 80 °F a un gasto de 5.43 gpm. El tubo tiene una longitud de 10 ft y su exterior se calienta por vapor en condensación a 120 °F. En estas condiciones el coeficiente de transferencia de calor en el lado del agua es 1750 Btu/h ft² °F. El coeficiente de transferencia de calor en el lado a vapor se puede tomar igual a 2000 Btu/h ft² °F. Sin embargo, en el interior del tubo se están formando incrustaciones con una conductancia térmica equivalente a 1000 Btu/h ft² °F. *a*) Calcule el coeficiente de transferencia de calor U por pie cuadrado de área superficial exterior después de la formación de las incrustaciones y *b*) calcule la temperatura de salida del agua.

8.11 En un intercambiador de calor se calienta agua con aire caliente. El flujo másico del agua es 12 kg/s y el del aire es 2 kg/s. El agua entra a 40 °C y el aire entra a 460 °C. El coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor es 275 W/m² K, con base en un área superficial de 14 m². Determine la eficiencia del intercambiador de calor si *a*) es de tipo de flujo paralelo o *b*) de tipo de flujo transversal (los dos fluidos no se mezclan). Luego calcule la tasa de transferencia de calor para los dos tipos de intercambiadores de calor descritos y las temperaturas de salida de los fluidos caliente y frío para las condiciones dadas.

8.12 Para precalentar aire en un intercambiador de calor de flujo transversal se utilizan los gases de la combustión de una planta de generación de energía. Los gases de la combustión entran al intercambiador de calor a 450 °C y salen a 200 °C. El aire entra al intercambiador de calor a 70 °C, sale a 250 °C y tiene un flujo másico de 10 kg/s. Suponga que las propiedades de los gases de la combustión se pueden aproximar por las del aire. El coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor es 154 W/m² K. Calcule el área superficial del intercambiador de calor necesaria si *a*) el aire está sin mezclar y los gases de la combustión están mezclados y *b*) los dos fluidos no están mezclados.

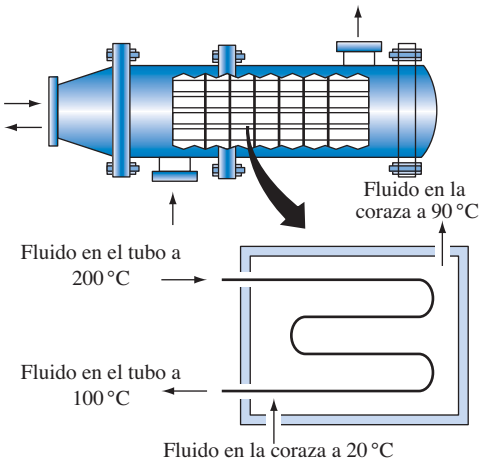


Esquema del intercambiador de calor

Problema 8.12

8.13 En el bosquejo siguiente se muestra un intercambiador de calor de coraza y tubos de un paso por la coraza y cuatro pasos por los tubos. El fluido en los tubos entra a 200 °C y sale a 100 °C. La temperatura del fluido entrante a la coraza es 20 °C y la temperatura del fluido saliente de la coraza es 90 °C. El coeficiente global de transferencia de calor basado en el área superficial de 12 m² es 300 W/m² K. Calcule la tasa de transferencia de calor entre los fluidos.

8.14 Para calentar agua en un intercambiador de calor de coraza y tubos de un paso por la coraza y dos pasos por los tubos se utiliza aceite ($c_p = 2.1$ kJ/kg K). El coeficiente de transferencia de calor global es 525 W/m² K. Los flujos másicos son 7 kg/s para el aceite y 10 kg/s para el agua. El aceite y el agua entran al intercambiador de calor a 240 y 20 °C, respectivamente. En el diseño del intercambiador de calor se tiene que considerar que el agua salga con una temperatura mínima de 80 °C. Calcule el área superficial de transferencia de calor necesaria para lograr esta temperatura.



Problema 8.13

8.15 Un intercambiador de calor de coraza y tubos con dos pasos por los tubos y un paso por la coraza se utiliza para calentar agua condensando vapor en la coraza. El gasto de agua es 15 kg/s y se calienta de 60 a 80 °C. El vapor se condensa a 140 °C y el coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor es 820 W/m² K. Si el intercambiador tiene 45 tubos con un diámetro exterior de 2.75 cm, calcule la longitud necesaria de los tubos.

8.16 Benceno que fluye a 12.5 kg/s se tiene que enfriar de manera continua de 82 a 54 °C mediante 10 kg/s de agua disponible a 15.5 °C. Consultando la tabla 8.5, calcule el área superficial requerida para: *a*) flujo transversal con seis pasos por los tubos y un paso por la coraza, sin mezcla de los fluidos y *b*) un intercambiador a contraflujo con un paso por la coraza y ocho pasos por los tubos, con el fluido más frío dentro de los tubos.

8.17 El agua que entra en un intercambiador de calor de coraza y tubos a 35 °C se calentará a 75 °C por un aceite. El aceite entra a 110 °C y sale a 75 °C. El intercambiador de calor está configurado para contraflujo con el agua pasando una vez por la coraza y el aceite pasando dos veces por los tubos. Si el flujo másico de agua es 68 kg por minuto y el coeficiente global de transferencia de calor se estima de la tabla 8.1 que es 320 W/m² K, calcule el área necesaria del intercambiador de calor.

8.18 Iniciando con un balance térmico, demuestre que la eficiencia de un intercambiador de calor para una configuración a contraflujo es

$$\mathscr{E} = \frac{1 - \exp[-(1 - C_{mín}/C_{máx})\text{NTU}]}{1 - (C_{mín}/C_{máx})\exp[-(1 - C_{mín}/C_{máx})\text{NTU}]}$$

8.19 En la coraza de un intercambiador de calor de coraza y tubos de dos pasos por la coraza y ocho pasos por los tubos, se calientan 100 000 lb/h de agua de 180 a 300 °F. Gases calientes de la combustión que tienen aproximadamente las mismas propiedades físicas que el aire entran a los tubos a 650 °F y salen a 350 °F. El área superficial total, basada en la superficie exterior del tubo, es 10 000 ft². Determine: *a*) la diferencia de temperatura media logarítmica si el intercambiador de calor es de tipo de contraflujo simple, *b*) el factor de corrección F para la configuración actual, *c*) la eficiencia del intercambiador de calor y *d*) el coeficiente global de transferencia de calor promedio.

8.20 En los recuperadores de turbinas de gas, los gases de la combustión se utilizan para calentar el aire de entrada y por tanto $C_{mín}/C_{máx}$ es aproximadamente igual a la unidad. Demuestre que para este caso $\mathscr{E} = \text{NTU}/(1 + \text{NTU})$ para contraflujo y $\mathscr{E} = (1/2)(1 - e^{-2\text{NTU}})$ para flujo paralelo.

8.21 En un intercambiador de calor a contraflujo de un paso, entran 4 536 kg/h de agua a 15 °C y enfrían 9 071 kg/h de un aceite que tiene un calor específico de 2093 J/kg °C de 93 a 65 °C. Si el coeficiente global de transferencia de calor es 284 W/m² °C, determine el área superficial necesaria.

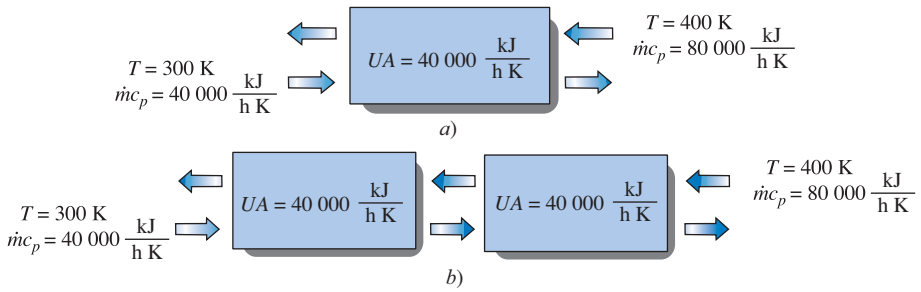
8.22 Un precalentador tubular de un paso calentado por vapor está diseñado para aumentar la temperatura de 45 000 lb/h de aire de 70 a 170 °F, utilizando vapor saturado a 375 psia. Se propone aumentar al doble el flujo másico de aire y a fin de poder utilizar el mismo intercambiador de calor y alcanzar el aumento de temperatura deseado, se propone aumentar la presión del vapor. Calcule la presión de vapor necesaria para las nuevas condiciones y haga un comentario sobre las características de diseño de la nueva configuración.

8.23 Por razones de seguridad, un intercambiador de calor funciona como se muestra en la figura *a*) de la página siguiente. Un ingeniero sugiere que sería conveniente aumentar al doble el área de transferencia de calor para incrementar al doble la tasa de transferencia de calor. En la sugerencia se propone agregar un segundo intercambiador de calor idéntico al primero, como se muestra en la figura *b*). Evalúe esta propuesta, es decir, demuestre si la tasa de transferencia de calor sería del doble.

8.24 En un intercambiador de calor a contraflujo de un paso, 10 000 lb/h de agua entran a 60 °F y enfrían 20 000 lb/h de un aceite que tiene un calor específico de 0.50 Btu/lb °F de 200 a 150 °F. Si el coeficiente global de transferencia es 50 Btu/h ft² °F, determine el área superficial necesaria.

8.25 Determine la temperatura de salida del aceite del problema 8.24 para las mismas temperaturas iniciales del fluido si la configuración de flujo es de un paso por la coraza y dos pasos por los tubos. El área total y el coeficiente global de transferencia de calor promedio son los mismos que para la unidad en el problema 8.24.

8.26 Se utilizará dióxido de carbono a 427 °C para calentar 12.6 kg/s de agua presurizada de 37 a 148 °C mientras la temperatura del gas disminuye a 204 °C. Para un coeficiente global de transferencia de calor de 57 W/m² K, calcule el área requerida del intercambiador en pies cuadrados para: *a*) flujo paralelo, *b*) contraflujo, *c*) un intercambiador de corriente invertida 2-4 y *d*) flujo transversal con el gas mezclado.



Problema 8.23

8.27 Para una planta de energía se va a adquirir un economizador. La unidad tiene que ser lo suficientemente grande para calentar 7.5 kg/s de agua presurizada de 71 a 182 °C. Se dispone de 26 kg/s de gases de la combustión (c_p = 1000 J/kg K) a 426 °C. Estime: *a*) la temperatura de salida de los gases de la combustión y *b*) el área de transferencia de calor requerida para una configuración a contraflujo si el coeficiente global de transferencia de calor es 57 W/m² K.

8.28 Se calienta agua que fluye a través de un tubo mediante vapor que se condensa en el exterior del tubo. *a*) Suponiendo un coeficiente global de transferencia de calor a lo largo del tubo, deduzca una expresión para la temperatura del agua como una función de la distancia desde la entrada. *b*) Para un coeficiente global de transferencia de calor de 570 W/m² K basado en el diámetro interior de 5 cm, una temperatura de vapor de 104 °C y un flujo másico de agua de 0.063 kg/s, calcule la longitud requerida para aumentar la temperatura del agua de 15.5 a 65.5 °C.

8.29 En un tubo condensador de 5/8 in núm. 18 BWG de acero al níquel cromo (k = 15 Btu/h ft °F) entra agua a un gasto de 5.43 gpm y a una temperatura de 80 °F. El tubo tiene una longitud de 10 ft y su exterior se calienta mediante vapor que se condensa a 120 °F. En estas condiciones el coeficiente de transferencia de calor promedio en el lado del agua es 1 750 Btu/h ft² y el coeficiente de transferencia de calor en el lado del vapor se puede tomar igual a 2 000 Btu/h ft² °F. Sobre el interior del tubo, sin embargo, se ha formado un depósito que tiene una conductividad térmica equivalente a 1 000 Btu/h ft² °F. *a*) Calcule el coeficiente global de transferencia de calor U por pie cuadrado de área superficial exterior. *b*) Calcule la temperatura de salida del agua.

8.30 Se propone precalentar el agua para una caldera utilizando gases de la combustión de la chimenea de la caldera. Se tiene disponibilidad de los gases de la combustión a un flujo másico de 0.25 kg/s a 150 °C, con un calor específico de 1 000 J/kg K. El agua entrante al intercambiador a 15 °C a un flujo de 0.05 kg/s se calentará a 90 °C. El intercambiador de calor será de tipo de corriente invertida con un paso por la coraza y cuatro pasos por los tubos. El agua fluye dentro de los tubos, que son de cobre (diámetro interior de 2.5 cm, diámetro exterior de 3.0 cm). El coeficiente de transferencia de calor en el lado del gas es 115 W/m² K, en tanto que el coeficiente de transferencia de calor en el lado del agua es 1 150 W/m² K. La formación de incrustaciones en el lado del agua ofrece una resistencia térmica adicional de 0.002 m² K/W. *a*) Determine el coeficiente global de transferencia de calor basado en el diámetro exterior del tubo. *b*) Determine la diferencia de temperatura media apropiada del intercambiador de calor. *c*) Estime la longitud requerida del tubo. *d*) ¿Cuál será la temperatura de salida y la eficiencia si el gasto de agua se duplica, dando un coeficiente de transferencia de calor de 1 820 W/m² K?

8.31 Se calentará agua de 10 a 30 °C a un flujo másico de 300 kg/s mediante vapor a presión atmosférica en un intercambiador de calor de un paso por la coraza y los tubos que consiste en tubos de acero cédula 40 de 1 in. El coeficiente superficial en el lado del vapor se estima que es de 11 350 W/m² K. Se dispone de una bomba que puede suministrar la cantidad deseada de agua siempre que la caída de presión a través de los tubos no sobrepase 15 psi. Calcule el número de tubos en paralelo y la longitud de cada tubo necesaria para operar el intercambiador de calor con la bomba disponible.

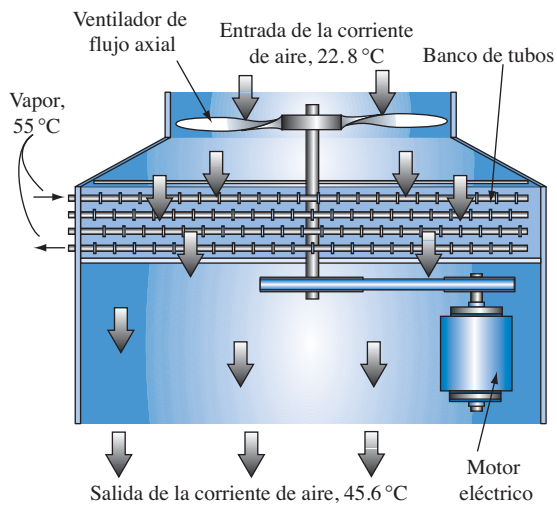
8.32 Se enfriará agua que fluye con un flujo másico de 12.6 kg/s de 90 a 65 °C mediante un gasto igual de agua fría que entra a 40 °C. La velocidad del agua será tal que el coeficiente global de transferencia de calor U es 2300 W/m² K. Calcule el área superficial del intercambiador de calor (en metros cuadrados) necesaria para cada una de las configuraciones siguientes: *a*) flujo paralelo, *b*) contraflujo, *c*) intercambiador de calor de pasos múltiples con el agua caliente pasando una vez a través de una coraza bien equilibrada y el agua fría pasando dos veces a través de los tubos y *d*) un intercambiador de calor de flujo transversal con los dos lados sin mezclar.

8.33 El agua que pasa a un flujo másico de 10 kg/s a través de un intercambiador de calor de coraza y tubos, que tiene 50 tubos y es de doble pasada, calienta aire que fluye a través del lado de la coraza. La longitud de los tubos de latón es 6.7 m y tienen un diámetro exterior de 2.6 cm y un diámetro interior de 2.3 cm. El coeficiente de transferencia de calor del agua y del aire son 470 W/m² K y 210 W/m² K, respectivamente, el aire entra en la coraza a una temperatura de 15 °C y a un flujo másico de 16 kg/s. La temperatura del agua al entrar en los tubos es 75 °C. Calcule: *a*) la eficiencia del intercambiador de calor, *b*) la tasa de transferencia de calor al aire y *c*) la temperatura de salida del aire y el agua.

8.34 En la figura siguiente se muestra un condensador de vapor de baja presión enfriado por aire. El banco de tubos es de cuatro filas de profundidad en la dirección del flujo de aire y hay un total de 80 tubos. Los tubos tienen un diámetro interior de 2.2 cm y un diámetro exterior de 2.5 cm, con una longitud de 9 m y disponen de aletas circulares en su exterior. El área del tubo más la de las aletas es 16 veces la del tubo desnudo, es decir, el área de las aletas es 15 veces el área del tubo desnudo (ignore la superficie del tubo cubierta por las aletas). La eficiencia de las aletas es 0.75. El aire fluye más allá del exterior de los tubos. En un día particular el aire entra a 22.8 °C y sale a 45.6 °C. El flujo másico de aire es 3.4×10^5 kg/h.

La temperatura del vapor es 55 °C y tiene un coeficiente de condensación de 10^4 W/m^2 K. El coeficiente de ensuciamiento en el lado del vapor es 10^4 W/m^2 K. La conductancia de la pared del tubo por área unitaria es 10^5 W/m^2 K. La resistencia de ensuciamiento en el lado del aire es insignificante. El coeficiente de transferencia de calor pelicular en el lado del aire es 285 W/m^2 K (observe que este valor se corrigió para el número de filas transversales de tubos). *a*) ¿Cuál es la diferencia de temperatura media logarítmica entre las dos corrientes? *b*) ¿Cuál es la tasa de transferencia de calor? *c*) ¿Cuál es la tasa de condensación de vapor? *d*) Estime la tasa de condensación de vapor si no hubiera aletas.

8.35 Diseñe (es decir, determine el área global y una configuración apropiada de los pasos por la coraza y los tubos) un calentador tubular de agua de suministro que pueda calentar 2300 kg/h de agua de 21 a 90 °C. Se dan las especificaciones siguientes: *a*) vapor saturado a una presión de 920 kPa absoluta se condensa en la superficie exterior de los tubos, *b*) el coeficiente de transferencia de calor en el lado del vapor es 6 800 W/m^2 K, *c*) los tubos están hechos de cobre con un diámetro exterior de 2.5 cm y un diámetro interior de 2.3 cm y tienen una longitud de 2.4 m y *d*) la velocidad del agua es 0.8 m/s.



Problema 8.34

8.36 Dos ingenieros discuten acerca de la eficiencia de un intercambiador de calor de pasos múltiples por los tubos comparada con la de un intercambiador similar con un paso por los tubos. Smith afirma que para un número de tubos y tasa de transferencia de calor dadas, se requiere más área en un intercambiador de calor de dos pasos que en uno de un paso, debido a que la diferencia de temperatura efectiva es menor. Por otro lado, Jones afirma que puesto que la velocidad en el lado de los tubos y de aquí el coeficiente de transferencia de calor son mayores, se necesita menos área en un intercambiador de calor de dos pasos.

Con las condiciones dadas a continuación, ¿cuál ingeniero está en lo correcto? ¿Cuál caso recomendaría o qué cambios recomendaría efectuar en el intercambiador?

Especificaciones del intercambiador:
200 pasos por los tubos en total
Tubos de cobre de 1 pulgada de diámetro exterior, 16 BWG

Fluido en el lado de los tubos:
agua entrante a 16 °C y saliente a 28 °C, a un gasto de 225000 kg/h

Fluido en el lado de la coraza:
Mobiltherm 600, entrante a 50 °C y saliente a 33 °C
coeficiente en el lado de la coraza = 1700 W/m^2 K

8.37 Para condensar vapores orgánicos se utiliza un intercambiador horizontal de coraza y tubos. Los vapores orgánicos se condensan en el exterior de los tubos, en tanto que se utiliza agua como medio de enfriamiento en el interior de los tubos. Los tubos del condensador son de 1.9 cm de diámetro exterior, 1.6 cm de diámetro interior y tienen una longitud de 2.4 m. Hay un total de 768 tubos. El agua pasa cuatro veces a través del intercambiador de calor.

Los datos de prueba obtenidos cuando la unidad se puso en servicio por primera vez son:

gasto de agua = 3700 litros/min
temperatura de entrada del agua = 29 °C
temperatura de salida del agua = 49 °C
temperatura de condensación de los vapores orgánicos = 118 °C

Después de tres meses de operación, se efectuó otra prueba en las mismas condiciones que la primera (es decir, mismo gasto de agua, temperatura de entrada y misma temperatura de condensación) que mostró que la temperatura de salida del agua fue de 46 °C. *a*) ¿Cuál es la velocidad del fluido (agua) en el lado de los tubos? *b*) ¿Cuál es la eficiencia, $\mathscr{E}$, del intercambiador en el momento de la primera y la segunda prueba? c) Suponiendo que no hay cambios en el coeficiente de transferencia de calor interior o en el coeficiente de condensación, que el ensuciamiento en el lado de la coraza es insignificante y que no hubo ensuciamiento al momento de la primera prueba, estime el coeficiente de ensuciamiento en el lado de los tubos al momento de la segunda prueba.

8.38 Para enfriar 200 000 lb/h (25.2 kg/s) de agua de 100 °F (38 °C) a 90 °F (32 °C) se utiliza un intercambiador de calor de coraza y tubos. El intercambiador es de un paso por la coraza y dos pasos por los tubos. El agua caliente fluye a través de los tubos y el agua de enfriamiento fluye a través de la coraza. El agua de enfriamiento entra a 75 °F (24 °C) y sale a 90 °F. El coeficiente de transferencia de calor en el lado de la coraza (exterior) se estima que es de 1000 Btu/h ft^2 °F (5678 W/m^2 K). Las especificaciones de diseño requieren que la caída de presión a través de los tubos esté tan cercana a 2 psi (13.8 kPa) como sea posible, que los tubos sean de cobre núm. 18 BWG (espesor de pared de 1.24 mm) y que cada paso sea de 16 pies (4.9 m) de longitud. Suponga que las pérdidas de presión en la entrada y la salida son iguales a 1 y 0.5 de la carga de velocidad ($\rho U^2/2g_c$), respectivamente. Con estas especificaciones, ¿cuál es el diámetro del tubo y cuántos tubos se necesitan?

8.39 Para calentar 27000 kg/h de agua antes de enviarla a un sistema de reacción se utilizará un intercambiador de calor de coraza y tubos con las características siguientes. Se dispone de vapor saturado a una presión de 2.36 atm absoluta como el medio de calentamiento y se condensará sin subenfriamiento en el exterior de los tubos. Por experiencia anterior, el coeficiente de condensación en el lado del vapor se puede suponer que es constante e igual a 11300 W/m^2 K. Si el agua entra a 16 °C, ¿a qué temperatura saldrá del intercambiador? Utilice estimaciones razonables de los coeficientes de ensuciamiento.

Especificaciones del intercambiador de calor:

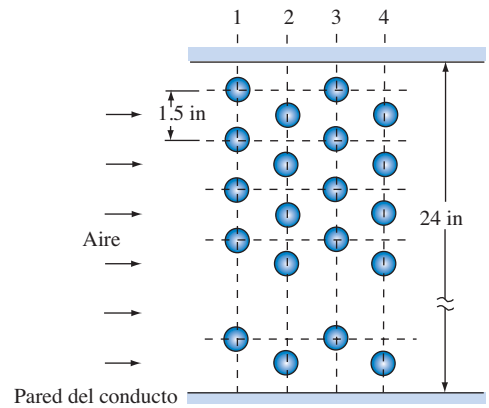
Tubos: diámetro exterior de 2.5 cm, diámetro interior de 2.3 cm, tubos de cobre horizontales en seis filas verticales
longitud de los tubos = 2.4 m
número total de tubos = 52
número de pasos en el lado de los tubos = 2

8.40 Determine el tamaño apropiado de un intercambiador de calor de coraza y tubos de dos pasos por los tubos y un paso por la coraza, para calentar 70 000 lb/h (8.82 kg/s) de etanol puro de 60 a 140 °F (15.6 a 60 °C). El medio de calentamiento es vapor saturado a 22 psia (152 kPa) que se condensa en el exterior de los tubos con un coeficiente de condensación de 15000 W/m^2 K. Cada paso del intercambiador consta de 50 tubos de cobre con diámetro exterior de 0.75 in (1.91 cm) y espesor de pared de 0.083 in (0.211 cm). Para el dimensionamiento, suponga que el área de la sección transversal del tubo colector por pasada es del doble del área de la sección transversal interior del tubo. Se espera que el etanol ensucie el interior de los tubos con un coeficiente de ensuciamiento de 1 000 Btu/h ft^2 °F (5678 W/m^2 K). Después de conocer el tamaño del intercambiador de calor, es decir, la longitud de los tubos, estime la caída de la presión friccional utilizando un coeficiente de pérdida en la entrada de la unidad. Luego estime la potencia de bombeo necesaria con una eficiencia de la bomba de 60% y el costo de bombeo por año a un costo de $0.10 por kWh.

8.41 Se utiliza un regenerador de contraflujo en una planta de energía de turbinas de gas para calentar el aire antes de que entre en la cámara de combustión. El aire sale del compresor a una temperatura de 350 °C. Los gases de la combustión salen de la turbina a 700 °C. Los flujos másicos del aire y del gas son de 5 kg/s. Tome el c_p del aire y gas que sea igual a 1.05 kJ/kg K. Determine el área de transferencia de calor necesaria como una función de la eficiencia del regenerador si el coeficiente global de transferencia de calor es 75 W/m^2 K.

8.42 Determine los requerimientos del área de transferencia de calor del problema 8.41 si se utiliza: *a*) un intercambiador de calor de coraza y tubos 1-2 (un paso por la coraza y dos pasos por los tubos), *b*) flujo transversal sin mezclar y *c*) un intercambiador de calor de flujo paralelo.

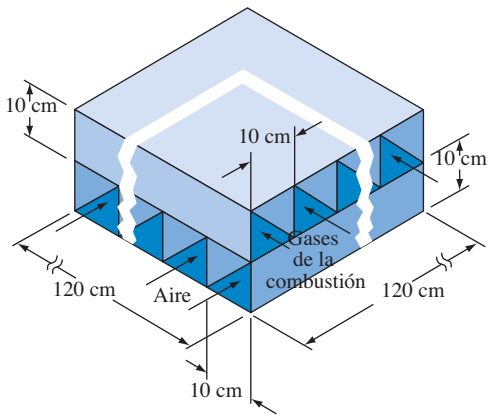
8.43 Un calentador para espacios pequeños está construido de tubos de latón de 1/2 in, calibre 18 y 2 ft de longitud. Los tubos están configurados en triángulos equiláteros escalonados con distancias centro a centro de $1\frac{1}{2}$ in, con cuatro filas de 15 tubos cada una. Un ventilador sopla 2000 ft^3/min de aire a presión atmosférica a 70 °F de manera uniforme sobre los tubos (consulte el bosquejo siguiente). Estime: *a*) la tasa de transferencia de calor, *b*) la temperatura de salida del aire y *c*) la tasa de condensación de valor, suponiendo que vapor saturado a 2 psia dentro de los tubos es la fuente de calor. Establezca sus suposiciones. Resuelva los incisos *a*), *b*) y *c*) de este problema mediante dos métodos: primero utilice la LMTD, que requiere una solución gráfica de prueba y error, después aplique el método de la eficiencia.



Problema 8.43

8.44 Para la recuperación de energía de los gases de la combustión de un motor propulsado por una turbina se considera un intercambiador de calor de flujo transversal de un paso por los tubos. El intercambiador de calor está construido de placas planas que forman un patrón similar al del embalaje de huevos, como se muestra en el bosquejo siguiente. Las velocidades del aire entrante

(10 °C) y de los gases de la combustión (425 °C) son iguales a 61 m/s las dos. Suponiendo que las propiedades de los gases de la combustión son iguales a la del aire, estime el coeficiente global de transferencia de calor U para una longitud de trayectoria de 1.2 m, ignorando la resistencia térmica de la pared metálica intermedia. Luego determine la temperatura de salida del aire, comente sobre la factibilidad del diseño propuesto y si es posible, sugiera mejoras. Establezca sus suposiciones.



Problema 8.44

8.45 Para calentar un aceite de 80 a 180 °C se diseñará un intercambiador de calor de contraflujo de coraza y tubos. El intercambiador de calor es de dos pasos por los tubos y un paso por la coraza. El aceite pasará a través de tubos de $1\frac{1}{2}$ in cédula 40 a una velocidad de 200 ft/min y el vapor se condensará a 215 °F en el exterior de los tubos. El calor específico del aceite es 0.43 Btu/lb °F y su densidad másica es 58 lb/ft^3. El coeficiente de transferencia de calor en el lado del vapor es aproximadamente de 1 800 Btu/h ft^2 °F y la conductividad térmica del metal de los tubos es 17 Btu/h ft °F. Los resultados de experimentos anteriores de los coeficientes de transferencia de calor en el lado del aceite para el mismo tamaño del tubo y a la misma velocidad que los que se emplearán en el intercambiador son:

ΔT (°F)	135	115	95	75	35	—
T_{aceite} (°F)	80	100	120	140	160	180
h_{cl} (Btu/h ft^2 °F)	14	15	18	25	45	96

a) Determine el coeficiente global de transferencia de calor U basado en el área superficial exterior en el punto donde el aceite está a 100 °F. *b*) Determine la temperatura de la superficie interior del tubo cuando la temperatura del aceite es 100 °F. *c*) Determine la longitud necesaria del paquete de tubos.

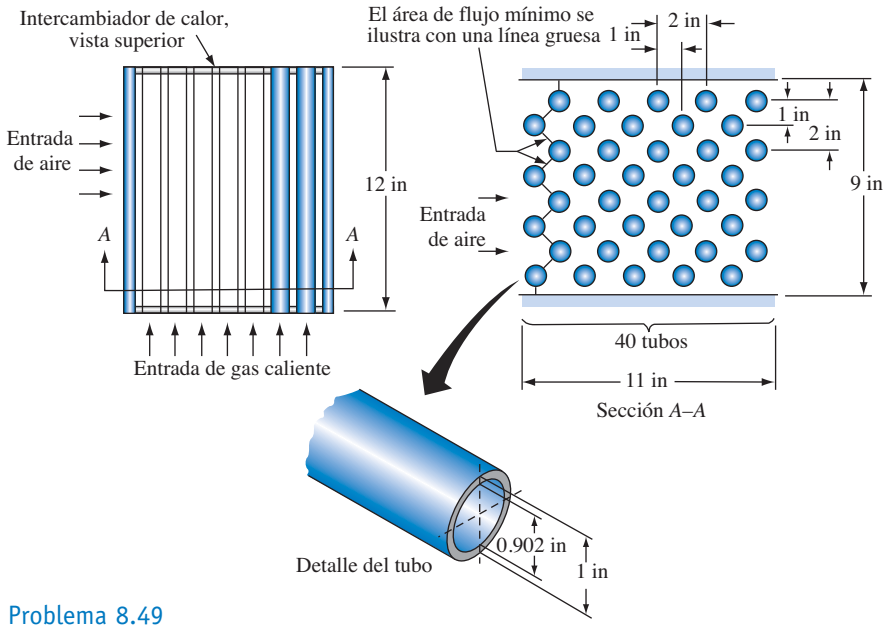
8.46 Un intercambiador de calor de coraza y tubos en una planta de amoniaco precalienta 1 132 m^3 de nitrógeno a presión atmosférica por hora de 21 a 65 °C utilizando vapor condensándose a 138 000 N/m^2. Los tubos en el intercambiador de calor tienen un diámetro interior de 2.5 cm. Con objeto de cambiar de la síntesis de amoniaco a la síntesis de metanol, se utilizará el mismo intercambiador de calor para precalentar monóxido de carbono de 21 a 77 °C, utilizando vapor condensándose a 241 000 N/m^2. Calcule el gasto que se puede anticipar con este intercambiador de calor en kilogramos de monóxido de carbono por segundo.

8.47 En una planta industrial un intercambiador de calor de coraza y tubos calienta agua sucia presurizada a un gasto de 38 kg/s de 60 a 110 °C mediante vapor condensándose a 115 °C en el exterior de los tubos. El intercambiador de calor tiene 500 tubos de acero (diámetro interior = 1.6 cm, diámetro exterior = 2.1 cm) en un paquete de tubos que tiene una longitud de 9 m. El agua fluye a través de los tubos mientras el vapor se condensa en la coraza. Se puede suponer que la resistencia térmica de las incrustaciones en la pared interior de los tubos no se altera cuando el flujo másico se aumenta y que los cambios en las propiedades del agua con la temperatura son insignificantes, estime: *a*) el coeficiente de transferencia de calor en lado del agua y *b*) la temperatura de salida del agua sucia si su gasto másico se duplica.

8.48 En un intercambiador de calor de contraflujo con tubos concéntricos se calentará benceno (gravedad específica = 0.86) de 30 a 90 °C. En un diseño tentativo la velocidad del benceno a través del tubo interior (diámetro interior = 2.7 cm, diámetro exterior = 3.3 cm) se puede tomar igual a 8 m/s. Para el calentamiento se dispone de vapor saturado de un proceso a 1.38×10^6 N/m^2. Se proponen dos métodos para utilizar este vapor: *a*) pasar el vapor del proceso directamente a través de la región anular del intercambiador; esto requerirá que el intercambiador se diseñe para la alta presión; *b*) reducir el vapor adiabáticamente a 138 000 N/m^2 antes de pasarlo a través del calentador. En los dos casos la operación se controlará de manera que el vapor saturado entre y el agua saturada salga del calentador. Como una aproximación, suponga en los dos casos que el coeficiente de transferencia de calor para el vapor en condensación permanece constante en 12 800 W/m^2 K, que la resistencia térmica de la pared del tubo es insignificante y que la caída de presión del vapor es despreciable. Si el diámetro interior del tubo exterior es 5 cm, calcule el flujo másico del vapor (kg/s por tubo) y la longitud del calentador requerida para cada configuración.

8.49 Calcule el coeficiente global de transferencia de calor y la tasa de flujo de calor de los gases calientes al aire frío en el banco de tubos de flujo transversal del intercambiador de calor que se muestra en la ilustración siguiente. Se dan las condiciones de operación siguientes:

flujo másico de aire = 3 000 lb/h
flujo másico de gas caliente = 5 000 lb/h
temperatura de los gases calientes entrando en el intercambiador = 1 600 °F
temperatura del aire frío entrando al intercambiador = 100 °F
Los dos gases están aproximadamente a presión atmosférica.



Problema 8.49

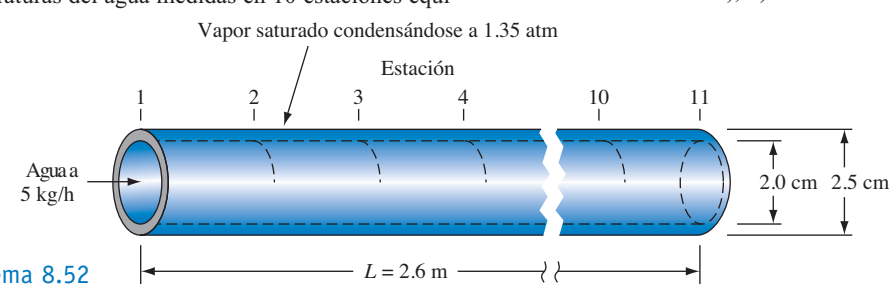
8.50 Un aceite que tiene un calor específico de 2 100 J/kg K entra en un enfriador de aceite a 82 °C a un flujo másico de 2.5 kg/s. El enfriador es una unidad en contraflujo con agua como el refrigerante; el área de transferencia es 28 m^2 y el coeficiente global de transferencia de calor es 570 W/m^2 K. El agua entra en el intercambiador a 27 °C. Determine el gasto de agua necesario si el aceite tiene que salir del enfriador a 38 °C.

8.51 Mientras fluye a un gasto de 1.25 kg/s en un intercambiador de calor en contraflujo simple, aire seco se enfría de 65 a 38 °C mediante aire frío que entra a 15 °C y fluye a un gasto de 1.6 kg/s. Se planea alargar el intercambiador de calor tal que se puedan enfriar 1.25 kg/s de aire de 65 a 26 °C con una corriente de aire a contraflujo a 1.6 kg/s entrando a 15 °C. Suponiendo que el calor específico del aire es constante, calcule la relación de la longitud del nuevo intercambiador de calor a la longitud del original.

8.52 En la superficie exterior de un tubo de cobre de 2.6 m de longitud se condensa vapor saturado a 1.35 atm, que calienta 5 kg/h de agua fluyendo en el tubo. Las temperaturas del agua medidas en 10 estaciones equidistantes a lo largo de la longitud del tubo (consulte el bosquejo siguiente) son:

Estación	Temp °C
1	18
2	43
3	57
4	67
5	73
6	78
7	82
8	85
9	88
10	90
11	92

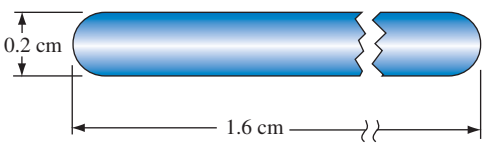
Calcule: *a*) el coeficiente global de transferencia de calor U_o basado en el área exterior del tubo, *b*) el coeficiente de transferencia de calor promedio en el lado del agua h_w (suponga que el coeficiente en el lado del vapor h_s es 11 000 W/m^2 K), *c*) el coeficiente de transferencia



Problema 8.52

de calor local U_x basado en el área exterior del tubo para cada una de las 10 secciones entre estaciones de temperatura y *d*) los coeficientes locales en el lado del agua h_{wx} para cada una de las 10 secciones. Trace todos los elementos contra la longitud del tubo. Las dimensiones del tubo son diámetro interior = 2 cm, diámetro exterior = 2.5 cm. La estación de temperatura 1 se localiza en la entrada del tubo y la estación 11 a la salida del tubo.

8.53 Calcule el coeficiente de transferencia de calor en el lado del agua y la caída de presión del refrigerante por longitud unitaria de tubo para el núcleo de un enfriador interno compacto de aire a agua para una planta de una turbina de gas de 5 000 hp. El agua fluye dentro de un tubo aplanado de aluminio que tiene la sección transversal siguiente:



Problema 8.53

El diámetro interior del tubo antes de que se aplanara era de 0.485 in (1.23 cm) con un espesor de pared (*t*) de 0.01 in (0.025 cm). El agua entra al tubo a 60 °F (15.6 °C) y sale a 80 °F (26.7 °C) a una velocidad de 4.4 ft/s (1.34 m/s).

8.54 Se diseñará un intercambiador de calor compacto de aire a agua para que funcione como enfriador interno para una planta de una turbina de gas de 5 000 hp. El intercambiador debe cumplir con las especificaciones de desempeño de transferencia de calor y de caída de presión siguientes:

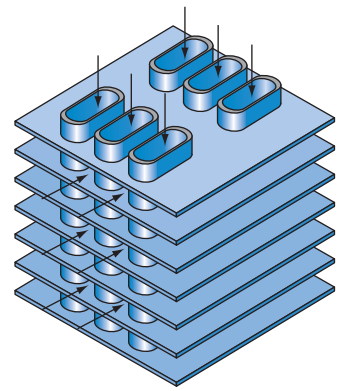
Condiciones de operación en el lado del aire:

Flujo másico:	200 000 lb/h	(25.2 kg/s)
temperatura de entrada	720 °R	(400 K)
temperatura de salida	540 °R	(300 K)
presión de entrada (p_1)	29.7 psia	(2.05×10^5 N/m^2)
relación de caída de presión	($\Delta p/p_1$)	7.6%

Condiciones de operación en el lado del agua:

gasto:	400 000 lb/h	(50.4 kg/s)
temperatura de entrada	520°R	(289 K)

El intercambiador tendrá una configuración de flujo transversal con los dos fluidos sin mezclar. La superficie del intercambiador de calor propuesta para el intercambiador consiste en tubos aplanados con aletas de aluminio continuas, especificadas como una superficie 11.32-0.737-SR en Kays y London [10]. El esquema del intercambiador de calor es el siguiente:



Problema 8.54

La transferencia de calor medida y las características de fricción para esta superficie del intercambiador se muestran en la figura de la página siguiente.

Los detalles geométricos de la superficie propuesta son:

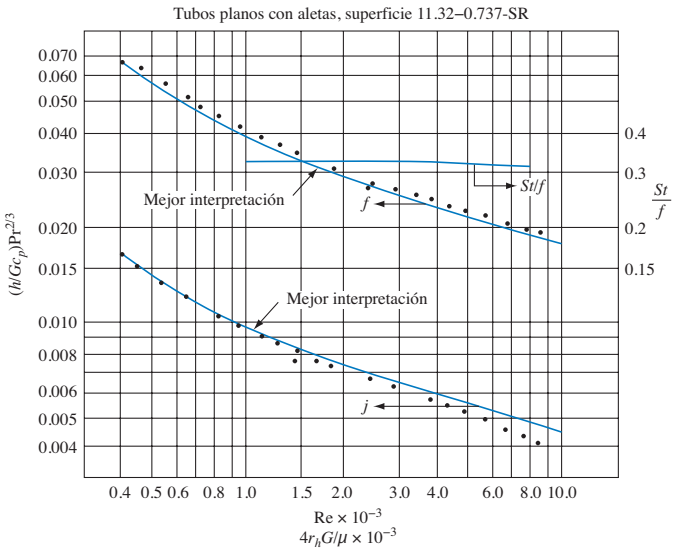
Lado del aire: radio hidráulico del pasaje de flujo (r_h) = 0.00288 ft (0.0878 cm)
área de transferencia total/volumen total (α_{aire}) = 270 ft^2/ft^3 (886 m^2/m^3)
área de flujo libre/área frontal (σ) = 0.780
área de aletas/área total (A_f/A) = 0.845
espesor de las aletas metálicas (t) = 0.00033 ft (0.0001 m)
longitud de las aletas ($\frac{1}{2}$distancia entre los tubos, L_f) = 0.225 in (0.00572 m)

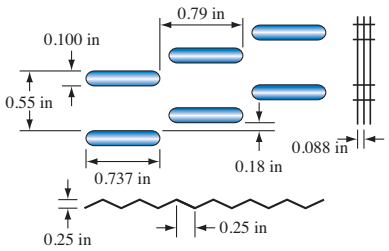
Lado del agua: tubos: especificaciones dadas en el problema 8.53
área de transferencia en el lado del agua/volumen total (α_{H_2O}) = 42.1 ft^2/ft^3

En el diseño se debe especificar el tamaño del núcleo, el área frontal de flujo de aire y la longitud de flujo. La velocidad del agua dentro de los tubos es 4.4 ft/s (1.34 m/s). Consulte el problema 8.53 para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor en el lado del agua.

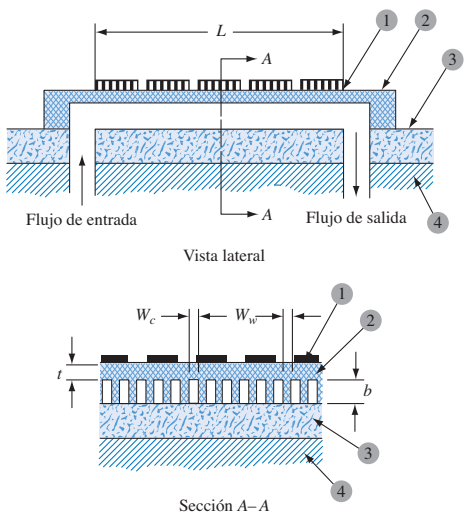
Notas: (i) El área de flujo libre se define tal que la velocidad másica, G, es el flujo másico de aire por área unitaria de flujo; (ii) la caída de presión en el núcleo está dada por $\Delta p = fG^2L/2\rho r_h$ donde L es la longitud del núcleo en la dirección del flujo de aire; (iii) la longitud de las aletas, L_f, se define de manera que $L_f = 2A/P$ donde A es el área de la sección transversal de las aletas para la conducción de calor y P es el perímetro efectivo de las aletas.

8.55 Los intercambiadores de calor compactos con microcanales se pueden utilizar para enfriar dispositivos microelectrónicos de flujo térmico alto. El bosquejo siguiente muestra una vista esquemática de un disipador térmico con microcanales común. Las técnicas de microfabricación también se pueden se pueden aplicar





Problema 8.54



1. Elementos de un circuito integrado formando la fuente de calor superficial
2. Disipador térmico de microcanales
3. Placa de cubierta
4. Bloque de distribución

Problema 8.55

para producir canales y aletas de aluminio con las dimensiones siguientes:

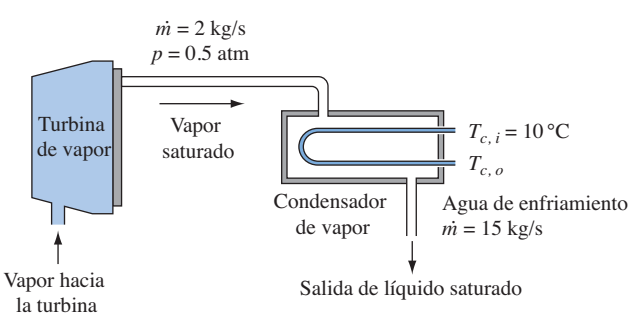
$w_c = w_w = 50\ \mu m$
$b = 200\ \mu m$
$L = 1.0$ cm
$t = 100\ \mu m$

Suponiendo que hay un total de 100 aletas y que agua a 30 °C se utiliza como el medio de enfriamiento a un número de Reynolds de 2000, estime: *a*) el flujo másico de agua a través de todos los canales, *b*) el número de Nusselt, *c*) el coeficiente de transferencia de calor, *d*) la resistencia térmica efectiva entre los elementos del circuito integrado que forman la fuente de calor y el agua de enfriamiento y *e*) la tasa de disipación de calor permisible si la diferencia de temperatura entre la fuente y el agua no debe sobrepasar 100 K.

Problemas de diseño

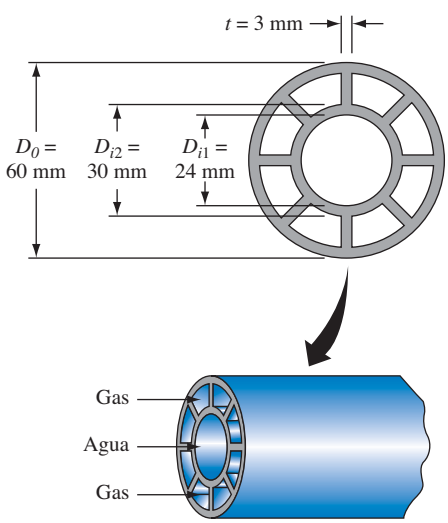
8.1 **Optimización de la eficiencia de un horno** (capítulo 8)
En la industria es práctica común recuperar energía térmica de los gases de la combustión de un horno. Un método para utilizar esta energía térmica es precalentar el aire para la combustión del horno con un intercambiador de calor que transfiere calor de los gases de la combustión a la corriente de aire para la combustión. Diseñe el intercambiador de calor suponiendo que el horno funciona con gas natural a una tasa de 10 MW, utiliza aire para la combustión a un gasto de 90 pies cúbicos estándar por segundo y es 75% eficiente antes de que se emplee la recuperación de calor. Utilizando la primera ley de la termodinámica, determine la temperatura de los gases de la combustión salientes del horno antes de que se instale el intercambiador de calor. Luego calcule las temperaturas de salida de las dos corrientes. Las consideraciones más importantes serán el costo de capital del intercambiador de calor, sus costos de mantenimiento y la caída de presión tanto en el lado del aire como en el lado de los gases de la combustión.

8.2 **Condensador para una turbina de vapor** (capítulo 8)
Vapor saturado sale de una turbina de vapor a un flujo másico de 2 kg/s y a una presión de 0.5 atm, como se muestra en el diagrama siguiente. Diseñe un intercambiador de calor para condensar el vapor al estado de líquido saturado utilizando agua a 10 °C como refrigerante. Utilice un coeficiente de transferencia de calor de condensación en el intervalo medio dado en la tabla 1.5. En el capítulo 10 usted calculó el coeficiente de transferencia de calor de condensación.



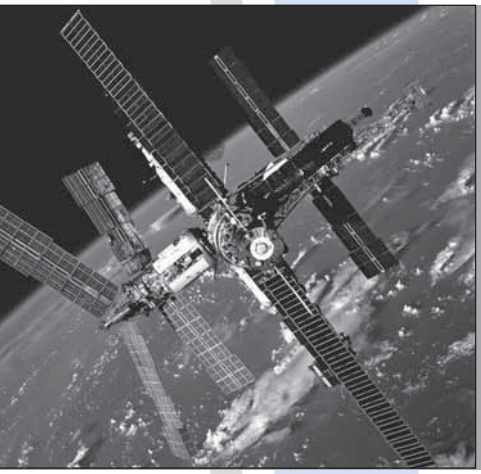
Problema de diseño 8.2

8.3 **Recuperación de calor residual** (capítulo 8)
Analice la eficiencia de un intercambiador de calor propuesto para calentar agua con los gases de la combustión de una cámara de combustión, como se muestra en el diagrama siguiente. El agua fluye a través de un tubo con aletas, que tiene las dimensiones que se muestran en el diagrama, a un gasto de 0.17 kg/s, en tanto que los gases de la combustión fluyen a través de la región anular en los canales de flujo entre las aletas a una velocidad de 10 m/s. Los tubos con aletas se pueden construir de acero al carbono o de cobre. Determine la tasa de transferencia de calor por longitud unitaria de tubo del gas al agua a una temperatura del agua de 200 K y una temperatura de los gases de la combustión de 700 K. Con base en un análisis de costos que compare el cobre con el acero, recomiende el material apropiado que se debe utilizar para este dispositivo.



Problema de diseño 8.3

CAPÍTULO 9



Satélite orbitando en el espacio con sus paneles solares y radiadores de rechazo de calor desplegados. El sistema de generación de energía en el satélite recibe energía solar por radiación y rechaza calor de desperdicio por radiación en el lado oscuro.

Fuente: Fotografía cortesía de la NASA.

Transferencia de calor por radiación

Conceptos y análisis que se aprenderán

La transferencia de calor por radiación es diferente de la de convección y conducción debido a que el potencial impulsor no es la temperatura, sino la temperatura absoluta elevada a la cuarta potencia. Además, el calor se puede transportar por radiación sin que intervenga un medio. En consecuencia, la integración de la transferencia de calor por radiación en un análisis térmico global presenta retos considerables, incluyendo la necesidad de establecer cuidadosamente condiciones de frontera y suposiciones indispensables para su inclusión apropiada en el circuito térmico de un sistema. Al estudiar este capítulo aprenderá:

- Cómo expresar la dependencia de la potencia emisora monocromática de un cuerpo negro sobre la longitud de onda y la temperatura absoluta.
- Cómo expresar la relación entre la intensidad de radiación y la potencia emisora.
- Cómo emplear las propiedades de la radiación como la emisividad, absorbencia y transmisividad en el análisis de transferencia de calor, incluyendo su dependencia en la longitud de onda.
- Cómo definir y utilizar suposiciones de cuerpo negro y cuerpo gris.
- Cómo evaluar un factor de forma de la radiación para la transferencia de calor radiactiva entre superficies diferentes.
- Cómo establecer un circuito equivalente para la radiación en recintos que consisten en varias superficies.
- Cómo utilizar MATLAB para resolver problemas de transferencia de calor por radiación.
- Cómo evaluar problemas térmicos cuando la radiación se combina con convección y conducción.
- Cómo modelar los fundamentos de la radiación en medios gaseosos.

9.1 Radiación térmica

Cuando un cuerpo se coloca en un recinto cerrado cuyas paredes están a una temperatura menor que la del cuerpo, la temperatura del cuerpo disminuirá aun si el recinto está evacuado. El proceso mediante el cual el calor se transfiere de un cuerpo por medio de su temperatura, sin la intervención de algún medio, se denomina *radiación térmica*. En este capítulo se estudian las características de la radiación térmica y del intercambio por radiación, es decir, la transferencia de calor por radiación.

El mecanismo físico de la radiación aún no se comprende por completo. La energía radiante en ocasiones se considera como transportada por ondas electromagnéticas, en otras como transportada por fotones. Ninguno de estos puntos de vista describe en su totalidad la naturaleza de todos los fenómenos observados. Sin embargo, se sabe que la radiación viaja a la velocidad de la luz c, que es igual a 3×10^8 m/s en el vacío. Esta velocidad es igual al producto de la frecuencia por la longitud de onda de la radiación, o

$$c = \lambda v$$

donde λ = longitud de onda, m

v = frecuencia, s^{-1}

La unidad de la longitud de onda es el metro, pero suele ser más conveniente utilizar el micrómetro (μm), igual a 10^{-6} m [1 μm = 10^4Å (angstroms) o 3.94×10^{-5} in (pulgadas)]. En las publicaciones de ingeniería, también se utiliza la micra (igual a un micrómetro) que se denota por el símbolo μ.

Desde el punto de vista de la teoría electromagnética, las ondas viajan a la velocidad de la luz, en tanto que desde el punto de vista cuántico, la energía se transporta por fotones que viajan a esa velocidad. Si bien todos los fotones tienen la misma velocidad, siempre existe una distribución de energía entre ellos. La energía asociada con un fotón, e_p, está dada por $e_p = hv$, donde h es la constante de Planck, igual a 6.625×10^{-34} Js y ν es la frecuencia de la radiación en s^{-1}. El espectro de la energía también se puede describir en términos de la longitud de onda de la radiación, λ, que está relacionada con la velocidad de propagación y la frecuencia por medio de $\lambda = c/\nu$.

Los fenómenos de la radiación suelen clasificarse por su longitud de onda característica (figura 9.1). Los fenómenos electromagnéticos comprenden muchos tipos de radiación, de rayos gamma y rayos X de longitud de onda corta, hasta las ondas de radio de longitud de onda larga. La longitud de onda de la radiación depende de cómo se produce la radiación. Por ejemplo, un metal bombardeado por electrones de alta frecuencia emite rayos X, en tanto que ciertos cristales se pueden excitar para que emitan ondas de radio de longitud de onda larga. La *radiación térmica* se define como energía radiante emitida por un medio a causa de su temperatura. En otras palabras, la emisión de la radiación térmica se rige por la temperatura del cuerpo emisor. El intervalo de la longitud de onda por radiación térmica se encuentra aproximadamente entre 0.1 y 100 μm. Este intervalo suele subdividirse en ultravioleta, visible e infrarrojo, como se muestra en la figura 9.1.

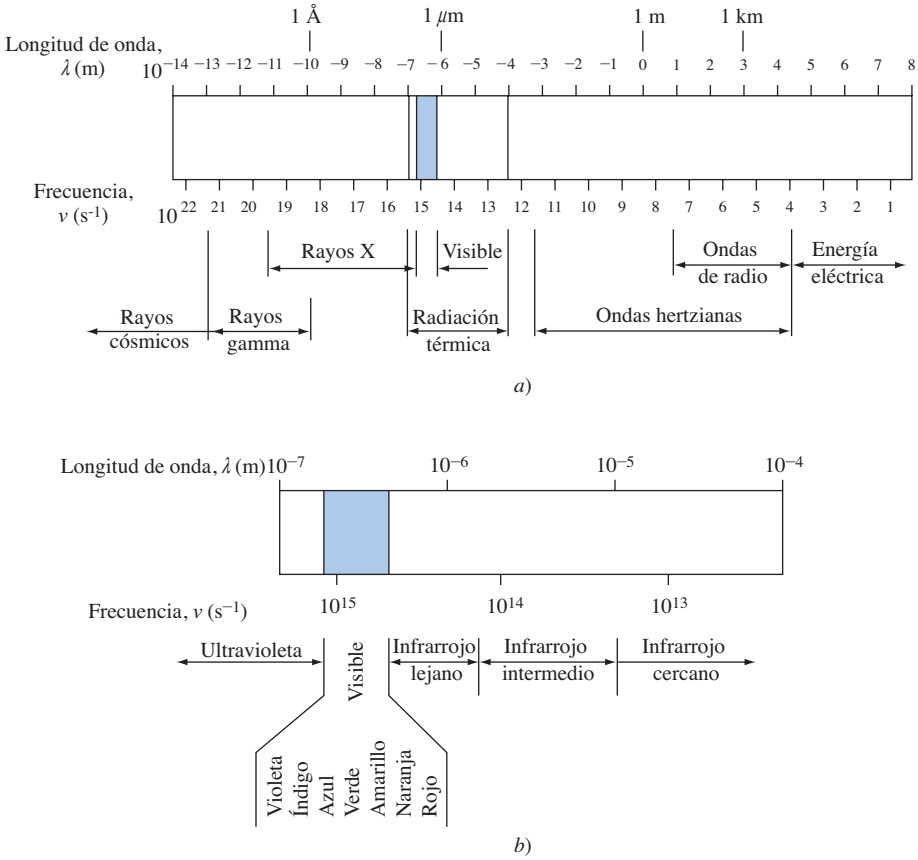


FIGURA 9.1 *a*) Espectro electromagnético. *b*) Parte de la radiación térmica del espectro electromagnético.

La radiación térmica siempre comprende un intervalo de longitudes de onda. La cantidad de radiación emitida por longitud de onda unitaria se denomina *radiación monocromática*; varía con la longitud de onda y la palabra *espectral* se utiliza para describir esta dependencia. La distribución espectral depende de la temperatura y de las características superficiales del cuerpo emisor. El Sol, con una temperatura superficial efectiva de aproximadamente 5 800 K (10 400 °R), emite la mayoría de su energía en longitudes de onda menores que 3 μm, en tanto que la Tierra, a una temperatura de aproximadamente 290 K (520 °R), emite más de 99% de su radiación a longitudes de onda mayores que 3 μm. Esta diferencia en los intervalos espectrales calienta el interior de un invernadero incluso cuando el aire exterior está frío debido a que el vidrio deja pasar la radiación a la longitud de onda del Sol, pero casi es opaco a la radiación en el intervalo de longitud de onda emitido por el interior del invernadero. Así pues, la mayoría de la energía solar que entra a un invernadero queda atrapada en su interior. En años recientes, la combustión de combustibles fósiles ha aumentado la cantidad de dióxido de carbono en la atmósfera. Como el dióxido de carbono absorbe radiación del espectro solar, se escapa menos energía. Esto ocasiona el calentamiento global, que también se denomina “efecto invernadero”.

9.2 Radiación de un cuerpo negro

Un *cuerpo negro*, o radiador ideal, es un cuerpo que emite y absorbe a cualquier temperatura la cantidad máxima posible de radiación a cualquier longitud de onda dada. Un radiador ideal es un concepto teórico que establece un límite superior para la emisión de radiación de acuerdo con la segunda ley de la termodinámica. Es un estándar con el que se comparan las características de radiación de otros medios.

Para fines de laboratorio, un cuerpo negro se puede aproximar mediante una cavidad, como una esfera hueca, cuyas paredes interiores se mantienen a una temperatura uniforme T. Si hay un agujero pequeño en la pared, cualquier radiación que entre a través de él se absorbe y se refleja parcialmente en las superficies interiores. La radiación reflejada, como se muestra en el esquema de la figura 9.2, no escapará inmediatamente de la cavidad, sino que primero chocará repetidamente contra la superficie interior. Cada vez que choca, una parte de ella se absorbe; cuando el haz de radiación original finalmente llega al agujero de nuevo y escapa, se ha debilitado tanto por la reflexión repetida que la energía saliente de la cavidad es insignificante. Esto es cierto sin importar la superficie y la composición de la pared de la cavidad. Por tanto, un agujero pequeño en las paredes que rodean una cavidad grande actúa como un cuerpo negro debido a que prácticamente toda la radiación incidente en el agujero se absorbe dentro de la cavidad.

Del mismo modo, la radiación emitida por la superficie interior de una cavidad se absorbe y se refleja muchas veces hasta que llena la cavidad uniformemente. Si un cuerpo negro a la misma temperatura que la superficie interior se coloca en la cavidad, recibe radiación uniformemente; es decir, es *irradiada isotrópicamente*. El cuerpo negro absorbe toda la radiación incidente y puesto que el sistema que consiste en el cuerpo negro y de la cavidad está a temperatura uniforme, la tasa de emisión de la radiación por el cuerpo debe ser igual a su tasa de irradiación (de lo contrario habría una transferencia neta de energía como calor entre dos cuerpos a la misma temperatura en un sistema aislado, una violación obvia de la segunda ley de la termodinámica). Si G_b denota la tasa a la que la energía radiante de las paredes de la cavidad incide sobre el cuerpo negro, es decir, la *irradiación del cuerpo negro*, y E_b es la tasa a la que el cuerpo negro emite energía, se obtiene por tanto $G_b = E_b$. Esto significa que la irradiación en una cavidad cuyas paredes están a una temperatura T es igual a la potencia emisora

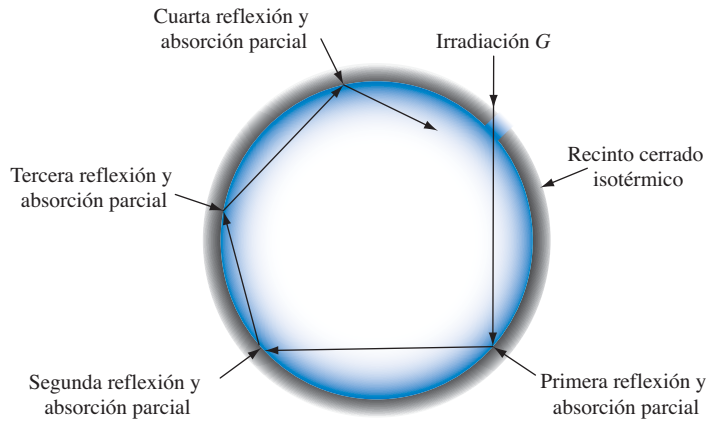


FIGURA 9.2 Diagrama esquemático de la cavidad de un cuerpo negro.

de un cuerpo negro a la misma temperatura. Un agujero pequeño en la pared de una cavidad no perturbará de manera apreciable esta condición y por tanto la radiación que escape por él tendrá características de cuerpo negro. Como esta radiación es independiente de la naturaleza de la superficie, se deduce que la *potencia emisora de un cuerpo negro sólo depende de su temperatura*.

9.2.1 Leyes que rigen un cuerpo negro

La emisión de energía radiante espectral por tiempo unitario y área unitaria de un cuerpo negro a una longitud de onda λ en el intervalo de longitud de onda $d\lambda$ se denotará por $E_{b\lambda}\, d\lambda$. La cantidad $E_{b\lambda}$ suele denominarse *potencia emisora monocromática de un cuerpo negro*. En 1900 Max Planck dedujo mediante su teoría cuántica una relación que muestra cómo se distribuye la potencia emisora de un cuerpo negro entre las diferentes longitudes de onda. De acuerdo con la *ley de Planck*, un radiador ideal a temperatura T emite radiación de acuerdo con la relación [1]:

$$E_{b\lambda}(T) = \frac{C_1}{\lambda^5(e^{C_1/\lambda T} - 1)} \tag{9.1}$$

donde $E_{b\lambda}$ = potencia emisora monocromática de un cuerpo negro a temperatura absoluta T, $W/m^3(Btu/h\ ft^2\mu)$

λ = longitud de onda, m (μ)

T = temperatura absoluta del cuerpo, K (grados °R = 460 + °F)

C_1 = primera constante de radiación
$= 3.7415 \times 10^{-16}\ W\ m^2 (1.1870 \times 10^8\ Btu/\mu^4/h\ ft^2)$

C_2 = segunda constante de radiación
$= 1.4388 \times 10^{-2}\ m\ K\ (2.5896 \times 10^4 \mu\ °R)$

En la figura 9.3 se representa el trazo de la potencia emisora monocromática de un cuerpo negro a diversas temperaturas como una función de la longitud de onda. Observe que a temperaturas menores que 5800 K la emisión de la energía radiante es apreciable entre 0.2 y casi 50 μm. La longitud de onda a la que la potencia emisora monocromática es un máximo, $E_{b\lambda}(\lambda_{máx}, T)$ disminuye al aumentar la temperatura.

La relación entre la longitud de onda $\lambda_{máx}$ a la que $E_{b\lambda}$ es un máximo y la temperatura absoluta se denomina *ley del desplazamiento de Wien* [1]. Que se puede deducir a partir de la ley de Planck satisfaciendo la condición para un máximo de $E_{b\lambda}$, o

$$\frac{dE_{b\lambda}}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda}\left[\frac{C_1}{\lambda^5(e^{C_2/\lambda T} - 1)}\right]_{T=\text{const}} = 0$$

El resultado de esta operación es

$$\lambda_{máx}\, T = 2.898 \times 10^{-3}\, m\,K\ (5216.4\,\mu\,°R) \tag{9.2}$$

El intervalo visible de las longitudes de onda, que se muestra como una banda sombreada en la figura 9.3, se extiende sobre una región angosta de casi 0.4 a 0.7 μm. Sólo una cantidad muy pequeña de la energía total queda comprendida en este intervalo de longitudes de onda a temperaturas menores que 800 K. Sin embargo, a temperaturas mayores la cantidad de energía radiante dentro del intervalo visible aumenta y con la vista humana se comienza a detectar la radiación.

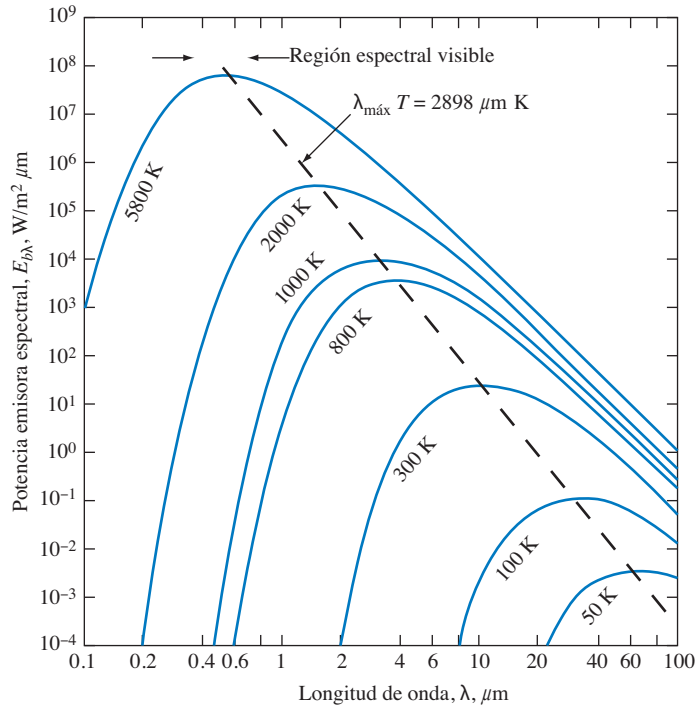


FIGURA 9.3 Potencia emisora monocromática de un cuerpo negro.

La sensación producida en la retina y trasmitida al nervio óptico depende de la temperatura, un fenómeno que aún se utiliza para estimar las temperaturas de metales durante un tratamiento térmico. A aproximadamente 800 K, una cantidad de energía radiante suficiente para su observación se emite a longitudes de onda entre 0.6 y 0.7 μm, y un objeto a esa temperatura resplandece con un color rojo mate. Conforme la temperatura se aumenta aún más, el color cambia a un rojo y amarillo brillante, que a aproximadamente 1500 K se convierte casi en un color blanco. Al mismo tiempo, la brillantez también aumenta debido a que más y más de la radiación total queda comprendida dentro del intervalo visible.

Recuerde del capítulo 1 que la emisión total de la radiación por área superficial unitaria, por tiempo unitario de un cuerpo negro, está relacionada con la cuarta potencia de la temperatura absoluta de acuerdo con la *ley de Stefan-Boltzmann*

$$E_b(T) = \frac{q_r}{A} = \sigma T^4 \tag{9.3}$$

donde A = área del cuerpo negro emitiendo la radiación, m^2 (ft^2)

T = temperatura absoluta del área A en K (°R)

σ = constante de Stefan-Boltzmann
$= 5.670 \times 10^{-8}$ W/m^2 K^4 (0.1714×10^{-8} Btu/h ft^2 °R^4)

La potencia emisora total dada por la ecuación (9.3) representa la radiación térmica total emitida sobre todo el espectro de longitudes de onda. A una temperatura dada T, el área bajo una curva como la que se muestra en la figura 9.3 es E_b. La potencia emisora total y la potencia emisora monocromática están relacionadas por

$$\int_0^\infty E_{b\lambda}\, d\lambda = \sigma T^4 = E_b \tag{9.4}$$

Despejando $E_b\lambda$ de la ecuación (9.1) y efectuando la integración indicada antes se tiene que la constante de Stefan-Boltzmann σ y las constantes C_1 y C_2 en la ley de Planck están relacionadas por

$$\sigma = \left(\frac{\pi}{C_2}\right)^4 \frac{C_1}{15} = 5.670 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2\,K^4} \tag{9.5}$$

La ley de Stefan-Boltzmann muestra que en la mayoría de las circunstancias los efectos de la radiación son insignificantes a bajas temperaturas, debido al valor pequeño de σ. A temperatura ambiente (~300 K) la potencia emisora total de una superficie negra es aproximadamente de 460 W/m^2. Este valor es sólo de aproximadamente un décimo del flujo térmico transferido de una superficie a un fluido por convección, incluso cuando el coeficiente de transferencia de calor por convección y la diferencia de temperatura sean valores razonablemente bajos de 100 W/m^2 K y 50 K, respectivamente. Por tanto, a bajas temperaturas con frecuencia se pueden ignorar los efectos de la radiación; sin embargo, a temperaturas altas se deben incluir los efectos de la radiación debido a que la potencia emisora aumenta con la cuarta potencia de la temperatura absoluta.

9.2.2 Funciones de radiación y emisión de banda

En los cálculos ingenieriles que comprenden superficies reales a menudo es importante conocer la energía radiada a una longitud de onda específica o en una banda finita entre longitudes de onda específicas λ_1 y λ_2, es decir, $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b\lambda}(T)\, d\lambda$. Los cálculos numéricos para esos casos se facilitan utilizando las *funciones de radiación* [2]. La deducción de estas funciones y su aplicación se ilustran a continuación.

A cualquier temperatura dada, la potencia emisora monocromática es un máximo a la longitud de onda $\lambda_{máx} = 2.898 \times 10^{-3}/T$, de acuerdo con la ecuación (9.2). Sustituyendo $\lambda_{máx}$ en la ecuación (9.1) se obtiene la potencia emisora monocromática a temperatura T, $E_{b\lambda máx}(T)$, o

$$E_{b\lambda máx}(T) = \frac{C_1 T^5}{(0.002898)^5 (e^{C_2/0.002898} - 1)} = 12.87 \times 10^{-6} T^5\ \mathrm{W/m^3} \tag{9.6}$$

Si se divide la potencia emisora monocromática de un cuerpo negro, $E_{b\lambda}(T)$, entre su potencia emisora máxima a la misma temperatura, $E_{b\lambda máx}(T)$, se obtiene la relación adimensional

$$\frac{E_{b\lambda}(T)}{E_{b\lambda máx}(T)} = \left(\frac{2.898 \times 10^{-3}}{\lambda T}\right)^5 \left(\frac{e^{4.965} - 1}{e^{0.014388/\lambda T} - 1}\right) \tag{9.7}$$

donde λ está en micrómetros y T en Kelvine.

Observe que el lado derecho de la ecuación (9.7) es una función única del producto λT. Para determinar la potencia emisora monocromática $E_{b\lambda}$ para un cuerpo negro a valores dados de λ y T, se evalúa $E_{b\lambda}/E_{b\lambda\text{máx}}$ de la ecuación (9.7) y $E_{b\lambda\text{máx}}$ de la ecuación (9.6) y se multiplican.

EJEMPLO 9.1 Determine: *a*) la longitud de onda a la que la potencia emisora monocromática de un filamento de tungsteno a 1 400 K es un máximo, *b*) la potencia emisora monocromática a esa longitud de onda y *c*) la potencia emisora monocromática a 5 μm.

SOLUCIÓN De la ecuación (9.2), la longitud de onda a la que la potencia emisora es un máximo es

$$\lambda_{\text{máx}} = 2.898 \times 10^{-3}/1400 = 2.07 \times 10^{-6}\,\text{m}$$

De la ecuación (9.6) en $T = 1400\,\text{K}$,

$$E_{b\lambda\text{máx}} = 12.87 \times 10^{-6} \times (1400)^5 = 6.92 \times 10^{10}\,\text{W/m}^3$$

Para $\lambda = 5\ \mu\text{m}$, $\mu T = 5 \times 1\,400 = 7.0 \times 10^3$ mK; sustituyendo este valor en la ecuación (9.7) se obtiene

$$\frac{E_{b\lambda}(1400)}{E_{b\lambda\text{máx}}(1400)} = \left(\frac{2.898 \times 10^{-3}}{7.0 \times 10^{-3}}\right)^5 \left(\frac{e^{4.965} - 1}{e^{0.014388/\lambda T} - 1}\right)$$

$$= (0.1216)\left(\frac{e^{4.965} - 1}{e^{2.055} - 1}\right) = 0.254$$

Por tanto, $E_{b\lambda}$ a 5 μm es 25.4% del valor máximo $E_{b\lambda\text{máx}}$, o $1.758 \times 10^{10}\,\text{W/m}^3$.

Con frecuencia es necesario determinar la fracción de la emisión total de un cuerpo negro en una banda especial entre longitudes de onda λ_1 y λ_2. Para obtener la emisión en una banda, como se muestra en la figura 9.4 mediante el área sombreada, primero se debe calcular $E_b(0 - \lambda_1, T)$, la emisión de cuerpo negro en el intervalo de 0 a λ_1 en T, o

$$\int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda}(T)\, d\lambda = E_b(0 - \lambda_1, T) \tag{9.8}$$

Esta expresión se puede escribir en forma adimensional como una función sólo de λT, el producto de la longitud de onda y la temperatura.

$$\frac{E_b(0 - \lambda_1 T)}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda_1 T} \frac{E_{b\lambda}}{\sigma T^5}\, d(\lambda T) \tag{9.9}$$

De acuerdo con las ecuaciones (9.6) y (9.7), el integrando en la ecuación (9.9) es una función sólo de λT y por tanto, la ecuación (9.9) se puede integrar entre límites

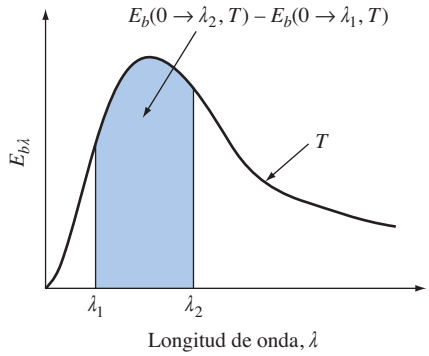


FIGURA 9.4 Banda de radiación y función de radiación.

especificados. La fracción de la emisión total de cuerpo negro entre 0 y un valor dado de λ se presenta en la figura 9.5 y en la tabla 9.1 como una función universal de λT.

Para determinar la cantidad de radiación emitida en la banda entre λ_1 y λ_2 para una superficie negra a temperatura T, se evalúa la diferencia entre las dos integrales siguientes:

$$\int_0^{\lambda_2} E_{b\lambda}(T)\, d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda}(T)\, d\lambda = E_b(0 - \lambda_2 T) - E_b(0 - \lambda_1 T) \quad (9.10)$$

El procedimiento se ilustra en el ejemplo siguiente.

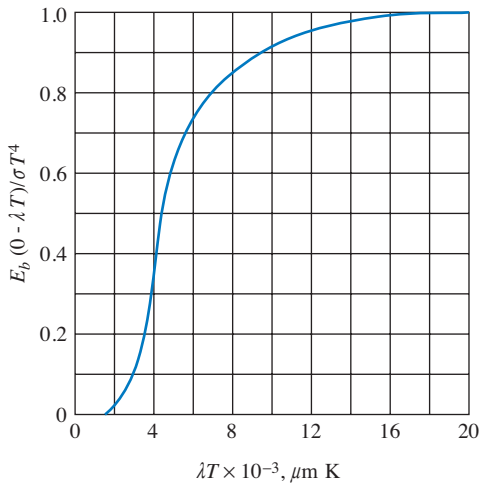


FIGURA 9.5 Relación de la emisión de cuerpo negro entre 0 y λ con la emisión total, $E_b(0 - \lambda T)/\sigma T^4$ contra λT.

TABLA 9.1 Funciones de radiación de un cuerpo negro

λT (mK $\times 10^3$)	$\frac{E_b(0-\lambda T)}{\sigma T^4}$	λT (mK $\times 10^3$)	$\frac{E_b(0-\lambda T)}{\sigma T^4}$
0.2	0.341796×10^{-26}	6.2	0.754187
0.4	0.186468×1^{-11}	6.4	0.769234
0.6	0.929299×10^{-7}	6.6	0.783248
0.8	0.164351×10^{-4}	6.8	0.796180
1.0	0.320780×10^{-3}	7.0	0.808160
1.2	0.213431×10^{-2}	7.2	0.819270
1.4	0.779084×10^{-2}	7.4	0.829580
1.6	0.197204×10^{-1}	7.6	0.839157
1.8	0.393449×10^{-1}	7.8	0.848060
2.0	0.667347×10^{-1}	8.0	0.856344
2.2	0.100897	8.5	0.874666
2.4	0.140268	9.0	0.890090
2.6	0.183135	9.5	0.903147
2.8	0.227908	10.0	0.914263
3.0	0.273252	10.5	0.923775
3.2	0.318124	11.0	0.931956
3.4	0.361760	11.5	0.939027
3.6	0.403633	12	0.945167
3.8	0.443411	13	0.955210
4.0	0.480907	14	0.962970
4.2	0.516046	15	0.969056
4.4	0.548830	16	0.973890
4.6	0.579316	18	0.980939
4.8	0.607597	20	0.985683
5.0	0.633786	25	0.992299
5.2	0.658011	30	0.995427
5.4	0.680402	40	0.998057
5.6	0.701090	50	0.999045
5.8	0.720203	75	0.999807
6.0	0.737864	100	1.000000

EJEMPLO 9.2 El cristal de sílice transmite 92% de la radiación incidente en el intervalo de longitud de onda entre 0.35 y 2.7 μm y es opaco a longitudes de onda más largas y más cortas. Estime el porcentaje de radiación solar que transmitirá el cristal. Se puede suponer que el Sol irradia como un cuerpo negro a 5 800 K.

SOLUCIÓN Para el intervalo de longitud de onda dentro del cual el cristal es transparente, $\lambda T =$ 2 030 μm K en el límite inferior y 15 660 μm K en el límite superior. De la tabla 9.1 se obtiene

$$\frac{\int_0^{2\,030} E_{b\lambda}\, d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b\lambda}\, d\lambda} = 6.7\%$$

y

$$\frac{\int_0^{15\,660} E_{b\lambda}\, d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b\lambda}\, d\lambda} = 97.0\%$$

Por tanto, 90.3% de la energía radiante total incidente sobre el cristal procedente del Sol se encuentra en el intervalo de longitud de onda entre 0.35 y 2.7 μm y 83.1% de la radiación solar se transmite a través del cristal.

9.2.3 Intensidad de radiación

Hasta este punto en nuestro análisis sólo se ha considerado la cantidad total de radiación que emite una superficie, es decir, la potencia emisora. Sin embargo, el concepto es inadecuado para un análisis de transferencia de calor cuando se quiere determinar la cantidad de radiación que pasa en una dirección dada y la interceptada por algún otro cuerpo. La cantidad de radiación que pasa en una dirección dada se describe en términos de la intensidad de radiación, I. Antes de definir la intensidad de radiación, se deben tener medidas de la dirección y del espacio hacia el cual irradia un cuerpo. Como se muestra en la figura 9.6*a*), un ángulo plano diferencial $d\alpha$ se define como la relación de un elemento de longitud de arco dl en un círculo con el radio r de ese círculo. De manera similar, un *ángulo sólido diferencial* $d\omega$, según se define en la figura 9.6*b*), es la relación del elemento de área dA_n en una esfera con el cuadrado del radio de la esfera, o

$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2} \tag{9.11}$$

La unidad del ángulo sólido es el *estereorradián* (sr).

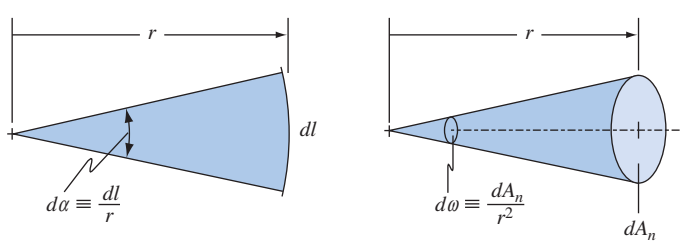


FIGURA 9.6 *a*) Ángulo plano diferencial y *b*) ángulo sólido diferencial.

La tasa de flujo térmico por radiación por área superficial unitaria emanando de un cuerpo y que pasa en una dirección dada se puede medir determinando la radiación a través de un elemento en la superficie de un hemisferio construido alrededor de la superficie radiante. Si el radio de este hemisferio es igual a la unidad, el hemisferio tiene un área superficial de 2π y subtiende un ángulo sólido de 2π estereorradianes, o sr, con respecto a un punto en el centro de su base. El área superficial en ese hemisferio con un radio de la unidad tiene el mismo valor numérico que el denominado *ángulo sólido* ω medido desde el elemento superficial radiante. El ángulo sólido se puede utilizar para definir simultáneamente, la dirección y el espacio hacia el que la radiación de un cuerpo se propaga.

La *intensidad de radiación* $I(\theta, \phi)$ es la energía emitida por área unitaria de superficie emisora proyectada en la dirección θ, ϕ por tiempo unitario hacia un ángulo sólido $d\omega$ centrado en una dirección que se puede definir en términos del ángulo cenital θ y del ángulo azimutal ϕ en el sistema coordenado esférico que se muestra en la figura 9.7. El área diferencial dA_n en la figura 9.7 es perpendicular a la dirección (θ, ϕ). Pero para una superficie esférica, $dA_n = r\, d\theta\, r \operatorname{sen} d\phi$ y por tanto

$$d\omega = \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi \tag{9.12}$$

Con las definiciones anteriores, la intensidad de radiación $I(\theta, \phi)$ es la tasa a la que la radiación se emite en la dirección (θ, ϕ) por área unitaria de la superficie emisora normal a esta dirección, por ángulo sólido unitario centrado con respecto a (θ, ϕ).

Como el área de emisión proyectada de la figura 9.7 es $dA_1 \cos\theta$, obtenemos $I_b(\theta,\phi)$, para la intensidad de una superficie oscura

$$I_b(\theta, \phi) = \frac{dq_r}{dA_1 \cos\theta\, d\omega}\ (\mathrm{W/m^2\ sr}) \tag{9.13}$$

donde dq_r es la tasa a la que la radiación emitida de dA_1 pasa a través de dA_n.

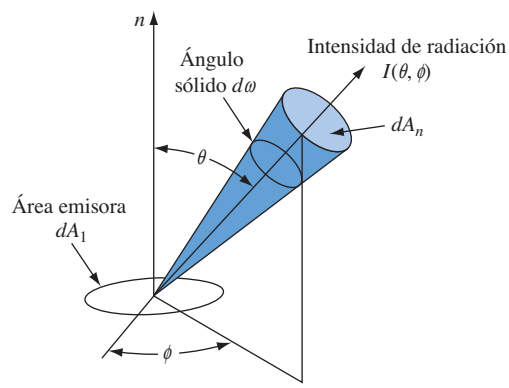


FIGURA 9.7 Diagrama esquemático que ilustra la intensidad de radiación.

EJEMPLO 9.3 Una superficie negra plana de área $A_1 = 10\ \text{cm}^2$ emite 1000 W/m^2 sr en la dirección normal. Una superficie pequeña A_2 que tiene la misma área que A_1 se coloca relativa a A_1 como se muestra en la figura 9.8, a una distancia de 0.5 m. Determine el ángulo sólido subtendido por A_2 y la tasa a la que A_2 es irradiada por A_1.

SOLUCIÓN Como A_1 es negra, es un emisor difuso y su intensidad I_b es independiente de la dirección. Además, puesto que las dos áreas son muy pequeñas, se pueden aproximar como áreas superficiales diferenciales y el ángulo sólido se puede calcular con la ecuación (9.11) o $d\omega_{2-1} = dA_{n,2}/r^2$.

El área $dA_{n,2}$ es la proyección de A_2 en la dirección *normal* a la radiación incidente de dA_1, o $d_{An,2} = dA_2 \cos\theta_2$, donde θ_2 es el ángulo entre la normal n_2 y el rayo de radiación que conecta dA_1 y dA_2, es decir, $\theta_2 = 30°$. Por tanto

$$d\omega_{2-1} = \frac{A_2 \cos\theta_2}{r^2} = \frac{10^{-3}\ \text{m}^2 \cos 30°}{(0.5\,\text{m})^2} = 0.00346\,\text{sr}$$

La irradiación de A_2 por A_1, $q_{r,1\to 2}$, es

$$\begin{aligned} q_{r,1\to 2} &= I_1 A_1 \cos\theta_1\, d\omega_{2-1} \\ &= \left(1000\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\,\text{sr}}\right)(10^{-3}\ \text{m}^2)(\cos 60°)(0.00346\,\text{sr}) = 0.00173\,\text{W} \end{aligned}$$

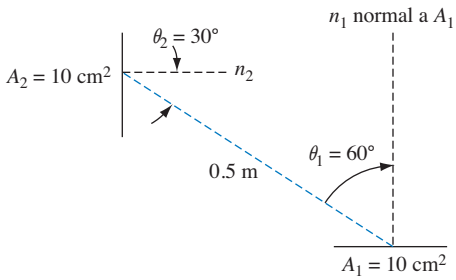


FIGURA 9.8 Bosquejo que ilustra la relación entre A_1 y A_2 del ejemplo 9.3.

9.2.4 Relación entre intensidad y potencia emisora

Para relacionar la intensidad de radiación con la potencia emisora, simplemente se determina la energía de una superficie que irradia hacia dentro de un recinto cerrado hemisférico colocado sobre ella, como se muestra en la figura 9.9. Como el hemisferio interceptará todos los rayos radiantes que emanan de la superficie, la cantidad total de radiación que pasa a través de la superficie hemisférica es igual a la potencia emisora. De acuerdo con la ecuación (9.13), la tasa de radiación emitida de dA_1 que pasa a través de dA_n es

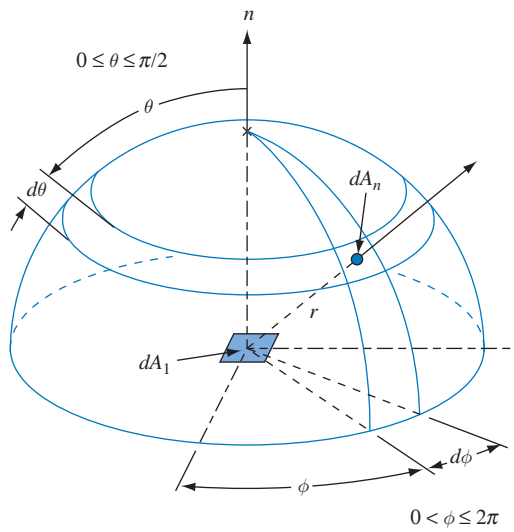


FIGURA 9.9 Radiación de un área diferencial dA_1 hacia un hemisferio circundante centrada en dA_1.

$$\frac{dq_r}{dA_1} = I_b(\theta, \phi) \cos\theta \, d\omega \tag{9.14}$$

Sustituyendo la ecuación (9.12) para el ángulo sólido $d\omega$ e integrando sobre todo el hemisferio se obtiene la tasa total de emisión radiante por área unitaria, que se denomina potencia emisora:

$$\left(\frac{q}{A}\right)r = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_b(\theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \tag{9.15}$$

Para integrar la ecuación (9.15) se debe conocer la variación de la intensidad con θ y ϕ. Como se explicará con más detalles en la sección siguiente, la intensidad de superficies reales no presenta una variación apreciable con ϕ, pero varía con θ. Aunque esta variación se puede tomar en cuenta, para la mayoría de cálculos ingenieriles se puede suponer que la superficie es difusa y que la intensidad es uniforme en todas las direcciones angulares. La radiación de cuerpo negro en realidad es perfectamente difusa y la radiación de superficies rugosas industriales se aproxima a la de características difusas. Si la intensidad de una superficie es independiente de la dirección, se dice que se ajusta a la *ley de los cosenos de Lambert*. Para una superficie negra, la integración de la ecuación (9.15) produce la *potencia emisora del cuerpo negro* E_b.

$$\left(\frac{q}{A}\right)_r = E_b = \pi I_b \tag{9.16}$$

Así pues, para una superficie negra, la potencia emisora es igual a π por la intensidad. La misma relación entre la potencia emisora y la intensidad es válida para cualquier superficie que se ajuste a la ley de los cosenos de Lambert.

El concepto de intensidad también se puede aplicar a la radiación total sobre todo el espectro de longitud de onda así como a radiación monocromática. La relación entre la intensidad total y la monocromática I_λ es simplemente

$$I(\phi, \theta) = \int_0^\infty I_\lambda(\phi, \theta)\, d\lambda \tag{9.17}$$

Si una superficie irradia difusamente, también es evidente que

$$E_\lambda = \pi I_\lambda \tag{9.18}$$

ya que I_λ es uniforme en todas las direcciones.

9.2.5 Irradiación

Para efectuar un balance de calor en un cuerpo, no sólo se tiene que conocer la radiación que emana, sino también la radiación incidente sobre su superficie. Esta radiación se origina de la emisión y reflexión que ocurre en otras superficies y en general tendrá una distribución direccional y espectral específica. Como se muestra en la figura 9.10, la radiación incidente se puede caracterizar en términos de la intensidad espectral incidente, $I_{\lambda,i}$, definida como la tasa a la que la energía radiante a longitud de onda λ choca desde la dirección (θ, ϕ) por área unitaria de la superficie normal interceptora normal a esta dirección, por ángulo sólido unitario con respecto a la dirección (θ, ϕ), por intervalo de longitud de onda unitario $d\lambda$ en λ. El término *irradiación* denota la radiación incidente de todas las direcciones sobre una superficie. La *irradiación espectral*, G_λ(W/m^2 μm) se define como la tasa a la que la radiación monocromática a longitud de onda λ incide sobre un superficie por área unitaria de esa superficie, o

$$G_\lambda = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \; d\theta \; d\phi \tag{9.19a}$$

donde sen $\theta\, d\theta\, d\phi$ es el ángulo sólido unitario. Observe que el factor cos θ se origina del hecho de que G_λ es un flujo basado en el área superficial real, en tanto que $I_{\lambda,i}$ se define en términos del área proyectada. La irradiación total representa la tasa

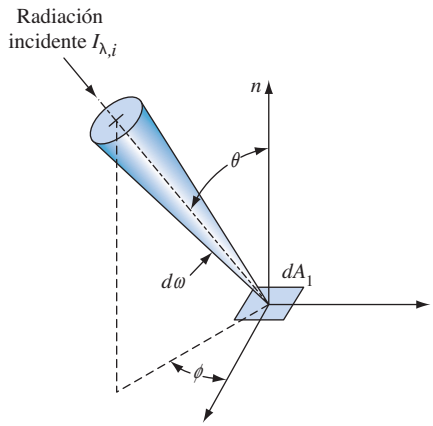


FIGURA 9.10 Radiación incidente sobre un área diferencial dA_1 en un sistema coordenado esférico.

de radiación incidente por área unitaria desde todas las direcciones sobre todas las longitudes de onda y está dada por

$$G = \int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \,\text{sen}\theta \; d\theta \, d\phi \, d\lambda \quad (9.19b)$$

Si la radiación incidente es difusa, es decir, si el área interceptora se irradia difusamente e $I_{\lambda,i}$ es independiente de la dirección, se deduce que

$$G = \pi I_i \quad (9.20)$$

9.3 Propiedades de radiación

La mayoría de las superficies con las que se trata en la práctica de la ingeniería no se comportan como cuerpos negros. Para caracterizar las propiedades de radiación de superficies que no son negras, se utilizan cantidades adimensionales como la emisividad, la absorbencia y la transmisividad de una superficie real para relacionar las capacidades de emisión, absorción y transmisión de una superficie real con las de un cuerpo negro. Las propiedades de radiación de superficies reales son funciones de la longitud de onda, de la temperatura y de la dirección. Las propiedades que describen cómo se comporta una superficie como una función de la longitud de onda se denominan propiedades monocromáticas o espectrales y las propiedades que describen la distribución de la radiación con dirección angular se denominan propiedades direccionales. Para efectuar un cálculo de transferencia de calor preciso, se deben conocer las propiedades relativas de la superficie emisora así como las de otras superficies con las que ocurre el intercambio de radiación.

Tomando en cuenta las propiedades espectrales y direccionales de todas las superficies, incluso si se conocen, resulta en análisis complejos y complicados que se pueden resolver sólo con ayuda de una computadora. Sin embargo, los cálculos en ingeniería con una precisión aceptable suelen realizarse mediante una aproximación simplificada, utilizando un solo valor de las propiedades de radiación promediado sobre la dirección y el intervalo de longitud de onda de interés. Las propiedades de radiación que se promedian sobre todas las longitudes de onda y direcciones se denominan propiedades totales. Si bien aquí utilizaremos casi exclusivamente propiedades de radiación totales, es importante estar consciente de las características espectrales y direccionales de superficies a fin de tomarlas en cuenta en problemas en los que estas variaciones son significativas. En esta sección, se analizarán las propiedades de radiación en orden de complejidad creciente, comenzando con las propiedades totales, seguidas de las propiedades espectrales y por último de las propiedades direccionales.

9.3.1 Propiedades de radiación

Para la mayoría de los cálculos en ingeniería, las propiedades de radiación totales según su definición en esta subsección son suficientemente precisas. La definición de las propiedades de radiación totales se ilustra en la figura 9.11. Cuando la radiación es incidente sobre una superficie a una tasa G, una parte de la irradiación total se absorbe en el material, una parte se refleja de la superficie y el resto se transmite a través del cuerpo. La absortividad, reflectividad y transmisividad describen cómo se distribuye la irradiación total.

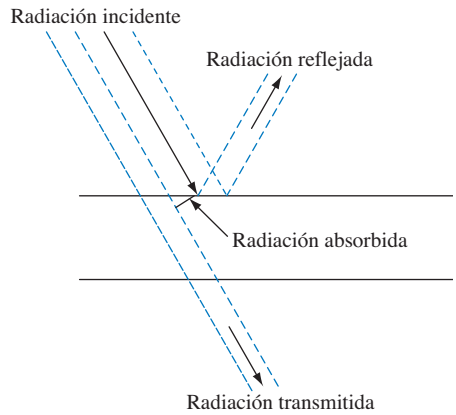


FIGURA 9.11 Diagrama esquemático que ilustra la radiación incidente, reflejada y absorbida en términos de las propiedades de radiación totales.

La *absortividad* α de una superficie es la fracción de la irradiación total absorbida por el cuerpo. La *reflectividad* ρ de una superficie se define como la fracción de la irradiación que se refleja de la superficie. La *transmisividad* τ de un cuerpo es la fracción de la radiación incidente que se transmite. Si se efectúa un balance de energía en una superficie, como se ilustra en la figura 9.11, se obtiene

$$\alpha G + \rho G + \tau G = G \tag{9.21}$$

De la ecuación (9.21), es evidente que la suma de la absortividad, reflectividad y transmisividad debe ser igual a la unidad:

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \tag{9.22}$$

Si un cuerpo es opaco no transmite radiación incidente, es decir, $\tau = 0$. Para un cuerpo opaco, la ecuación (9.22) se reduce a

$$\alpha + \rho = 1 \tag{9.23}$$

Si una superficie también es un reflector perfecto, del cual toda la radiación se refleja, ρ es igual a la unidad y la transmisividad así como la absortividad son cero. Un buen espejo se aproxima a una reflectividad de 1. Como ya se mencionó, un cuerpo negro absorbe toda la radiación y por tanto tiene una absortividad igual a la unidad y una reflectividad igual a cero.

Otra propiedad de radiación total importante de superficies reales es la emisividad. La *emisividad* de una superficie, ε, se define como la radiación total dividida entre la radiación total que se emitiría por un cuerpo negro a la misma temperatura, o

$$\varepsilon = \frac{E(T)}{E_b(T)} = \frac{E(T)}{\sigma T^4} \tag{9.24}$$

Como un cuerpo negro emite la radiación máxima posible a una temperatura dada, la emisividad de una superficie siempre se encuentra entre cero y la unidad. Pero cuando una superficie es negra, $E(T) = E_b(T)$ y $\varepsilon b = \alpha_b = 1.0$.

9.3.2 Propiedades de radiación monocromática y ley de Kirchhoff

Las propiedades de radiación totales se pueden obtener a partir de las propiedades monocromáticas, que se aplican sólo con una longitud de onda individual. Si se designa E_λ como la potencia emisora monocromática de una superficie arbitraria, la emisividad hemisférica monocromática de la superficie, ε_λ, está dada por

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda(T)}{E_{b\lambda}(T)} \tag{9.25}$$

En otras palabras, ε_λ es la fracción de la radiación de cuerpo negro emitida por la superficie a longitud de onda λ. De manera similar, la absortividad monocromática hemisférica de una superficie, α_λ, se define como la fracción de la irradiación total a longitud de onda λ que se absorbe por la superficie,

$$\alpha_\lambda = \frac{G_{\lambda,\text{absorbida}}(T)}{G_\lambda(T)} \tag{9.26}$$

Un balance de energía en una base monocromática, similar a la ecuación (9.22), produce

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1 \tag{9.27}$$

Una relación importante entre ε_λ y α_λ se puede obtener con la *ley de radiación de Kirchhoff*, que en esencia establece que la emisividad monocromática es igual a la absortividad monocromática para cualquier superficie. Una deducción rigurosa de esta ley la presentó Planck [1], pero las características esenciales se pueden ilustrar de manera más simple a partir de la consideración siguiente. Suponga que se coloca un cuerpo pequeño dentro de un recinto cerrado negro cuyas paredes están fijas a temperatura T (consulte la figura 9.12). Después de que se establece el equilibrio térmico, el cuerpo debe alcanzar la temperatura de las paredes. De acuerdo con la segunda ley

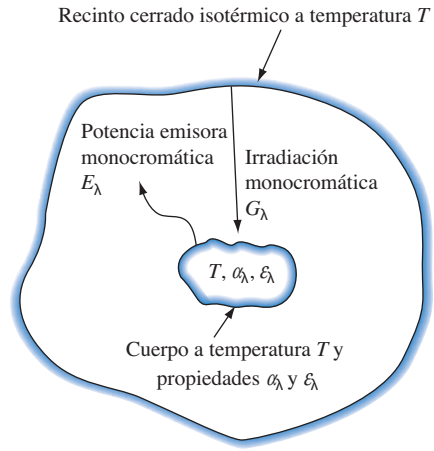


FIGURA 9.12 Radiación emitida y recibida a longitud de onda λ por un cuerpo en un recinto cerrado isotérmico a temperatura T.

de la termodinámica, el cuerpo debe, en estas condiciones, emitir a cada longitud de onda tanta radiación como la que absorbe. Si la radiación monocromática por tiempo unitario, por área unitaria incidente sobre el cuerpo es $G_{b\lambda}$, la condición de equilibrio se expresa mediante

$$E_\lambda = \alpha_\lambda G_{b\lambda} \tag{9.28}$$

o

$$\frac{E_\lambda}{\alpha_\lambda} = G_{b\lambda} \tag{9.29}$$

Pero como la radiación incidente depende sólo de la temperatura del recinto, sería la misma en cualquier otro cuerpo en equilibrio térmico con el recinto, independiente de la absorbencia de la superficie del cuerpo. Por tanto, se puede concluir que la relación de la potencia emisora monocromática a la absortividad a cualquier longitud de onda dada es la misma para todos los cuerpos en equilibrio térmico. Puesto que la absortividad siempre debe ser menor que la unidad y puede ser igual a uno sólo para un absorbedor perfecto, es decir, un cuerpo negro, la ecuación (9.29) muestra también que a cualquier temperatura, la potencia emisora es un máximo para un cuerpo negro. Por tanto, cuando $\alpha_\lambda = 1$, $E_\lambda = E_{b\lambda}$ y $G_{b\lambda} = E_{b\lambda}$ en la ecuación (9.29). Remplazando E_λ por $\varepsilon_\lambda E_{b\lambda}$ en la ecuación (9.28) da

$$\varepsilon_\lambda E_{b\lambda} = \alpha_\lambda G_{b\lambda} = \alpha_\lambda E_{b\lambda}$$

que muestra que a cualquier longitud de onda λ a temperatura T,

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \alpha_\lambda(\lambda, T) \tag{9.30}$$

como se planteó al inicio.

Aunque la relación anterior se dedujo ante la condición de que el cuerpo está en equilibrio con sus alrededores, en realidad en una relación general que se aplica ante cualesquiera condiciones debido a que α_λ y ε_λ son propiedades superficiales que dependen únicamente de la condición de la superficie y su temperatura. Por tanto, se puede concluir que a menos que cambios en temperatura causen una alteración física en las características superficiales, la absortividad monocromática hemisférica es igual a la emisividad monocromática de una superficie.

La emisividad hemisférica total para una superficie no negra se obtiene con las ecuaciones (9.4) y (9.25). Al combinar estas dos relaciones, se determina que a una temperatura T dada la emitancia hemisférica total es

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)} = \frac{\displaystyle\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda) E_{b\lambda}(\lambda, T)\, d\lambda}{\displaystyle\int_0^\infty E_{b\lambda}(\lambda, T)\, d\lambda} \tag{9.31}$$

Esta relación muestra que cuando la emisividad monocromática de una superficie es una función de la longitud de onda, variará con la temperatura de la superficie, aunque la emisividad monocromática es únicamente una propiedad de superficie. La razón de esta variación es que el porcentaje de la radiación total que queda comprendida dentro de una banda de longitud de onda dada depende de la temperatura de la superficie emisora.

EJEMPLO 9.4 La emisividad hemisférica de una pintura de aluminio es aproximadamente de 0.4 a longitudes de onda menores que 3 μm y de 0.8 a longitudes de onda más largas, como se muestra en la figura 9.13. Determine la emisividad total de esta superficie a una temperatura ambiente de 27 °C y a una temperatura de 527 °C. ¿Por qué son diferentes los dos valores?

SOLUCIÓN A temperatura ambiente el producto λT al que cambia la emisividad es igual a $3\ \mu\text{m} \times (27 + 273)\ \text{K} = 900\ \mu\text{m K}$, en tanto que a la temperatura elevada $\lambda T = 2\,700\ \mu\text{m K}$. De la tabla 9.1 se obtiene

$$\frac{E_b(0 \rightarrow \lambda T)}{\sigma T^4} \cong 0.0001 \quad \text{para} \quad \lambda T = 900\,\mu\text{m K}$$

$$\frac{E_b(0 \rightarrow \lambda T)}{\sigma T^4} = 0.140 \quad \text{para} \quad \lambda T = 2\,400\,\mu\text{m K}$$

Por tanto, la emisividad a 27 °C es en esencia igual a 0.8, en tanto que a 527 °C la ecuación (9.31) da

$$\varepsilon = \frac{\displaystyle\int_0^{\lambda_1} \varepsilon_\lambda(\lambda) E_{b\lambda}(\lambda T)\, d\lambda + \int_{\lambda_i}^{\infty} \varepsilon_\lambda(\lambda) E_{b\lambda}(\lambda T)\, d\lambda}{\displaystyle\int_0^{\infty} E_{b\lambda}(\lambda T)\, d\lambda}$$

$$= (0.4)(0.14) + (0.8)(086) = 0.744$$

La razón de la diferencia en la emisividad total es que a la temperatura mayor, el porcentaje de la potencia emisora total en la región de baja emitancia de la pintura es apreciable, en tanto que a la temperatura menor prácticamente toda la radiación se emite a longitudes de onda mayores que 3 μm.

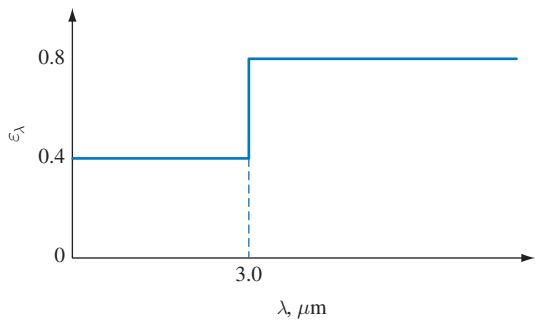


FIGURA 9.13 Emisividad espectral de la pintura del ejemplo 9.4.

De manera similar, la *absortividad total* de una superficie se puede obtener a partir de definiciones básicas. Considere una superficie a temperatura T sometida a radiación incidente de una fuente a T^* dada por

$$G = \int_0^{\infty} G_\lambda(\lambda^*, T^*)\, d\lambda \tag{9.32}$$

donde el asterisco se utiliza para denotar las condiciones de la fuente. Si la variación de la absortividad monocromática con la longitud de onda de la superficie receptora está dada por $\alpha_\lambda(\lambda)$, la absorbencia total es

$$\alpha(\lambda^*, T^*) = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda^*, T^*)\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda^*, T^*)\, d\lambda} \tag{9.33}$$

Observe que la absortividad total de una superficie depende de la temperatura y de las características espectrales de la radiación incidente. Por tanto, aunque la relación $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ siempre es válida, los valores totales de la absortividad y de la emisividad son, en general, diferentes de superficies reales.

9.3.3 Cuerpos grises

Los cuerpos grises son superficies con emisividades monocromáticas cuyos valores son independientes de la longitud de onda. Si bien las superficies reales no cumplen exactamente con esta especificación, con frecuencia es posible elegir valores promedio adecuados para la emisividad y la absortividad, $\bar{\varepsilon}$ y $\bar{\alpha}$, para hacer la suposición de cuerpo gris aceptable para un análisis en ingeniería. Para un cuerpo completamente gris, con el subíndice g denotando gris,

$$\varepsilon_\lambda = \bar{\varepsilon} = \bar{\alpha} = \alpha_\lambda = \varepsilon_g = \alpha_g$$

La potencia emisora E_g está dada por

$$E_g = \varepsilon_g \sigma T^4 \tag{9.34}$$

Así pues, si se conoce la emisividad de un cuerpo gris a una longitud de onda, la emisividad total y la absortividad total también se conocen, además, los valores totales de la absortividad y la emisividad son iguales aún si el cuerpo no está en equilibrio térmico con sus alrededores. Sin embargo, en la práctica la elección de valores promedio adecuados debe reflejar las condiciones de la fuente para la absortividad y la temperatura promedios de la superficie del cuerpo que recibe y emite radiación para la elección de la emisividad promedio. Una superficie que se idealiza como si tuviera propiedades uniformes, pero cuya emisividad promedio no es igual a la absortividad promedio, se denomina cuerpo selectivamente gris.

EJEMPLO 9.5 La pintura de aluminio del ejemplo 9.4 se utiliza para cubrir la superficie de un cuerpo que se mantiene a 27 °C. En una instalación, este cuerpo es irradiado por el Sol, en otra por una fuente a 527 °C. Calcule la absortividad efectiva de la superficie para las dos condiciones, suponiendo que el Sol es un cuerpo negro a 5 800 K.

SOLUCIÓN Para el caso de irradiación solar, de la tabla 9.1 se obtiene para $\lambda T = 3\ \mu\text{m} \times 5\,800\ K = 17\,400\ \mu\text{m}\ K = 17.4 \times 10^{-3}$ mK que:

$$\frac{E_b(0 \rightarrow \lambda T)}{\sigma T^4} = 0.98$$

Esto significa que 98% de la radiación solar queda comprendida por debajo de 3 μm y la absortividad efectiva es, de acuerdo con la ecuación (9.33),

$$\alpha(\lambda_{\text{Sol}}, T_{\text{Sol}}) = \left(\int_0^{3\mu\text{m}} \alpha(\lambda) G_\lambda(\lambda_s, T_s)\, d\lambda + \int_{3\mu m}^{\infty} \alpha(\lambda) G_\lambda(\lambda_s, T_s)\, d\lambda \right) \Big/ \int_0^{\infty} G_\lambda(\lambda_s, T_s)\, d\lambda$$

$$= (0.4)(0.98) + (0.8)(0.02) = 0.408$$

Para la segunda condición con la fuente a 527 °C (800 K), la absortividad se puede calcular de una manera similar. Sin embargo, el cálculo es el mismo que para la emisividad a 800 K del ejemplo 9.4 ya que $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ y $\bar{\varepsilon} = \bar{\alpha}$ en equilibrio. De aquí, $\bar{\alpha} = 0.744$ para una fuente a 800 K.

Los dos ejemplos anteriores ilustran los límites de las suposiciones de cuerpo gris. Aunque puede ser aceptable tratar la superficie pintada con aluminio como totalmente gris con $\bar{\alpha} = \bar{\varepsilon} = (0.8 + 0.744)/2 = 0.77$ promedio para intercambio de radiación entre ella y una fuente a 800 K o menos, para intercambio de radiación entre la superficie pintada con aluminio y el Sol una aproximación como esa conduciría a un error de gravedad. La superficie en el último caso se tendría que tratar como selectivamente gris con los valores promediados para $\bar{\alpha}$ y $\bar{\varepsilon}$ iguales a 0.408 y 0.80, respectivamente.

9.3.4 Características de superficies reales

La radiación de superficies reales difiere en varios aspectos de la radiación de un cuerpo negro o de un cuerpo gris. Cualquier superficie real irradia menos que un cuerpo negro a la misma temperatura. Las superficies grises irradian una fracción constante ε_g de la potencia emisora monocromática de una superficie negra a la misma temperatura T sobre todo el espectro; las superficies reales irradian una fracción ε_λ a cualquier longitud de onda, pero esta fracción no es constante y varía con la longitud de onda. En la figura 9.14 se muestra una comparación de la emisión espectral de superficies negras, grises y reales. Las superficies grises y negras irradian difusamente y la forma de la curva espectrorradiométrica para una superficie gris es similar a la de una superficie negra a la misma temperatura, con la altura reducida proporcionalmente por el valor numérico de la emisividad.

La emisión espectral de la superficie real, que se muestra por la línea ondulada en la figura 9.14, difiere en detalle de la emisión espectral de cuerpo gris, pero para el fin de análisis de las dos puede ser suficientemente similar en promedio para caracterizar la superficie como aproximadamente gris con $\varepsilon_g = 0.6$. La potencia emisora está dada por la ecuación (9.34):

$$E_{\text{real}} \cong \varepsilon_g \sigma T^4$$

Sin embargo, observe que en la figura 9.14 se comparan la potencia emisora de la superficie real con el de una superficie gris con $\varepsilon_g = 0.6$ a una temperatura de 2 000 K. A longitudes de onda mayores que 1.5 μm el ajuste es muy bueno, pero a longitudes de onda menores que 1.5 μm la emisividad de la superficie real es sólo de aproximadamente 50% de la correspondiente al cuerpo gris. Para temperaturas menores que 2 000 K, la diferencia no introducirá un error de gravedad debido a que la mayoría de la emisión radiante ocurre a longitudes de onda mayores que 1.5 μm. Sin embargo, a temperaturas mayores puede ser necesario aproximar la superficie real con un valor de emisividad menor que 0.6 para $\lambda < 1.5$ μm. Para la absortividad de radiación solar, que queda comprendida en su mayoría por debajo de 2.0 μm un valor más cercano a 0.3 sería una buena aproximación.

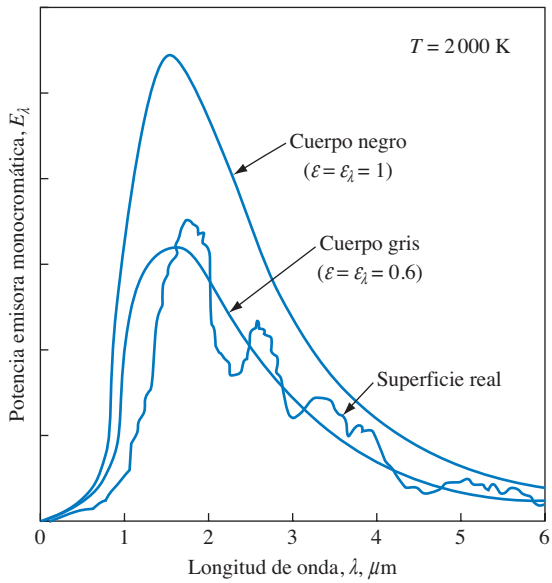


FIGURA 9.14 Comparación entre la emisión monocromática hemisférica de una superficie negra, gris ($\varepsilon_g = 0.6$) y real.

EJEMPLO 9.6 La emisividad hemisférica espectral de una superficie pintada se muestra en la figura 9.15. Utilizando una aproximación gris selectiva, calcule: *a*) la emisividad efectiva en todo el espectro, *b*) la potencia emisora a 1 000 K y *c*) el porcentaje de radiación solar que absorbería esta superficie. Suponga que la radiación solar corresponde a una fuente de cuerpo negro a 5 800 K.

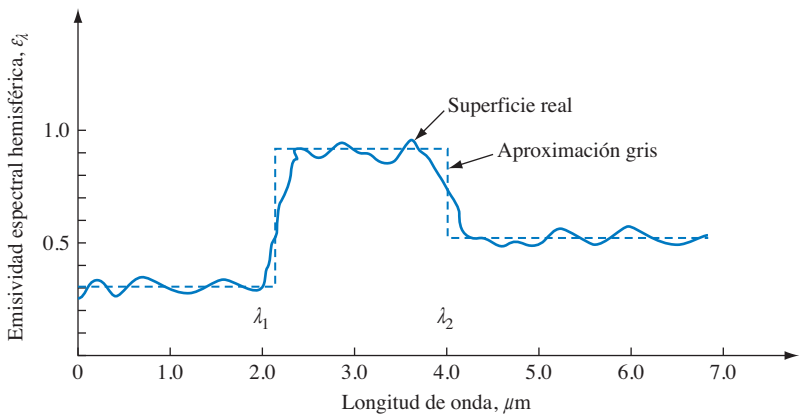


FIGURA 9.15 Emisividad espectral hemisférica de la superficie del ejemplo 9.6.

SOLUCIÓN Las características de superficie real se aproximarán mediante un modelo gris de tres bandas. A valores menores que 2.0 μm la emisividad es 0.3, entre 2.0 y 4.0 μm la emisividad es aproximadamente de 0.9 y a valores mayores que 4.0 μm la emisividad es aproximadamente de 0.5.

a) La emisividad efectiva en todo el espectro es

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\displaystyle\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{b\lambda}\, d\lambda}{\displaystyle\int_0^\infty E_{b\lambda}\, d\lambda}$$

$$= \varepsilon_1 \left[\frac{E_b(0 \to \lambda_1 T)}{\sigma T^4} \right] + \varepsilon_2 \left[\frac{E_b(0 \to \lambda_2 T) - E_b(0 \to \lambda_1 T)}{\sigma T^4} \right]$$

$$+ \varepsilon_3 \left[\frac{E_b(0 \to \infty) - E_b(0 \to \lambda_2 T)}{\sigma T^4} \right]$$

De los datos, $\lambda_1 T = 2 \times 10^{-3}$ mK y $\lambda_2 T = 4 \times 10^{-3}$ mK. Evaluando la emisión de cuerpo negro en las tres bandas de acuerdo con la tabla 9.1 se obtiene,

$$\bar{\varepsilon} = (0.3)(0.0667) + 0.9(0.4809 - 0.0667) + 0.5(1.0 - 0.4809)$$

$$= 0.0200 + 0.373 + 0.255 = 0.6485$$

b) Entonces la potencia emisora es

$$E = \bar{\varepsilon}\sigma T^4 = (0.6485)(5.67 \times 10^{-8})(1000)^4$$

$$= 3.67 \times 10^4 \,\text{W/m}^2$$

La potencia emisora de una superficie negra a 1 000 K es, por comparación, 5.67×10^4 W/m^2.

c) Para calcular la absortividad solar promedio se utiliza la ecuación (9.33):

$$\bar{\alpha}_s = \frac{\displaystyle\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda^*\, d\lambda}{\displaystyle\int_0^\infty G_\lambda^*\, d\lambda}$$

De acuerdo con la ley de Kirchhoff, $\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$ y por tanto

$$\bar{\alpha}_s = \frac{\varepsilon_1 \displaystyle\int_0^{2\mu\text{m}} G_\lambda^* d\lambda}{\sigma T^4} + \frac{\varepsilon_2 \displaystyle\int_{2\mu\text{m}}^{4\mu\text{m}} G_\lambda^*\, d\lambda}{\sigma T^4} + \frac{\varepsilon_3 \displaystyle\int_{4\mu\text{m}}^{\infty} G_\lambda^*\, d\lambda}{\sigma T^4}$$

Suponiendo que el Sol irradia como un cuerpo negro a 5 800 K, de la tabla 9.1 se obtiene,

$$\bar{\alpha}_s = (0.3)(0.941) + 0.9(0.990 - 0.94) + 0.5(1.0 - 0.99)$$

$$= 0.332$$

Por tanto, se absorbería aproximadamente 33% de la radiación solar. Observe que la relación de la emisividad a 1 000 K con la absorbencia de una fuente a 5 800 K es casi igual a 2.

Por conveniencia, las emisividades hemisféricas de un grupo seleccionado de superficies industriales importantes a temperaturas diferentes se resumen en la tabla 9.2. Gubareff y colaboradores [8] compilaron una tabulación más completa de propiedades de radiación medidas experimentalmente para muchas superficies.

TABLA 9.2 Emisividades hemisféricas de varias superficies

	Longitud de onda y temperatura promedio				
Material	**9.3 μm 310 K**	**5.4 μm 530 K**	**3.6 μm 800 K**	**1.8 μm 1 700 K**	**0.6 μm solar ~6 000 K**
Metales					
Aluminio					
pulido	~0.04	0.05	0.08	~0.19	~0.3
oxidado	0.11	~0.12	0.18		
intemperizado 24-ST	0.4	0.32	0.27		
techumbre superficial	0.22				
anodizado (a 1 000 °F)	0.94	0.42	0.60	0.34	
Latón					
pulido	0.10	0.10			
oxidado	0.61				
Cromo					
pulido	~0.08	~0.17	0.26	~0.40	0.49
Cobre					
pulido	0.04	0.05	~0.18	~0.17	
oxidado	0.87	0.83	0.77		
Hierro					
pulido	0.06	0.08	0.13	0.25	0.45
fundición, oxidado	0.63	0.66	0.76		
galvanizado, nuevo	0.23			0.42	0.66
galvanizado, sucio	0.28			0.90	0.89
placa de acero, rugosa	0.94	0.97	0.98		
óxido	0.96		0.85		0.74
fundido				0.3-0.4	
Magnesio	0.07	0.13	0.18	0.24	0.30
Filamento de molibdeno			~0.09	~0.15	~0.2[b]
Plata					
pulida	0.01	0.02	0.03		0.11
Acero inoxidable					
18-8, pulido	0.15	0.18	0.22		
18-8, intemperizado	0.85	0.85	0.85		
Tubo de acero, oxidado		0.94			
Tungsteno, filamento	0.03			~0.18	0.35[c]
Zinc					
pulido	0.02	0.03	0.04	0.06	0.46
lámina galvanizada	~0.25				
Materiales de construcción y de aislamiento					
Papel de asbesto	0.93	0.93			
Asfalto	0.93		0.9		0.93
Ladrillo					
rojo	0.93				0.7

(*Continúa*)

TABLA 9.2 (*Continuación*)

arcilla refractaria	0.9		~0.7	~0.75	
sílice	0.9		~0.75	0.84	
magnesita refractaria	0.9			~0.4	
Esmalte, blanco	0.9				
Mármol, blanco	0.95		0.93		0.47
Papel, blanco	0.95		0.82	0.25	0.28
Yeso	0.91				
Tablero para techo	0.93				
Acero esmaltado, blanco				0.65	0.47
Cemento de asbesto, rojo				0.67	0.66
Pinturas					
Laca aluminizada	0.65	0.65			
Pinturas crema	0.95	0.88	0.70	0.42	0.35
Laca, negra	0.96	0.98			
Pintura de humo negro	0.96	0.97		0.97	0.97
Pintura roja	0.96				0.74
Pintura amarilla	0.95		0.5		0.30
Pinturas de aceite (todos los colores)	~0.94	~0.9			
Blanco de cinc (ZnO)	0.95		0.91		0.18
Diversos					
Hielo	~0.97[d]				
Agua	~0.96				
Carbón					
carbón-T, 0.9% ceniza	0.82	0.80	0.79		
filamento	~0.72			0.53	
Madera	~0.93				
Vidrio	0.90				(Baja)

[a]Como la emisividad a una longitud de onda dada es igual a la absortividad a esa longitud de onda, los valores en esta tabla se pueden utilizar para aproximar la absortividad de radiación de una fuente a la temperatura listada. Por ejemplo, el aluminio pulido absorberá 30% de radiación solar incidente.
[b]A 3 000 K.
[c]A 3 600 K.
[d]A 273 K.
Fuente: Fischenden y Saunders [3], Hamilton y Morgan [4], Kreith y Black [5], Schmidt y Furthman [6], McAdams [7] y Gubareff y colaboradores [8].

En la figura 9.16 se muestra la emisividad monocromática medida (o absortividad) de algunos conductores eléctricos como una función de la longitud de onda [9]. Las superficies pulidas de metales tienen emisividades bajas pero, como se muestra en la figura 9.17, la presencia de una capa de óxido puede incrementar de manera apreciable la emisividad. La emisividad monocromática de un conductor eléctrico (por ejemplo, consulte las curvas para Al o Cu en la figura 9.16) aumenta al disminuir la longitud de onda. En consecuencia, de acuerdo con la ecuación (9.31), la emisividad total de los conductores eléctricos aumenta al aumentar la temperatura, como se ilustra en la figura 9.18 para varios metales y un dieléctrico.

Como grupo, los no conductores eléctricos presentan una tendencia opuesta y por lo general tienen valores altos de emisividad infrarroja. En la figura 9.19 se ilustra la variación de la emisividad monocromática de varios no conductores eléctricos con la longitud de onda.

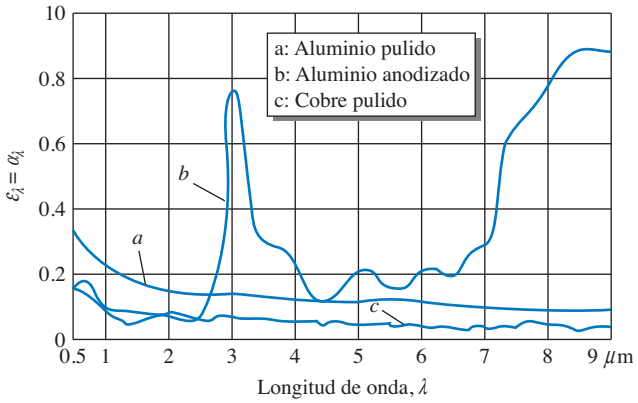


FIGURA 9.16 Variación de la absortividad monocromática (o emisividad) con la longitud de onda para tres conductores eléctricos a temperatura ambiente.

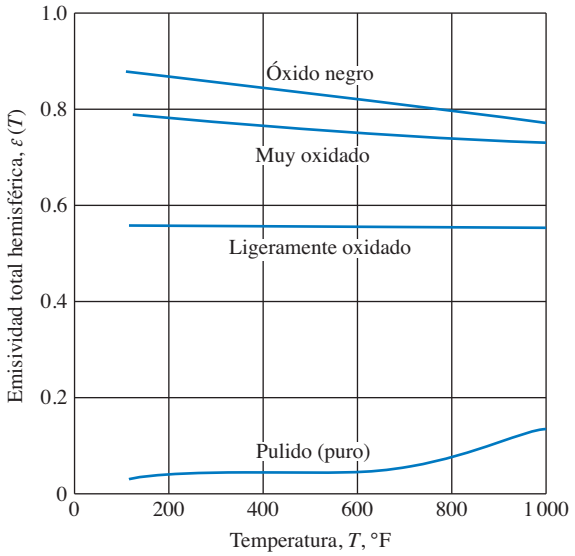


FIGURA 9.17 Efecto de un recubrimiento de óxido en la emisividad total hemisférica del cobre.

Fuente: Datos de Gubareff y colaboradores [8].

Para cálculos de transferencia de calor se desea tener una emisividad o absortividad promedio en la banda de longitud de onda a la que la masa de la radiación se emite o absorbe. La banda de longitud de onda de interés depende de la temperatura del cuerpo del cual se origina la radiación, como se destacó en la sección 9.1. Si se conoce la distribución de la emisividad monocromática, la emisividad total se puede calcular con la ecuación (9.31) y la absortividad total se puede calcular con la ecuación (9.33) si también se especifican la temperatura y las características espectrales de la fuente.

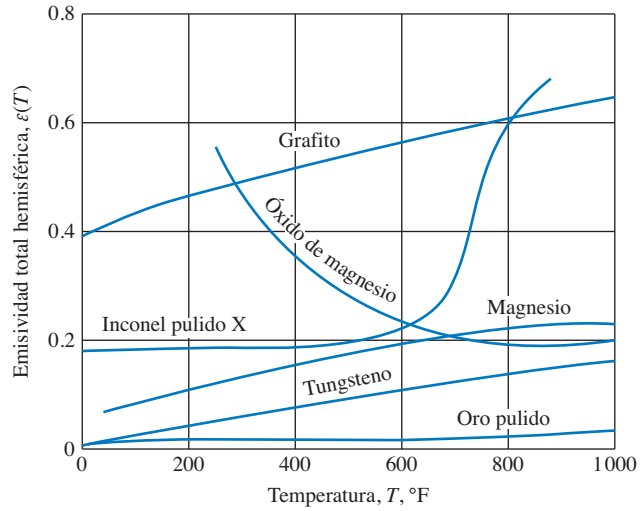


FIGURA 9.18 Efecto de la temperatura en la emisividad total hemisférica de varios metales y un dieléctrico.

Fuente: Datos de Gubareff y colaboradores [8].

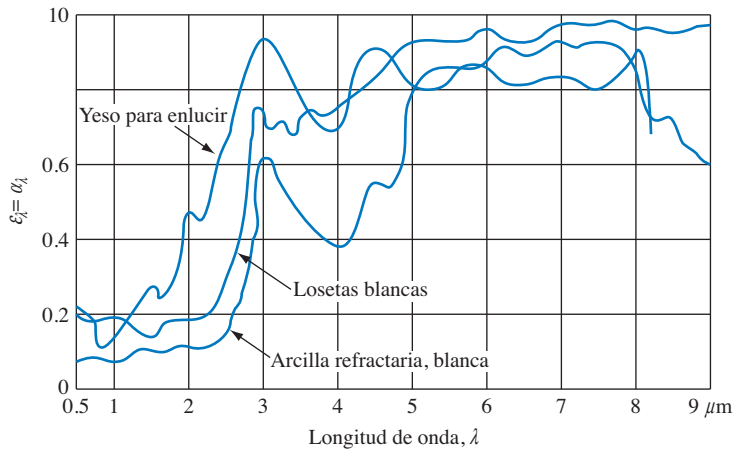
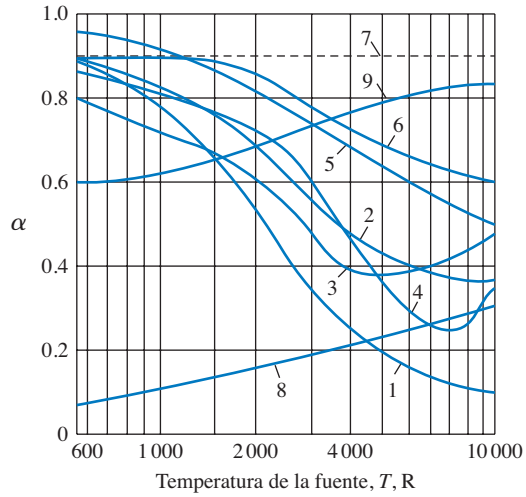


FIGURA 9.19 Variación de la absortividad monocromática (o emisividad) con la longitud de onda para tres no conductores eléctricos.

Fuente: De acuerdo con Sieber [9].

Sieber [9] evaluó la absortividad total de las superficies de varios materiales como una función de la temperatura de la fuente, con las superficies receptoras a temperatura ambiente y el emisor un cuerpo negro. Sus resultados se muestran en la figura 9.20, donde la ordenada es la absortividad total para radiación normal a la superficie y la abscisa es la temperatura de la fuente. Se observa que la absortividad del aluminio, común de buenos conductores, aumenta al aumentar la temperatura de la fuente, en tanto que la absortividad de no conductores presenta una tendencia opuesta.



(1) Arcilla refractaria blanca	(4) Madera	(7) Tejas americanas para techos
(2) Asbestos	(5) Porcelana	(8) Aluminio
(3) Corcho	(6) Concreto	(9) Grafito

FIGURA 9.20 Variación de la absortividad total con la temperatura de la fuente para varios materiales a temperatura ambiente.

Fuente: De acuerdo con Sieber [9].

En la figura 9.21 se ilustra que la emisividad de superficies reales también es una función de la dirección. La emisividad direccional $\varepsilon(\theta, \phi)$ se define como la intensidad de radiación emitida de una superficie en la dirección θ, ϕ dividida entre la intensidad de cuerpo negro:

$$\varepsilon(\theta, \phi) = \frac{I(\theta, \phi)}{I_b} \tag{9.35}$$

Con referencia a la ecuación (9.25), la emisividad hemisférica monocromática se define mediante la relación

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{b\lambda}} = \frac{\displaystyle\int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi/2} I_\lambda(\theta, \phi)\,\text{sen}\,\theta\cos\theta\,d\theta\,d\phi}{\pi I_{b\lambda}} \tag{9.36}$$

pero como ya se mencionó, la variación de la emisividad con el ángulo azimutal ϕ suele ser insignificante. Si la emisividad es una función sólo del ángulo de elevación θ, la ecuación (9.36) se puede integrar sobre el ángulo ϕ y simplificarse a

$$\varepsilon_\lambda = \frac{2\pi\displaystyle\int_{\theta=0}^{\pi/2} I_\lambda(\theta)\,\text{sen}\,\theta\cos\theta\,d\theta}{\pi I_b} \tag{9.37}$$

Sustituyendo I_λ/I_b de la ecuación (9.35) se obtiene

$$\varepsilon_\lambda = 2\int_{\theta=0}^{\pi/2} \varepsilon_\lambda(\theta)\,\text{sen}\,\theta\cos\theta\,d\theta \tag{9.38}$$

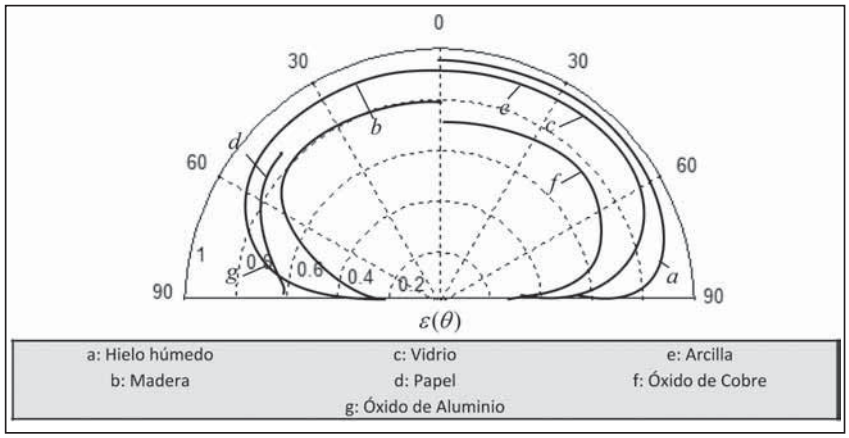


FIGURA 9.21 Variación de la emisividad direccional con el ángulo de elevación para varios no conductores eléctricos.

EJEMPLO 9.7 La emisividad direccional de una superficie oxidada a 800 K se puede aproximar mediante

$$\varepsilon(\theta) = 0.70 \cos\theta$$

Determine: *a*) la emisividad perpendicular a la superficie, *b*) la emisividad hemisférica y *c*) la potencia emisora radiante si la superficie es de 5×10 cm.

SOLUCIÓN

a) $\varepsilon(0)$, la emisividad para $\theta = 0°$ o $\cos\theta = 1$, es 0.70.

b) La emisividad hemisférica se obtiene efectuando la integración indicada por la ecuación (9.38):

$$\bar{\varepsilon} = 2\int_0^{\pi/2} 0.70 \cos^2\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta = -\left(\frac{1.4}{3}\right)\cos^3\theta\Big|_0^{\pi/2}$$

Sustituyendo los límites anteriores da 0.467. Observe que la relación $\varepsilon(0)/\bar{\varepsilon} = 1.5$.

c) La potencia emisora es

$$= \bar{\varepsilon} A\sigma T^4 = (0.467)(5 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^2)(5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/m^2\,K^4})(1800\,\mathrm{K})^4$$
$$= 1390\,\mathrm{W}$$

Las gráficas polares en la figura 9.21 y en la figura 9.22 ilustran la emisividad direccional para algunos no conductores y conductores eléctricos, respectivamente. En estas gráficas θ es el ángulo entre la normal a la superficie y la dirección del haz radiante emitido desde la superficie. Para superficies cuya intensidad de radiación sigue la ley de los cosenos de Lambert y depende sólo del área proyectada, las curvas de emisividad serían semicírculos. En la figura 9.21 se muestra que para no conductores como madera, papel y películas de óxido, la emisividad disminuye a valores grandes

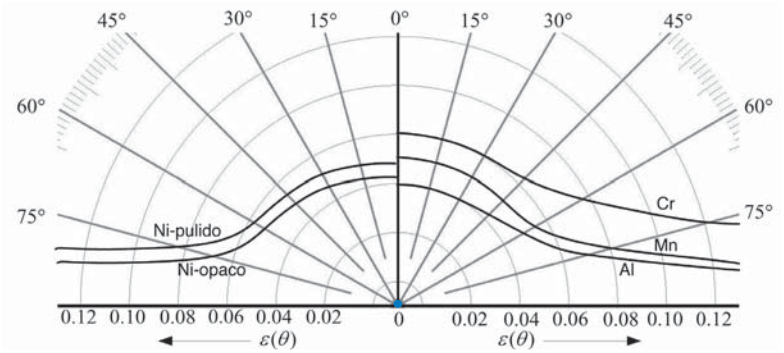


FIGURA 9.22 Variación de la emisividad direccional con el ángulo de elevación de varios metales.

del ángulo de emisión θ, en tanto que para metales pulidos se observa una tendencia opuesta (consulte la figura 9.22). Por ejemplo, la emisividad del cromo pulido, que se utiliza mucho como blindaje contra radiación, es tan bajo como 0.06 en la dirección normal, pero aumenta a 0.14 cuando se observa desde un ángulo θ de 80°. Se dispone de muy pocos datos experimentales sobre la variación direccional de la emisividad y hasta que se cuente con más información, una aproximación satisfactoria para cálculos ingenieriles es suponer para superficies metálicas pulidas un valor medio de $\bar{\varepsilon}/\varepsilon_n = 1.2$ y para superficies no metálicas $\bar{\varepsilon}/\varepsilon_n = 0.96$, donde ε es la emisividad promedio a través de un ángulo sólido hemisférico de 2π estereorradianes y ε_n es la emisividad en la dirección de la normal a la superficie.

Reflectividad y transmisividad Cuando una superficie no absorbe toda la radiación incidente, la parte no absorbida se transmitirá o bien se reflejará. La mayoría de los sólidos son opacos y no transmiten radiación. Por tanto, la parte de la radiación que no se absorbe se refleja de regreso hacia el espacio hemisférico. Se puede caracterizar por la reflectividad hemisférica monocromática ρ_λ definida como

$$\rho_\lambda = \frac{\text{energía radiante reflejada por tiempo-área-longitud de onda unitarias}}{G_\lambda} \tag{9.39}$$

o por la reflectividad total ρ, definida como

$$\rho = \frac{\text{energía radiante reflejada por tiempo-área unitarios}}{\displaystyle\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda} \tag{9.40}$$

Para materiales no transmisores, las relaciones

$$\rho_\lambda = 1 - \alpha_\lambda \tag{9.41}$$

y

$$\rho = 1 - \alpha$$

obviamente deben ser válidas en cada longitud de onda y en todo el espectro, respectivamente.

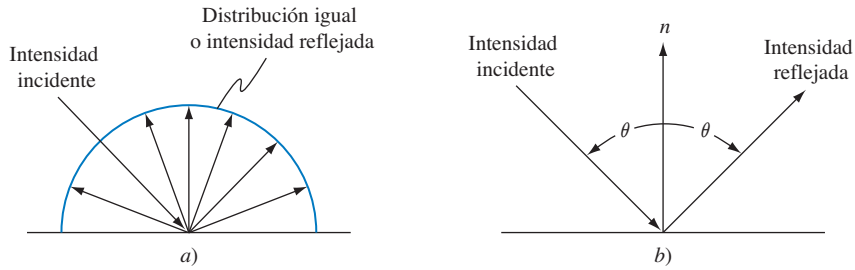


FIGURA 9.23 Diagrama esquemático que ilustra la reflexión *a*) difusa y *b*) especular.

Para el caso más general de un material que absorbe, refleja y transmite parcialmente radiación incidente sobre su superficie, se define τ_λ como la fracción transmitida a longitud de onda λ y τ como la fracción de la radiación incidente total que se transmite. Con referencia a la figura 9.11, la relación monocromática es

$$\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1 \tag{9.42}$$

en tanto que la relación total entre reflectividad, absortividad y transmisividad está dada por la ecuación (9.22). El vidrio, la sal de roca y otros cristales inorgánicos son ejemplos de los pocos sólidos que, a menos que sean muy gruesos, son hasta cierto grado transparentes a la radiación de ciertas longitudes de onda. Muchos líquidos y todos los gases también son transparentes.

Existen dos tipos básicos de reflexiones de radiación: *especular* y *difusa*. Si el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia, la reflexión se denomina especular. Por otro lado, cuando un haz incidente se refleja uniformemente en todas las direcciones, la reflexión se denomina difusa. Ninguna superficie real es especular o difusa. En general, la reflexión de superficies muy pulidas y lisas se aproxima a las características especulares, en tanto que la reflexión de superficies industriales "rugosas" se aproxima a características difusas. Un espejo ordinario refleja especularmente en el intervalo de longitud de onda visible pero no necesariamente sobre el intervalo de longitud de onda más grande de la radiación térmica.

En la figura 9.23 se ilustra de manera esquemática, el comportamiento de reflectores difusos y especulares. Para cálculos ingenieriles, las superficies industrialmente chapeadas, maquinadas o pintadas se pueden tratar como si fueran difusas, de acuerdo con experimentos de Schonhorst y Viskanta [11]. Sparrow y Cess [12], Siegel y Howe [13] y Hering y Smith [14] presentan métodos para tratar problemas con superficies que son parcialmente especulares y parcialmente difusas.

9.4 Factor de forma en la radiación

En la mayoría de los problemas prácticos que comprenden radiación, la intensidad de radiación térmica que pasa entre las superficies no se afecta de manera apreciable por la presencia de medios interventores debido a que, a menos que la temperatura sea tan elevada para causar ionización o disociación, los gases monoatómicos y la mayoría de los biatómicos así como el aire son transparentes. Además, como la mayoría de las superficies industriales se pueden tratar como emisores y reflectores difusos de radiación en un análisis de transferencia de calor, un problema clave al calcula la transferencia de calor por radiación entre superficies es determinar la fracción de la radiación difusa total saliente de una

superficie e interceptada por otra y viceversa. *La fracción de radiación distribuida difusamente que sale de una superficie A_i y llega a una superficie A_j se denomina factor de forma de radiación F_{i-j}*. El primer subíndice adjunto al factor de forma de radiación denota la superficie de la cual emana la radiación, en tanto que el segundo subíndice denota la superficie que recibe la radiación. El factor de forma con frecuencia se denomina *factor de configuración* o *factor de vista*.

Considere dos superficies negras A_1 y A_2, como se muestra en la figura 9.24. La radiación que emana de A_1 y llega a A_2 es

$$q_{1\to 2} = E_{b1}A_1F_{1-2} \tag{9.43}$$

y la radiación que emana de A_2 y llega a A_1 es

$$q_{2\to 1} = E_{b2}A_2F_{2-1} \tag{9.44}$$

Puesto que las dos superficies son negras, toda la radiación incidente se absorberá y la tasa neta de intercambio de energía, $q_{1\rightleftharpoons 2}$, es

$$q_{1\rightleftharpoons 2} = E_{b1}A_1F_{1-2} - E_{b2}A_2F_{2-1} \tag{9.45}$$

Si las dos superficies están a la misma temperatura, $E_{b1} = E_{b2}$ entonces no puede haber flujo neto de calor entre ellas. Por tanto, $q_{1\rightleftharpoons 2} = 0$ y como ni las áreas ni los factores de forma son funciones de la temperatura:

$$A_1F_{1-2} = A_2F_{2-1} \tag{9.46}$$

La ecuación (9.46) se conoce como *teorema de reciprocidad*. Entonces, la tasa de transferencia neta entre cualesquiera dos superficies negras, A_1 y A_2, se puede escribir en dos formas:

$$q_{1\rightleftharpoons 2} = A_1F_{1-2}(E_{b1} - E_{b2}) = A_2F_{2-1}(E_{b1} - E_{b2}) \tag{9.47}$$

Al examinar la ecuación (9.47) se revela que la tasa de flujo neta de calor entre dos cuerpos negros se puede determinar evaluando la radiación desde cualquiera de las superficies hacia la otra superficie y remplazando su potencia emisora por la diferencia entre las potencias emisivas de las dos superficies. Como el resultado final es independiente de la elección de la superficie emisora, se selecciona la superficie cuyo factor de forma se pueda determinar con más facilidad. Por ejemplo, el factor de forma $F_{1\text{-}2}$ para cualquier superficie A_1 completamente encerrada por otra

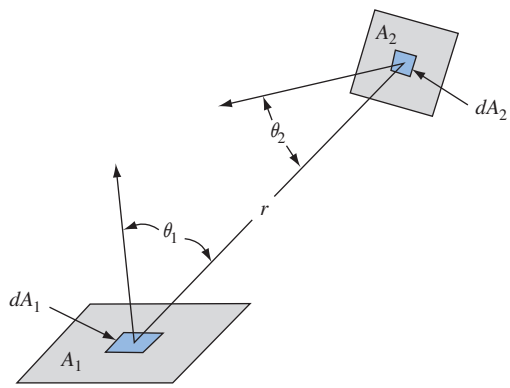


FIGURA 9.24 Nomenclatura para la deducción del factor de forma geométrico.

superficie es igual a la unidad. Sin embargo, en general la determinación de un factor de forma para cualquier configuración geométrica, excepto para la más simple, es muy compleja.

Para determinar la fracción de la energía que emana de la superficie A_1 que incide sobre la superficie A_2, considere primero las dos áreas diferenciales dA_1 y dA_2. Si la distancia entre ellas es r, entonces $dq_{1\to2}$, la tasa a la que la radiación de dA_1 recibe dA_2, está dada, de acuerdo con la ecuación (9.13), por

$$dq_{1\to2} = I_1 \cos\theta_1 \, dA_1 \, d\omega_{1-2} \tag{9.48}$$

donde I_1 = intensidad de radiación de dA_1

$dA_1 \cos\theta_1$ = proyección del elemento de área dA_1 vista desde dA_2

$d\omega_{1-2}$ = ángulo sólido subtendido por el área receptora dA_2 con respecto al punto central de dA_2

El ángulo subtendido $d\omega_{1-2}$ es igual al área proyectada de la superficie receptora en la dirección de la radiación incidente dividida entre el cuadrado de la distancia entre dA_1 y dA_2, o, utilizando la nomenclatura de la figura 9.24:

$$d\omega_{1-2} = \cos\theta_2 \frac{dA_2}{r^2} \tag{9.49}$$

Sustituyendo el valor de $d\omega_{1-2}$ e I_1 de las ecuaciones (9.49) y (9.16), respectivamente en la ecuación (9.48) se obtiene

$$dq_{1\to2} = E_{b1} \, dA_1 \left(\frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 dA_2}{\pi r^2} \right) \tag{9.50}$$

donde el término entre paréntesis es igual a la fracción de la radiación total emitida de dA_1 que es interceptada por dA_2. Por analogía, la fracción de la radiación total emitida de dA_2 que incide sobre dA_1 es

$$dq_{2\to1} = E_{b2} dA_2 \left(\frac{\cos\theta_2 \cos\theta_1 \, dA_1}{\pi r^2} \right) \tag{9.51}$$

de manera que la tasa total de transferencia de calor entre dA_1 y dA_2 es

$$dq_{1\rightleftharpoons2} = (E_{b1} - E_{b2}) \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 dA_1 dA_2}{\pi r^2} \tag{9.52}$$

Para determinar $q_{1\rightleftharpoons2}$, la tasa neta de radiación entre las superficies completas A_1 y A_2, se puede integrar la fracción en la ecuación anterior sobre las dos superficies y obtener

$$q_{1\rightleftharpoons2} = (E_{b1} - E_{b2}) \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dA_1 \, dA_2}{\pi r^2} \tag{9.53}$$

La integral doble está escrita de manera conveniente en notación abreviada como A_1F_{1-2} o A_2F_{2-1}, donde F_{1-2} se denomina factor de forma evaluado con base en el área A_1 y F_{2-1} se denomina factor de forma evaluado con base en A_2. El método de evaluación de la integral doble se ilustra en el ejemplo siguiente.

EJEMPLO 9.8 Determine el factor de forma geométrico para un disco muy pequeño A_1 y un disco grande paralelo A_2 ubicado a una distancia L directamente arriba del más pequeño, como se muestra en la figura 9.25.

SOLUCIÓN De la ecuación (9.53) el factor de forma geométrico es

$$A_1F_{1-2} = \int_{A_1}\int_{A_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2}\, dA_2\, dA_1$$

pero como A_1 es muy pequeña, el factor de forma está dado por

$$A_1F_{1-2} = \frac{A_1}{\pi}\int_{A_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{r^2}\, dA_2$$

De la figura 9.25, $\cos\theta_1 = \cos\theta_2 = L/r$, $r = \sqrt{\rho^2+L^2}$ y $dA_2 = \rho\, d\phi\, d\rho$. Sustituyendo estas relaciones, se obtiene

$$A_1F_{1-2} = \frac{A_1}{\pi}\int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{L^2}{(\rho^2 + L^2)^2}\, \rho\, dp\, d\phi$$

que se puede integrar directamente y obtener:

$$A_1F_{1-2} = \frac{A_1a^2}{a^2 + L^2} = A_2F_{2-1}$$

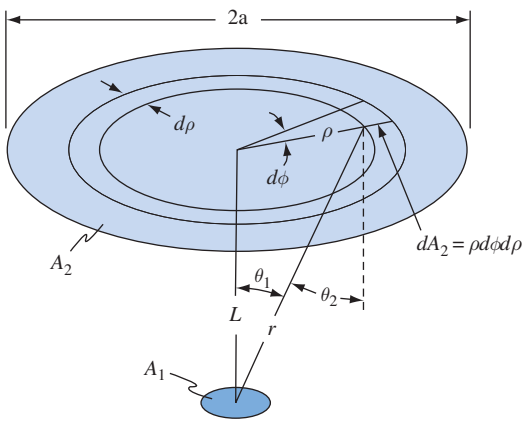


FIGURA 9.25 Nomenclatura para evaluar el factor de forma entre los dos discos del ejemplo 9.8.

El ejemplo 9.8 ilustra que la determinación de un factor de forma evaluando la integral doble de la ecuación (9.53) en general es muy tediosa. Por fortuna, se han evaluado los factores de forma para una gran variedad de configuraciones geométricas y la mayoría de ellos se encuentra en las referencias [3-7]. En la tabla 9.3 y en las figuras 9.26 a 9.30 se resume un grupo seleccionado de interés práctico.

TABLA 9.3 Factores de forma geométricos para utilizarse en las ecuaciones (9.47) y (9.55)

Superficies entre las que se intercambia radiación	Factor de forma, F_{1-2}
1. Planos paralelos infinitos.	1
2. Cuerpo A_1 completamente encerrado por otro cuerpo, A_2. El cuerpo A_1 no puede ver una parte de sí mismo.	1
3. Elemento de superficie $dA(A_1)$ y superficie rectangular (A_2) arriba y paralelo a él, con una esquina del rectángulo contenida normal a dA.	Consulte la figura 9.26
4. Elemento $dA(A_1)$ paralelo a un disco circular (A_2) con su centro directamente arriba de dA. (Consulte el ejemplo 9.8.)	$\dfrac{a^2}{(a^2 + L^2)}$
5. Dos cuadrados, rectángulos o discos paralelos e iguales, de ancho o diámetro D, separados una distancia L.	Consulte la figura 9.28 o la figura 9.29
6. Dos discos paralelos de diámetro desigual, separados una distancia L con centros en la misma normal a sus planos, el disco menor A_1 de radio a, el disco mayor de radio b.	$\dfrac{1}{2a^2}[L^2 + a^2 + b^2 - \sqrt{(L^2 + a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2}]$
7. Dos rectángulos en planos perpendiculares con un lado común.	Consulte la figura 9.27
8. Radiación entre un plano infinito A_1 y una o dos filas de tubos infinitos paralelos en un plano paralelo A_2 si la única otra superficie es una superficie refractaria detrás de los tubos.	Consulte la figura 9.30

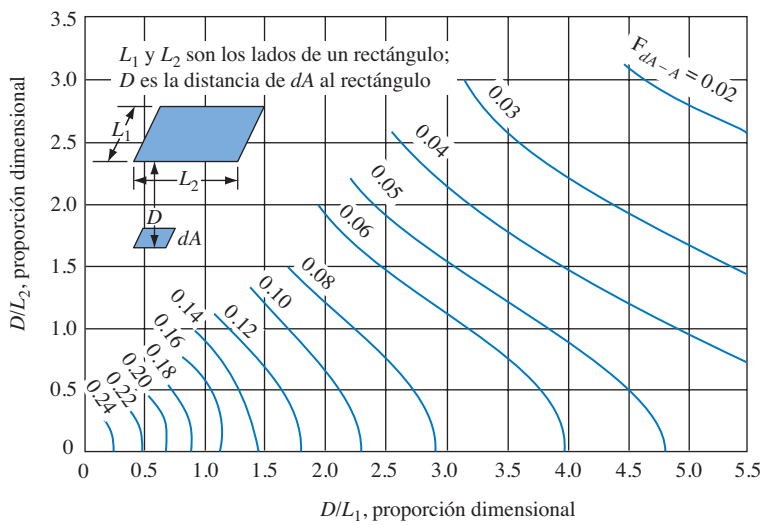


FIGURA 9.26 Factor de forma de un elemento de superficie dA y una superficie rectangular A paralela a él.

Fuente: De Hottel [15], con permiso.

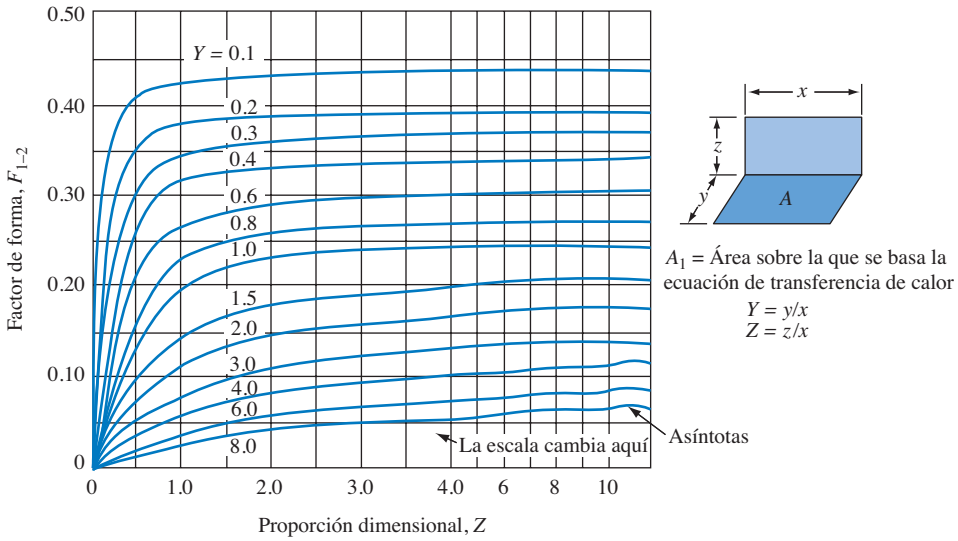


FIGURA 9.27 Factor de forma de rectángulos adyacentes en planos perpendiculares compartiendo un borde común.

Fuente: De Hottel [15], con permiso.

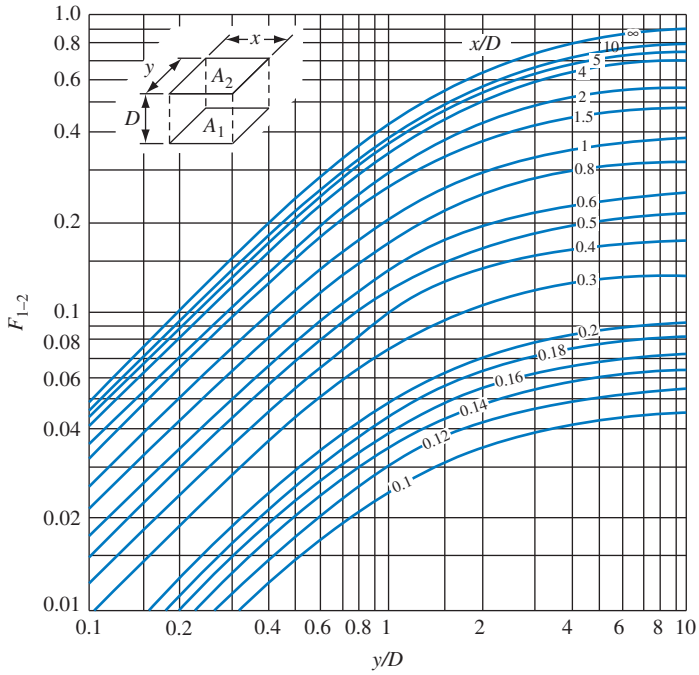
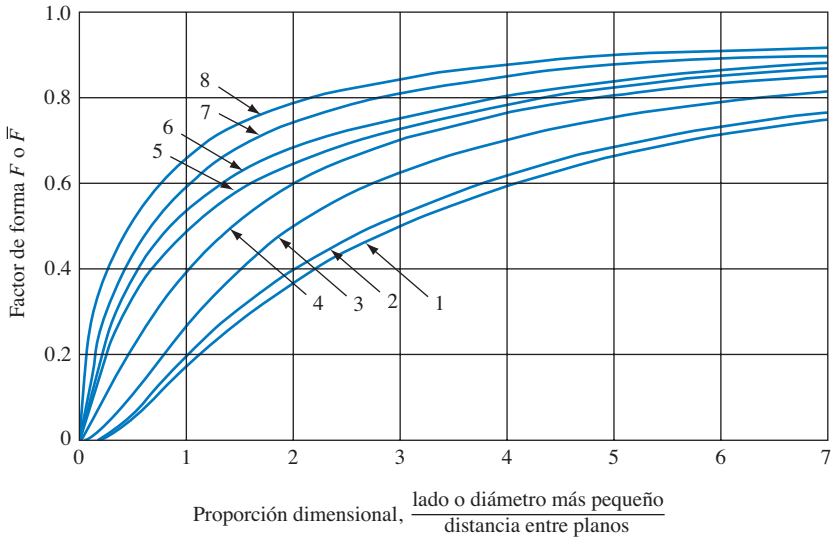


FIGURA 9.28 Factor de forma de rectángulos directamente opuestos.

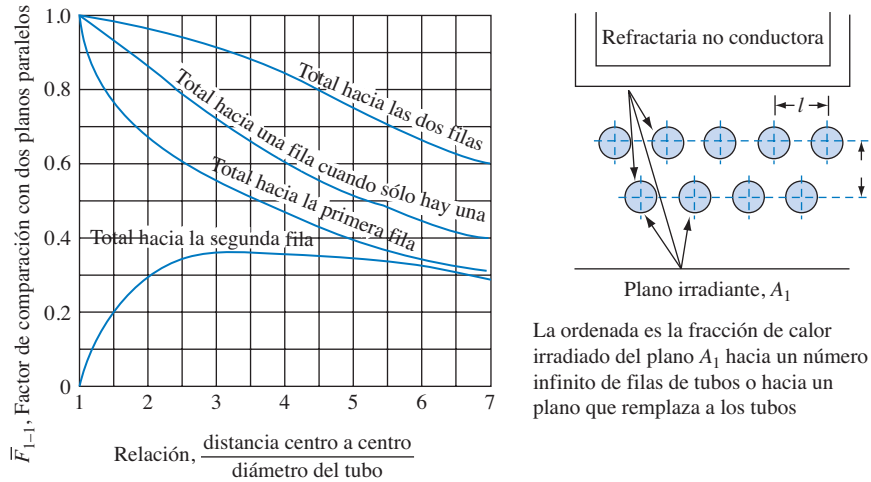


Radiación entre planos paralelos, directamente opuestos:

- 1, 2, 3 y 4: radiación directa entre los planos, F
- 5, 6, 7 y 8: planos conectados por paredes no conductoras pero reirradiantes, $\overline{F}$
- 1 y 5: discos
- 2 y 6: cuadrados
- 3 y 7: 2:1 rectángulos
- 4 y 8: rectángulos largos, angostos

FIGURA 9.29 Factores de forma de cuadrados rectángulos y discos iguales y paralelos.

Fuente: De Hottel [15], con permiso. Consulte la ecuación (9.65) para la definición de $\overline{F}$.



La ordenada es la fracción de calor irradiado del plano A_1 hacia un número infinito de filas de tubos o hacia un plano que remplaza a los tubos

FIGURA 9.30 Factor de forma de un plano y una o dos filas de tubos paralelos a él.

Fuente: De Hottel [15], con permiso.

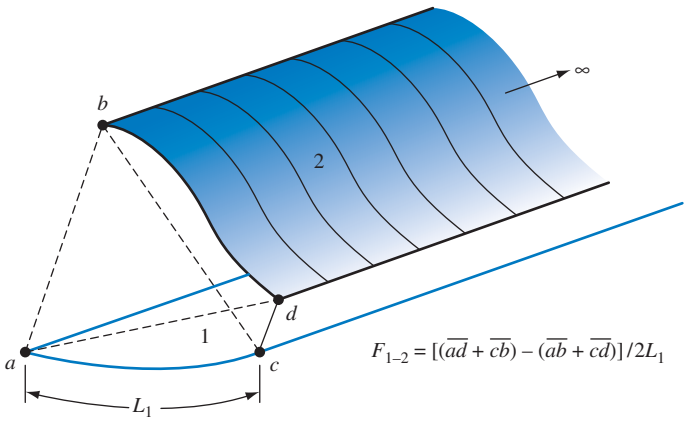


FIGURA 9.31 Diagrama esquemático que ilustra el método de la cuerda cruzada.

Los factores de forma para superficies que son bidimensionales, infinitamente largas en una dirección y caracterizadas por secciones transversales normales a la dirección infinita se pueden determinar mediante un procedimiento simple denominado *método de la cuerda cruzada*. En la figura 9.31 se muestran dos superficies que satisfacen las restricciones geométricas para el método de la cuerda cruzada. Hottel y Sarofim [16] demostraron que el factor de forma F_{1-2} es igual a la suma de las longitudes de las cuerdas cruzadas colocadas entre los extremos de las dos superficies menos la suma de las longitudes de las cuerdas no cruzadas divididas entre el doble de la longitud L_1. En forma de ecuación,

$$F_{1-2} = \frac{(\overline{ad} + \overline{cb}) - (\overline{ad} + \overline{cd})}{2L_1} \tag{9.54}$$

EJEMPLO 9.9 Una ventana tiene una abertura de 1 m de altura y 5 m de longitud. Bajo la ventana, como se muestra en la figura 9.32, se encuentra una mesa de trabajo de 2 m de ancho. Determine el factor de forma ente la ventana y la mesa.

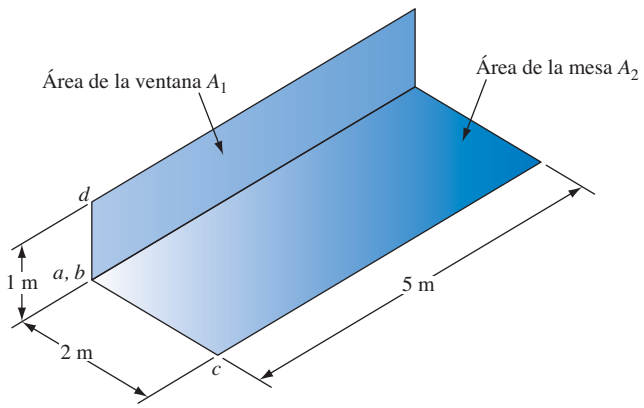


FIGURA 9.32 Ventana y mesa del ejemplo 9.9.

SOLUCIÓN Suponga que la ventana y la mesa son suficientemente largas para que se puedan aproximar como superficies infinitamente largas. Entonces se puede utilizar el método de la cuerda cruzada y como para este caso los puntos a y b son los mismos, se tiene

$$ab = 0$$
$$cb = L_1 = 2\,\text{m}$$
$$ad = L_2 = 1\,\text{m}$$
$$cd = L_3 = \sqrt{5}\,\text{m}$$

y

$$F_{1-2} = \tfrac{1}{2}(1 + 2 - \sqrt{5}) = 0.382$$

El cálculo de los factores de forma para superficies arbitrarias en tres dimensiones es muy complejo y por tanto se efectúa numéricamente. En muchos problemas de interés práctico, puede haber objetos entre dos superficies de interés que bloqueen parcialmente la vista de una de las superficies a la otra. Esta situación complica aún más el cálculo de los factores de forma. Emery y colaboradores [17] analizaron y compararon varios métodos numéricos para el cálculo del factor de forma entre superficies arbitrarias.

9.4.1 Álgebra para el factor de forma

Los factores de forma básicos de las gráficas en las figuras 9.26 a 9.30 se pueden utilizar para obtener factores de forma para una clase mayor de geometrías que se pueden construir a partir de las curvas elementales. Este proceso se conoce como álgebra para el factor de forma y se apoya en el principio de conservación de la energía. Suponga que se quiere determinar el factor de forma de la superficie A_1 para las áreas combinadas $A_2 + A_3$ como se muestra en la figura 9.33. Se puede escribir

$$F_{1\to(2+3)} = F_{1-2} + F_{1-3} \tag{9.55}$$

Es decir, el factor de forma total es igual a la suma de sus partes. Rescribiendo la ecuación (9.55) como

$$A_1F_{1-2,3} = A_1F_{1-2} + A_1F_{1-3}$$

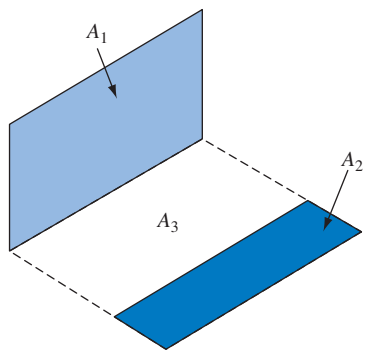


FIGURA 9.33 Esquema que ilustra el álgebra para el factor de forma.

y utilizando las relaciones de reciprocidad:

$$A_1F_{1-2,3} = (A_2 + A_3)F_{2,3-1}$$
$$A_1F_{1-2} = A_2F_{2-1}$$
$$A_1F_{1-3} = A_3F_{3-1}$$

se obtiene

$$(A_2 + A_3)F_{2,3-1} = A_2F_{2-1} + A_3F_{3-1} \tag{9.56}$$

Esta relación simple se puede utilizar para evaluar el factor de forma F_{1-2} en términos de los factores de forma para rectángulos perpendiculares con un borde común dados en la figura 9.27. Se pueden obtener otras combinaciones de una manera similar. El ejemplo siguiente ilustra el procedimiento de evaluación numérica dividido entre 100.

EJEMPLO 9.10 Suponga que un arquitecto quiere evaluar el porcentaje de luz diurna que entra a través de una ventana de una tienda A_1 que incide sobre el área del piso A_4 ubicada relativa a A_1, como se muestra en la figura 9.34. Suponiendo que la luz a través de la ventana es difusa, evalúe el factor deforma F_{1-4} que es igual a este porcentaje dividido entre 100.

SOLUCIÓN Sea $A_5 = A_1 + A_2$ y $A_6 = A_3 + A_4$. Utilizando el álgebra para el factor de forma y aplicando la ecuación 9.55 y la ecuación 9.56 da

$$A_5F_{5-6} = A_2F_{2-3} + A_2F_{2-4} + A_1F_{1-3} + A_1F_{1-4}$$
$$A_5F_{5-3} = A_2F_{2-3} + A_1F_{1-3}$$
$$F_{2-6} = F_{2-3} + F_{2-4}$$

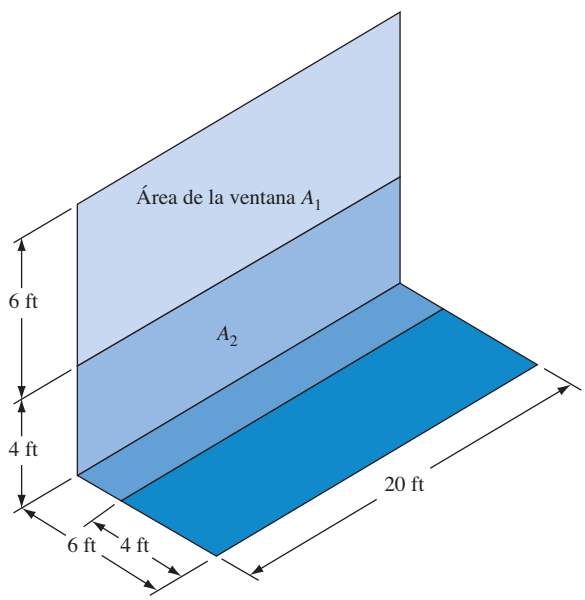


FIGURA 9.34 Bosquejo del ejemplo 9.10.

Combinando las tres ecuaciones anteriores y despejando F_{1-4} se obtiene

$$F_{1-4} = \frac{1}{A_1}(A_5F_{5-6} - A_2F_{2-6} - A_5F_{5-3} + A_2F_{2-3})$$

Los factores de forma para el lado derecho de esta ecuación están trazados en la figura 9.27. Los valores son:

$$F_{5-6} = 0.19$$
$$F_{2-6} = 0.32$$
$$F_{5-3} = 0.08$$
$$F_{2-3} = 0.19$$

Por tanto,

$$F_{1-4} = \frac{1}{60}(100 \times 0.19 - 40 \times 0.32 - 100 \times 0.08 + 40 \times 0.19)$$
$$= 0.097$$

Así pues, sólo aproximadamente 10% de la luz que pasa a través de la ventana incidirá sobre el área del piso A_4.

9.5 Recintos con superficies negras

Para determinar la transferencia neta de calor por radiación hacia o desde una superficie, se necesita tomar en cuenta la radiación proveniente de todas las direcciones. Este procedimiento se facilita trazando figurativamente un recinto alrededor de la superficie y especificando las características de radiación de cada superficie. Las superficies que comprenden el recinto para una superficie dada i son todas las superficies que un observador parado en la superficie i en el espacio circundante puede ver. El recinto no necesariamente debe consistir sólo en superficies sólidas, sino que puede incluir espacios abiertos denotados como "ventanas". A cada ventana abierta se le puede asignar una temperatura de cuerpo negro equivalente correspondiente a la radiación entrante. Si no entra radiación, una ventana actúa como un cuerpo negro a temperatura cero, que absorbe toda la radiación saliente y no emite ni refleja radiación.

La tasa neta de pérdida de radiación de una superficie común A_i en un recinto (consulte la figura 9.35) que consiste en N superficies negras es igual a la diferencia entre la radiación emitida y la radiación absorbida, o

$$q_{i \rightleftharpoons \text{recinto}} = A_i(E_{bi} - G_i) \tag{9.57}$$

donde G_i es la radiación incidente sobre la superficie i por tiempo unitario y área unitaria, denominada irradiación.

La radiación incidente sobre A_i proviene de las otras N superficies en el recinto. En una superficie común j, la radiación incidente en i es $E_{bj}A_jF_{j-i}$. Sumando las contribuciones de todas las N superficies da

$$A_iG_i = E_{b1}A_1F_{1-i} + E_{b2}A_2F_{2-i} + \cdots + E_{bN}A_NF_{N-i}$$

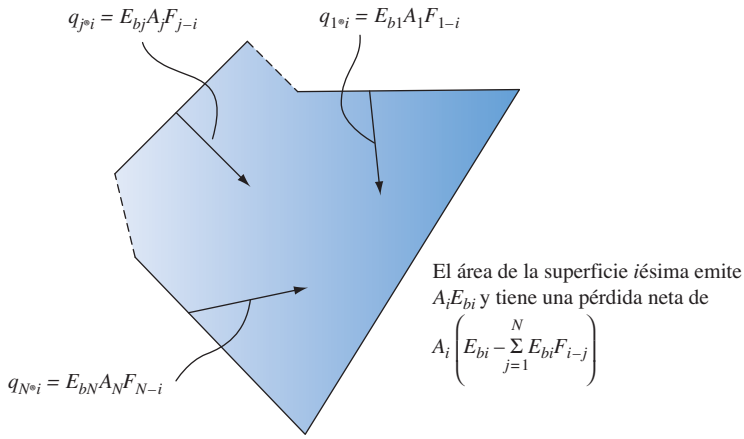


FIGURA 9.35 Diagrama esquemático del recinto de N superficies negras con cantidades de energía incidentes en y saliendo de la superficie i.

que se puede escribir en forma concisa como:

$$A_iG_i = \sum_{j=1}^{N} E_{bj}A_jF_{j-i} \tag{9.58}$$

Utilizando la ley de reciprocidad, $A_iF_{i-j} = A_jF_{j-i}$ y sustituyendo G_i de la ecuación (9.57) en la ecuación (9.58) se obtiene para la tasa neta de pérdida de calor por radiación de cualquier superficie en un recinto de superficies negras

$$q_{i\rightleftharpoons \text{recinto}} = A_i\left(E_{bi} - \sum_{j=1}^{N} E_{bj}F_{i-j}\right) \tag{9.59}$$

Un enfoque alterno para resolver el problema consiste en la extensión de las ecuaciones (9.43) y (9.44). Como la energía radiante saliente de cualquier superficie i debe incidir sobre las N superficies que forman el recinto,

$$\sum_{j=1}^{N} F_{i-j} = 1.0 \tag{9.60}$$

La ecuación (9.60) incluye un término F_{i-i}, que no es cero cuando una superficie es cóncava tal que parte de la radiación que sale de la superficie i incidirá directamente en ella. Por tanto, la potencia emisora total de A_i se distribuye entre las N superficies de acuerdo con

$$A_iE_{bi} = \sum_{j=1}^{N} E_{bi}A_iF_{i-j} \tag{9.61}$$

Sustituyendo el valor de A_iE_{bi} de la ecuación (9.61) en la ecuación (9.59) se obtiene la tasa neta de pérdida de calor de la superficie i en la forma

$$q_{i\rightleftharpoons \text{recinto}} = \sum_{j=i}^{N} (E_{bi} - E_{bj})A_iF_{i-j} \tag{9.62}$$

Por tanto, la pérdida neta de calor se puede calcular sumando las diferencias en la potencia emisora y multiplicando cada una por el factor de forma de área apropiado.

Al examinar la ecuación (9.62) se revela que también existe una analogía entre el flujo de calor y el flujo de corriente eléctrica. Si la potencia emisora de cuerpo negro E_b se considera que actúa como un potencial y el factor de forma de área A_iF_{i-j} como la conductancia entre dos nodos a potenciales E_{bi} y E_{bj}, entonces el flujo neto de calor resultante es análogo al flujo de corriente eléctrica en un circuito análogo. Ejemplos de circuitos de recintos de cuerpo negro compuestos de tres y cuatro superficies de transferencia de calor a temperaturas dadas se muestran en las figuras 9.36*a*) y *b*), respectivamente.

En problemas de ingeniería, existen situaciones cuando no se prescribe la temperatura, sino el flujo de calor para una o más superficies en un recinto. En esos casos, las temperaturas de estas superficies se desconocen. Para el caso en que la tasa neta de transferencia de calor por radiación $q_{r,k}$ de una superficie A_k se prescribe en tanto que la temperatura se especifica para todas las otras superficies del recinto, la ecuación (9.59) se puede reacomodar para despejar T_k. Como $E_{bk}=\sigma T_k^4$, se obtiene

$$T_k = \left[\frac{\sum_{j\neq k}^{N} \sigma T_j^4 F_{k-j} + (q_r/A)_k}{\sigma(1 - F_{k-k})} \right]^{1/4} \tag{9.63}$$

donde $j = k$ se excluye específicamente de la sumatoria. Una vez que T_k se conoce, las tasas de transferencia de calor en todas las otras superficies se pueden obtener con la ecuación (9.62).

De interés especial es el caso de una *superficie sin flujo* o *adiabática*, que refleja difusamente y emite radiación a la misma tasa a la que la recibe. En condiciones de estado permanente, las superficies interiores de paredes refractarias en hornos industriales se pueden tratar como superficies adiabáticas. Las paredes interiores de estas superficies reciben calor por convección así como por radiación y pierden calor hacia el exterior por conducción. Sin embargo, en la práctica el flujo de calor por radiación es mucho mayor que la diferencia entre el flujo de calor por convección hacia y el flujo de calor por conducción desde la superficie que las paredes actúan esencialmente como radiadores, es decir, como superficies sin flujo.

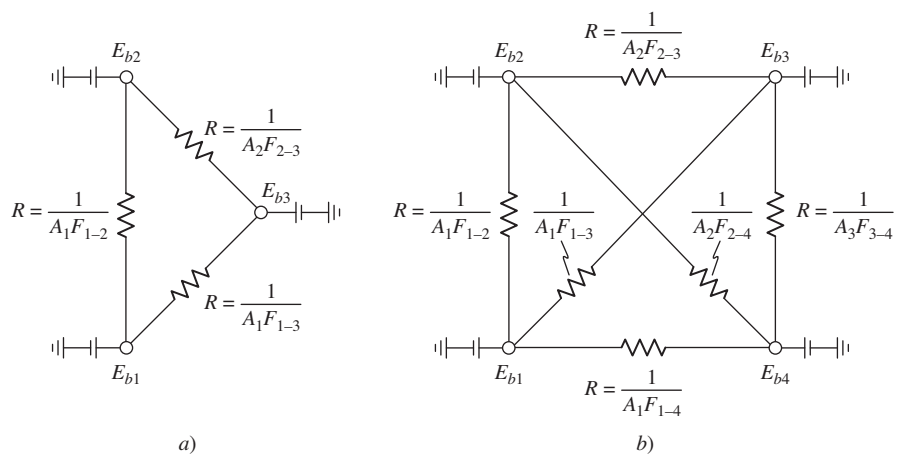


FIGURA 9.36 Circuitos equivalentes para radiación en recintos de cuerpo negro compuestos de *a*) tres y *b*) cuatro superficies.

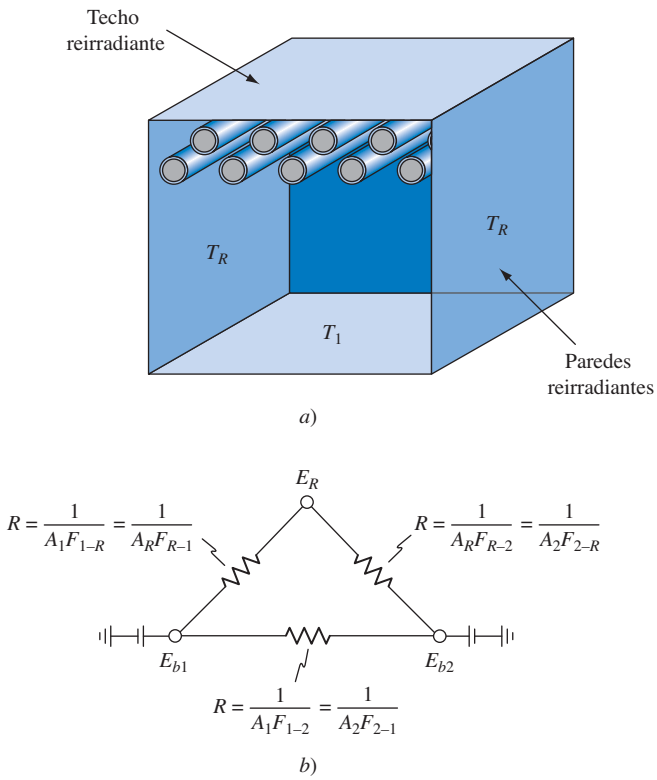


FIGURA 9.37 Bosquejo simplificado de un horno y circuito equivalente para radiación en un recinto compuesto de dos superficies negras y una superficie adiabática.

En la figura 9.37*a*) se muestra un bosquejo simplificado de un horno de combustible pulverizado. El piso se supone está a una temperatura uniforme T_1 radiando hacia un paquete de tubos de acero oxidado a T_2 que llenan el techo del horno. Las paredes laterales y el techo se suponen que actúan como rerradiadores a una *temperatura uniforme* T_R. Si A_R denota el área rerradiante y se supone que el piso y los tubos son negros, el circuito equivalente que representa el intercambio de radiación entre el piso y los tubos en la presencia de las paredes rerradiantes es el que se muestra en la figura 9.37*b*). Una parte de la radiación emitida de A_1 pasa directamente a A_2, en tanto que el resto incide en A_R y se refleja de allí. De la radiación reflejada, una parte regresa a A_1, una parte a A_2, y el resto a A_R para una reflexión posterior. Sin embargo, como las paredes refractarias deben deshacerse de toda la radiación incidente ya sea por reflexión o por radiación, su potencia emisora actuará en el estado permanente como un potencial flotante cuyo valor real, es decir, su potencia emisora y temperatura, dependen sólo de los valores relativos de las conductancias entre E_R y E_{b1} y E_R y E_{b2}. Así pues, el efecto neto de este patrón de radiación muy complicado se puede representar en el circuito equivalente mediante dos trayectorias de flujo de calor paralelas entre A_1 y A_2, una con una conductancia efectiva de A_1F_{1-2} y la otra con una conductancia térmica efectiva igual a

$$\frac{1}{1/A_1F_{1-R} + 1/A_2F_{2-R}}$$

Entonces, el flujo neto de calor por radiación entre una fuente de calor negra y un disipador de calor negro en ese horno simple es igual a:

$$q_{1 \rightleftharpoons 2} = A_1(E_{b1} - E_{b2})\left(F_{1-2} + \frac{1}{1/F_{1-R} + A_1/A_2F_{2-R}}\right) \tag{9.64}$$

Si ninguna de las superficies puede ver parte de sí misma, F_{1-R} y F_{2-R} se pueden eliminar utilizando las ecuaciones (9.46) y (9.60). Esto produce, después de simplificar,

$$q_{1 \rightleftharpoons 2} = A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)\frac{A_2 - A_1F_{1-2}^2}{A_1 + A_2 - 2A_1F_{1-2}} = A_1\bar{F}_{1-2}(E_{b1} - E_{b2}) \tag{9.65}$$

donde F_{1-2} es el factor de forma efectivo para la configuración que se muestra en la figura 9.37. Se obtendría el mismo resultado, por supuesto, con las ecuaciones (9.62) y (9.63). Los detalles de esta deducción se dejan como ejercicio.

9.6 Recintos con superficies grises

En la sección anterior se consideró la radiación entre superficies negras. La suposición de que una superficie es negra simplifica los cálculos de transferencia de calor debido a que toda la radiación incidente se absorbe. En la práctica, por lo general se pueden ignorar las reflexiones sin introducir errores de gravedad, si la absortividad de las superficies radiantes es mayor que 0.9. Sin embargo, existen numerosos problemas que comprenden superficies de baja absortividad y emisividad, en especial en instalaciones donde la radiación es indeseable. Por ejemplo, las paredes interiores de un termo son plateadas para reducir el flujo de calor por radiación. Además, los termopares para trabajo a alta temperatura con frecuencia están rodeados por blindajes contra radiación para reducir la diferencia entre la temperatura indicada y la del medio que se quiere medir.

Si las superficies no son negras, el análisis se vuelve extremadamente difícil a menos que las superficies se consideren grises. El análisis en esta sección está limitado a superficies grises que siguen la ley de los cosenos de Lambert y que también reflejan difusamente. La radiación de esas superficies se puede tratar convenientemente en términos de la *radiosidad, J*, que se define como la tasa a la que la radiación sale de una superficie dada por área unitaria. La radiosidad es la suma de la radiación emitida, reflejada y transmitida. Para cuerpos opacos que no transmiten radiación, la radiosidad de una superficie común *i* se puede definir [18] como

$$J_i = \rho_i G_i + \varepsilon_i E_{bi} \tag{9.66}$$

donde
J_i = radiosidad, W/m^2
G_i = irradiación o radiación por tiempo unitario incidente en un área superficial unitaria, W/m^2
E_{bi} = potencia emisora de cuerpo negro, W/m^2
ρ_i = reflectividad
ε_i = emisividad

Considere la superficie *i*ésima con área A_i en un recinto que comprende N superficies, como se muestra en la figura 9.35. Para mantener la superficie i a temperatura T_i, se debe suministrar una cierta cantidad de calor, q_i, de alguna fuente externa para compensar por la pérdida neta por radiación en una condición de estado permanente. La tasa neta de transferencia de calor de una superficie i por radiación es igual a la diferencia entre la radiación de entrada y salida. Utilizando la terminología de la ecuación (9.66), la tasa neta de pérdida de calor es la diferencia entre la radiosidad y irradiación, o

$$q_i = A_i(J_i - G_i) \tag{9.67}$$

Se debe observar que la ecuación (9.67) es estrictamente válida sólo cuando la temperatura así como la irradiación sobre A_i es uniforme. Para satisfacer las dos condiciones simultáneamente, en ocasiones es necesario subdividir una superficie física en secciones menores para fines del análisis.

Si las superficies que intercambian radiaciones son grises, $\epsilon_i = \alpha_i$ y $\rho_i = (1 - \epsilon_i)$ para cada una de ellas. Entonces la irradiación G_i se puede eliminar de la ecuación (9.67) combinándola con la ecuación (9.66). Esto da:

$$q_i = \frac{A_i\varepsilon_i}{\rho_i}(E_{bi} - J_i) = \frac{A_i\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i}(E_{bi} - J_i) \tag{9.68}$$

Otra relación para la *tasa neta de pérdida de calor* por radiación de A_i se puede obtener evaluando la irradiación en términos de la radiosidad de todas las otras superficies que se pueden ver desde ella. La radiación incidente G_i se puede evaluar mediante el mismo método utilizado antes en un recinto de cuerpo negro. La radiación incidente consiste en las partes de radiación de las otras $N-1$ superficies que inciden en A_i. Si la superficie A_i puede ver parte de sí misma, una parte de la radiación emitida por A_i también contribuirá a la irradiación. Los factores de forma para superficies grises que reflejan difusamente obviamente son las mismas que para superficies negras ya que dependen sólo de relaciones geométricas definidas por la ecuación (9.53). Por tanto, se puede escribir en forma simbólica:

$$A_iG_i = J_1A_1F_{1-i} + J_2A_2F_{2-i} + \cdots + J_iA_iF_{i-1} + \cdots + J_jA_jF_{j-i} + \cdots + J_NA_NF_{N-i} \tag{9.69}$$

Utilizando las relaciones de reciprocidad:

$$A_1F_{1-i} = A_iF_{i-1}$$
$$A_2F_{2-1} = A_iF_{i-2}$$
$$A_NF_{N-i} = A_iF_{i-N}$$

La ecuación (9.69) se puede escribir de manera que la única área que aparece es A_i:

$$A_iG_i = J_1A_iF_{i-1} + J_2A_iF_{i-2} + \cdots + J_iA_iF_{i-i} + \cdots + J_jA_iF_{i-j} + \cdots + J_NA_iF_{i-N}$$

Esto se puede expresar de manera concisa como:

$$G_i = \sum_{j=1}^{N} J_jF_{i-j} \tag{9.70}$$

La ecuación (9.70) es idéntica a la ecuación (9.61) para un recinto negro, excepto que la potencia emisora de cuerpo negro se remplazó por la radiosidad. Sustituyendo la sumatoria de la ecuación (9.70) para G_i en la ecuación (9.67) se obtiene:

$$q_i = A_i\left(J_i - \sum_{j=1}^{N} J_j F_{i-j}\right) \tag{9.71}$$

Las ecuaciones (9.68) y (9.71) se pueden escribir para cada una de las N superficies del recinto, lo que da $2N$ ecuaciones con $2N$ incógnitas. Siempre habrá N incógnitas J, en tanto que las incógnitas restantes consistirán en varias q o T, dependiendo de qué condiciones límites se especifiquen. Las J siempre se pueden eliminar, dando N ecuaciones relacionando las N temperaturas desconocidas y las tasas netas de transferencia de calor.

En términos de un circuito eléctrico análogo, se podría escribir la ecuación (9.68) en la forma siguiente:

$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \varepsilon_i)/A_i\varepsilon_i} \tag{9.72}$$

y considerar la tasa de transferencia de calor por radiación q_i como la corriente en un circuito entre potenciales E_{bi} y J_i con una resistencia de $(1 - \varepsilon_i)/A_i\varepsilon_i$ entre ellos. Como el efecto de la geometría del sistema en la radiación neta entre cualesquiera dos superficies grises, A_i y A_k emitiendo radiación a las tasas J_i y J_k, respectivamente, es el mismo que para superficies negras geométricamente similares, se puede expresar en términos del factor de forma geométrico definido por la ecuación (9.53). El intercambio de radiación directa entre cualesquiera dos superficies opacas y difusas A_i y A_j está dado por

$$q_{i \rightleftharpoons j} = (J_i - J_j)A_i F_{i-j} = (J_i - J_j)A_j F_{j-i} \tag{9.73}$$

Las ecuaciones (9.68) y (9.73) proporcionan la base para determinar la tasa neta de transferencia de calor radiante entre cuerpos grises en un recinto gris por medio de un circuito equivalente. El efecto de la reflectividad y emisividad se puede tomar en cuenta conectando un *nodo de potencial de cuerpo negro* E_b a cada uno de los puntos nodales en el circuito mediante una *resistencia finita* $(1-\varepsilon)/A\varepsilon$. En el caso de un cuerpo negro, esta resistencia es cero ya que $\varepsilon = 1$. En la figura 9.38 se muestran los circuitos equivalentes para radiación en un recinto que comprende dos y cuatro cuerpos grises. Para recintos grises con dos superficies, como dos placas paralelas e infinitas, cilindros concéntricos de altura infinita y esferas concéntricas, el circuito se reduce a una sola línea de resistencias en serie, como se muestra en la figura 9.38*a*).

Para ilustrar el procedimiento para calcular la transferencia de calor por radiación entre superficies grises, se deducirá una expresión para la tasa de transferencia de calor por radiación entre dos cilindros largos concéntricos de áreas A_1 y A_2 y temperaturas T_1 y T_2, respectivamente y se comparará el resultado con el circuito de la figura 9.38*a*).

Con referencia a la figura 9.39, el factor de forma para el cilindro menor de área A_1 relativo al cilindro mayor que lo contiene, F_{1-2} es 1.0. De la ecuación (9.73), $A_1F_{1-2} = A_2F_{2-1}$ y $F_{2-1} = A_1/A_2$. Como la superficie 2 puede verse a sí misma en parte, de la ecuación (9.60) también se tiene $F_{2-2} = 1 - (A_1/A_2)$. De las ecuaciones (9.68) y (9.71), las tasas netas de pérdida de calor de A_1 y A_2 son:

$$q_1 = \frac{A_1\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1}(E_{b1} - J_1) = A_1(J_1 - J_2)$$

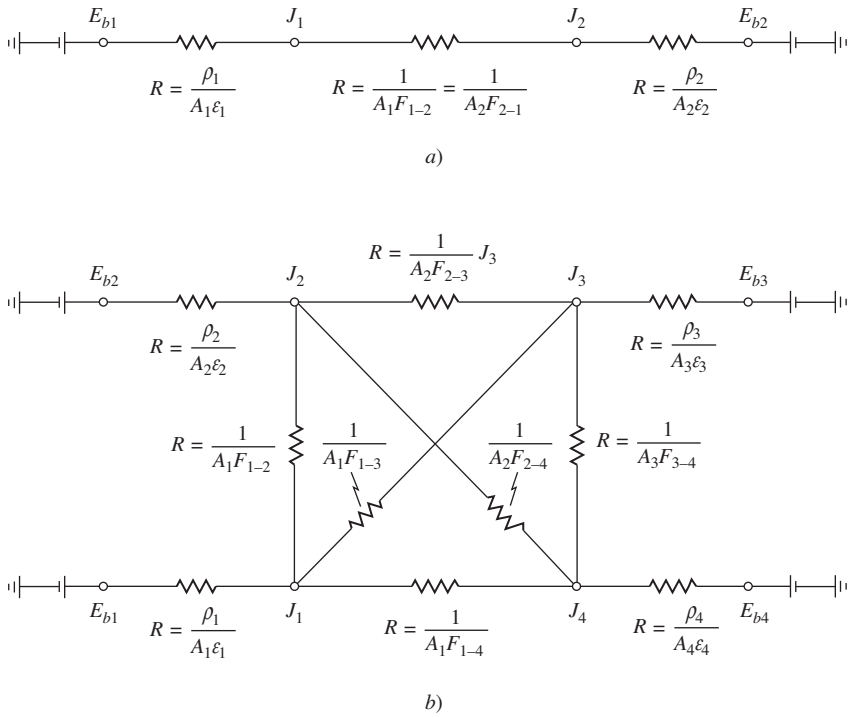


FIGURA 9.38 Circuitos equivalentes para radiación en recintos grises compuestos de dos y cuatro superficies: *a*) dos superficies de cuerpo gris y *b*) cuatro superficies de cuerpo gris.

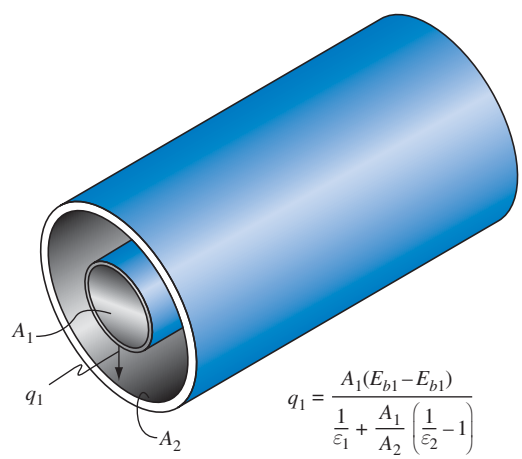


FIGURA 9.39 Intercambio de radiación entre dos superficies cilíndricas grises.

y

$$q_2 = \frac{A_2\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2}(E_{b2} - J_2) = A_2(J_2 - J_1F_{2-1} - J_2F_{2-2})$$

Sustituyendo las expresiones apropiadas para $F_{2\text{-}1}$ y $F_{2\text{-}2}$ se obtiene la relación $q_2 = A_1(-J_1 + J_2) = -q_1$, como se esperaba de un balance global de flujo de calor. Eliminando J_2 y sustituyendo el valor de J_1 por A_1 en la ecuación de pérdida de calor se obtiene:

$$q_1 = \frac{A_1(E_{b1} - E_{b2})}{1/\varepsilon_1 + (A_1/A_2)[(1 - \varepsilon_2)/\varepsilon_2]} \tag{9.74}$$

Del circuito análogo de la figura 9.38*a*), la suma de las tres resistencias es

$$\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1F_{1-2}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2} = \frac{1}{A_1}\left[\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2}\right)\right]$$

que da el resultado idéntico esperado para la tasa neta de pérdida de calor de A_1.

La tasa neta de transferencia de calor en sistemas simples donde la radiación se transfiere sólo entre dos superficies grises también se puede escribir en términos de una conductancia equivalente $A_1\mathcal{F}_{1-2}$ en la forma:

$$q_{1 \rightleftharpoons 2} = A_1\mathcal{F}_{1-2}(E_{b1} - E_{b2}) \tag{9.75}$$

En la ecuación (9.75) A_1 es la menor de las dos superficies y $\mathcal{F}_{1-2}$ se da a continuación para algunas configuraciones.

Para dos cilindros concéntricos infinitamente largos o dos esferas concéntricas,

$$\mathcal{F}_{1-2} = \frac{1}{[(1 - \varepsilon_1)/\varepsilon_1] + 1 + [A_1(1 - \varepsilon_2)/A_2\varepsilon_2]} \tag{9.76}$$

Para dos placas paralelas iguales de la misma emisividad ε separadas una distancia finita,

$$\mathcal{F}_{1-2} = \frac{\varepsilon[1 + (1 - \varepsilon)F_{1-2}]}{1 + [(1 - \varepsilon)F_{1-2}]^2} \tag{9.77}$$

donde el factor de forma F_{1-2} se puede obtener de la figura 9.29. Para dos placas paralelas infinitamente grandes,

$$\mathcal{F}_{1-2} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} \tag{9.78}$$

Para un área de cuerpo gris pequeña A_1 dentro de un recinto grande de área A_2 ($A_1 \ll A_2$),

$$\mathcal{F}_{1-2} = \varepsilon_1$$

En muchos problemas reales, la transferencia de calor por radiación ocasionará que cambien la energía interna y la temperatura de un cuerpo. Entonces, la tasa de transferencia de calor se debe interpretar como un resultado de estado casi permanente. En estas circunstancias, la solución requerirá de un análisis transitorio similar al prescrito en el capítulo 2, con la temperatura superficial del cuerpo como una función del tiempo.

EJEMPLO 9.11 Se tiene que almacenar oxígeno líquido (temperatura de ebullición, −297 °F) en un recipiente esférico de 1 ft de diámetro. El sistema está aislado por un espacio evacuado entre la esfera interior y una esfera concéntrica de 1.5 ft de diámetro interno que rodea a la primera, como se muestra en la figura 9.40. Las dos esferas están hechas de aluminio pulido ($\varepsilon = 0.03$) y la temperatura de la esfera exterior es 30 °F. Estime la tasa neta de flujo de calor por radiación al oxígeno en el recipiente.

SOLUCIÓN Si bien la energía interna del oxígeno cambiará, su temperatura permanecerá constante ya que experimenta un cambio en fase. Las temperaturas absolutas de las superficies son:

$$T_1 = 460 - 297 = 163\,\text{R}$$

$$T_2 = 460 + 30 = 490\,\text{R}$$

De la ecuación (9.74) la tasa de transferencia de calor de la esfera interior es

$$q_1 = \frac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + (A_1/A_2)[(1 - \varepsilon_2)/\varepsilon_2]} = \frac{\pi \times 0.1714(1.63^4 - 4.9^4)}{1/0.03 + (1/2.25)(0.97/0.03)}$$
$$= -6.5\,\text{Btu/h}$$

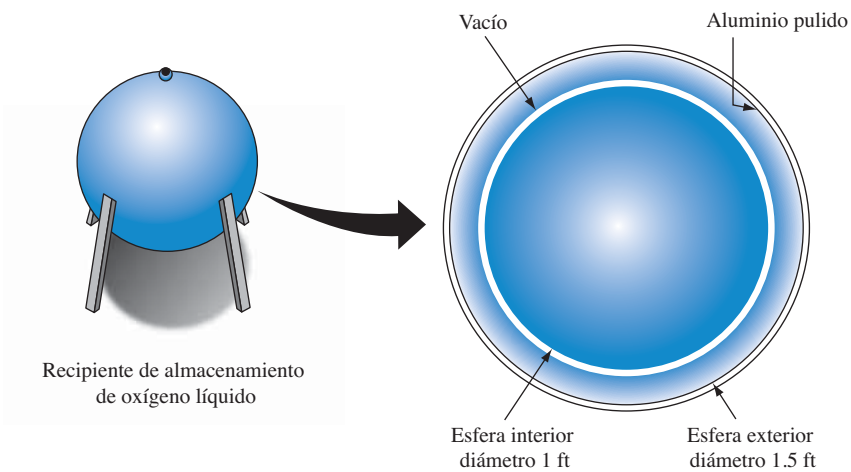


FIGURA 9.40 Bosquejo del ejemplo 9.11.

Como la transferencia de calor por radiación de A_1 es negativa, el calor en realidad se transfiere al oxígeno, como se esperaba.

El flujo de calor radiante en un recinto compuesto de dos superficies grises conectadas por superficies reirradiantes también se puede resolver sin dificultad por medio del circuito equivalente. De acuerdo con las ecuaciones (9.72) y (9.73), sólo es necesario remplazar E_{b1} y E_{b2}, los potenciales utilizados en la sección 9.5 para las superficies negras, por J_1 y J_2 y conectar los nuevos potenciales con las resistencias

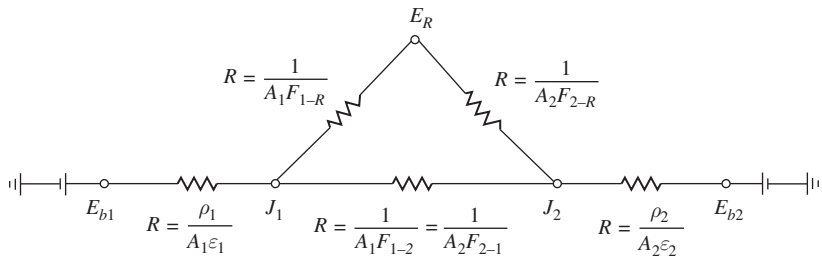


FIGURA 9.41 Circuito análogo para radiación en un recinto compuesto de dos superficies grises conectadas por una superficie reirradiante.

$\rho_1/\varepsilon_1 A_1$ y $\rho_2/\varepsilon_2 A_2$ con sus potenciales de cuerpo negro respectivos E_{b1} y E_{b2}. El circuito resultante se muestra en la figura 9.41 y en él se observa que la conductancia total entre E_1 y E_2 ahora es:

$$A_1\mathcal{F}_{1-2} = \frac{1}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2} + \dfrac{1}{A_1[F_{1-2} + 1/(1/F_{1-R} + A_1/A_2F_{2-R})]}}$$

donde el último término del denominador es la conductancia para el circuito de cuerpo negro dada por la ecuación (9.64). La expresión para la conductancia se puede rescribir en la forma más conveniente:

$$A_1\mathcal{F}_{1-2} = \frac{1}{A_1\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) + \dfrac{1}{A_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \dfrac{1}{A_1\bar{F}_{1-2}}} \tag{9.79}$$

donde $A_1\bar{F}_{1-2}$ es la conductancia efectiva para el circuito de cuerpo negro, igual al inverso del último término en el denominador de la expresión original. Entonces la ecuación para la transferencia de calor radiante neta por tiempo unitario entre dos superficies grises a temperaturas uniformes en la presencia de superficies reirradiantes se puede escribir como:

$$q_{1 \rightleftharpoons 2} = A_1\mathcal{F}_{1-2}\sigma(T_1^4 - T_2^4) \tag{9.80}$$

Para recintos compuestos de varias superficies, la transferencia de calor por radiación de cualquiera de ellas se puede calcular trazando el circuito análogo y realizando un análisis del circuito. Este análisis se puede hacer aplicando la ley de la corriente de Kirchhoff, que establece que la suma algebraica de las corrientes que entran a un nodo dado es cero. Cuando se dispone de una computadora, se puede obtener el mismo resultado mediante el método matricial descrito en la sección 9.7.

9.7* Inversión matricial

Los métodos matriciales se utilizaron en el capítulo 3 para resolver problemas de conducción de manera numérica. El método de inversión matricial también es una herramienta poderosa para resolver problemas de radiación, aunque requiere ciertas suposiciones y simplificaciones en la práctica. El método se puede aplicar sólo cuando la radiación sobre cada superficie es uniforme y cada superficie es isotérmica. Cualquier superficie en el recinto que no cumpla con estos dos requerimientos se debe

subdividir en segmentos menores hasta que la temperatura y el flujo de radiación sobre cada uno sean aproximadamente uniformes. Sin embargo, con una computadora, la adición de superficies no aumenta de manera significativa la cantidad de trabajo necesaria para obtener una solución numérica [5, 13].

9.7.1 Recintos con superficies grises

El problema en turno es resolver N ecuaciones algebraicas lineales con N incógnitas. Las ecuaciones se obtienen evaluando las emisividades de las superficies y los factores de forma entre ellas y escribiendo las ecuaciones (9.68) y (9.71) para cada punto nodal:

$$(q_i)''_{\text{neta}} = \frac{\varepsilon_i}{\rho_i}(E_{bi} - J_i) = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}(E_{bi} - J_i) \tag{9.68}$$

y

$$(q_i)''_{\text{neta}} = J_i - \sum_{j=1}^{j=N} J_j F_{i-j} \tag{9.71}$$

Para un recinto gris compuesto de tres superficies a temperaturas especificadas, este problema da:

$$(q_1)''_{\text{neta}} = \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1}(E_{b1} - J_1) = J_1 - J_1F_{1-1} - J_2F_{1-2} - J_3F_{1-3} \tag{9.81a}$$

$$(q_2)''_{\text{neta}} = \frac{\varepsilon_2}{1-\varepsilon_2}(E_{b2} - J_2) = J_2 - J_1F_{2-1} - J_2F_{2-2} - J_3F_{2-3} \tag{9.81b}$$

$$(q_3)''_{\text{neta}} = \frac{\varepsilon_3}{1-\varepsilon_3}(E_{b3} - J_3) = J_3 - J_1F_{3-1} - J_2F_{3-2} - J_3F_{3-3} \tag{9.81c}$$

En este conjunto de ecuaciones, $N = 3$ y las tres incógnitas son las radiosidades J_1, J_2 y J_3. El conjunto de ecuaciones anterior se puede rescribir en una forma más conveniente:

$$\left(1 - F_{1-1} + \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1}\right)J_1 + (-F_{1-2})J_2 + (-F_{1-3})J_3 = \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1}E_{b1} \tag{9.82a}$$

$$(-F_{2-1})J_1 + \left(1 - F_{2-2} + \frac{\varepsilon_2}{1-\varepsilon_2}\right)J_2 + (-F_{1-3})J_3 = \frac{\varepsilon_2}{1-\varepsilon_2}E_{b2} \tag{9.82b}$$

$$(-F_{3-1})J_1 + (-F_{3-2})J_2 + \left(1 - F_{3-3} + \frac{\varepsilon_3}{1-\varepsilon_3}\right)J_3 = \frac{\varepsilon_3}{1-\varepsilon_3}E_{b3} \tag{9.82c}$$

Utilizando notación matricial, se obtiene

$$a_{11}J_1 + a_{12}J_2 + a_{13}J_3 = C_1 \tag{9.83a}$$

$$a_{21}J_1 + a_{22}J_2 + a_{23}J_3 = C_2 \tag{9.83b}$$

$$a_{31}J_1 + a_{32}J_2 + a_{33}J_3 = C_3 \tag{9.83c}$$

Estas ecuaciones se pueden escribir en la forma matricial concisa presentada en el capítulo 3:

$$\mathbf{AJ} = \mathbf{C} \tag{9.84}$$

donde **A** es la matriz de 3×3 siguiente:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \tag{9.85}$$

y **J** y **C** son vectores que constan de tres elementos cada uno:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} \tag{9.86}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \dfrac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} E_{b1} \\ \dfrac{\varepsilon_2}{1-\varepsilon_2} E_{b2} \\ \dfrac{\varepsilon_3}{1-\varepsilon_3} E_{b3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} \tag{9.87}$$

Para el caso general de un recinto con N superficies la matriz tendrá la misma forma que la ecuación (9.84), pero

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \\ a_{31} & & & \\ \vdots & & & \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_N \end{bmatrix}$$

Los elementos de **A** que no pertenecen a la diagonal son:

$$a_{ij} = -F_{i-j} \qquad (i \neq j) \tag{9.88}$$

y los términos de la diagonal son

$$a_{ii} = \left(1 - F_{ii} + \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\right) \tag{9.89}$$

Los elementos de **C** son:

$$C_i = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i} E_{bi} \tag{9.90}$$

Cuando una superficie en el recinto es negra y se especifica su temperatura T_i la radiosidad J_i es igual a E_{bi}. Por tanto ya no se desconoce y los términos en la matriz para un elemento negro son:

$$a_{ij} = 0 \quad (i \neq j) \tag{9.91}$$

$$a_{ii} = 1.0 \tag{9.92}$$

$$C_i = E_{bi} = \sigma T^4 \tag{9.93}$$

Cuando se especifica el flujo de calor en vez de la temperatura para un área A_i, los elementos que no pertenecen a la diagonal de **A** permanecen iguales como en la ecuación (9.88). Sin embargo, los elementos de la diagonal a_{ii}, se convierten en:

$$a_{ii} = 1 - F_{ii} \tag{9.94}$$

y los elementos en la matriz **C** son:

$$C_i = (q_i)''_{\text{neta}} \tag{9.95}$$

Esto es fácil de verificar para un recinto de tres superficies examinando la ecuación (9.81). Por ejemplo, si se especificara el flujo de calor para la superficie 1, la ecuación (9.82*a*) se convierte, después de eliminar la incógnita E_{b1}, en

$$(q_1)''_{\text{neta}} = (1 - F_{1-1})J_1 + (-F_{1-2})J_2 + (-F_{1-3})J_3 \tag{9.96}$$

Para obtener una solución numérica se debe invertir la matriz **A**. Si $\mathbf{A}^{-1}$ denota el inverso de **A**, la solución numérica para las radiosidades está dada por

$$\mathbf{J} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{C} \tag{9.97}$$

donde

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1N} \\ b_{21} & \cdots & & \\ \vdots & & & \\ b_{N1} & b_{N2} & \cdots & b_{NN} \end{bmatrix} \tag{9.98}$$

Entonces la solución para cada radiosidad se puede escribir en la forma de una serie:

$$\begin{aligned} J_1 &= b_{11}C_1 + b_{12}C_2 + \cdots + b_{1N}C_N \\ J_2 &= b_{21}C_1 + b_{22}C_2 + \cdots + b_{2N}C_N \\ &\vdots \\ J_N &= b_{N1}C_1 + b_{N2}C_2 + \cdots + b_{NN}C_N \end{aligned} \tag{9.99}$$

En términos prácticos, el problema de resolver las ecuaciones algebraicas lineales simultáneas para las radiosidades se reduce a la inversión de una matriz. Una vez que se conocen las radiosidades, la tasa de flujo de calor se puede obtener con la ecuación (9.71) para cada superficie. Cuando se especifica el flujo de calor, T_i se puede despejar de la ecuación (9.68),

$$T_i = \left[\frac{1 - \varepsilon_i}{\sigma \varepsilon_i} (q_i)''_{\text{neta}} + J_i/\sigma \right]^{1/4} \tag{9.100}$$

Los ejemplos siguientes ilustran el procedimiento.

EJEMPLO 9.12 Las temperaturas de las superficies superior e inferior del tronco del cono que se muestra en la figura 9.42 se mantienen a 600 y 1 200 K, respectivamente y el lado A_2 está perfectamente aislado ($q_2 = 0$). Si todas las superficies son grises y difusas, determine el intercambio radiante neto entre las superficies superior e inferior, es decir, A_3 y A_1.

SOLUCIÓN De la tabla 9.3, se tiene que $F_{31} = 0.333$ y de la ecuación (9.60) se obtiene $F_{32} = 1 - F_{31} = 0.667$.

De acuerdo con el teorema de reciprocidad, $A_1F_{13} = A_3F_{31}$ y $A_2F_{23} = A_3F_{32}$. Por tanto, $F_{13} = 0.147$ y $F_{23} = 0.130$. De la ecuación (9.60) se obtiene $F_{12} = 1 - F_{13} = 0.853$ y por reciprocidad, $F_{21} = F_{12}A_1/A_2 = 0.372$. Por último, $F_{22} = 1 - F_{21} - F_{23} = 0.498$.

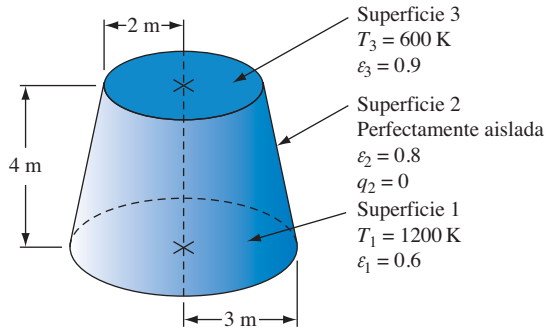


FIGURA 9.42 Bosquejo esquemático del cono del ejemplo 9.12.

De acuerdo con las relaciones generales dadas por las ecuaciones (9.68) y (9.71), el sistema de ecuaciones que se tiene que resolver para este problema se puede escribir así:

$$E_{b1} \cdot \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} = J_1\left(1 - F_{11} + \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1}\right) + J_2(-F_{12}) + J_3(-F_{13})$$

$$0 = J_1(-F_{21}) + J_2(1 - F_{22}) + J_3(-F_{23})$$

$$E_{b3} \cdot \frac{\varepsilon_3}{1-\varepsilon_3} = J_1(-F_{31}) + J_2(-F_{32}) + J_3\left(1 - F_{33} + \frac{\varepsilon_3}{1-\varepsilon_3}\right)$$

o en notación matricial $\mathbf{A} \cdot \mathbf{J} = \mathbf{C}$.

Los sistemas algebraicos lineales cuya ecuación es de la forma $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}$ se pueden resolver con facilidad para evaluar todas las J ya sea utilizando MATLAB o escribiendo un programa simple en C++. Entonces la tasa neta de transferencia de calor entre las superficies superior e inferior, es decir, el valor de $q_{\rightleftharpoons 31}$, se puede

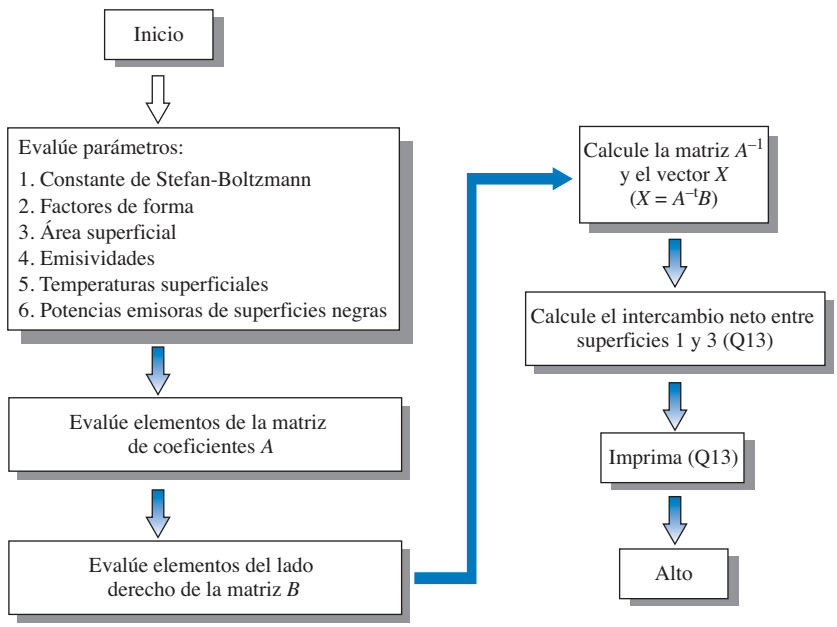


FIGURA 9.43 Diagrama de flujo del ejemplo 9.12.

determinar con la ecuación (9.73). En la figura 9.43 se da el diagrama de flujo o algoritmo para las operaciones de la computadora para resolver este problema. En programa MATLAB y la solución se presentan en la tabla 9.4 y los símbolos utilizados en este programa se definen en la tabla 9.5.

TABLA 9.4 Programa MATLAB del ejemplo 9.12

```
% Proporcione todas las entradas y constantes dadas del problema
SIGMA=0.567E-07; % Constante de Stefan-Boltzmann (W/m^2/K^4)
AR(1)=9*pi; %Área(1)=R1^2*pi

% Se evalúan los parámetros físicos, por ejemplo, el factor de forma y la emisividad.

F(1,1)=0.0;
F(1,2)=0.853;
F(1,3)=0.147;
F(2,1)=0.372;
F(2,2)=0.498;
F(2,3)=0.130;
F(3,1)=0.333;
F(3,2)=0.667;
F(3,3)=0.0;
ESP(1)=0.6;
ESP(3)=0.9;
T(1)=1200;
T(3)=600;
EB(1)=SIGMA*T(1)^4;
EB(3)=SIGMA*T(3)^4;

% Los valores de los elementos de la matriz de coeficientes A en la ecuación.

% Se especifican [A][X]=[B]
A(1,1)=1-F(1,1)+ESP(1)/(1-ESP(1));
A(1,2)=-F(1,2);
A(1,3)=-F(1,3);
A(2,1)=-F(2,1);
A(2,2)=1-F(2,2);
A(2,3)=-F(2,3);
A(3,1)=-F(3,1);
A(3,2)=-F(3,2);
A(3,3)=1-F(3,3)+ESP(3)/(1-ESP(3));

% Se especifican los valores de los elementos del lado derecho del vector B.

B(1)=EB(1)*ESP(1)/(1-ESP(1));
B(2)=0;
B(3)=EB(3)*ESP(3)/(1-ESP(3));

% Se utiliza la rutina de inversión para obtener X.

X=inv(A)*B' % soluciones para J
```

TABLA 9.5 Notación de símbolos y funciones utilizadas en el programa MATLAB del ejemplo.

Símbolo MATLAB	Notación de la ecuación del balance de calor	Descripción	Unidades
A(I,J)	a_{ij}	coeficiente de elementos de matriz	—
AR(1), AR(3)	A_1, A_3	áreas superficiales inferior y superior	m^2
B(I)	C_i	elementos del lado derecho de la matriz	W/m^2
EB(1), EB(3)	E_{b1}, E_{b3}	potencias emisoras de cuerpo negro	W/m^2
ESP(1), etc.	ε_1, etc.	emisividad hemisférica total	—
F(1,1), F(1,2), etc.	F_{11}, F_{12}, etc.	factores de forma	—
pi	π	3.1459 . . .	—
Q31	$q_{3\rightleftharpoons1}$	intercambio neto entre superficies 3 y 1	W
SIGMA	σ	constante de Stefan-Boltzmann (0.567×10^{-7})	W/m^2K^4
T(1), T(3)	T_1, T_3	temperaturas superficiales	K
X(I)	J_i	radiosidades (elementos del vector solución)	W/m^3

EJEMPLO 9.13 Determine la temperatura de la superficie 1 del cono que se muestra en la figura 9.42 si $q_1 = 3 \times 10^5$ W/m^2 y $\varepsilon_3 = 1$. Suponga que todos los otros parámetros son los mismos que en el ejemplo 9.12.

SOLUCIÓN De las ecuaciones (9.94), (9.95) y (9.97) se debe resolver el sistema de ecuaciones siguiente para J_1, J_2 y J_3.

$$\begin{aligned} q_1/A_1 &= J_1(1 - F_{11}) + J_2(-F_{12}) + J_3(-F_{13}) \\ 0 &= J_1(-F_{21}) + J_2(1 - F_{22}) + J_3(-F_{23}) \\ E_{b3} &= J_3 \end{aligned}$$

Una vez que se conocen las J, con la ecuación (9.100) se obtiene T_1. El programa MATLAB para la solución de este problema se muestra en la tabla 9.6. Como es muy similar al programa anterior el diagrama de flujo en esencia es el mismo que el empleado en el ejemplo 9.12.

TABLA 9.6 Programa MATLAB del ejemplo 9.13

```
% Proporcione todas las entradas y constantes dadas del problema.
SIGMA=0.567E-07; % Constante de Stefan-Boltzmann (W/m^2/K^4)
F(1,1)=0.0; % Factor de forma F(I,J)
F(1,2)=0.853;
F(1,3)=0.147;
F(2,1)=0.372;
F(2,2)=0.498;
F(2,3)=0.130;
F(3,1)=0.333;
F(3,2)=0.667;
F(3,3)=0.0;
```

(*Continúa*)

TABLA 9.6 (*Continuación*)

```
AR(1)=9*pi; %Área(1)=R1^2*pi
ESP(1)=0.6; %ESP emisividad hemisférica total
ESP(3)=0.9;
Q1=300000;
T(3)=600;
EB(3)=SIGMA*T(3)^4; %EB potencias emisoras de cuerpo negro
% Evalúe los elementos de la matriz de coeficientes.
A(1,1)=1-F(1,1);
A(1,2)=-F(1,2);
A(1,3)=-F(1,3);
A(2,1)=-F(2,1);
A(2,2)=1-F(2,2);
A(2,3)=-F(2,3);
A(3,1)=0;
A(3,2)=0;
A(3,3)=1;
% Evalúe los elementos del lado derecho de la matriz.
B(1)=Q1/AR(1);
B(2)=0;
B(3)=EB(3);
% resuelva el sistema de ecuaciones para X.
X=inv(A)*B;
T(1)=((X(1)+Q1*(1-ESP(1))/(AR(1)*ESP(1)))/SIGMA)^0.25
%solución para temperaturas
T1=T(1) %Valor para la temperatura requerida en K
```

9.7.2 Recinto con superficies no grises

El método de acercamiento que se utiliza para calcular la transferencia de calor en recintos con superficies grises se puede adaptar con facilidad para superficies no grises. Si las propiedades de las superficies son funciones de la longitud de onda, se pueden aproximar mediante "bandas" grises dentro de las que se utiliza un valor promedio de la emisividad. Luego, se puede utilizar el mismo método de cálculo que se utilizó antes para recintos grises para determinar la transferencia de calor por radiación dentro de cada banda. El ejemplo siguiente ilustra el procedimiento.

EJEMPLO 9.14 Determine la tasa de transferencia de calor entre dos placas planas paralelas grandes separadas 2 in, si una placa (A) está a 2 040 °F y la otra (B) a 540 °F. La placa A tiene una emisividad de 0.1 entre 0 y 2.5 μm y una emisividad de 0.9 para longitudes de onda mayores que 2.5 μm. La emisividad de la placa B es 0.9 entre 0 y 4.0 μm y 0.1 a longitudes de onda mayores.

SOLUCIÓN El factor de forma F_{A-B} para dos placas rectangulares paralelas grandes es 1.0 si se ignoran los efectos de sus extremos. La radiosidad de A está dada por

$$\int_0^\infty J_{\lambda A}\, d\lambda = \int_0^\infty \varepsilon_{\lambda A} E_{b\lambda A}\, d\lambda + \int_0^\infty \rho_{\lambda A} G_{\lambda A}\, d\lambda$$

y la radiosidad de B por

$$\int_0^\infty J_{\lambda B}\, d\lambda = \int_0^\infty \varepsilon_{\lambda B} E_{b\lambda B}\, d\lambda + \int_0^\infty \rho_{\lambda B} G_{\lambda B}\, d\lambda$$

Sin embargo, utilizando bandas espectrales entre 0 y 2.5 μm, 2.5 y 4.0 μm y 4.0 μm o mayores, el sistema obedece las leyes de radiación de superficie gris dentro de cada banda y la tasa de transferencia de calor se puede calcular con la ecuación (9.75) en tres bandas, como se muestra a continuación:

Banda 1:

$$q_{A \rightleftharpoons B}\Big|_0^{2.5\,\mu\text{m}} = \mathcal{F}_{A-B}(\varepsilon_A = 0.1, \varepsilon_B = 0.9) \times \left[\frac{E_{b,0-2.5}(T_A)}{E_{b,0-\infty}(T_A)} \sigma T_A^4 - \frac{E_{b,0-2.5}(T_B)}{E_{b,0-\infty}(T_B)} \sigma T_B^4 \right]$$

Banda 2:

$$q_{A \rightleftharpoons B}\Big|_{2.5\,\mu\text{m}}^{4.0\,\mu\text{m}} = \mathcal{F}_{A-B}(\varepsilon_A = 0.9, \varepsilon_B = 0.9) \times \left[\frac{E_{b,2.5-4.0}(T_A)}{E_{b,0-\infty}(T_A)} \sigma T_A^4 - \frac{E_{b,2.5-4.0}(T_B)}{E_{b,0-\infty}(T_B)} \sigma T_B^4 \right]$$

Banda 3:

$$q_{A \rightleftharpoons B}\Big|_{4.0\,\mu\text{m}}^{\infty} = \mathcal{F}_{A-B}(\varepsilon_A = 0.9, \varepsilon_B = 0.1) \times \left[\frac{E_{b,4.0-\infty}(T_A)}{E_{b,0-\infty}(T_A)} \sigma T_A^4 - \frac{E_{b,4.0-\infty}(T_B)}{E_{b,0-\infty}(T_B)} \sigma T_B^4 \right]$$

donde

$$\mathcal{F}_{A-B} = \frac{1}{1/\varepsilon_A + 1/\varepsilon_B - 1}$$

El porcentaje de la radiación total dentro de una banda dada se obtiene de la tabla 9.1. Por ejemplo, $(E_{b,0-2.5}/E_{b,0-\infty})$ para una temperatura de $T_A = 2\,500$ R es 0.375 y para una temperatura de $T_B = 1\,000$ R es aproximadamente de 0.004. Por tanto, para la primera banda,

$$q_{A \rightleftharpoons B1}\Big|_0^{2.5\,\mu\text{m}} = 0.10 \times 0.1714(0.375 \times 25^4 - 0.004 \times 10^4) = 2530\,\text{Btu/h ft}^2$$

De manera similar, para la segunda banda,

$$q_{A \rightleftharpoons B2}\Big|_{2.5\,\mu\text{m}}^{4.0\,\mu\text{m}} = 23\,000\,\text{Btu/h ft}^2$$

y para la tercera banda,

$$q_{A \rightleftharpoons B3}\Big|_{4.0\,\mu\text{m}}^{\infty} = 1\,240\,\text{Btu/h ft}^2$$

Por último, la sumatoria sobre las tres bandas, la tasa total de transferencia de calor por radiación es:

$$q_{A \rightleftharpoons B}\Big|_0^\infty = \sum_{N=1}^{N=3} q_{A \rightleftharpoons BN} = 2\,530 + 23\,000 + 1\,240 = 26\,770 \text{ Btu/h ft}^2$$

Se debe observar que la mayoría de la radiación se transfiere dentro de la segunda banda, donde las dos superficies son casi negras.

Los recintos que consisten en varias superficies no grises se pueden tratar de manera similar dividiendo el espectro de radiación en bandas finitas dentro de las cuales las propiedades de radiación se pueden aproximar mediante valores constantes. Este procedimiento puede volverse particularmente útil cuando el recinto está lleno de gas que absorbe y emite radiación sólo a ciertas longitudes de onda.

9.7.3* Recintos con medios absorbentes y transmisores

El método de análisis descrito en las secciones anteriores se puede ampliar para resolver problemas en los que el calor se transfiere por radiación en un recinto que contiene un medio que absorbe y transmite. Varios vidrios, plásticos y gases son ejemplos de esos medios. Para ilustrar el método de enfoque, primero se considerará la radiación entre dos placas cuando el espacio entre ellas está lleno de un gas "gris" que no refleja nada de radiación incidente. La geometría se muestra en la figura 9.44*a*). Las dos superficies sólidas están a temperaturas T_1 y T_2; las propiedades del gas transmisor se denotan por el subíndice m.

La ley de Kirchhoff aplicada al gas gris transmisor requiere que $\alpha_m = \varepsilon_m$ y como la reflectividad del medio es cero,

$$\tau_m = 1 - \alpha_m = 1 - \varepsilon_m \tag{9.101}$$

Las ecuaciones para la tasa de transferencia de calor entre las superficies se deducirán desarrollando el circuito térmico para el problema. La parte de la radiación total que sale de la superficie 1 que llega a la superficie 2 después de pasar a través del gas es

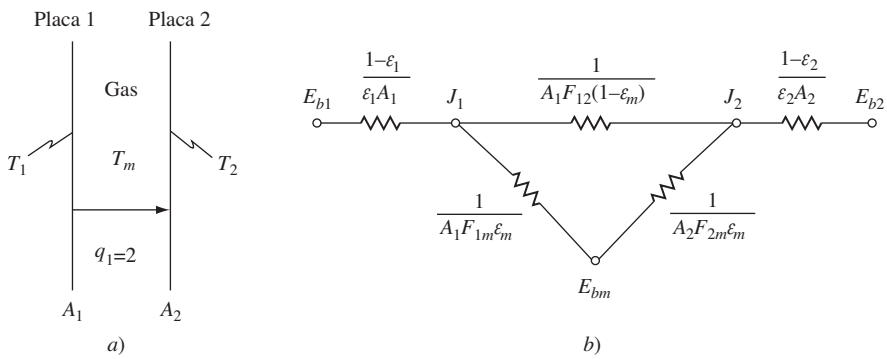


FIGURA 9.44 Analogía eléctrica de la radiación entre placas finitas separadas por un gas.

$$J_1 A_1 F_{12} \tau_m$$

y la radiación de la superficie 2 que llega a la 1 es

$$J_2 A_2 F_{12} \tau_m$$

Por tanto, la tasa neta de transferencia de calor entre las dos superficies es

$$q_{1 \rightleftharpoons 2} = A_1 F_{12} \tau_m (J_1 - J_2) = \frac{J_1 - J_2}{1/A_1 F_{12}(1 - \varepsilon_m)} \tag{9.102}$$

Así pues, para este caso la resistencia equivalente entre los puntos nodales J_1 y J_2 en un circuito será $1/A_1 F_{12}(1 - \varepsilon_m)$.

La transferencia de calor por radiación también ocurre entre cada una de las superficies y el gas. Si el gas está a temperatura T_m emitirá radiación a la tasa:

$$J_m = \varepsilon_m E_{bm} \tag{9.103}$$

La fracción de la energía emitida por el medio gaseoso que llega a la superficie 1 es

$$A_m F_{m-1} J_m = A_m F_{m-1} \varepsilon_m E_{bm} \tag{9.104}$$

De manera similar, la fracción de la radiación que sale de A_1 que se absorbe por el medio transparente es

$$J_1 A_1 F_{1m} \alpha_m = J_1 A_1 F_{1m} \varepsilon_m \tag{9.105}$$

La tasa neta de transferencia de calor por radiación entre el gas y la superficie 1 es la diferencia entre la radiación emitida por el gas hacia A_1 y la radiación que emana de A_1 que se absorbe por el gas. Por tanto,

$$q_{m \rightleftharpoons 1} = A_m F_{m1} \varepsilon_m E_{bm} - J_1 A_1 F_{1m} \varepsilon_m \tag{9.106}$$

Utilizando el teorema de reciprocidad, $A_1 F_1 m = A_m F_{m1}$, el intercambio neto se puede escribir en la forma:

$$q_{m=1} = \frac{E_{bm} - J_1}{1/A_1 F_{1m} \varepsilon_m} \tag{9.107}$$

De manera similar, el intercambio neto entre el gas y A_2 es

$$q_{m=2} = \frac{E_{bm} - J_2}{1/A_2 F_{2m} \varepsilon_m} \tag{9.108}$$

Utilizando las relaciones anteriores para construir un circuito equivalente, la radiación entre dos superficies a T_1 y T_2, respectivamente, separadas por un medio absorbente a T_m, se puede representar como se muestra en la figura 9.44*b*). Si el gas no se mantiene a una temperatura especificada, sino que alcanza una temperatura de equilibrio a la que emite radiación a la misma tasa a la que la absorbe, E_{bm} se convierte en un nodo flotante en el circuito. Para este caso, la tasa neta de transferencia de calor entre A_1 y A_2 es

$$q_{1=2} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2} + \dfrac{1}{A_1[F_{1-2}\tau_m + 1/(F_{1-m}\varepsilon_m + A_1/A_2 F_{2-m}\varepsilon_m)]}} \tag{9.109}$$

Cuando A_1 y A_2 son tan grandes que F_{1-2}, F_{1-m} y F_{2-m} tienden a la unidad, el último factor en el denominador tiende a $1/(A_1[\tau_m + 2/\varepsilon_m])$.

Recintos más complejos con varias superficies se pueden tratar mediante el método matricial una vez que se haya trazado el circuito térmico apropiado. Los detalles del método de solución de esos casos se pueden consultar en libros sobre radiación avanzados [12, 13].

9.8* Propiedades de radiación de gases y vapores

En esta sección se consideran algunos conceptos básicos de la radiación gaseosa. Un tratamiento amplio de este tema está más allá del alcance de este libro y el lector debe consultar las referencias [13, 15, 19, 20-27] para estudiar los detalles de los antecedentes teóricos y de las deducciones completas de las técnicas de cálculo.

Los gases elementales como O_2, N_2, H_2 y aire seco tienen una estructura molecular simétrica y no emiten ni absorben radiación, a menos que se calienten a temperaturas extremadamente elevadas que se convierten en plasmas ionizados y ocurren transformaciones de energía electrónica. Por otro lado, los gases que tienen moléculas polares con un momento electrónico como un dipolo o cuadripolo absorben y emiten radiación en intervalos espectrales limitados denominados bandas. En la práctica, los más importantes de estos gases son H_2O, CO_2, CO, SO_2, NH_3 y los hidrocarburos. Estos gases son asimétricos en uno o más de sus modos de vibración. Durante los choques moleculares, se producen rotaciones y vibraciones de átomos individuales en una molécula se pueden excitar tal que los átomos que poseen cargas eléctricas libres pueden emitir ondas electromagnéticas. De manera similar, cuando la radiación a una longitud de onda apropiada choca en un gas de esos, se puede absorber en el proceso. Aquí nuestra consideración se limitará a la evaluación de las propiedades de radiación del H_2O y CO_2. Que son los gases más importantes en los cálculos de la radiación térmica y que también ilustran los principios básicos de la radiación gaseosa.

Los cambios comunes en el nivel de energía debidos a cambios en la frecuencia vibracional o rotación se manifiestan a sí mismos en un pico intenso a la longitud de onda correspondiente a la transformación vibracional, con cambios energéticos rotacionales múltiples ligeramente arriba o abajo del pico. Este proceso resulta en bandas de absorción o emisión. La forma y el ancho de estas bandas dependen de la temperatura y presión del gas, en tanto que la magnitud de la absortividad monocromática es principalmente una función del espesor de la capa de gas. El espectro de absorción de vapor, que se muestra en la figura 9.45, ilustra la complejidad del proceso. Las bandas de absorción más importantes para vapor se encuentran entre 1.7 y 2.0 μm, 2.2 y 3.0 μm, 4.8 y 8.5 μm y 11 y 25 μm.

Las mediciones experimentales por lo general producen la absortividad de una capa de gas sobre un ancho de banda correspondiente al ancho de la ranura del espectrómetro utilizado. Así pues, los datos experimentales suelen presentarse en términos de la absortividad monocromática, como se muestra en la figura 9.45. Sin embargo, para la mayoría de los cálculos en ingeniería la cantidad de interés primordial es la absortividad o emisividad total efectiva. En esta cantidad se supone que el gas es gris y que su valor depende no sólo de la presión, temperatura y combustión, sino también de la geometría del gas radiante.

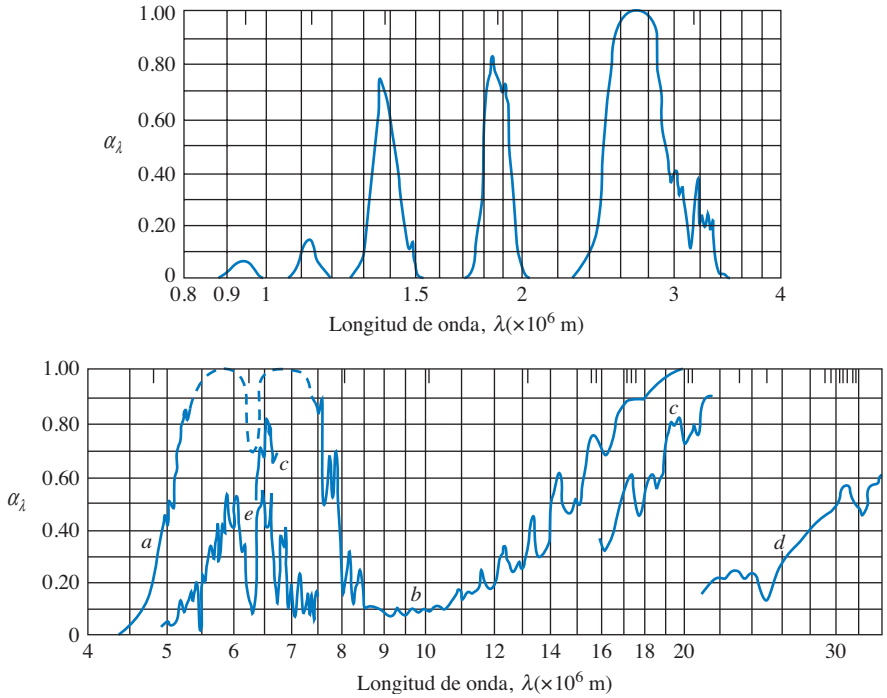


FIGURA 9.45
Absortividad monocromática de vapor de agua.

Aunque la emisión y absorción de radiación son fenómenos superficiales para sólidos opacos, al calcular la radiación emitida o absorbida por una capa de gas, su espesor, presión y forma así como su área superficial se deben tomar en cuenta. Cuando la radiación monocromática a una intensidad $I_{\lambda 0}$ pasa a través de una capa de gas de espesor L, la absorción de energía radiante a una distancia diferencial dx se rige por la relación

$$dI_{\lambda x} = -k'_\lambda I_{\lambda x}\, dx \tag{9.110}$$

donde $I_{\lambda x}$ = intensidad a una distancia x
k'_λ = coeficiente de absorción monocromática, una constante de proporcionalidad cuyo valor depende de la presión y la temperatura del gas

Al integrar entre los límites $x = 0$ y $x = L$ se obtiene

$$I_{\lambda L} = I_{\lambda 0} e^{-k'_\lambda L} \tag{9.111}$$

donde $I_{\lambda L}$ es la intensidad de radiación en L. La diferencia entre la intensidad de radiación entrante al gas en $x = 0$ y la intensidad de radiación saliente de la capa de gas en $x = L$ es la cantidad de energía absorbida por el gas

$$I_{\lambda 0} - I_{\lambda L} = I_{\lambda 0}(1 - e^{-k'_\lambda L}) = \alpha_{G\lambda} I_{\lambda 0} \tag{9.112}$$

La cantidad entre paréntesis representa la *absortividad monocromática del gas*, $\alpha_G\lambda$, y de acuerdo con la ley de Kirchhoff, también representa la emisividad a la longitud de onda λ, $\varepsilon_{G\lambda}$. Para obtener valores efectivos de la emisividad o absortividad, se necesita hacer una sumatoria sobre todas las bandas de radiación. Se observa que, para valores grandes de L, es decir, para capas gruesas, la radiación emitida por el gas se aproxima a condiciones de cuerpo negro dentro de las longitudes de onda de sus bandas de absorción.

Sin embargo, para cuerpos de gas de dimensiones finitas la absortividad o emisividad efectiva depende de la forma y del tamaño del cuerpo de gas ya que la radiación no está limitada a una dirección. El método preciso para calcular la absortividad o emisividad efectiva es muy complejo [15, 24-26], pero para cálculos en ingeniería un método aproximado desarrollado por Hottel y Egbert [19, 28] produce resultados con precisión satisfactoria. Hottel evaluó las emisividades efectivas totales de una variedad de gases a varias temperaturas y presiones y presentó sus resultados en gráficas similares a las que se muestran en las figuras 9.46 y 9.47. Las gráficas se aplican estrictamente sólo a un sistema en el que una masa hemisférica de gas de radio L irradia hacia un elemento de superficie ubicado en el centro de la base de un hemisferio. Sin embargo, para formas que no sean hemisferios, se puede calcular una longitud de haz efectiva. En la tabla 9.7 se dan las constantes con las que se tienen que multiplicar las dimensiones características de varias formas simples para obtener una longitud de haz hemisférico medio equivalente L para utilizarla en las figuras 9.46 y 9.47. Para cálculos aproxi-

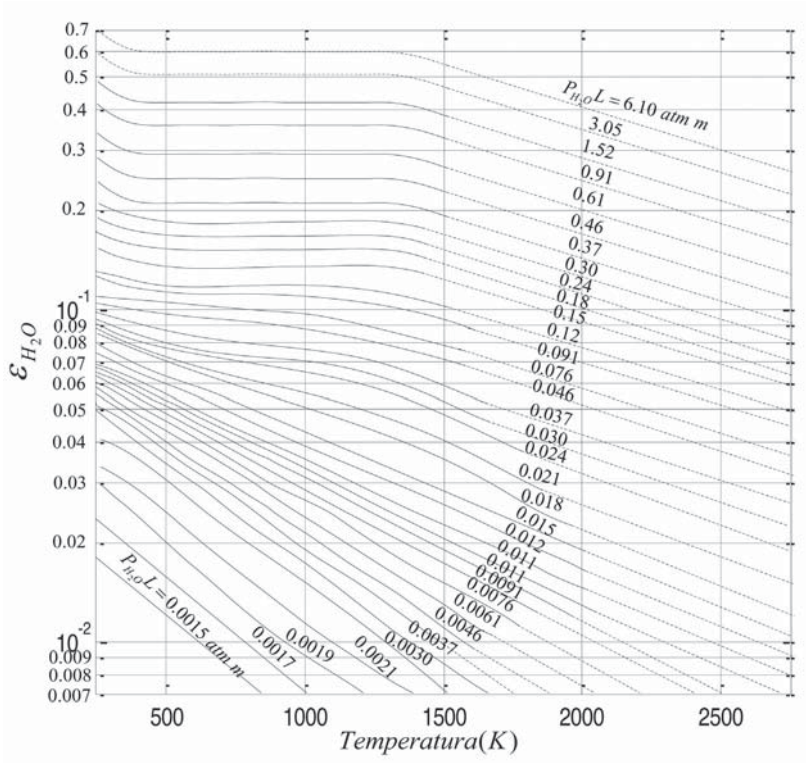


FIGURA 9.46 Emisividad del vapor de agua a una presión total de 1 atm.

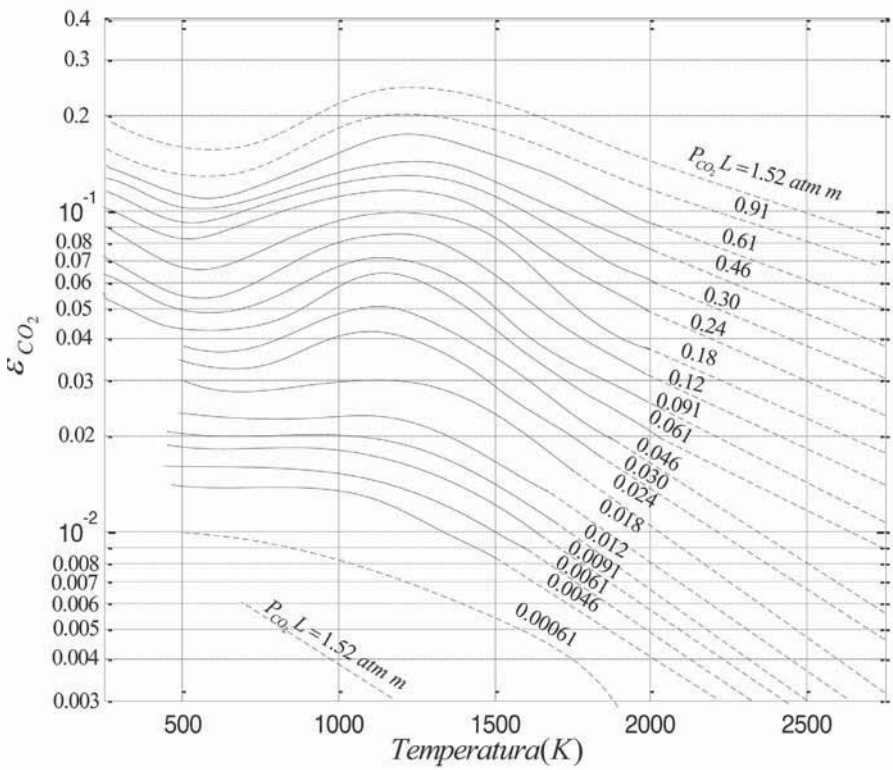


FIGURA 9.47 Emisividad del dióxido de carbono a presión total de 1 atm.

mados y para formas que no sean las indicadas en la tabla 9.7, L se puede tomar igual a 3.4 × volumen/área superficial.

En las figuras 9.46 y 9.47, los símbolos P_{H_2O} y P_{CO_2} representan las presiones parciales de los gases. La presión total para las dos figuras es 1 atm. Cuando la presión total del gas difiere de 1 atm, los valores de las figuras 9.46 y 9.47 se deben multiplicar por un factor de corrección. Las emisividades de H_2O y CO_2 a una presión total P_T que no sea de 1 atm se dan mediante la expresión [24]:

$$(\varepsilon_{H_2O})P_T = C_{H_2O}(\varepsilon_{H_2O})P_T = 1 \qquad (9.113a)$$

$$(\varepsilon_{CO_2})P_T = C_{CO_2}(\varepsilon_{CO_2})P_T = 1 \qquad (9.113b)$$

y los factores de corrección C_{H_2O} y C_{CO_2} están trazados en la figura 9.48 y en la figura 9.49, respectivamente. Cuando H_2O y CO_2 están mezclados, la emisividad de la mezcla

TABLA 9.7 Longitud media del haz de varias formas gaseosas

Geometría	*L*
Esfera	2/3 (diámetro)
Cilindro infinito	Diámetro
Planos paralelos infinitos	2 (distancia entre planos)
Cilindro semiinfinito, irradiando hacia el centro de la base	Diámetro
Cilindro circular recto, altura igual al diámetro:	
irradiando hacia el centro de la base	Diámetro
irradiando hacia toda la superficie	2/3 (diámetro)
Cilindro infinito de sección transversal semicircular irradiando hacia una zona a la mitad del lado plano	Radio
Paralelepípedos rectangulares:	
cubo	2/3 (borde)
1:1:4 irradiando hacia la cara de 1×4	0.9 (borde más corto)
irradiando hacia la cara de 1×1	0.86 (borde más corto)
irradiando a todas las caras	0.891 (borde más corto)
Espacio fuera de un banco infinito de tubos con centros en triángulos equiláteros:	
diámetro del tubo = espacio libre	3.4 (espacio libre)
diámetro del tubo = 1/2 (espacio libre)	4.44 (espacio libre)

Fuente: Rohsenow, Hartnett y Ganic [29].

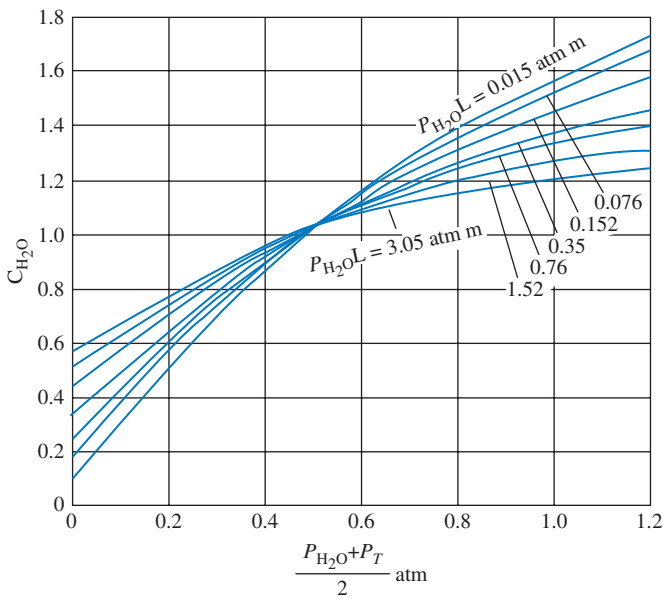


FIGURA 9.48 Factor de corrección para la emisividad del vapor de agua a presiones diferentes de 1 atm.

Fuente: De Hottel y Egbert [19] y Egbert [25].

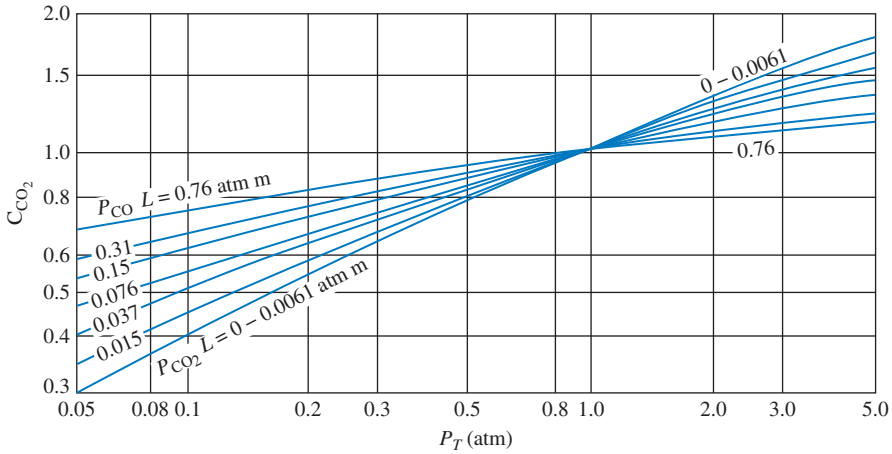


FIGURA 9.49 Factor de corrección para la emisividad del dióxido de carbono a presiones diferentes de 1 atm.

Fuente: De Hottel y Egbert [19].

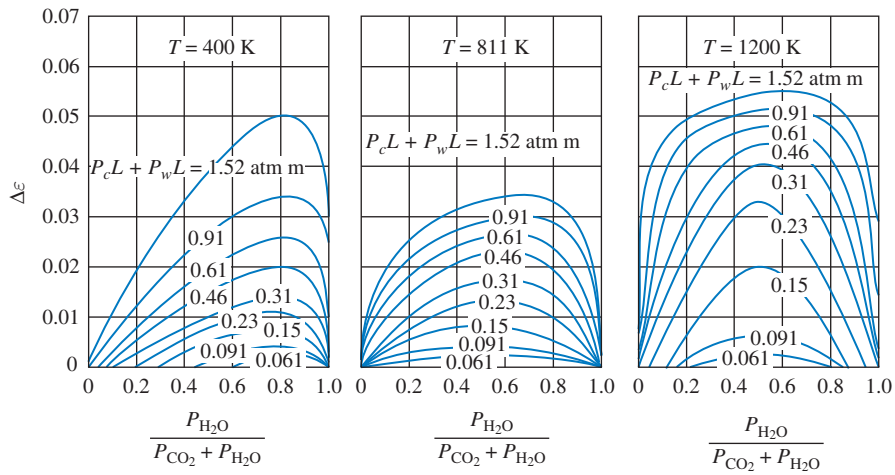


FIGURA 9.50 Factor $\Delta\varepsilon$ para corregir la emisividad de una mezcla de vapor y CO_2.

Fuente: De Hottel y Egbert [19].

se puede calcular sumando la emisividad de los gases determinada suponiendo que cada gas existe solo y luego restando un factor $\Delta\varepsilon$, que toma en cuenta la emisión en bandas de longitud de onda traslapadas. El factor $\Delta\varepsilon$ para H_2O y CO_2 está trazado en la figura 9.50. Por tanto, la emisividad de una mezcla de H_2O y CO_2 es:

$$\varepsilon_{\text{mezcla}} = C_{H_2O}(\varepsilon_{H_2O})P_T = 1 + C_{CO_2}(\varepsilon_{CO_2})P_T = 1 - \Delta\varepsilon \qquad (9.114)$$

EJEMPLO 9.15 Determine la emisividad de una mezcla de gases que consiste de N_2, H_2O y CO_2 a una temperatura de 800 K. La mezcla de gases se encuentra en una esfera con diámetro de 0.4 m y las presiones parciales de los gases son $P_{N_2} = 1$ atm, $P_{H_2O} = 0.4$ atm y $P_{CO_2} = 0.6$ atm.

SOLUCIÓN La longitud media del haz para una masa esférica de gas se obtiene de la tabla 9.7:

$$L = (2/3)D = 0.27\,\text{m}$$

Las emisividades se encuentran en las figuras 9.46 y 9.47 y los valores apropiados para los parámetros que se utilizarán son:

$$T = 800\,\text{K}$$
$$P_{H_2O}L = 0.107\,\text{atm m}$$
$$P_{CO_2}L = 0.160\,\text{atm m}$$

Las emisividades para el vapor de agua y el dióxido de carbono a una presión total de 1 atm son, de las figuras 9.46 y 9.47, respectivamente,

$$(\varepsilon_{H_2O})P_{T=1} = 0.15$$
$$(\varepsilon_{CO_2})P_{T=1} = 0.125$$

El N_2 no irradia de manera apreciable a 800 K, pero como la presión total del gas es 2 atm, se deben corregir los valores correspondientes a 1 atm de ε. De las figuras 9.48 y 9.49 los factores de corrección para la presión son:

$$C_{H_2O} = 1.62$$
$$C_{CO_2} = 1.12$$

El valor de $\Delta\varepsilon$ utilizado para corregir la emisión en bandas de longitud de onda traslapadas se determina de la figura 9.50:

$$\Delta\varepsilon = 0.014$$

Por último, la emisividad de la mezcla se puede obtener con la ecuación (9.114):

$$\varepsilon_{\text{mezcla}} = 1.62 \times 0.15 + 1.12 \times 0.125 - 0.014 = 0.369$$

La absortividad del gas se puede obtener de las gráficas de emisividad mostradas antes, modificando los parámetros en las gráficas. Como un ejemplo, considere vapor de agua a una temperatura de T_{H_2O} con radiación incidente de una superficie fuente a una temperatura T_s. La absortividad del vapor de H_2O está dada aproximadamente mediante la relación:

$$\alpha_{H_2O} = C_{H_2O}\varepsilon'_{H_2O}\left(\frac{T_{H_2O}}{T_s}\right)^{0.45} \tag{9.115}$$

si C_{H_2O} se obtiene de la figura 9.48 y el valor de la emisividad del vapor de agua ε'_{H_2O} de la figura 9.46 se evalúa a temperatura T_s y con el producto de la longitud media del haz y la presión igual a $P_{H_2O}L(T_s/T_{H_2O})$. De manera similar, la absortividad del CO_2 se puede obtener de

$$\alpha_{CO_2} = C_{CO_2}\varepsilon'_{CO_2}\left(\frac{T_{CO_2}}{T_s}\right)^{0.65} \tag{9.116}$$

donde el valor de C_{CO_2} se obtiene de la figura 9.49 y el valor de ε'_{CO_2} se evalúa de la figura 9.47 a un producto de la longitud media del haz y la presión igual a $P_{CO_2}L(T_s/T_{CO_2})$.

EJEMPLO 9.16 Determine la absortividad de una mezcla de vapor de H_2O y gas N_2 a una presión total de 2.0 atm y a una temperatura de 500 K si la longitud media del haz es 0.75 m. Suponga que la radiación que pasa a través del gas se emite por una fuente a 1 000 K y que la presión parcial del vapor de agua es de 0.4 atm.

SOLUCIÓN Puesto que el nitrógeno es transparente, la absorción en la mezcla se debe sólo al vapor de agua. De la ecuación (9.115) la absorbencia del H_2O es:

$$\alpha_{H_2O} = C_{H_2O}\varepsilon'_{H_2O}(T_{H_2O}/T_s)^{0.45}$$

Los valores de los parámetros necesarios para evaluar la absortividad del gas se obtienen de los datos proporcionados:

$$P_{H_2O} \cdot L = 0.4 \times 0.75 = 0.3\,\text{atm m}$$

$$\tfrac{1}{2}(P_T + P_{H_2O}) = \tfrac{1}{2}(2 + 0.4) = 1.2\,\text{atm}$$

De las figuras 9.46 y 9.48 se obtiene

$$\varepsilon_{H_2O} = 0.29$$

$$C_{H_2O} = 1.40$$

Sustituyendo los valores anteriores en la ecuación (9.115) se obtiene la absortividad de la mezcla:

$$\alpha = 1.4 \times 0.29(500/1000)^{0.45} = 0.30$$

Para calcular la tasa de flujo de calor por radiación entre un gas no luminoso a T_G y las paredes de un recipiente de cuerpo negro a T_s, la absortividad α_G del gas se debe evaluar a la temperatura T_s y la emisividad ε_G a la temperatura T_G. Entonces la tasa neta de flujo de calor por radiación es igual a la diferencia entre la radiación emitida y la absorbida:

$$q_r = \sigma A_G(\varepsilon_G T_G^4 - \alpha_G T_s^4) \qquad (9.117)$$

EJEMPLO 9.17 Gases de la combustión a 2 000 °F que contienen 5% de vapor de agua fluyen a presión atmosférica a través de un conducto de humos de 2 pies cuadrados hecho de ladrillo refractario. Estime la tasa de flujo de calor por pie de longitud de los gases hacia la pared si la temperatura superficial de la pared interior es de 1 850 °F y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio es 1 Btu/h ft² °F.

SOLUCIÓN La tasa de flujo de calor del gas a la pared por convección por longitud unitaria es

$$q_c = \bar{h}_c A(T_{\text{gas}} - T_{\text{superficie}})$$
$$= (1)(8)(150) = 1200\,\text{Btu/h ft de longitud del conducto de humos}$$

Para determinar la tasa de flujo de calor por radiación, primero se calcula la longitud efectiva del haz, o

$$L = \frac{3.4 \times \text{volumen}}{\text{área superficial}} = \frac{(3.4)(4)}{8} = 1.7\,\text{ft}\ (0.52\,\text{m})$$

El producto de la presión parcial y L es

$$pL = (0.05)(0.52) = 0.026\,\text{atm m}$$

De la figura 9.46, para $pL = 0.026$ y $TG = 1\,367$ K (2 000 °F), se obtiene $\epsilon_G = 0.035$. De manera similar, se obtiene $\alpha_G = 0.039$ a $T_s = 1\,283$ K (1 850 °F). La corrección de la presión es insignificante ya que $\overline{C}p \cong 1$ de acuerdo con la figura 9.48. Suponiendo que la superficie de los ladrillos es negra, la tasa neta de flujo de calor del gas a la pared por radiación es, de acuerdo con la ecuación (9.117),

$$q_r = 0.171 \times 8[0.035(24.6)^4 - 0.039(23.1)^4] = 2\,340\text{Btu/h}$$

Por tanto, el flujo de calor total del gas al conducto es 3 540 Btu/h. Es interesante observar que la pequeña cantidad de humedad en el gas contribuye casi con la mitad del flujo de calor total.

Una revisión reciente de las propiedades de radiación de gases demostró que cuando las propiedades de radiación del H_2O y CO_2 se evalúan con las gráficas de las figuras 9.46-9.49, se pueden utilizar para cálculos de transferencia de calor industriales con una precisión satisfactoria, siempre que la superficie del recinto no sea altamente reflejante. Pero el cálculo de la transferencia de calor radiante en un recinto lleno de gas se vuelve considerablemente más complicado cuando las superficies del recinto no son negras y reflejan parte de la radiación incidente. Cuando la emisividad del recinto es mayor que 0.7, una respuesta aproximada se puede obtener multiplicando la tasa de flujo de calor calculada con la ecuación (9.117) por $(\varepsilon_s + 1)/2$, donde ε_s es la emisividad de la superficie del recinto. Cuando las paredes del recinto tienen emisividades similares, se puede aplicar el procedimiento explicado en la sección 9.5, siempre que la suposición de que todas las superficies así como los gases sean "grises" parezca aceptable. Si una o más de las superficies no son grises o si el gas no se puede tratar como un cuerpo gris, se debe emplear un procedimiento de aproximación por bandas similar al que se utilizó en el ejemplo 9.14. Los detalles de ese refinamiento en los procedimientos de cálculo se presentan en las referencias [12, 13, 20, 29]. Se dispone [27] de reglas de ampliación que extienden la aplicación de datos de emisividad de espectro total a una atmósfera para determinar las emisividades de gases a presiones mayores y menores.

9.9 Radiación combinada con convección y conducción

En las secciones anteriores de este capítulo, se consideró a la radiación como un fenómeno aislado. El intercambio de energía por radiación es el mecanismo de flujo de calor predominante a altas temperaturas debido a que la tasa de flujo de calor depende de la cuarta potencia de la temperatura absoluta. Sin embargo, en muchos problemas de interés práctico no se pueden ignorar la convección ni la conducción, por lo que en esta sección se consideran problemas que comprenden dos o los tres modos de flujo de calor de manera simultánea.

Para incluir la radiación en un circuito térmico que comprende convección y conducción con frecuencia es necesario definir un coeficiente de transferencia de calor por radiación, $\bar{h}_r$, como

$$\bar{h}_r = \frac{q_r}{A_1(T_1 - T_2)} = \mathscr{F}_{1-2}\left[\frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{T_1 - T_2'}\right] \tag{9.118}$$

donde A_1 = área en la que se basa $\mathcal{F}_{1-2}$, m^2

$T_1 - T_2'$ = una diferencia de temperatura de referencia, en K, en la que T_2' se puede elegir igual a T_2 o a cualquier otra temperatura conveniente en el sistema

$\bar{h}_r$ = coeficiente de transferencia de calor por radiación, W/m^2 K

Una vez que ha calculado un coeficiente de transferencia de calor por radiación, se puede tratar de manera similar al coeficiente de transferencia de calor por convección, debido a que la tasa de flujo de calor se vuelve linealmente dependiente de la diferencia de temperatura y la radiación se puede incorporar directamente en un circuito térmico para el cual la temperatura es el potencial impulsor. El conocimiento de $\bar{h}_r$ también es esencial al determinar la conductancia global $\bar{h}$ para una superficie hacia o desde la cual el calor fluye por convección y radiación ya que de acuerdo con el capítulo 1,

$$\bar{h} = \bar{h}_c + \bar{h}_r$$

Si $T_2 = T_2'$, la expresión entre paréntesis rectangulares en la ecuación (9.118) se denomina *factor de temperatura* F_T, y

$$\bar{h}_r = \mathcal{F}_{1-2} F_T \tag{9.119}$$

EJEMPLO 9.18 Un termopar soldado a tope (figura 9.51) que tiene una emisividad de 0.8 se utiliza para medir la temperatura de un gas transparente que fluye en un conducto grande cuyas paredes están a una temperatura de 440 °F. La temperatura indicada por el termopar es 940 °F. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie del termopar y el gas $\bar{h}_c$ es 25 Btu/h ft^2 °F, estime la temperatura *real* del gas.

SOLUCIÓN La temperatura del termopar tiene un valor menor que la temperatura del gas debido a que el termopar pierde calor por radiación hacia la pared. En condiciones de estado permanente la tasa de flujo de calor por radiación de la unión del termopar hacia la pared es igual a la tasa de flujo por convección del gas al termopar. Este balance de flujo de calor se puede escribir como

$$q = \bar{h}_c A_T (T_G - T_T) = A_T \varepsilon \sigma (T_T^4 - T_{\text{pared}}^4)$$

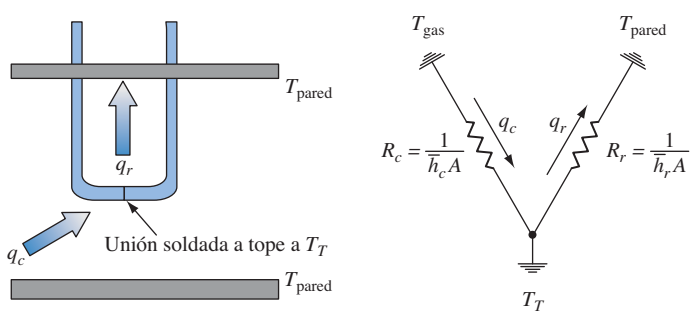


FIGURA 9.51 Sistema físico y circuito térmico para el termopar soldado a tope sin blindaje contra radiación.

donde A_T es el área superficial, T_T la temperatura del termopar y T_G la temperatura del gas. Sustituyendo los datos del problema se obtiene

$$\frac{q}{A_T} = 0.8 \times 0{,}1714\left[\left(\frac{1\,400}{100}\right)^4 - \left(\frac{900}{100}\right)^4\right] = 4\,410 \text{ Btu/h ft}^2$$

y la temperatura real del gas es

$$T_G = \frac{q}{\bar{h}_c A_T} + T_T = \frac{4\,410}{25} + 940 = 1\,116 \text{ °F}$$

En sistemas en los que el calor se transfiere simultáneamente por convección y radiación, con frecuencia no es posible determinar el coeficiente de transferencia de calor radiante directamente. Como el factor de temperatura F_T contiene las temperaturas del emisor y receptor de radiación, sólo se puede evaluar cuando se conocen estas dos temperaturas. Si una de las temperaturas depende de la tasa de flujo de calor, es decir, si uno de los potenciales en el circuito está "flotando", se debe suponer un valor para el potencial flotante y después determinar si ese valor satisface la continuidad de flujo de calor en el estado permanente. Si la tasa de flujo de calor hacia el nodo de potencial no es igual a la tasa de flujo de calor desde el nodo, se debe suponer otra temperatura. El proceso de prueba y error se continúa hasta que se satisfaga el balance de energía. La técnica general se ilustra en el ejemplo siguiente.

EJEMPLO 9.19 Determine la temperatura correcta del gas del ejemplo 9.18 si el termopar está blindado contra la radiación mediante un escudo delgado y cilíndrico que tiene un diámetro interior cuatro veces mayor que el diámetro exterior del termopar. Suponga que el coeficiente de transferencia de calor por convección del escudo es 20 Btu/h ft^2 °F en los dos lados y que la emisividad del escudo, hecho de acero inoxidable, es 0.3 a 1 000 °F.

SOLUCIÓN En la figura 9.52 se muestra un bosquejo del sistema físico. El calor fluye por convección del gas al termopar y su escudo. Al mismo tiempo, el calor fluye por radiación del termopar a la superficie interior del escudo, se conduce a través del escudo y fluye por radiación de la superficie exterior del escudo a las paredes del conducto. Si se supone que la temperatura del escudo es uniforme (es decir, si se ignora la resistencia térmica de la trayectoria de conducción debido a que el escudo es muy delgado), el circuito térmico es como se muestra en la figura 9.52. La temperatura de la pared del conducto T_w y la temperatura del termopar T_T se conocen, en tanto que las temperaturas del escudo T_s y del gas T_G se deben determinar. Estas dos últimas temperaturas son potenciales flotantes. Un balance de flujo de calor en el escudo se puede escribir como

$$\begin{pmatrix}\text{tasa de flujo de calor de}\\ T_G \text{ y } T_T \text{ hacia } T_s\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{tasa de flujo de calor}\\ \text{de } T_s \text{ hacia } T_w\end{pmatrix}$$

o

$$\bar{h}_{cs} 2A_s(T_G - T_s) + h_{rT}A_T(T_T - T_s) = \bar{h}_{rs}A_s(T_s - T_w)$$

Con un balance de flujo de calor en el termopar se obtiene:

$$\bar{h}_{cT}A_T(T_G - T_T) = \bar{h}_{rT}A_T(T_T - T_s)$$

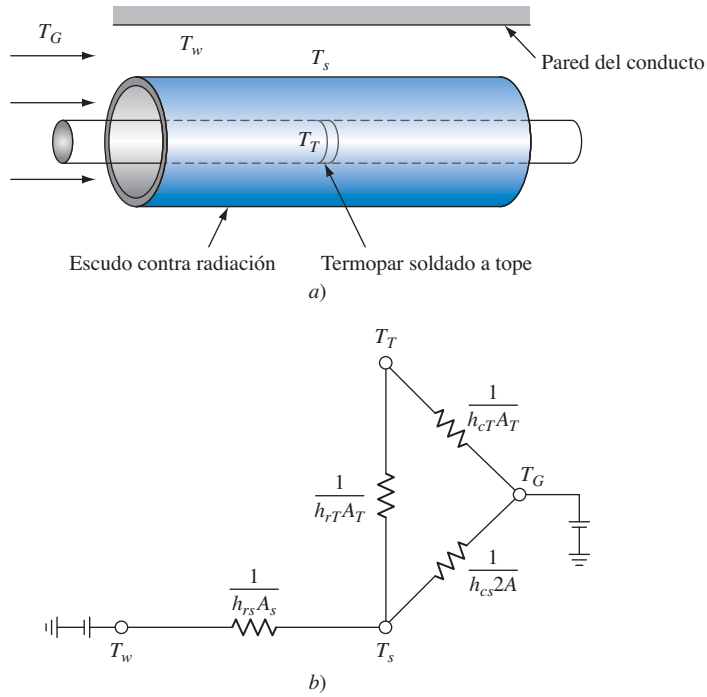


FIGURA 9.52 Sistema físico y circuito térmico del termopar soldado a tope con escudo contra radiación.

donde la nomenclatura se da en la figura 9.51. Tomando A_T como la unidad, A_s es igual a 4 y con la ecuación (9.76) se obtiene

$$A_T\mathcal{F}_{T-s} = \frac{1}{\dfrac{1-\varepsilon_T}{A_T\varepsilon_T} + \dfrac{1}{A_T} + \dfrac{1-\varepsilon_s}{A_s\varepsilon_s}} = \frac{1}{\dfrac{0.2}{0.8} + 1 + \dfrac{0.7}{(4)(0.3)}} = 0.547$$

y

$$A_s\mathcal{F}_{s-w} = A_s\varepsilon_s = (4)(0.3) = 1.2$$

Suponiendo una temperatura del escudo de 900 °F, se tiene, de acuerdo con la ecuación (9.118)

$$\bar{h}_{rT}A_T = A_T\mathcal{F}_{T-S}F_T = (0.547)(18.1) = 9.85$$

y

$$\bar{h}_{rs}A_s = A_s\mathcal{F}_{s-w}F_T = (1.2)(11.4) = 13.7$$

Sustituyendo estos valores en el primer balance de flujo de calor permite evaluar la temperatura del gas y se obtiene

$$T_G = \frac{h_{rs}A_s(T_s - T_w) - h_{rT}A_T(T_T - T_s)}{(\bar{h}_{cs})(2A_s)} + T_s$$

$$= \frac{5\,750 - 581}{(20)(2)(4)} + 900 = 932\,°\text{F}$$

Como la temperatura del gas no puede ser menor que la del termopar, la temperatura supuesta del escudo fue demasiado baja. Repitiendo los cálculos con una nueva temperatura del escudo de 930 °F se obtiene $T_G = 970$ °F. Ahora se sustituye este valor para comprobar si satisface el segundo balance de flujo de calor y se obtiene:

$$\begin{pmatrix}\text{tasa de flujo de calor por convección}\\ \textit{hacia}\text{ el termopar}\end{pmatrix} = 25A_T(970 - 940) = 750\,\text{Btu/h}$$

$$\begin{pmatrix}\text{tasa neta de flujo de calor por radiación}\\ \textit{desde}\text{ el termopar}\end{pmatrix} = \bar{h}_{rT}A_T(T_T - T_s) = 203\,\text{Btu/h}$$

Puesto que la tasa de flujo de calor hacia el termopar excede la tasa de flujo de calor desde el termopar, la temperatura supuesta del escudo fue demasiado alta. Repitiendo los cálculos con una temperatura supuesta del escudo de 923 °F se obtiene una temperatura del gas de 966 °F, que satisface el balance de calor en el termopar. Los detalles de este cálculo se dejan como ejercicio.

Al comparar los resultados de los ejemplos 9.18 y 9.19 se tiene que la temperatura indicada del termopar sin escudo difiere de la temperatura real del gas en 176 °F, en tanto que el termopar con escudo lee sólo 26 °F menos que la temperatura real del gas. Un escudo doble reduciría el error de temperatura a menos de 10 °F para las condiciones especificadas en el ejemplo.

9.10 Comentarios finales

En este capítulo se presentaron las características básicas de la radiación térmica y los métodos para calcular el intercambio de calor por radiación. La emisión de energía radiante es proporcional a la temperatura absoluta elevada a la cuarta potencia y por tanto la transferencia de calor por radiación se vuelve cada vez más importante a temperaturas mayores. El radiador ideal, o "cuerpo negro", es un concepto conveniente en el análisis de la transferencia de calor por radiación debido a que proporciona un límite superior para la emisión, absorción e intercambio de calor por radiación. La radiación del cuerpo negro tiene características geométricas y espectrales que se pueden tratar analítica y numéricamente.

Las superficies reales difieren de las superficies negras en sus características superficiales. Las superficies reales siempre absorben y emiten menos radiación que las superficies negras a la misma temperatura. Sus características superficiales a menudo se pueden aproximar por cuerpos grises que emiten y absorben una fracción dada de la radiación de cuerpo negro sobre todo el espectro de longitud de onda. La transferencia de calor por radiación entre superficies reales se puede analizar suponiendo que las superficies son grises o empleando aproximaciones de bandas grises.

La relación geométrica entre cuerpos se caracteriza por el factor de forma, que determina la cantidad de radiación que sale de una superficie dada que se intercepta por otra. Utilizando los factores de forma y las características superficiales, es posible construir circuitos equivalentes para radiación entre superficies en un recinto. Esos circuitos resultan en una serie de relaciones lineales que se pueden formular como una matriz. Las temperaturas y la tasa de transferencia de calor por radiación de las

superficies en un recinto se pueden determinar mediante una inversión matricial, que se puede efectuar de manera más conveniente con una computadora. Cuando la radiación y la convección ocurren de manera simultánea, el análisis requiere la solución de ecuaciones no lineales, las cuales pueden ser muy complejas, en especial en sistemas con radiación gaseosa. Estos tipos de problemas por lo general requieren soluciones de prueba y error.

Referencias

1. M. Planck, *The Theory of Heat Radiation*, Dover, Nueva York, 1959.
2. R. V. Dunkle, "Thermal-Radiation Tables and Applications", *Trans. ASME*, vol. 65, pp. 549-552, 1954.
3. M. Fischenden y O. A. Saunders, *The Calculation of Heat Transmission*, His Majesty´s Stationery Office, Londres, 1932.
4. D. C. Hamilton y W. R. Morgan, "Radiant Interchange Configuration Factors", NACA TN2836, Washington, D.C., 1962.
5. F. Kreith y W. Z. Black, *Basic Heat Transfer*, Harper & Row, Nueva York, 1980.
6. H. Schmidt y E. Furthman, "Über die Gesamtstrahlung fäster Körper", *Mitt. Kaiser-Wilhelm-Inst. Eisenforsch*., Abh. 109, Dusseldorf, 1928.
7. W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1954.
8. G. G. Gubareff, J. E. Janssen y R. H. Torborg, Thermal Radiation Properties Survey, Honeywell Research Center, Minneapolis, Minn., 1960.
9. W. Sieber, "Zusammensetzung der von Werk- und Baustoffen zurückgeworfene Wärmestrahlung", *Z. Tech. Phys*., vol. 22, pp. 130-135, 1941.
10. E. Schmidt y E. Eckert, "Über die Richtungsverteilung der Wärmestrahlung von Oberflächen", *Forsch. Geb. Ingenieurwes*, vol. 6, pp. 175-183, 1935.
11. J. R. Schonhorst y R. Viskanta, "An Experimental Examination of the Validity of the Commonly Used Methods of Radiant-Heat Transfer Analysis", *Trans. ASME, Ser. C., J. Heat Transfer*, vol. 90, pp. 429-436, 1968.
12. E. M. Sparrow y R. D. Cess, *Radiation Heat Transfer*, Hemisphere, Nueva York, 1978.
13. R. Siegel y J. R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*, 3a. ed., Hemisphere, Nueva York, 1993.
14. R. G. Hering y T. F. Smith, "Surface Roughness Effects on Radiant Energy Interchange", *Trans. ASME, Ser. C., J. Heat Transfer*, vol. 93, pp. 88-96, 1971.
15. H. C. Hottel, "Radiant Heat Transmission", *Mech. Eng*., vol. 52, pp. 699-704, 1930.
16. H. C. Hottel y A. F. Sarofim, *Radiative Heat Transfer*, pp. 31-39, McGraw-Hill, Nueva York, 1967.
17. A. F. Emery, O. Johansson, M. Lobo y A. Abrous, "A Comparative Study of Methods for Computing the Diffuse Radiation Viewfactors for Complex Structures", *J. Heat Transfer*, vol. 113, pp. 413-422, 1991.
18. A. K. Oppenheim, "The Network Method of Radiation Analysis", *Trans. ASME*, vol. 78, pp. 725-735, 1956.
19. H. C. Hottel y R. B. Egbert, "Radiant Heat Transmission from Water Vapor", *AIChE Trans*., vol. 38, pp. 531-565, 1942.
20. C. L. Tien, "Thermal Radiation Properties of Gases", *Adv. Heat Transfer*, vol. 5, pp. 254-321, 1968.
21. R. Goldstein, "Measurements of Infrared Absorption by Water Vapor at Temperatures to 1000 K", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, vol. 4, pp. 343-352, 1964.
22. D. K. Edwards y W. Sun, "Correlations for Absorption by the 9.4- and 10.4-micron CO_2 Bands", *Appl. Opt*., vol. 3, p. 1501, 1964.
23. D. K. Edwards, B. J. Flornes, L. K. Glassen y W. Sun, "Correlations of Absorption by Water Vapor at Temperatures from 300 to 1100 K", *Appl. Opt*., vol. 4, pp. 715-722, 1965.
24. H. C. Hottel, en *Heat Transmission*, por W. C. McAdams, 3a. ed., capítulo 4, McGraw-Hill, Nueva York, 1954.
25. R. B. Egbert, Sc.D. thesis, Massachussets Institute of Technology, 1941.
26. M. F. Modest, "Radiation", en F. Kreith, editor, *CRC Handbook of Thermal Engineering*, CRC Press, Boca Raton, FL, 2000.
27. D. K. Edwards y R. Matovosian, "Scaling Rules for Total Absorptivity and Emissivity of Gases", *J. Heat Transfer*, vol. 106, pp. 685-689, 1984.
28. H. C. Hottel, "Heat Transmission by Radiation from Nonluminous Gases", *AIChE Trans*., vol. 19, pp. 173-205, 1927.
29. W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett y Y. I. Cho, eds., *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1998.

Problemas

Los problemas de este capítulo están organizados por tema como se muestra a continuación.

Tema	Número de problema
Características espectrales de radiación	9.1-9.8
Factores de forma e intercambio por radiación de cuerpo negro	9.9-9.14
Radiación en recintos de cuerpo negro	9.15-9.22
Radiación en recintos de cuerpo gris	9.23-9.29
Radiación gaseosa	9.30-9.32
Radiación y convección combinada	9.33-9.53
Energía solar y calentamiento global	9.54-9.60

9.1 Para un radiador ideal (*hohlraum*) con una apertura de 10 cm, ubicado en alrededores negros a 16 °C, calcule: *a*) la tasa neta de transferencia de calor para temperaturas del hohlraum de 100 y 560 °C, *b*) la longitud de onda a la que la emisión es máxima, *c*) la emisión monocromática a $\lambda_{máx}$ y *d*) las longitudes de onda a las cuales la emisión monocromática es 1% del valor máximo.

9.2 Un filamento de tungsteno se calienta a 2 700 K. ¿A qué longitud de onda se emite la cantidad máxima de radiación? ¿Qué fracción de la energía total está en el intervalo visible (0.4 a 0.75 μm)? Suponga que el filamento irradia como un cuerpo gris.

9.3 Determine la emisividad hemisférica promedio total y la potencia emisora de una superficie que tiene una emisividad hemisférica espectral de 0.8 a longitudes de onda menores que 1.5 μm, 0.6 longitudes de onda de 1.5 a 2.5 μm y 0.4 a longitudes de onda mayores que 2.5 μm. La temperatura superficial es 1 111 K.

9.4 *a*) Demuestre que $E_{b\lambda}/T^5 = f(\lambda T)$ únicamente. *b*) Para $\lambda T = 5\,000$ μm K, calcule $E_{b\lambda}/T^5$.

9.5 Calcule la emisividad promedio de aluminio anodizado a 100 y 650 °C a partir de la curva espectral de la figura 9.16. Suponga $\epsilon_\lambda = 0.8$ para $\lambda > 9$ μm.

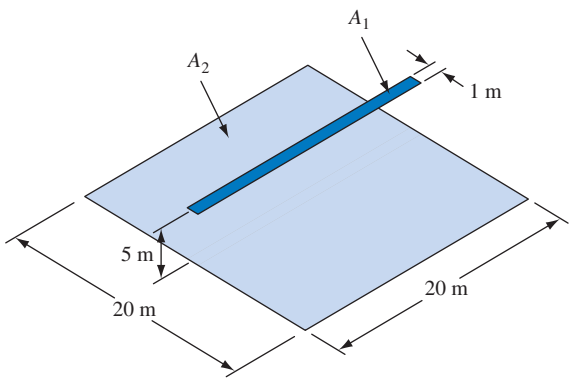
9.6 Un cuerpo grande de gas no luminoso a una temperatura de 1 100 °C tiene bandas de emisión entre 2.5 y 3.5 μm y entre 5 y 8 μm. A 1 100 °C la emisividad efectiva en la primera banda es 0.8 y la segunda 0.6. Determine la potencia emisora de este gas en W/m^2.

9.7 Una placa plana se encuentra en órbita solar a 150 000 000 km del Sol. Siempre está orientada normal a los rayos del Sol y los dos lados de la placa tienen un acabado que tiene una absortividad espectral de 0.95 a longitudes de onda menores que 3 μm y de 0.06 a longitudes de onda mayores que 3 μm. Suponiendo que el Sol es una fuente de cuerpo negro a 5 550 K con un diámetro de 1 400 000 km, determine la temperatura de equilibrio de la placa.

9.8 Sustituyendo $E_b\lambda(T)$ de la ecuación (9.1) en la ecuación (9.4) y efectuando la integración sobre todo el espectro, deduzca una relación entre σ y las constantes C_1 y C_2 en la ecuación (9.1).

9.9 Determine la relación de la emisividad hemisférica total a la emisividad normal para una superficie difusa, si la intensidad de emisión varía como el coseno del ángulo medido con respecto a la normal.

9.10 Deduzca una expresión para el factor de forma geométrico F_{1-2} para la superficie rectangular A_1 que se muestra a continuación. A_1 es de 1×20 m y está colocada paralela a y centrada 5 m arriba de una superficie cuadrada A_2 20 m por lado.

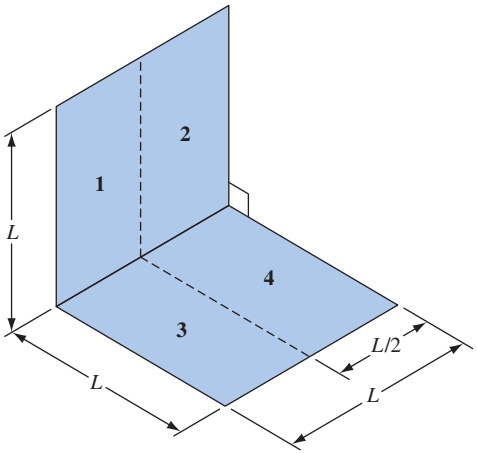


Problema 9.10

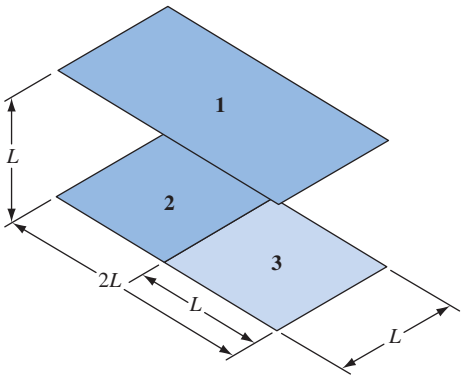
9.11 Determine el factor de forma F_{1-4} para la configuración geométrica que se muestra en la página siguiente.

9.12 Determine el factor de forma F_{1-2} para la configuración geométrica que se muestra en la figura siguiente.

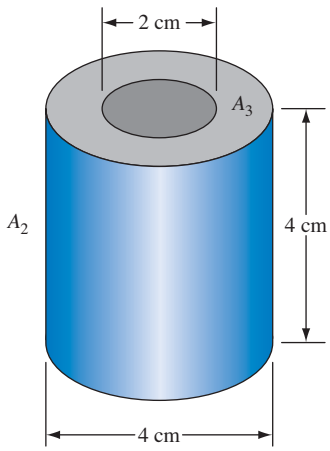
9.13 Utilizando definiciones de factor de forma, estime la temperatura de equilibrio del planeta Marte, que tiene un diámetro de 4 150 mi y gira alrededor del Sol a una distancia de 141×10^6 mi. El diámetro del Sol es 865 000 mi. Suponga que tanto el Sol como Marte actúan como cuerpos negros, con una temperatura de cuerpo negro equivalente del Sol de 10 000 R. Después, repita sus cálculos suponiendo que el albedo de Marte (la fracción de la radiación entrante regresada al espacio) es 0.15.



Problema 9.11



Problema 9.12



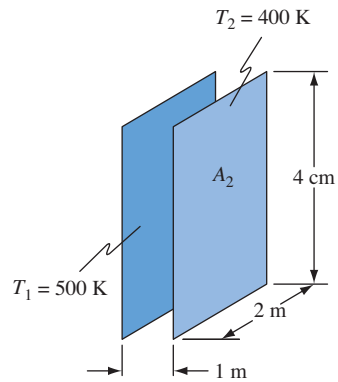
Problema 9.14

9.14 Un recinto cilíndrico de 4 cm de diámetro con superficies negras, como se muestra en el bosquejo correspondiente, tiene un agujero de 2 cm en su parte superior. Suponiendo que todas las paredes del recinto están a la misma temperatura, determine el porcentaje de la radiación total emitida de las paredes que escapará a través del agujero en su parte superior.

9.15 Demuestre que la temperatura de la superficie reirradiante T_r de la figura 9.37 es

$$T_R = \left(\frac{A_1 F_{1R} T_1^4 + A_2 F_{2R} T_2^4}{A_1 F_{1R} + A_2 F_{2R}} \right)^{1/4}$$

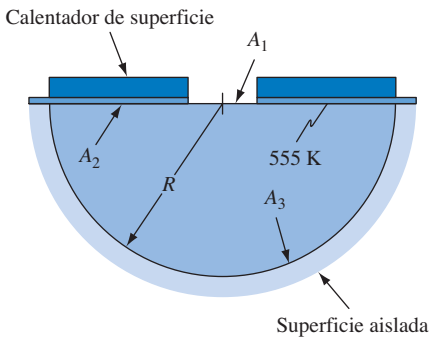
9.16 En la construcción de una plataforma espacial, dos elementos estructurales de igual tamaño con superficies que se pueden considerar negras, están colocados relativos entre sí como se muestra a continuación. Suponiendo que el elemento izquierdo conectado a la plataforma está a 500 K en tanto que el otro está a 400 K y que los alrededores se pueden tratar como si fueran negros a 0 K, calcule: *a*) la tasa a la que la superficie más caliente se debe calentar para mantener su temperatura, *b*) la tasa de pérdida de calor de la superficie más fría hacia los alrededores y *c*) la tasa neta de pérdida de calor hacia los alrededores para los dos elementos.



Problema 9.16

9.17 Se construirá una fuente de radiación como se muestra en el diagrama siguiente, para un estudio experimental de radiación. La base del hemisferio se tiene que cubrir con una placa circular que tiene un agujero en su centro de radio $R/2$. La cara inferior de la placa se mantendrá a 555 K por calentadores insertados en su superficie. La superficie del calentador es negra. La superficie hemisférica está bien aislada en el exterior. Suponga procesos difusos grises y distribución uniforme de radiación. *a*) Determine la relación de la intensidad radiante en la abertura a la intensidad de emisión de la superficie de la placa calentada.

b) Determine la pérdida de energía radiante a través de la abertura en watts para $R = 0.3$ m. *c*) Calcule la temperatura de la superficie hemisférica.



Problema 9.17

9.18 Una losa grande de acero de 0.1 m de espesor contiene un agujero circular de 0.1 m de diámetro cuyo eje es normal a la superficie. Considerando que los lados del agujero son negros, especifique la tasa de pérdida de calor por radiación del agujero en W y en Btu/h. La placa está a 811 K y los alrededores a 300 K.

9.19 Un disco de 15 cm de diámetro se coloca a la mitad entre dos discos negros de 3 m de diámetro que están separados 7 m con todas las superficies de los discos paralelas entre sí. Si los alrededores están a 0 K, determine la temperatura de los dos discos más grandes requerida para mantener al disco menor a 540 °C.

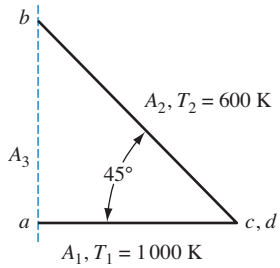
9.20 Demuestre que la conductancia efectiva, $A_1\bar{F}_{1-2}$, para dos placas paralelas negras de igual área conectadas por paredes reirradiantes a una temperatura constante es

$$A_1\bar{F}_{1-2} = A_1\left(\frac{1 + F_{1-2}}{2}\right)$$

9.21 Calcule la tasa neta de transferencia de calor radiante si las dos superficies del problema 9.10 son negras y están conectadas por una superficie refractaria con un área de 500 m^2. A_1 está a 555 K, y A_2 a 278 K. ¿Cuál es la temperatura de la superficie refractaria?

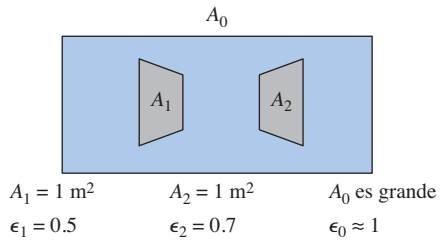
9.22 Una esfera negra (2.5 cm de diámetro) se coloca en un horno de calentamiento infrarrojo grande cuyas paredes se mantienen a 370 °C. La temperatura del aire en el horno es 90 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie de la esfera y el aire es 30 W/m^2 K. Estime la tasa neta de flujo de calor hacia la esfera cuando su temperatura superficial es 35 °C.

9.23 La cavidad con forma de cuña que se muestra en el bosquejo siguiente consta de dos tiras largas unidas a lo largo de un borde. La superficie 1 tiene un ancho de 1 m, una emisividad de 0.4 y una temperatura de 1 000 K. La otra pared tiene una temperatura de 600 K. Suponiendo procesos difusos grises y distribución de flujo uniforme, calcule la tasa de pérdida de energía de las superficies 1 y 2 por metro de longitud.



Problema 9.23

9.24 Deduzca una ecuación para la tasa neta de transferencia de calor radiante de la superficie 1 en el sistema que se muestra en el bosquejo siguiente. Suponga que cada superficie está a una temperatura uniforme y que el factor de forma geométrico F_{1-2} es 0.1.



Problema 9.24

9.25 Dos placas planas paralelas de 5 pies cuadrados están separadas 1 ft. La placa A_1 se mantiene a una temperatura de 1 540 °F y la placa A_2 a 460 °F. Las emisividades de las placas son 0.5 y 0.8, respectivamente. Considerando que los alrededores son negros a 0 R e incluyendo interreflexiones múltiples, determine: *a*) la entrada de calor requerida por la superficie A_1 para mantener su temperatura. Las superficies exteriores de las placas son adiabáticas.

9.26 Para almacenar aire líquido (133 K) se utilizan dos esferas concéntricas de 0.2 y 0.3 m de diámetro. El espacio entre las esferas está evacuado. Si las superficies de las esferas tienen un recubrimiento de aluminio y el aire líquido tiene un calor latente de

vaporización de 209 kJ/kg, determine el número de kilogramos de aire líquido vaporizado por hora.

9.27 Determine las temperaturas de estado permanente de dos escudos contra radiación colocados en el espacio evacuado entre dos planos infinitos a temperaturas de 555 y 278 K. La emisividad de todas las superficies es 0.8.

9.28 Tres hojas delgadas de aluminio pulido se colocan paralelas entre sí tal que la distancia entre ellas es muy pequeña comparada con su tamaño. Si una de las hojas exteriores está a 280 °C y la otra hoja exterior está a 60 °C, calcule la temperatura de la hoja intermedia y la tasa neta de flujo de calor por radiación. Se puede ignorar la convección.

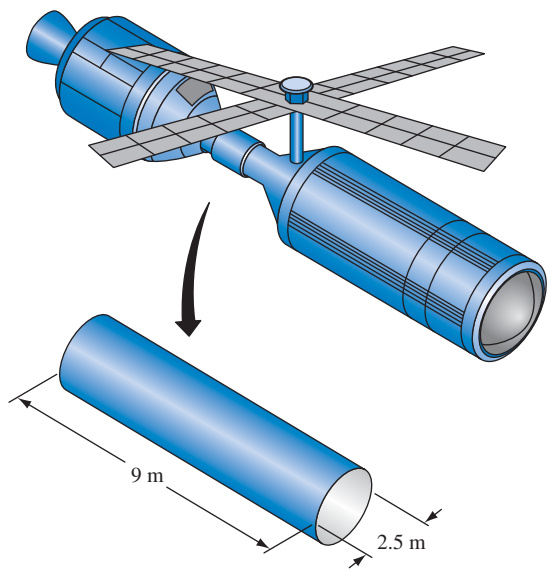
9.29 Para cada una de las situaciones siguientes, determine la tasa de transferencia de calor entre dos placas planas paralelas de 1×1 m, separadas 0.2 m y conectadas por paredes reirradiantes. Suponga que la placa 1 se mantiene a 1 500 K y la placa 2 a 500 K. *a*) La placa 1 tiene una emisividad de 0.9 en todo el espectro y la placa 2 tiene una emisividad de 0.1. *b*) La placa 1 tiene una emisividad de 0.1 entre 0 y 2.5 μm y una emisividad de 0.9 a longitudes de onda mayores que 2.5 μm, en tanto que la placa 2 tiene una emisividad de 0.1 por encima del espectro completo. *c*) La emisividad de la placa 1 es la misma que en la parte *b*) y la placa 2 tiene una emisividad de 0.1 entre 0 y 4.0 μm y una emisividad de 0.9 a longitudes de onda mayores que 4.0 μm.

9.30 Una esfera pequeña (1 in de diámetro) se coloca en un horno de calentamiento. La cavidad del horno es un cubo de 1 ft lleno de aire a 14.7 psia, contiene 3% de vapor de agua a 1 000 °F y sus paredes están a 2 000 °F. La emisividad de la esfera es igual a 0.4-0.0001 T, donde T es la temperatura superficial en °F. Cuando la temperatura superficial de la esfera es 1 000 °F, determine: *a*) la irradiación total recibida por las paredes del horno de la esfera, *b*) la transferencia entra de calor por radiación entre la esfera y las paredes del horno y *c*) el coeficiente de transferencia de calor radiante.

9.31 Un hemisferio de 0.61 m de radio (temperatura superficial de 811 K) está lleno con una mezcla de gases que contiene 6.67% CO_2 y vapor de agua a una humedad relativa de 0.5% a 533 K y a 2 atm de presión. Determine la emisividad y absortividad del gas y la tasa neta de flujo de calor radiante hacia el gas.

9.32 Dos superficies planas negras infinitamente grandes están separadas 0.3 m y el espacio entre ellas está lleno con una mezcla isotérmica de gases a 811 K a presión atmosférica. La mezcla de gases consiste en 25% de CO_2, 25% de H_2O y 50% de N_2 en volumen. Si una de las superficies se mantiene a 278 K y la otra a 1 390 K, calcule: *a*) la emisividad efectiva del gas a su temperatura, *b*) la absortividad efectiva del gas para radiación de la superficie a 1 390 K, *c*) la absortividad efectiva del gas por radiación de la superficie a 278 K y *d*) la tasa neta de transferencia de calor hacia el gas por metro cuadrado de área superficial.

9.33 La cápsula de una nave espacial tripulada tiene forma de un cilindro de 2.5 m de diámetro y 9 m de longitud (consulte el bosquejo siguiente). El aire dentro de la cápsula se mantiene a 20 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie interior es 17 W/m^2 K. Entre la cubierta exterior y la superficie interior se encuentra una capa de 15 cm de aislamiento de lana de vidrio que tiene una conductividad térmica de 0.017 W/m^{2}K. Si la emisividad de la cubierta es 0.05 y no hay calentamiento aerodinámico o irradiación de cuerpos astronómicos, calcule la tasa total de transferencia de calor hacia el espacio a 0 K.

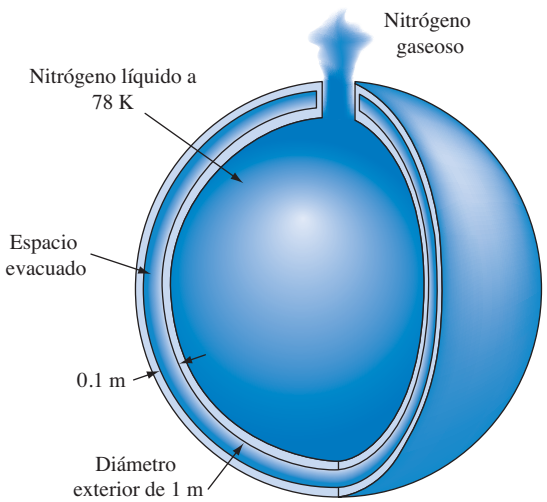


Problema 9.33

9.34 En el techo de una casa se coloca un colector solar cuadrado de 1×1 m. El colector recibe un flujo de radiación solar de 800 W/m^2. Suponiendo que los alrededores actúan como un cuerpo negro a una temperatura ambiente efectiva de 30 °C, calcule la temperatura de equilibrio del colector: *a*) suponiendo que su superficie es negra y que la conducción y la convección son insignificantes y *b*) suponiendo que el colector está horizontal y pierde calor por convección natural.

9.35 En un recipiente de 1 m de diámetro se coloca una capa delgada de agua en el desierto. La superficie superior está expuesta a aire a 300 K y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie superior del agua y el aire se estima que es de 10 W/m^2 K. La temperatura ambiente efectiva depende de las condiciones efectivas y con frecuencia se supone que es de 0 K para una noche despejada y de 200 K para una noche nublada. Calcule la temperatura de equilibrio del agua en una noche despejada y en una noche nublada.

9.36 En un recipiente de condensación que consiste en dos esferas concéntricas con el espacio entre ellas evacuado, se almacena nitrógeno líquido. La esfera interior tiene un diámetro exterior de 1 m y el espacio entre las dos esferas es 0.1 m. Las superficies de las dos esferas son grises con una emisividad de 0.2. Si la temperatura de saturación para el nitrógeno a presión atmosférica es 78 K y su calor latente de vaporización es 2×10^5 J/kg, estime su tasa de ebullición en las condiciones siguientes: *a*) la esfera exterior está a 300 K. *b*) La superficie exterior de la esfera circundante es negra y pierde calor por radiación hacia los alrededores a 300 K. Suponga que la convección es insignificante. *c*) Repita el inciso *b*) pero incluya el efecto de la pérdida de calor por convección natural.



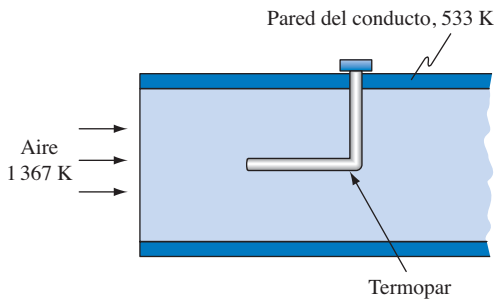
Problema 9.36

9.37 Un paquete de equipo electrónico está contenido en una caja hecha de plancha metálica que tiene una base cuadrada de 0.3 m por lado y una altura de 0.15 m. El equipo consume 1 200 W de energía eléctrica y está colocado sobre el piso de un espacio grande. La emisividad de las paredes de la caja es 0.80 y la temperatura circundante es 21 °C. Suponiendo que la temperatura promedio de pared del recipiente es uniforme, estime esa temperatura.

9.38 Un tubo de acero oxidado de 0.2 m de diámetro exterior a una temperatura superficial de 756 K pasa por un espacio grande en el que el aire y las paredes están a 38 °C. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie del tubo hacia el aire en el espacio es 28 W/m^2 K, estime la pérdida de calor por metro de longitud de tubo.

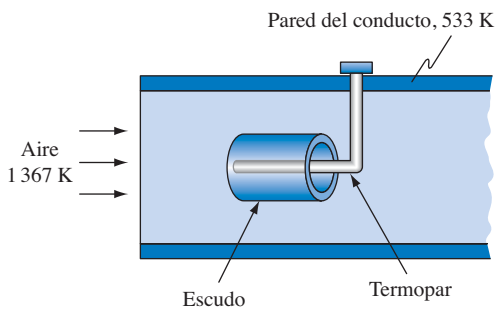
9.39 Una lámina de acero inoxidable 304 pulido de 6 mm de espesor está suspendida en un horno de secado al vacío comparativamente grande con paredes negras. Las dimensiones de la lámina son de 30×30 cm y su calor específico es 565 J/kg K. Si las paredes del horno están uniformemente a 150 °C y el metal se debe calentar de 10 a 120 °C, estime cuánto tiempo se debe dejar la lámina en el horno si: *a*) la transferencia de calor por convección se puede ignorar y *b*) el coeficiente de transferencia de calor es 3 W/m^2 K.

9.40 Calcule la temperatura de equilibrio de un termopar en un conducto de aire grande, si la temperatura del aire es 1 367 K, la temperatura de la pared del conducto es 533 K, la emisividad del termopar es 0.5 y el coeficiente de transferencia de calor por convección, $\overline{h}_c$, es 114 W/m^2 K.



Problema 9.40

9.41 Repita el problema 9.40 con la adición de un escudo contra radiación con emisividad $\varepsilon_s = 0.1$.



Problema 9.41

9.42 Para medir la temperatura de una llama en una cámara de combustión se utiliza un termopar. Si la temperatura del termopar es 1 033 K y las paredes de la cámara están a 700 K, ¿cuál es el error en la lectura del termopar debido a radiación hacia las paredes? Suponga que todas las superficies son negras y que el coeficiente de trasferencia de calor por convección es 568 W/m^2 K en el termopar.

9.43 Una placa metálica se coloca a la luz solar. La energía radiante incidente G es 780 W/m^2. El aire y los alrededores están a 10 °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección natural de la superficie superior de la placa es 17 W/m^2 K. La placa tiene una emisividad promedio de 0.9 a longitudes de onda solares y de 0.1

a longitudes de onda largas. Ignorando las pérdidas por conducción en la superficie inferior, determine la temperatura de equilibrio de la placa.

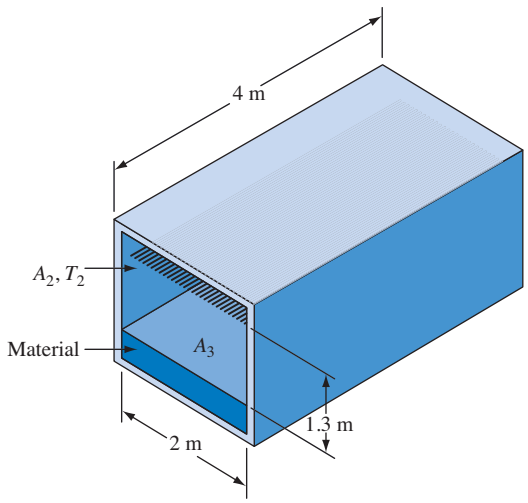
9.44 Una sección cuadrada de 2 ft por lado de un calentador de paneles se instala en la esquina del cielo raso de una habitación que tiene un área de piso de 9×12 ft con altura hasta el cielo raso de 8 ft. Si la superficie del calentador, hecha de hierro oxidado, está a 300 °F y las paredes y el aire de la habitación están a 68 °F en el estado permanente, determine: *a*) la tasa de transferencia de calor hacia la habitación por radiación, *b*) la tasa de transferencia de calor hacia la habitación por convección ($h_c \approx 2$ Btu/h ft^2 °F) y *c*) el costo de calefacción de la habitación por día si el costo de la electricidad es de 7 centavos por kW h.

9.45 En un proceso de manufactura un fluido se transporta a través de un sótano que se mantiene a una temperatura de 300 K. El fluido está contenido en un tubo que tiene un diámetro exterior de 0.4 m. La superficie del tubo tiene una emisividad de 0.5. Para reducir las pérdidas de calor, el tubo está circundado por un tubo de escudo delgado que tiene un diámetro interior de 0.5 m y una emisividad de 0.3. El espacio entre los dos tubos está evacuado efectivamente para minimizar las pérdidas de calor y el tubo interior está a una temperatura de 550 K. *a*) Estime la pérdida de calor del líquido por metro de longitud. *b*) Si el fluido dentro del tubo es un aceite que fluye a una velocidad de 1 m/s, calcule la longitud de tubo para una caída de temperatura de 1 K.

9.46 Se almacenan 100 libras de dióxido de carbono en un cilindro a alta presión que tiene un diámetro de 10 in (diámetro exterior), 4 ft de longitud y 1/2 in de espesor. El cilindro está equipado con un diafragma de ruptura de seguridad diseñado para que falle a 2000 psig (con la carga especificada, esta presión se alcanzará cuando la temperatura aumente a 120 °F). Durante un incendio, el cilindro está completamente expuesto a la irradiación de las llamas a 2000 °F ($\varepsilon = 1.0$). Para las condiciones especificadas, $c_p = 0.60$ Btu/lb °F para CO_2. Ignorando la transferencia de calor por convección, determine el intervalo de tiempo a que se puede exponer el cilindro a esta irradiación antes de que el diafragma falle si la temperatura inicial es 70 °F y *a*) el cilindro es de acero oxidado desnudo ($\varepsilon = 0.79$) o *b*) el cilindro está pintado con pintura de aluminio ($\varepsilon = 0.30$).

9.47 Una bomba de hidrógeno se puede aproximar mediante una bola de fuego a una temperatura de 7200 K, de acuerdo con un reporte publicado en 1950 por la Atomic Energy Commission. *a*) Calcule la tasa total de emisión de energía radiante en watts, suponiendo que el gas irradia como un cuerpo negro y tiene un diámetro de 1.5 km. *b*) Si la atmósfera circundante absorbe radiación menor que 0.3 μm, determine el porcentaje de la radiación total emitida por la bomba que se absorbe por la atmósfera. *c*) Calcule la tasa de irradiación en un área de 1 m^2 de la pared de una casa a 40 km del centro de la explosión si ésta ocurre a una altitud de 16 km y la pared está orientada de frente a la dirección de la explosión. *d*) Estime la cantidad total de radiación absorbida suponiendo que la explosión dura aproximadamente 10 s y que la pared tiene un recubrimiento de pintura roja de 1 cm, determine si la madera se incendiaría. Justifique su respuesta mediante un análisis ingenieril estableciendo con cuidado todas sus suposiciones.

9.48 Se va a utilizar un horno eléctrico para aumentar la temperatura de varios lotes de cierto material con un calor específico de 670 J/kg K de 20 a 760 °C. El material se coloca en el piso del horno, que es un área de 2×4 m, como se muestra en el bosquejo siguiente. Las paredes laterales del horno están hechas de un material refractario. Se instala una malla de barras conductoras redondas paralela al plano del techo, pero varias pulgadas debajo de él. Las resistencias son de 13 mm de diámetro y están separadas 5 cm centro a centro. La temperatura de las resistencias se tiene que mantener a 1100 °C; en estas condiciones la emisividad de la superficie de las resistencias es 0.6. Si la superficie superior del material se puede suponer que tiene una emisividad de 0.9, estime el tiempo requerido para calentar un lote de 6 ton métricas. Las pérdidas de calor externas del horno se pueden ignorar, el gradiente de temperatura a través del material se puede considerar insignificativamente pequeño y se pueden suponer condiciones en estado permanente.



Problema 9.48

9.49 Sobre el techo de una casa se coloca un depósito rectangular de agua con su parte inferior perfectamente aislada. Una lámina de vidrio cuyas características de transmisión son las indicadas a continuación se coloca 1 cm arriba de la superficie de agua. Suponiendo que la radiación solar incidente promedio es 630 W/m^2, calcule la temperatura de equilibrio del agua para una profundidad del agua de 12 cm si el coeficiente de transferencia de calor en la parte

superior del vidrio es 8.5 W/m² K y la temperatura del aire circundante es 20 °C. Ignore las interreflexiones.

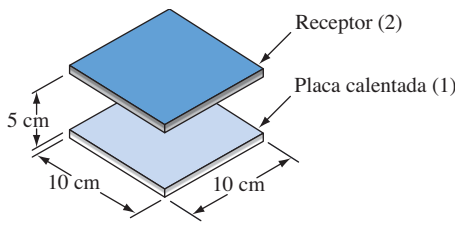
τ_λ del vidrio = 0 para longitudes de onda de 0 a 0.35 μm
= 0.92 para longitudes de onda de 0.35 a 2.7 μm
= 0 para longitudes de onda mayores que 2.7 μm

9.50 Se tiene que evaporar mercurio a 605 °F en un horno. El mercurio fluye a través de un tubo de acero inoxidable 304 BWG calibre núm. 18 de 1 pulgada que está colocado en el centro del horno. La sección transversal del horno perpendicular al eje del tubo es un cuadrado de 8×8 in. El horno está hecho de ladrillos que tienen una emisividad de 0.85 y sus paredes se mantienen uniformemente a 1 800 °F. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección en el interior del tubo es 500 Btu/h ft² °F y la emisividad de la superficie exterior del tubo es 0.60, calcule la tasa de transferencia de calor por pie de tubo, ignorando la convección dentro del horno.

9.51 Para la calibración de un termopar se construirá un crisol refractario cilíndrico de 2.5 cm de diámetro para fundir plomo. Un calentador eléctrico sumergido en el metal se apaga a cierta temperatura arriba del punto de fusión del plomo. La curva de fusión-enfriamiento se obtiene observando la fem (fuerza electromotriz) del termopar como una función del tiempo. Ignorando las pérdidas de calor a través de la pared del crisol, estime la tasa de enfriamiento (W) para la superficie del plomo fundido (punto de fusión de 327.3 °C, emisividad superficial 0.8) si la profundidad del crisol arriba de la superficie del plomo es: *a*) 2.5 cm y *b*) 17 cm. Suponga que la emisividad de la superficie refractaria es la unidad y que los alrededores están a 21 °C. *c*) Observando que el crisol contendrá aproximadamente 0.09 kg de plomo para el que el calor de fusión es 23 260 J/kg, comente sobre la factibilidad del crisol para el uso propuesto.

9.52 Un satélite esférico en órbita alrededor del Sol se tiene que mantener a una temperatura de 25 °C. El satélite gira continuamente y está parcialmente cubierto con celdas solares que tienen una superficie gris con una absorbencia de 0.1. El resto de la esfera se cubrirá con un recubrimiento especial que tiene una absorbencia de 0.8 para radiación solar y una emisividad de 0.2 para la radiación emitida. Estime la parte de la superficie de la esfera que se puede cubrir con celdas solares. La irradiación solar se puede suponer que es de 1 420 W/m² de superficie perpendicular a los rayos del Sol.

9.53 Una placa cuadrada de 10 cm por lado calentada eléctricamente se coloca en posición horizontal 5 cm arriba de una segunda placa del mismo tamaño, como se muestra en el esquema siguiente. La superficie de calentamiento es gris (emisividad = 0.8), en tanto que el receptor tiene una superficie negra. La placa inferior se calienta uniformemente sobre su superficie con una entrada de energía de 300 W. Suponiendo que las pérdidas de calor de las partes posteriores de la superficie irradiante y del receptor son insignificantes y que los alrededores están a una temperatura de 27 °C, calcule lo siguiente: *a*) la temperatura del receptor, *b*) la temperatura de la placa calentada, *c*) la transferencia neta de calor por radiación entre las dos superficies y *d*) la pérdida neta de radiación hacia los alrededores. *e*) Estime el efecto de la convección natural entre las dos superficies en la tasa de transferencia de calor.



Problema 9.53

9.54 Estime la temperatura de la Tierra si no hubiera atmósfera que atrape la radiación solar. El diámetro de la Tierra es de aproximadamente 1.27×10^7 m y la distancia entre el Sol y la Tierra es de aproximadamente 1.5×10^{11} m ± 1.7%. Para sus cálculos, suponga que el Sol es una fuente puntual y que la Tierra se mueve en un movimiento circular alrededor de él. Además, suponga que el Sol irradia como un cuerpo negro equivalente a una temperatura de 5 760 K.

9.55 Repita el problema 9.54 para la temperatura de Marte. En este caso, el estudiante debe hacer una consulta en la biblioteca para estimar el diámetro de Marte y su distancia aproximada desde el Sol.

9.56 El diámetro del Sol es 1.39×10^9 m. Estime el porcentaje de la radiación total emitida por el Sol, la cual se aproxima a un cuerpo negro a 5 760 K, que en realidad se intercepta por la Tierra. De la radiación total que incide sobre la Tierra, aproximadamente 70% es en los océanos. Estime la cantidad de radiación del Sol que incide sobre los continentes y después estime la relación de energía utilizada actualmente en todo el mundo y la cantidad de energía solar terrestre disponible. Luego explique por qué toda la energía no se puede aprovechar.

9.57 Como resultado de la atmósfera que rodea a la Tierra y que atrapa parte de la radiación solar entrante, la temperatura promedio de la Tierra es de aproximadamente 15 °C. Estime la cantidad de radiación que atrapa la atmósfera, incluyendo CO_2 y metano, que proporcionan un blindaje para mantener la temperatura a un nivel que puede sustentar organismos vivos. Luego comente sobre la preocupación actual acerca del calentamiento global como resultado de un porcentaje creciente de CO_2 y metano en la atmósfera rodeando a la Tierra.

9.58 Una celda sola PV hipotética en el espacio puede utilizar radiación solar entre longitudes de onda de 0.8 y 1.1 μm. Estime la eficiencia teórica máxima para esta celda solar de frente al Sol utilizando la curva de cuerpo negro ideal del Sol como la fuente. Suponiendo que toda la radiación fuera del intervalo espectral utilizada por la celda solar para generar electricidad se disipa en calor, estime la tasa a la que un módulo de celdas solares de 1.0 m^2 de área se tendría que enfriar para mantener la temperatura del módulo por abajo de 90 °F.

9.59 Repita el problema 9.58 para un módulo PV en Phoenix, Arizona en un día soleado a medio día en un entorno a 100 °F. Establezca sus suposiciones.

9.60 Estime la tasa a la que se necesita suministrar calor a un astronauta reparando el telescopio Hubble en el espacio. Suponga que la emisividad del traje espacial es 0.5. Describa su modelo con un bosquejo simple y explique con claridad sus suposiciones.

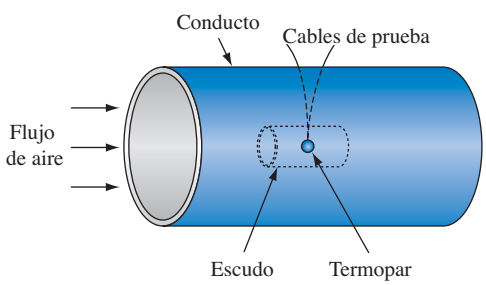
Problemas de diseño

9.1 **Horno eléctrico energéticamente eficiente** (capítulo 9)
Un fabricante importante de hornos eléctricos domésticos quiere explorar medios más energéticamente eficientes para cocinar con electricidad. La línea base es el horno estándar con elementos calefactores eléctricos que tienen un volumen suficiente para contener un pavo de 20 lb. Investigue el calentamiento por microondas, los elementos calefactores, el calentamiento asistido por convección o cualesquiera otros conceptos razonables o combinaciones de conceptos que puedan mejorar la eficiencia. Quizá desee considerar también cómo aislar la unidad y cómo ventilarla internamente. Aunque el costo del horno es importante, el consumo de energía, la confiabilidad y la velocidad de cocción son las preocupaciones primarias en este diseño.

9.2 **Aislamiento avanzado para un calentador de agua** (capítulo 9)
Anticipándose a la próxima crisis energética, una compañía previsora quiere investigar sistemas de aislamiento avanzados para su línea de calentadores de agua. En la compañía se considera que un segmento del mercado pagará más por un calentador de agua que consuma menos energía y que por tanto cuesta menos operarlo. Un beneficio adicional posible es que un paquete de aislamiento más delgado permite tener una capacidad mayor de agua caliente y posiblemente una recuperación más rápida. Empiece con un diseño base para un calentador de agua disponible comercialmente. Investigue los sistemas de aislamiento disponibles en el mercado, determine si alguno podría proporcionar estas ventajas; cuantifique el costo y el desempeño de la transferencia de calor. Quizá también quiera evaluar conceptos de aislamiento nuevos que han aparecido en la bibliografía sobre transferencia de calor.

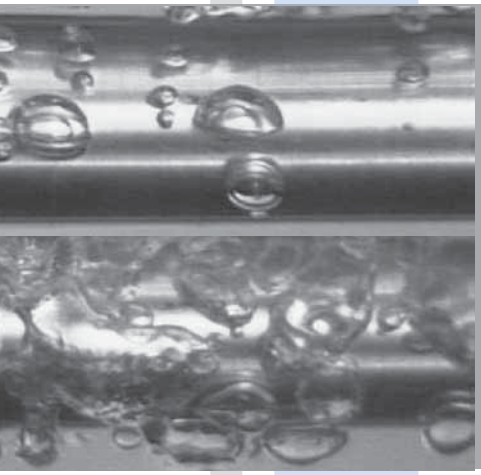
9.3 **Pirómetro óptico para medición de temperatura** (capítulo 9)
Un pirómetro óptico es un dispositivo empleado para medir la temperatura de superficies a alta temperatura. En este instrumento, se compara una imagen de la superficie caliente con la imagen de un filamento calentado cuya temperatura se puede ajustar. Cuando el color de las dos imágenes es el mismo, la temperatura superficial desconocida es igual a la del filamento. En general, los fabricantes proporcionan una tabla de calibración en sus catálogos de ventas que da la temperatura del filamento contra la corriente de calentamiento del filamento. Suponiendo que el filamento está contenido en una cámara óptica evacuada, diseñe el filamento y la fuente de alimentación necesarios para alcanzar temperaturas de 1 000 a 2 500 K. Considere como materiales del filamento el platino y el tungsteno. Explique la implicación de la emisividad del filamento y la emisividad de la superficie en análisis y cómo afectará esto la precisión de la medición. Sugiera métodos que podría utilizar para automatizar el dispositivo tal que en esencia se convierta en un dispositivo de medición de temperatura en línea.

9.4 **Escudo contra radiación de un termopar** (continuación del problema 1.2)
Diseñe un escudo contra radiación para el termopar descrito en el problema de diseño 1.2. Determine la precisión de la medición del termopar con el escudo como una función de la temperatura y velocidad del aire. Sugiera modificaciones para el escudo que se podrían utilizar para mejorar aún más la precisión, por ejemplo, pintar o galvanoplastiar una o las dos superficies. ¿Existen otras modificaciones de la geometría del termopar y del escudo que podrían proporcionar un mejoramiento adicional?



Problema de diseño 9.4

CAPÍTULO 10



Generación de burbujas de vapor o comportamiento exaltado en ebullición en estanque de agua de un calentador cilíndrico horizontal calentado eléctricamente a diferentes niveles de flujo de calor: *a*) en el régimen de ebullición nucleada parcial y *b*) en el régimen de ebullición nucleada completamente desarrollada.

Fuente: Cortesía del Prof. Raj. M. Manglik, Thermal-Fluids & Thermal Processing Laboratory, University of Cincinnati.

Transferencia de calor con cambio de fase

Conceptos y análisis que se aprenderán

La transferencia de calor con cambio de fase en un medio líquido-vapor (ebullición o condensación) o en un medio sólido-líquido (fusión o congelación) es muy efectiva debido a que el acomodo de calor latente idealmente no requiere una diferencia de temperatura. Las aplicaciones convencionales más comunes se encuentran en la caldera y en el condensador de una planta de generación de electricidad a vapor, en la fabricación de hielo y en la fundición de metales en manufactura. Algunas aplicaciones recientes incluyen enfriamiento por inmersión y con microcanales de dispositivos microelectronicos, evaporación y condensación en tubos de calentamiento y crecimiento de cristales, entre muchas otras. Los procesos de transferencia de calor en ebullición, condensación, fusión y congelación son mucho más complejos que los correspondientes en conducción y condensación de una fase. Con frecuencia es difícil modelar estos procesos matemáticamente y por tanto se requiere una experimentación sustancial para predecir el intercambio de energía. Al estudiar este capítulo aprenderá:

- Cómo caracterizar el comportamiento de la ebullición en estanque y sus diferentes regímenes y predecir los coeficientes de transferencia de calor correspondientes
- Cómo identificar regímenes de flujo distintos en ebullición por convección forzada, calcular el coeficiente de transferencia de calor y determinar el flujo de calor crítico al cual ocurre el quemado
- Cómo modelar la transferencia de calor por condensación en una placa vertical plana así como en el exterior de un tubo horizontal, cómo determinar los coeficientes de transferencia de calor respectivos y aplicarlos al diseño de un condensador
- Cómo evaluar y predecir el desempeño de tubos de calentamiento
- Cómo modelar y analizar la transferencia de calor durante fusión y congelación

10.1 Introducción a la ebullición

La transferencia de calor hacia líquidos en ebullición es un proceso de convección que comprende un cambio en fase de líquido a vapor. Los fenómenos de la transferencia de calor por ebullición son considerablemente más complejos que los de convección sin cambio de fase debido a que además de todas las variables asociadas con la convección, también son relevantes las asociadas con el cambio de fase. En la convección con fase líquida, la geometría del sistema, viscosidad, densidad, conductividad térmica, coeficiente de dilatación y el calor específico del fluido son suficientes para describir el proceso. Sin embargo, en la transferencia de calor por ebullición, las características superficiales, la tensión superficial, el calor latente de vaporización, presión, densidad y posiblemente otras propiedades del vapor desempeñan una parte importante. Debido a la gran cantidad de variables implicadas, no existen ecuaciones generales que describan el proceso de la ebullición ni correlaciones generales de datos de transferencia de calor por ebullición. No obstante, se ha hecho un progreso considerable al adquirir una comprensión física del mecanismo de la ebullición [1-5]. Al observar los fenómenos de la ebullición con ayuda de la fotografía de alta velocidad, se ha determinado que existen diferentes regímenes de ebullición en los que los mecanismos de transferencia de calor difieren radicalmente. Por tanto, para correlacionar los datos experimentales es mejor describir y analizar cada uno de los regímenes de ebullición por separado.

10.2 Ebullición en estanque

10.2.1 Regímenes de ebullición en estanque

Para adquirir un entendimiento físico de los fenómenos característicos de los diversos regímenes de ebullición, primero se considera un sistema simple que consiste en una superficie de calentamiento, como una placa plana o un alambre, sumergidos en un estanque de agua a temperatura de saturación sin agitación externa. A la ebullición en esta situación se le refiere como *ebullición en estanque.* Un ejemplo familiar de ese tipo de sistema es la ebullición de agua en una tetera en una estufa. Mientras que la temperatura de la superficie no sobrepase el punto de ebullición del líquido en más de algunos grados, el calor se transfiere al líquido cerca de la superficie de calentamiento por convección natural. Las corrientes de convección hacen circular al líquido sobrecalentado y la evaporación tiene lugar en la superficie libre del líquido. Si bien ocurre cierta evaporación, el mecanismo de transferencia de calor en este proceso es simplemente por convección natural, debido a que sólo el líquido está en contacto con la superficie de calentamiento.

Conforme aumenta la temperatura de la superficie de calentamiento, se llega a un punto en el que se forman burbujas de vapor y que escapan de la superficie calentada en ciertos lugares conocidos como sitios de nucleación. Los sitios de nucleación son imperfecciones muy pequeñas en la superficie que resultan del proceso utilizado para fabricarla. Las inclusiones son demasiado pequeñas como para admitir líquido debido a la tensión superficial del líquido y a que la bolsa de vapor resultante actúa como un sitio para el crecimiento y liberación de burbujas. Cuando una burbuja se libera, fluye líquido

sobre la inclusión, atrapando vapor y de esta manera proporciona un punto de partida para la burbuja siguiente. Este proceso sucede simultáneamente en varios sitios de nucleación en la superficie de calentamiento. Al principio las burbujas de vapor son pequeñas y se condensan antes de llegar a la superficie, pero conforme se aumenta la temperatura, se vuelven más numerosas y más grandes hasta que finalmente suben hasta la superficie libre. Estos fenómenos se pueden observar cuando el agua hierve en una tetera.

En la figura 10.1 se ilustran los diversos regímenes de ebullición en estanque para un alambre horizontal calentado eléctricamente en un estanque de agua destilada a presión atmosférica con una temperatura de saturación correspondiente de 100 °C [6, 7]. En esta curva el flujo de calor está trazado como una función de la diferencia de temperatura entre la temperatura superficial y la de saturación. Esta diferencia de temperatura, ΔT_x, se denomina temperatura en exceso arriba del punto de ebullición, o *temperatura en exceso.* Se observa que en el régimen 2 y 3, el flujo de calor aumenta rápidamente al aumentar la temperatura superficial. El proceso en estos dos regímenes se denomina *ebullición nucleada.* En el régimen de burbujas individuales, la mayoría del calor se transfiere de la superficie de calentamiento al líquido circundante por una acción de intercambio líquido-vapor [8]. Conforme se forman y crecen burbujas de vapor en la superficie de calentamiento, éstas empujan líquido caliente de la vecindad de la superficie hacia la masa más fría del líquido. Además, se establecen corrientes de microconvección intensas conforme las burbujas de vapor se emiten y el líquido más frío de la masa se precipita hacia la superficie para llenar el vacío. Conforme se incrementa el flujo de calor de la superficie y el número de burbujas aumenta hasta el punto en donde comienzan a unirse, la transferencia de calor por evaporación se vuelve más importante y con el tiempo predomina a flujos de calor muy grandes en el régimen 3 [9].

Si la temperatura en exceso en un sistema de temperatura controlada se aumenta a aproximadamente 35 °C, se observa que el flujo de calor llega a un máximo (aproximadamente de 10^6 W/m^2 en un estanque de agua) y si se aumenta más la temperatura se tiene que disminuye la tasa de flujo de calor. Este flujo de calor máximo, denominado *flujo de calor crítico,* se dice que sucede a la *temperatura en exceso crítica* (punto *a* en la figura 10.1).

La causa del punto de inflexión cerca de *c* en la curva se puede determinar examinando el mecanismo de transferencia de calor durante la ebullición. Al inicio de la ebullición, las burbujas crecen en sitios de nucleación en la superficie hasta que la fuerza de flotación o las corrientes del líquido circundante se las llevan. Pero conforme el flujo de calor o la temperatura superficial aumentan en ebullición nucleada, el número de sitios en los que crecen las burbujas aumenta. La tasa de crecimiento de las burbujas aumenta simultáneamente y también la frecuencia de su formación. Cuando la tasa de emisión de burbujas de un sitio aumenta, las burbujas chocan y se unen con sus predecesoras [10]. Este punto delimita la transición del régimen 2 al régimen 3 en la figura 10.1. Con el tiempo, burbujas sucesivas se fusionan y forman glóbulos y columnas de vapor más o menos continuas [3, 5, 9].

A medida que se aproxima el flujo de calor máximo, el número de columnas de vapor aumenta. Pero como cada nueva columna ocupa un espacio antes ocupado por líquido, existe un límite para el número de columnas de vapor que se pueden emitir de la superficie. Este límite se alcanza cuando el espacio entre estas columnas ya no es suficiente para dar cabida a las corrientes de líquido que se deben mover hacia la superficie caliente para remplazar el líquido que se evaporó para formar las columnas de vapor.

Si la temperatura de la superficie se aumenta aún más tal que se exceda la ΔT_x en el flujo de calor máximo, puede suceder una de tres situaciones, dependiendo del método de control del calor y del material de la superficie de calentamiento [11]:

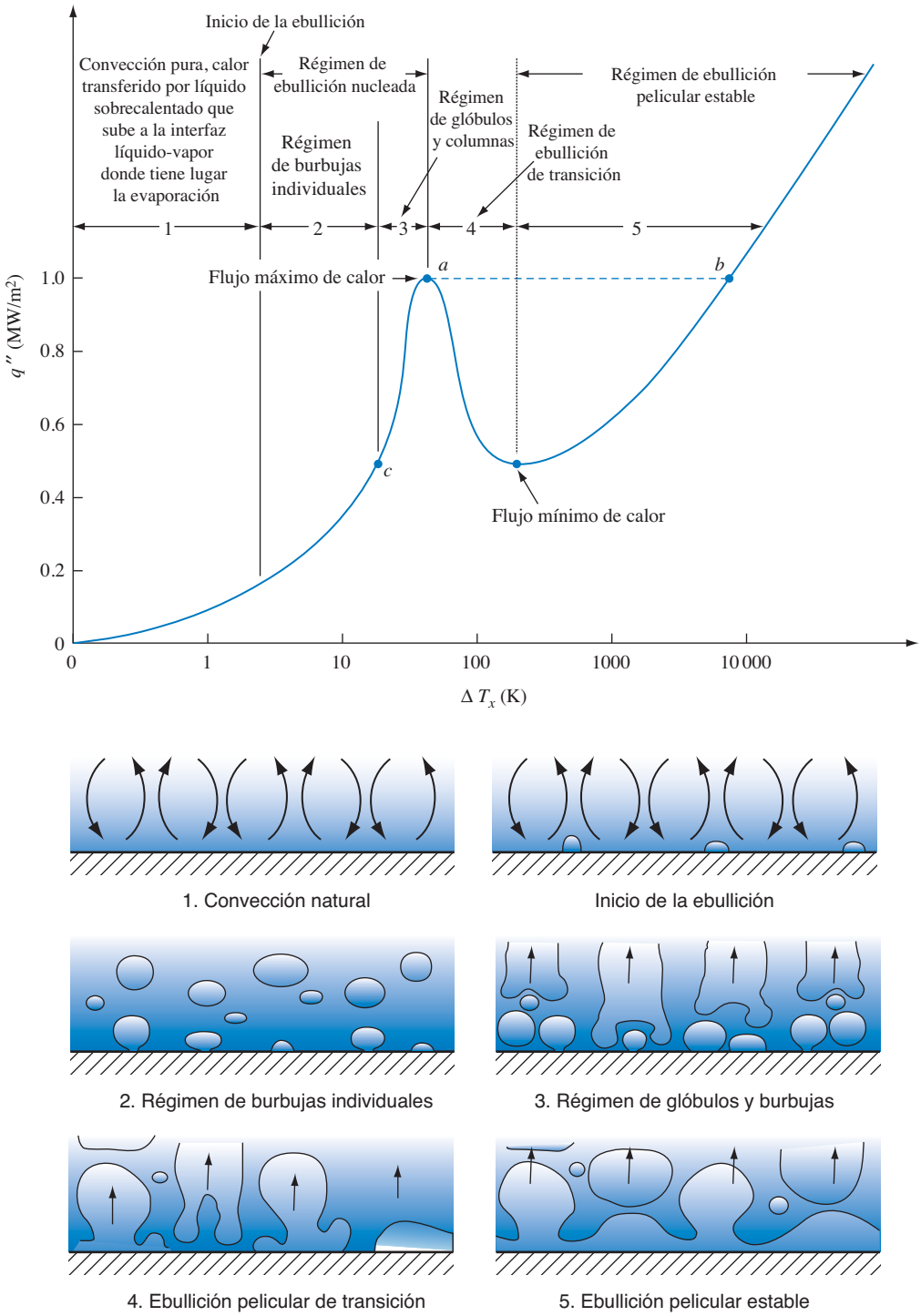


FIGURA 10.1 Curvas de ebullición comunes de un alambre, tubo o superficie horizontal en un estanque de agua a temperatura de saturación y presión atmosférica con representación esquemática de cada régimen de ebullición.

1. Si la temperatura de la superficie del calentador es la variable independiente y el flujo de calor se controla por ella, el mecanismo cambiará a ebullición de transición y el flujo de calor disminuirá. Esto corresponde a la operación en el régimen 4 de la figura 10.1.
2. Si el flujo de calor se controla, como en un alambre calentado eléctricamente, la temperatura de la superficie depende de él. Siempre que el punto de fusión del material del calentador sea suficientemente alto, tendrá lugar una transición de ebullición nucleada a pelicular y el calentador operará a una temperatura mucho mayor.
3. Si el flujo de calor es independiente, pero el material del calentador tiene un punto de fusión bajo, el calentador se quemará. Durante un lapso muy breve, el calor suministrado al calentador excede la cantidad de calor removido debido a que cuando se alcanza el flujo de calor pico, un aumento de la generación de calor se acompaña por un descenso en la tasa de flujo de calor de la superficie del calentador. En consecuencia, la temperatura del material del calentador aumentará hasta el punto de fusión y el calentador se quemará.

En el régimen de ebullición pelicular estable, una película de vapor cubre toda la superficie del calentador, en tanto que en el régimen de ebullición pelicular de transición, ocurre ebullición nucleada y pelicular estable alternadamente en una región dada en la superficie del calentador [12]. Las fotografías en las figuras 10.2 y 10.3 ilustran los mecanismos de ebullición nucleada y pelicular en un alambre sumergido en agua a presión atmosférica. Observe la película de vapor que cubre por completo el alambre en la figura 10.3. Un fenómeno que se parece mucho a esta condición se puede observar cuando una gota de agua cae en una estufa caliente al rojo vivo. La gota no se evapora inmediatamente, sino que "baila" sobre la estufa debido a que se forma una película de vapor en la interfaz entre la superficie caliente y el líquido y aísla la gota de la superficie.

10.2.2 Mecanismos de crecimiento de burbujas

Cuando un fluido a su temperatura de saturación, T_{sat}, entra en contacto con una superficie calentada a temperatura $T_w > T_{sat}$, se forman burbujas en la capa límite térmica. El proceso de crecimiento de burbujas es muy complejo, pero en esencia

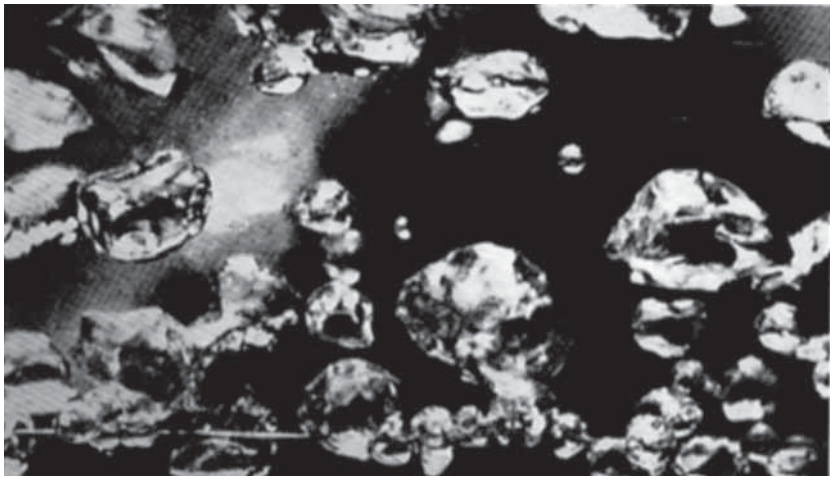


FIGURA 10.2 Fotografía que muestra la ebullición nucleada en un alambre sumergido en agua.
Fuente: Cortesía de J. T. Castles.

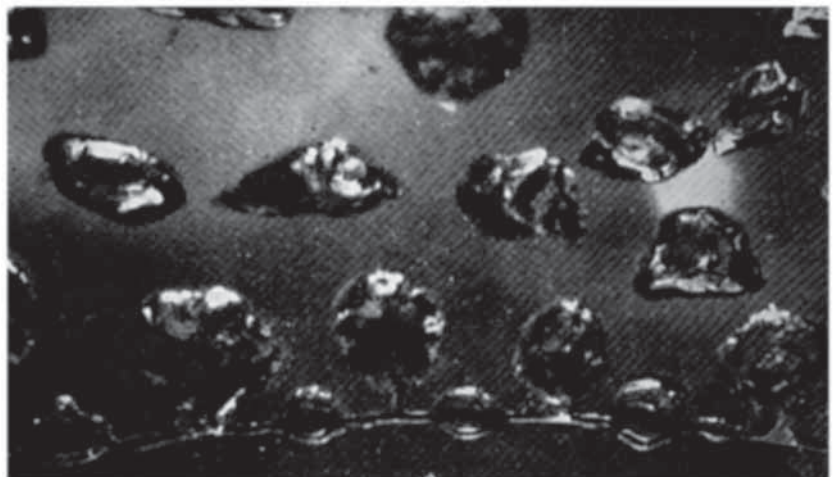


FIGURA 10.3
Fotografía que muestra la ebullición pelicular en un alambre sumergido en agua.
Fuente: Cortesía de J. T. Castles.

existen dos condiciones limitantes: el crecimiento controlado por la inercia y por la transferencia de calor. Carey describió estos procesos en detalle [2]. En el crecimiento controlado por la inercia, la transferencia de calor es muy rápida y el crecimiento de una burbuja está limitado por la rapidez con la que puede empujar el líquido circundante. Esta condición existe durante las etapas de crecimiento inicial, pero en las etapas de crecimiento finales cuando la burbuja se ha vuelto más grande, la tasa de transferencia de calor llega a ser el factor limitante y el movimiento de la interfaz es mucho menor.

El proceso de crecimiento de burbujas cerca de una superficie calentada horizontal se puede visualizar como una secuencia de etapas, como se muestra esquemáticamente en la figura 10.4. Después de la salida de una burbuja, el líquido a la temperatura de la masa del fluido se precipita hacia la superficie caliente. Durante un lapso breve el calor de la superficie se conduce hacia el líquido y lo sobrecalienta, pero el crecimiento de burbujas aún no ha tenido lugar. Este intervalo de tiempo, t_w, se denomina *periodo de espera.*

Una vez que se inicia el crecimiento de burbujas, la energía térmica necesaria para vaporizar líquido en la interfaz líquido-vapor proviene, al menos en parte, del líquido adyacente a la burbuja. Como el líquido inmediatamente adyacente a la interfaz está altamente sobrecalentado durante las etapas iniciales del crecimiento de burbujas, la transferencia de calor hacia la interfaz no es un factor limitante. Pero conforme la burbuja embriónica emerge de la cavidad del sitio de nucleación, se dispara una expansión rápida como resultado del aumento repentino en el radio de curvatura de la burbuja. El crecimiento rápido resultante de la burbuja lo resiste principalmente la inercia del líquido. Para esta etapa inicial controlada por la inercia del proceso de crecimiento de burbujas, la burbuja crece en una forma casi hemisférica, como se muestra esquemáticamente en la figura 10.4*c*). En esta etapa una microcapa delgada de líquido queda entre la parte inferior de la interfaz de la burbuja y la superficie calentada como se muestra. Esta película, a la que en ocasiones se le refiere como *microcapa de vaporización*, varía en espesor de casi cero cerca de la cavidad del sitio de nucleación a un valor finito en el borde de la burbuja hemisférica. El calor se transfiere a través de esta película de la superficie a la interfaz y vaporiza líquido en la superficie directamente. Esta película puede vaporizarse cerca de la cavidad donde comienza la nucleación y de esa manera aumenta significativamente la temperatura

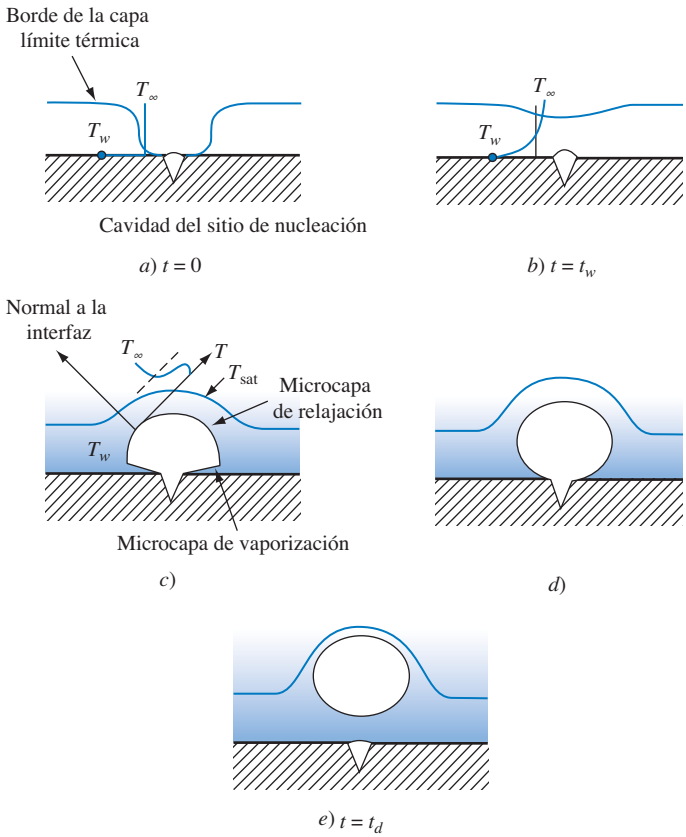


FIGURA 10.4 Etapas en el crecimiento de burbujas cerca de una superficie sobrecalentada en un fluido a temperatura de saturación.

de la superficie. Cuando esto sucede, la superficie se seca y luego se vuelve a humedecer cíclicamente y su temperatura puede fluctuar fuertemente con el crecimiento y liberación repetida de burbujas.

La región líquida adyacente a la interfaz, a la que en ocasiones se le refiere como *microcapa de relajación,* gradualmente pierde su sobrecalor a medida que crecen las burbujas. La naturaleza del perfil de temperatura en esta región en una etapa intermedia del proceso de crecimiento de burbujas se indica mediante la línea continua en la figura 10.4*c*). La interfaz está a la temperatura de saturación correspondiente a la presión ambiente en el líquido. La temperatura del líquido se incrementa al aumentar la distancia desde la interfaz, alcanza un valor pico y después disminuye hacia la temperatura ambiente. Conforme continúa el crecimiento de burbujas, la transferencia de calor hacia la interfaz se puede convertir en el factor limitante y el crecimiento de burbujas se controla por la transferencia de calor.

Una vez que el proceso de crecimiento de burbujas se controla por la transferencia de calor, la presión y las fuerzas inerciales en el líquido se vuelven relativamente menores y la tensión superficial tiende a hacer que la burbuja adquiera una forma más esférica. Así pues, al experimentar la transición de crecimiento controlado por la inercia a crecimiento controlado por transferencia de calor, la burbuja se transforma de una forma hemisférica a una configuración más esférica, como se muestra en la figura 10.4*d*).

En todo el proceso de crecimiento de burbujas, la tensión interfacial que actúa a lo largo de la línea de contacto (donde la interfaz hace contacto con la superficie sólida) tiende a mantener a la burbuja en su lugar en la superficie. Las fuerzas de flotación, rozamiento, elevación y/o inerciales asociadas con el movimiento del fluido circundante tienden a desprender la burbuja. Estas fuerzas de desprendimiento se vuelven más fuertes conforme la burbuja se hace más grande [consulte la figura 10.4*d*)] y con el tiempo se libera en $t = t_d$ [consulte la figura 10.4*e*)].

La descripción anterior del proceso de crecimiento de burbujas incluye regímenes de crecimiento controlado por la inercia y por la transferencia de calor, pero la ocurrencia o ausencia de uno u otro régimen depende de las condiciones en las que ocurre el crecimiento de las burbujas. El crecimiento controlado por la inercia muy rápido es más probable que se observe en condiciones que incluyen sobrecalentamiento alto de la pared, imposición de un flujo de calor alto, una superficie muy pulida, ángulo de contacto bajo (líquido altamente humectante), bajo calor latente de vaporización y baja presión del sistema (lo que resulta en baja densidad de vapor). Los primeros cuatro puntos en esta lista resultan en la acumulación de niveles de sobrecalentamiento altos durante el periodo de espera. Los dos últimos puntos resultan en un crecimiento volumétrico muy rápido de la burbuja una vez que inicia el proceso de crecimiento. El primer punto y los dos últimos implican que el crecimiento controlado por la inercia es probable para valores grandes del producto del número de Jakob (Ja) y la relación entre la densidad del líquido y la densidad del vapor, ρ_l/ρ_v. Ja se define mediante

$$\mathrm{Ja}(\rho_l/\rho_v) = \frac{(T_\infty - T_{\mathrm{sat}})c_{pl}}{h_{fg}}\left(\frac{\rho_l}{\rho_v}\right)$$

Es probable que la forma de la burbuja sea hemisférica cuando existen estas condiciones.

Por el contrario, el crecimiento controlado por la transferencia de calor de una burbuja es más probable cuando las condiciones incluyen bajo sobrecalentamiento en la pared, imposición de bajo flujo de calor, una superficie rugosa con muchas cavidades de tamaño grande y moderado, ángulo de contacto moderado (líquido moderadamente humectante), alto calor latente de vaporización y presión en el sistema de moderada a alta. Todas estas condiciones resultan en un crecimiento de burbujas más lento con efectos inerciales menores o en una dependencia más fuerte de la tasa de crecimiento de burbujas en la transferencia de calor hacia la interfaz. Entre más condiciones de éstas se cumplan, mayor será la posibilidad de que resulte en crecimiento controlado por la transferencia de calor. Carey [2] resumió los resultados de análisis de crecimientos controlados por transferencia de calor y por inercia, que condujo a una descripción de todo el ciclo de burbujas así como al mecanismo de transferencia de calor de una pared sobrecalentada hacia un líquido saturado en ebullición nucleada. En años recientes, Dhir [13] proporcionó resultados de simulaciones matemáticas y numéricas del proceso dinámico de las burbujas, tanto en regímenes de ebullición en estanque como en ebullición pelicular, que proporcionan visiones adicionales de los mecanismos de transferencia de calor asociados. Se puede observar que el modelado teórico y computacional de la dinámica de burbujas en ebullición en estanque es muy complejo y está más allá del alcance de este libro, por lo que el estudiante interesado en este tema puede consultar las obras de Dhir [13] y Stephan y Kern [14], entre otras.

Cuando la temperatura superficial excede la temperatura de saturación, la ebullición local en la vecindad de la superficie puede tener lugar incluso si la temperatura global es menor que la temperatura de ebullición. El proceso de ebullición en un líquido cuya temperatura global es menor que la temperatura de saturación, pero cuya capa límite esté sufi-

cientemente sobrecalentada de forma tal que se formen burbujas próximas a la superficie de calentamiento suele denominarse *transferencia de calor a un líquido subenfriado*, o *ebullición superficial.* Los mecanismos de la formación de burbujas y de transferencia de calor son similares a los descritos para líquidos a temperatura de saturación. Sin embargo, el número de burbujas aumenta en tanto que su tamaño y duración promedio disminuyen al disminuir la temperatura global a un flujo de calor dado [15]. Como resultado del aumento en la población de burbujas, la agitación del líquido ocasionada por el movimiento de burbujas es más intensa en un líquido subenfriado que en un estanque de líquido saturado y se pueden obtener flujos de calor mucho mayores antes de que se llegue a la temperatura crítica. El mecanismo mediante el cual una burbuja común transfiere calor en agua subenfriada y desgasificada se ilustra en los bosquejos de la figura 10.5 [16]. La secuencia de eventos siguiente corresponde a los bosquejos identificados con letras en la figura 10.5:

a) El líquido próximo a la pared se sobrecalienta.
b) Un núcleo de vapor de tamaño suficiente para permitir que una burbuja crezca se ha formado en un hoyo o rayadura en la superficie.
c) La burbuja crece y empuja la capa de líquido sobrecalentado sobre ella de la pared hacia el líquido más frío arriba. El movimiento resultante del líquido se indica con las flechas.
d) La parte superior de la superficie de la burbuja se extiende hacia el líquido más frío. La temperatura en la burbuja ha disminuido. La burbuja continúa creciendo a causa de la inercia del fluido, pero crece a una velocidad menor que durante la etapa *c*) debido a que recibe menos calor por volumen unitario.
e) La inercia del líquido ha ocasionado que la burbuja crezca tan grande que su superficie superior se extiende lejos hacia el líquido más frío. Pierde más calor por vaporización y convección que el que recibe por conducción de la superficie de calentamiento.
f) Las fuerzas inerciales se han disipado y la burbuja comienza a colapsar. El líquido frío desde arriba sigue su estela.
g) La fase de vapor se ha condensado, la burbuja ha desaparecido y la pared caliente se salpica por una corriente de líquido frío a alta velocidad.
h) La película de líquido sobrecalentado se ha asentado y el ciclo se repite.

La descripción anterior del ciclo de vida de una burbuja común también se aplica cualitativamente hasta la etapa *e*) a líquidos que contienen gases disueltos, a soluciones de más de un líquido y a líquidos saturados. Sin embargo, en estos líquidos la burbuja

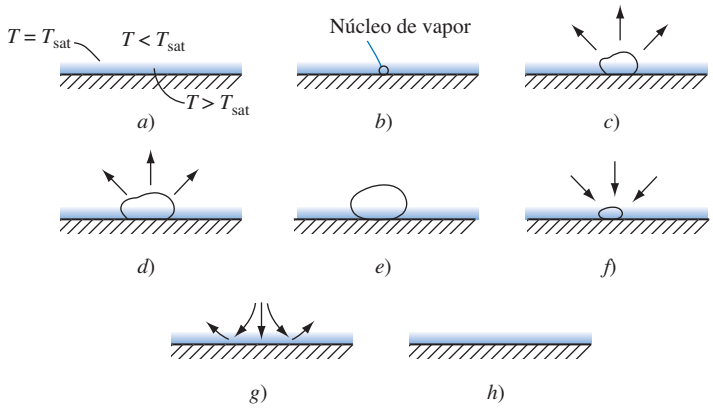


FIGURA 10.5 Patrón de flujo inducido por una burbuja en un líquido en ebullición subenfriado.

no colapsa, sino que se transporta por las fuerzas de flotación o corrientes de convección. En cualquier caso, se crea un vacío y la superficie se barre por fluido más frío que se precipita desde arriba. Lo que le sucede después a las burbujas (ya sea que colapsen en la superficie o se transporten) tiene poco efecto en el mecanismo de transferencia de calor, que depende principalmente de la acción de bombeo y de la agitación del líquido.

La variable principal que controla el mecanismo de formación de burbujas es la temperatura en exceso. Sin embargo, se debe observar que en el régimen de ebullición nucleada la variación total de la temperatura en exceso, independientemente de la temperatura global del fluido es relativamente pequeña para un intervalo muy grande de flujo de calor. Para fines de diseño el coeficiente de transferencia de calor por convección, que se basa en la diferencia entre la temperatura global del fluido y la de la superficie, es por tanto de interés secundario comparado con el flujo máximo de calor obtenible en ebullición y con la temperatura de la pared a la cual inicia la ebullición.

La generación de vapor en los tubos de una caldera, la vaporización de líquidos como gasolina en la industria química y la ebullición de un refrigerante en los serpentines de enfriamiento de un refrigerador son procesos que se parecen mucho a los descritos antes, excepto que en estas aplicaciones industriales de la ebullición, el fluido por lo general circula hasta más allá de la superficie de calentamiento. La superficie de calentamiento con frecuencia es el interior de un tubo o de un conducto y el fluido en el extremo de descarga es una mezcla de líquido y vapor. Las descripciones anteriores de la formación y del comportamiento de burbujas también se aplican cualitativamente a la convección forzada, pero el mecanismo de transferencia de calor se complica aún más por el movimiento de la masa del fluido. La ebullición en convección forzada se analiza en la sección 10.3.

10.2.3 Ebullición nucleada en estanque

El mecanismo dominante mediante el cual se transfiere calor en convección forzada de una fase es el mezclado turbulento de partículas de fluido calientes y frías. Como se analizó en el capítulo 4, los datos experimentales para convección forzada sin ebullición se pueden correlacionar por medio de una relación del tipo

$$\mathrm{Nu} = \phi(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$$

donde el número de Reynolds, Re, es una medida de la turbulencia y del movimiento de mezclado asociados con el flujo. Las tasas de transferencia de calor aumentadas logradas con la ebullición nucleada son el resultado de la agitación intensa del fluido producida por el movimiento de burbujas de vapor. Para correlacionar datos experimentales en el régimen de ebullición nucleada, el número de Reynolds convencional en la ecuación (4.20) se modifica tal que sea significativo de la turbulencia y del movimiento de mezclado para el proceso de ebullición. Un tipo especial de número de Reynolds, Re_b, que es una medida de la agitación del líquido en transferencia de calor en ebullición nucleada, se obtiene combinando el diámetro promedio de la burbuja, D_b, la velocidad másica de las burbujas por unidad de área, G_b, y la viscosidad del líquido, μ_l, para formar el módulo adimensional

$$\mathrm{Re}_b = \frac{D_b G_b}{\mu_l}$$

Este parámetro, a menudo denominado número de Reynolds de burbuja, toma el lugar del número de Reynolds convencional en ebullición nucleada. Si se utiliza el diámetro de burbuja D_b como la longitud significativa en el número de Nusselt, se tiene

$$\mathrm{Nu}_b = \frac{h_b D_b}{k_l} = \phi(\mathrm{Re}_b, \mathrm{Pr}_l) \tag{10.1}$$

donde Pr_l es el número de Prandtl del líquido saturado y h_b es el *coeficiente de transferencia de calor en ebullición nucleada*, que se define como

$$h_b = \frac{q''}{\Delta T_x}$$

En ebullición nucleada la temperatura en exceso ΔT_x es el potencial de temperatura físicamente significativo y remplaza a la diferencia de temperatura entre la superficie y la global del fluido, ΔT, que se utiliza en convección de una fase. Mediante numerosos experimentos se ha demostrado la validez de este método, en el cual se evita la necesidad de conocer la temperatura exacta del líquido y por tanto se puede aplicar a líquidos saturados así como a subenfriados.

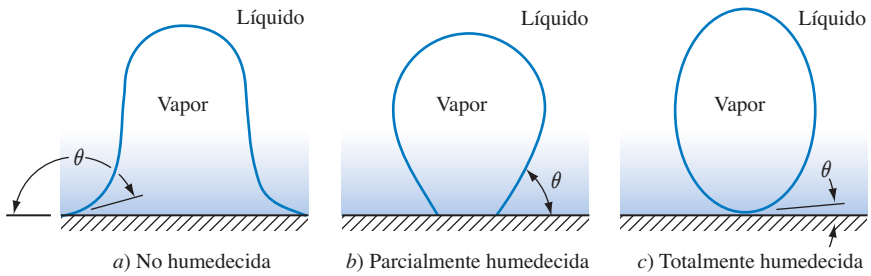
Utilizando como guía datos experimentales sobre ebullición en estanque, Rohsenow [17] modificó la ecuación (10.1) haciendo suposiciones de simplificación. Una ecuación que es conveniente para la reducción y correlación de datos experimentales [18] para muchos fluidos diferentes es

$$\frac{c_l \Delta T_x}{h_{fg} \mathrm{Pr}_l^n} = C_{sf} \left[\frac{q''}{\mu_l h_{fg}} \sqrt{\frac{g_c \sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}} \right]^{0.33} \tag{10.2}$$

donde c_l = calor específico del líquido saturado, J/kg K
q'' = flujo de calor, $\mathrm{W/m^2}$
h_{fg} = calor latente de vaporización, J/kg
g = aceleración de la gravedad, $\mathrm{m/s^2}$
ρ_l = densidad del líquido saturado, $\mathrm{kg/m^3}$
ρ_v = densidad del vapor saturado, $\mathrm{kg/m^3}$
σ = tensión superficial de la interfase líquido a vapor, N/m
Pr_l = número de Prandtl del líquido saturado
μ_l = viscosidad del líquido kg/ms
n = 1.0 para agua, 1.7 para otros fluidos
C_{sf} = constante empírica que depende de la naturaleza de la combinación de la superficie de calentamiento y del fluido y cuyo valor numérico varía de un sistema a otro

El uso de la ecuación (10.2) requiere que se conozcan con precisión los valores de las propiedades. En lo particular, observe la sensibilidad del efecto del número de Prandtl en el flujo de calor.

Las variables más importantes que afectan C_{sf} son la rugosidad superficial del calentador, que determina el número de sitios de nucleación a una temperatura dada [12] y el ángulo de contacto entre la burbuja y la superficie de calentamiento, que es una medida de la humectabilidad de una superficie con un fluido particular. Los bosquejos en la figura 10.6 muestran que el ángulo de contacto θ disminuye al aumentar el humedecimiento. Una superficie totalmente humedecida tiene la menor área cubierta con vapor a una temperatura en exceso dada y en consecuencia representa la condición más favorable para una transferencia de calor eficiente. Si no se dispone de información cuantitativa sobre el efecto de la humectabilidad y de las condiciones superficiales en la constante C_{sf}, su valor se debe determinar empíricamente para cada combinación fluido-superficie.



a) No humedecida *b*) Parcialmente humedecida *c*) Totalmente humedecida

FIGURA 10.6 Efecto de la humectabilidad superficial en el ángulo de contacto θ de la burbuja.

En la figura 10.7 se muestran datos experimentales obtenidos por Addoms [19] para ebullición en estanque de agua en un alambre de platino de 0.61 mm de diámetro a varias presiones de saturación. Estos datos se pueden correlacionar utilizando el parámetro adimensional

$$\frac{q''}{\mu_l h_{fg}} \sqrt{\frac{g_c \sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}}$$

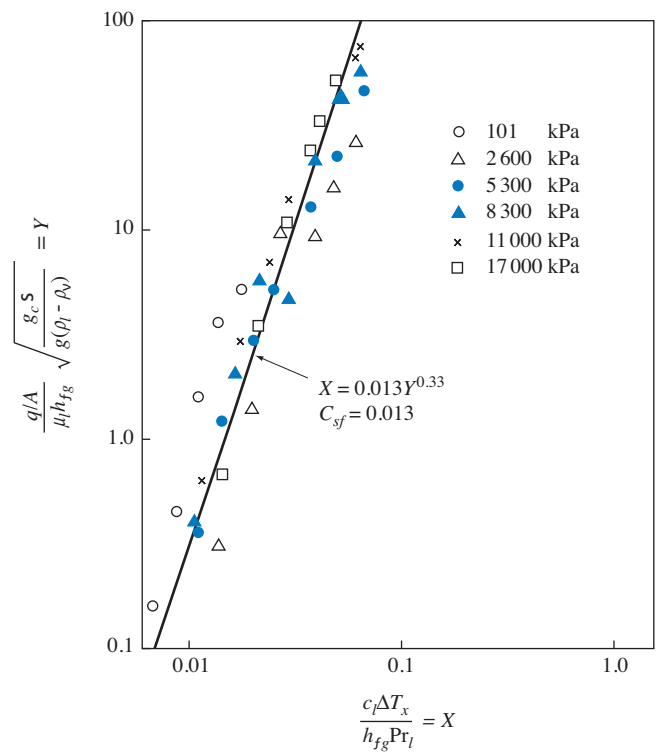


FIGURA 10.7 Correlación para datos de transferencia de calor en ebullición en estanque para agua mediante el método de Rohsenow.

Fuente: De Rohsenow [17], con permiso de los editores, la American Society of Mechanical Engineers; datos de Addoms [19].

como la ordenada y $c_l \, \Delta T_x / h_{fg} \, \mathrm{Pr}_l$ como la abscisa. La pendiente de la línea recta de mejor ajuste a través de los puntos experimentales es 0.33, para agua hirviendo en platino, el valor de C_{sf} es 0.013. Por comparación, los valores experimentales de C_{sf} para una variedad de otras combinaciones de fluido-superficie se dan en la tabla 10.1.

En la tabla 10.2 se encuentran valores seleccionados de la tensión superficial líquido-vapor para agua a varias temperaturas para emplearlos en la ecuación (10.2).

La ventaja principal de la correlación de Rohsenow es que el desempeño de una combinación particular fluido-superficie en ebullición nucleada a cualquier presión y flujo de calor se pueden predecir a partir de una sola prueba. Un valor del flujo de calor q'' y el valor correspondiente de la diferencia de temperatura en exceso ΔT_x son todo lo que se requiere para evaluar C_{sf} en la ecuación (10.2). Sin embargo, se debe observar que la ecuación (10.2) se aplica sólo a superficies limpias. Para superficies contaminadas el exponente de Pr_l, n, se ha determinado que varía entre 0.8 y 2.0. La contaminación también afecta al otro exponente en la ecuación (10.2) y C_{sf}.

La forma geométrica de la superficie de calentamiento no tiene un efecto apreciable en el mecanismo de ebullición nucleada [20, 21]. Esto no es inesperado ya que la influencia del movimiento de burbujas en las condiciones del fluido está limitada a una región muy cerca de la superficie. No obstante, el tamaño o diámetro de un calentador cilíndrico horizontal tiene una influencia significativa en la transferencia de calor en ebullición nucleada [22, 23] y se obtienen coeficientes de transferencia de calor mayores con diámetros mayores en comparación con alambres

TABLA 10.1 Valores del coeficiente C_{sf} en la ecuación (10.2) para varias combinaciones líquido-superficie

Combinación fluido-superficie de calentamiento	C_{sf}
Agua sobre cobre rayado [18][a]	0.0068
Agua sobre cobre pulido con esmeril [18]	0.0128
Agua-cobre [25]	0.0130
Agua sobre cobre pulido con esmeril, tratado con parafina [18]	0.0147
Agua-latón [27]	0.0060
Agua sobre acero inoxidable recubierto con Teflón [18]	0.0058
Agua sobre acero inoxidable esmerilado y pulido [18]	0.0080
Agua sobre acero inoxidable químicamente atacado [18]	0.0133
Agua sobre acero inoxidable mecánicamente pulido [18]	0.0132
Agua-platino [19]	0.0130
n-Pentano sobre cobre lapeado [18]	0.0049
n-Pentano sobre cobre frotado con esmeril [18]	0.0074
n-Pentano sobre cobre pulido con esmeril [18]	0.0154
n-Pentano sobre níquel pulido con esmeril [18]	0.0127
n-Pentano-cromo [26]	0.0150
Alcohol isopropílico-cobre [25]	0.00225
n-Alcohol butílico-cobre [25]	0.00305
Alcohol etílico-cromo [26]	0.0027
Tetracloruro de carbono sobre cobre pulido con esmeril [18]	0.0070
Tetracloruro de carbono-cobre [25]	0.0130
Benceno-cromo [26]	0.0100
50% K_2CO_3-cobre [25]	0.00275
35% K_2CO_3-cobre [25]	0.0054

[a]Los números entre paréntesis rectangulares indican referencias al final del capítulo.

TABLA 10.2 Tensión superficial entre vapor y líquido para agua

Tensión superficial σ ($\times 10^3$ N/m)	Temperatura de saturación °C
75.5	0
72.9	20
69.5	40
66.1	60
62.7	80
58.9	100
48.7	150
37.8	200
26.1	250
14.3	300
3.6	350

Fuente: N.B. Vargaftik, *Tables on the Thermophysical Properties of Liquids and Gases*, 2a. ed., Hemisphere, Washington. D.C. 1975, p. 53.

delgados. Esto se ha atribuido a la formación de una capa límite de burbuja en la superficie cilíndrica mayor acompañada por un movimiento más vigoroso de burbujas grandes impulsadas por flotación del lado inferior del calentador, que se deslizan sobre la superficie y "barren" y desprenden otras burbujas de crecimiento menor en su trayectoria [22, 23].

Para calcular el flujo de calor, Collier y Thome [24] recomiendan la ecuación de correlación siguiente ya que su uso es más simple que en la ecuación (10.2).

$$q'' = 0.000481\,\Delta T_x^{3.33} p_{\text{cr}}^{2.3}\left[1.8\left(\frac{p}{p_{\text{cr}}}\right)^{3.17} + 4\left(\frac{p}{p_{\text{cr}}}\right)^{1.2} + 10\left(\frac{p}{p_{\text{cr}}}\right)^{10}\right]^{3.33} \qquad (10.3)$$

En la ecuación (10.3) ΔT_x es la temperatura en exceso en °C, p es la presión de operación en atm, p_{cr} es la presión crítica en atm y q'' está en W/m^2.

10.2.4 Flujo de calor crítico en ebullición nucleada en estanque

El método de Rohsenow correlaciona datos para todos los tipos de procesos de ebullición nucleada, incluyendo ebullición en estanque de líquidos saturados o subenfriados y ebullición de líquidos subenfriados y saturados por convección forzada o natural en tubos o conductos. En específico, la ecuación de correlación, ecuación (10.2), relaciona el flujo de calor en ebullición con la temperatura en exceso, siempre que se conozcan las propiedades del fluido relevantes y el coeficiente apropiado C_{sf}. La correlación está restringida a ebullición nucleada y no revela la temperatura en exceso a la que el flujo de calor alcanza un máximo o cuál es el valor de este flujo cuando la ebullición nucleada se descompone y se forma una película aislante de vapor. Como ya se mencionó, el flujo máximo de calor alcanzable con ebullición nucleada en ocasiones es de mayor interés para el diseñador que la temperatura superficial exacta, debido a que para transferencia de calor efectiva [28] y seguridad en la operación [2, 29], en particular en sistemas de entrada

de calor constante de alto desempeño, la operación en el régimen de ebullición pelicular se debe evitar.

Si bien no existe una teoría exacta para predecir los coeficientes de transferencia de calor en ebullición, la condición de flujo de calor máximo en ebullición nucleada en estanque, es decir, el flujo de calor crítico, se puede pronosticar con una precisión razonable.

Al inspeccionar minuciosamente el régimen de ebullición nucleada (figura 10.1) se tiene que [10] consta de al menos dos subregímenes. En la primera región, que corresponde a densidades de flujo de calor bajas, las burbujas se comportan como entidades aisladas y no interfieren unas con otras. Pero conforme el flujo de calor se incrementa el proceso de remoción de vapor de la superficie de calentamiento cambia de intermitente a continuo y a medida que la frecuencia de emisión de burbujas de la superficie aumenta, las burbujas aisladas se fusionan en columnas de vapor continuas.

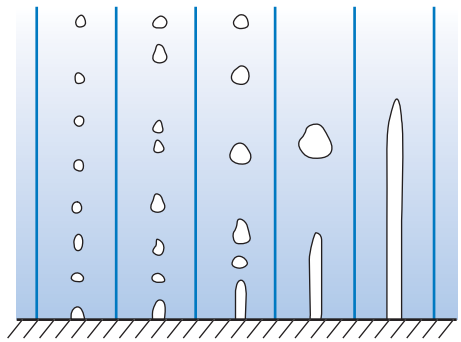
Las etapas del proceso de transición de burbujas aisladas a columnas continuas de vapor se muestran de manera esquemática en la figura 10.8*a*). Las fotografías en las figuras 10.8*b*) y *c*) muestran los dos regímenes para agua hirviendo en una superficie horizontal a presión atmosférica [10]. En la transición de la región de burbujas aisladas a la de columnas de vapor, sólo una parte pequeña de la superficie de calentamiento está cubierta con vapor. Pero conforme se incrementa el flujo de calor, el diámetro de la columna aumenta y se forman columnas de vapor adicionales. Cuando la fracción de un área de sección transversal paralela a la superficie de calentamiento ocupada por vapor aumenta, las columnas de vapor circundantes y el líquido contenido comienzan a interactuar. Con el tiempo se logra una tasa de generación de vapor a la cual el espaciamiento cerrado entre columnas de vapor adyacentes conduce a velocidades relativamente altas entre el vapor que se aleja de la superficie y las corrientes de líquido que fluyen hacia la superficie para mantener la continuidad. El punto de flujo de calor máximo ocurre cuando la velocidad del líquido relativa a la velocidad del vapor es tan grande que un aumento adicional ocasionará que las columnas de vapor arrastren el vapor alejándolo de la superficie de calentamiento o causará que las corrientes de líquido arrastren el vapor de regreso hacia la superficie de calentamiento. Es obvio que cualquier caso es físicamente imposible sin una disminución en el flujo de calor.

Con este tipo de modelo de flujo como guía, Zuber y Tribus [30] y Moissis y Berenson [10] dedujeron relaciones analíticas para el flujo de calor máximo de una superficie horizontal. Estas relaciones están en esencia de acuerdo con una ecuación propuesta por Kutateladze [31] con base en medios empíricos. La ecuación de Zuber [32] para el flujo pico (en W/m^2) en ebullición saturada en estanque es

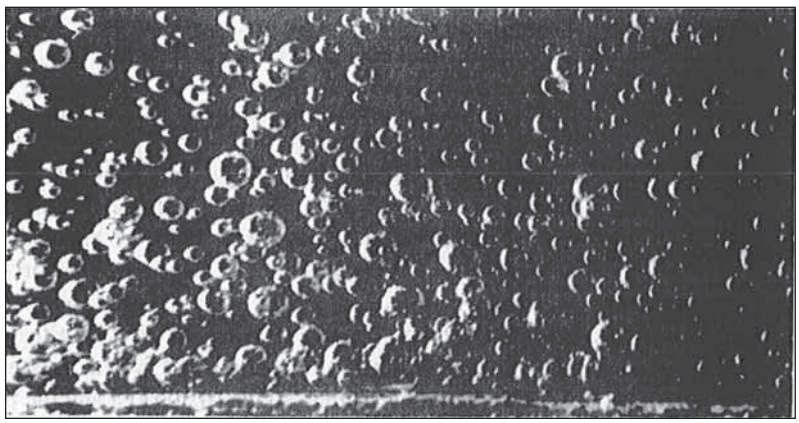
$$q''_{\text{máx.}Z} = \frac{\pi}{24}\rho_v^{1/2} h_{fg}[\sigma g(\rho_l - \rho_v)g_c]^{1/4} \tag{10.4}$$

Lienhard y Dhir [33] recomiendan remplazar la constante $\pi/24$ por 0.149.

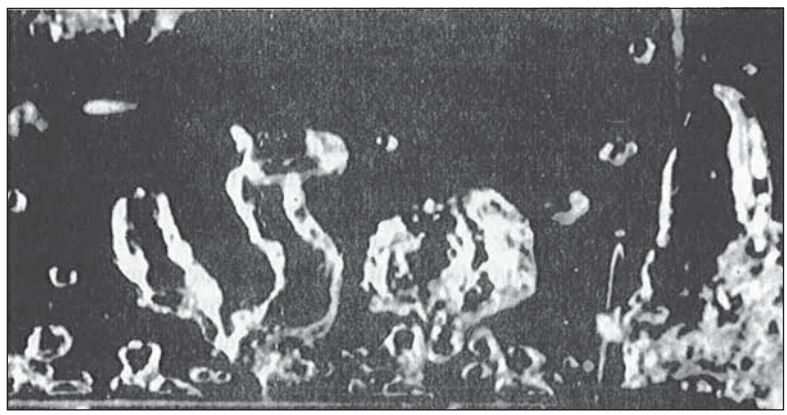
La ecuación (10.4) pronostica que el agua mantendrá un flujo de calor pico mayor que cualquiera de los líquidos comunes debido a que el agua tiene un calor de vaporización muy grande. Un análisis más profundo de la ecuación (10.4) sugiere maneras para aumentar el flujo de calor máximo. La presión afecta el flujo de calor pico debido a que cambia tanto la densidad del vapor como el punto de ebullición. Los cambios en el punto de ebullición afectan el calor de vaporización y la tensión superficial. Por tanto, para cada líquido existe una cierta presión que



a)



b)



c)

FIGURA 10.8 Transición de régimen de burbujas aisladas a régimen de columnas continuas en ebullición nucleada. *a*) Bosquejo esquemático de la transición. *b*) Fotografía del régimen de burbujas aisladas para agua a presión atmosférica y un flujo de calor de 121 000 W/m^2. *c*) Fotografía del régimen de columnas continuas para agua a presión atmosférica y un flujo de calor de 366 000 W/m^2.

Fuentes: *b*) Cortesía de R. Moissis y P. J. Berenson, "On the Hydrodynamic Transitions in Nucleate Boiling", Trans. ASME. Ser. C. J. Heat Transfer, vol. 85, pp. 221-229, agosto de 1963, con permiso de los editores, la American Society of Mechanical Engineers. *c*) Cortesía de R. Moissis y P. J. Berenson [9], con permiso de los editores, la American Society of Mechanical Engineers.

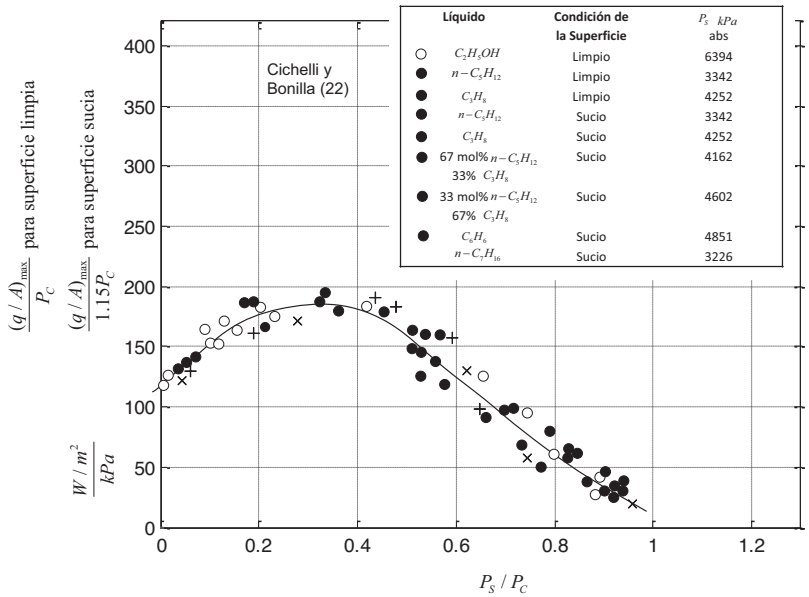


FIGURA 10.9 Flujo de calor pico en ebullición nucleada a varias presiones.

produce el mayor flujo de calor. Esto se ilustra en la figura 10.9, donde el flujo de calor pico en ebullición nucleada está trazado como una función de la relación de la presión del sistema a la presión crítica. Para agua la presión óptima es de aproximadamente 10 300 kPa y el flujo de calor pico es de aproximadamente 3.8 MW/m^2. La cantidad entre paréntesis rectangulares en la ecuación (10.4) también muestra que el campo gravitacional afecta el flujo de calor pico. La razón de este comportamiento es que en un campo dado la fase líquida, por causa de su densidad mayor, está sujeta a una fuerza mayor por unidad de volumen que la fase de vapor. Como esta diferencia en fuerzas que actúa en las dos fases conlleva una separación de las dos fases, un aumento en la fuerza del campo, como en un campo de fuerza centrífuga grande, aumenta la tendencia de separación y también aumentará el flujo pico. Por el contrario, experimentos de Usiskin y Siegel [34] indican que un campo gravitacional reducido disminuye el flujo de calor pico de acuerdo con la ecuación (10.4); en un campo de gravedad cero, el vapor no sale del sólido calentado y el flujo de calor crítico tiende a cero.

En muchas aplicaciones prácticas la geometría el calentador es más compleja que la superficie plana horizontal infinita postulada por Zuber en la deducción de la ecuación (10.4). Sin embargo, esta relación básica se puede aplicar a otras geometrías si se aplica un factor de conversión. Lienhard y colaboradores [35-38] obtuvieron datos experimentales del flujo de calor crítico en ebullición saturada en estanque para superficies calentadas cuadradas y redondas de tamaño finito, cilindros, cintas y esferas. Como para cada uno de estos casos el calentador tiene un tamaño finito

al menos en una dimensión, la escala que caracteriza el calentador se vuelve un parámetro importante:

$$q''_{\text{máx}} = q''_{\text{máx.}Z} \cdot f(L/L_b)$$

donde L_b es la escala de longitud de la burbuja definida por

$$L_b = \sqrt{\sigma/g(\rho_l - \rho_v)}$$

y $q''_{\text{máx.}Z}$ es el flujo de calor máximo pronosticado por Zuber de acuerdo con la ecuación (10.4).

La relación (L/L_b) caracteriza el tamaño del calentador relativo al de las columnas de vapor transportando vapor de la superficie cerca del flujo de calor crítico. Utilizando esta relación y el flujo de Zuber de la ecuación (10.4), en la tabla 10.3 se dan las relaciones del flujo de calor crítico observadas experimentalmente con el valor pronosticado con la ecuación (10.4) para varias geometrías del calentador. También

TABLA 10.3 Correlaciones para el flujo de calor máximo en ebullición en estanque

Geometría	$\dfrac{q''_{máx}}{q''_{máx:\,Z}} =$	Intervalo	Referencia
Placa plana infinita calentada	1.14	$\dfrac{L}{L_b} > 30$	[35]
Calentador pequeño de ancho o diámetro L con paredes laterales verticales	$\dfrac{135 L_b^2}{A_{\text{calentador}}}$	$9 < \dfrac{L}{L_b} < 20$	[35]
Cilindro horizontal de radio R	$0.89 + 2.27 e^{-3.44\sqrt{R/L_b}}$	$\dfrac{R}{L_b} > 0.15$	[36]
Cilindro horizontal grande de radio R	0.90	$\dfrac{R}{L_b} > 1.2$	[37]
Cilindro horizontal pequeño de radio R	$0.94\left(\dfrac{R}{L_b}\right)^{-1/4}$	$0.15 < \dfrac{R}{L_b} < 1.2$	[37]
Esfera grande de radio R	0.84	$4.26 < \dfrac{R}{L_b}$	[38]
Esfera pequeña de radio R	$1.734\left(\dfrac{R}{L_b}\right)^{-1/2}$	$0.15 < \dfrac{R}{L_b} < 4.26$	[38]
Cinta horizontal pequeña orientada verticalmente con altura lateral H: los dos lados calentados	$1.18\left(\dfrac{H}{L_b}\right)^{-1/4}$	$0.15 < \dfrac{H}{L_b} < 2.96$	[37]
Cinta horizontal pequeña orientada verticalmente con altura lateral H: lado posterior aislado	$1.4\left(\dfrac{H}{L_b}\right)^{-1/4}$	$0.15 < \dfrac{H}{L_b} < 5.86$	[37]
Cuerpo cilíndrico horizontal esbelto pequeño de sección transversal arbitraria con perímetro transversal L_p	$1.4\left(\dfrac{L_p}{L_b}\right)^{-1/4}$	$0.15 < \dfrac{L_p}{L_b} < 5.86$	[37]
Cuerpo abultado pequeño con dimensión característica L	$C_0\left(\dfrac{L}{L_b}\right)^{-1/2}$	grande $\dfrac{L}{L_b}$	[37]

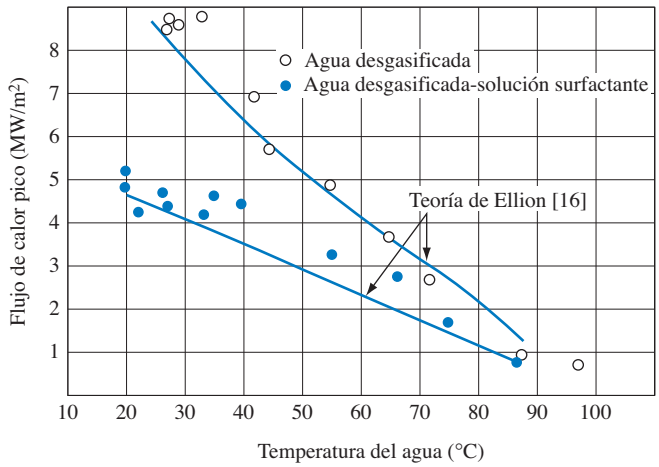


FIGURA 10.10 Efecto de la temperatura global en el flujo de calor pico en ebullición en estanque.

Fuente: Con permiso de M. E. Ellion [16].

se muestra el intervalo de aplicación. La correlación de $q''_{\text{máx},Z}$ mejorada [33] para una placa horizontal infinitamente grande basada en mediciones experimentales también se conoce en la forma $q''_{\text{máx}}/q''_{\text{máx},Z}=1.14$; este valor corresponde a la recomendación de remplazar $\pi/24$ por 0.149 en la ecuación (10.4). La precisión de la correlación es de aproximadamente $\pm$ 20%.

Cuando la masa de líquido se subenfría, el flujo de calor máximo se puede estimar [32] con la ecuación

$$q''_{\text{máx}} = q''_{\text{máx,sat}}\left\{1 + \left[\frac{2k_l(T_{\text{sat}} - T_{\text{líquido}})}{\sqrt{\pi\alpha_l\tau}}\right]\frac{24}{\pi h_{fg}\rho_v}\left[\frac{\rho_v^2}{g_c\sigma g(\rho_l - \rho_v)}\right]^{1/4}\right\} \quad (10.5)$$

donde

$$\tau = \frac{\pi}{3}\sqrt{2\pi}\left[\frac{g_c\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}\right]^{1/2}\left[\frac{\rho_v^2}{g_c\sigma g(\rho_l - \rho_v)}\right]^{1/4}$$

y $q''_{\text{máx,sat}}$ se puede determinar con la ecuación (10.4). En la figura 10.10 se ilustra la influencia de la temperatura global en el flujo de calor pico para agua destilada y una solución acuosa a 1% de un agente de superficie activa hirviendo en un calentador de acero inoxidable. La adición del agente de superficie activa disminuyó la tensión superficial del agua de 72 a 34 dinas/cm, ocasionando de esta manera una disminución apreciable en el flujo de calor pico, un efecto que está en concordancia con la ecuación (10.4). Los gases no condensables y las superficies no humectantes también reducen el flujo de calor pico a una temperatura global dada.

Westwater [11], Huber y Hoehne [39] y otros determinaron que ciertos aditivos (por ejemplo, cantidades pequeñas de Hyamine 1622) pueden aumentar el flujo de calor pico. Además, la presencia de un campo ultrasónico o electrostático puede aumentar el flujo de calor pico obtenible en ebullición nucleada.

EJEMPLO 10.1 En una superficie de acero inoxidable pulida mecánicamente que se calienta eléctricamente desde abajo hierve agua a presión atmosférica. Determine el flujo de calor de la superficie al agua cuando la temperatura de la superficie es 106 °C y compárelo con el flujo de calor crítico para ebullición nucleada. Repita para el caso de agua hirviendo en una superficie de acero inoxidable recubierta con teflón.

SOLUCIÓN De la tabla 10.1, C_{sf} es 0.0132 para la superficie mecánicamente pulida. De la tabla 13 del apéndice 2, $h_{fg} = 2250$ J/g, $\rho_l = 962$ kg/m^3 y $\rho_v = 0.60$ kg/m^3, $c_l = 4211$ J/kg °C, $\text{Pr}_l = 1.75$, $\mu_l = 2.77 \times 10^{-4}$ kg/ms. De la tabla 10.2, la tensión superficial a 100 °C es 58.8×10^{-3} N/m. Sustituyendo estas propiedades en la ecuación (10.2) con $\Delta T_x = 106 - 100 = 6$ °C da

$$\begin{aligned} q'' &= \left(\frac{c_1 \Delta T_x}{C_{sf} h_{fg} \text{Pr}_l}\right)^3 \mu_l h_{fg} \sqrt{\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{g_c \sigma}} \\ &= \left[\frac{(4211 \text{ J/kg °C})(6 \text{ °C})}{(0.0132)(2.25 \times 10^6 \text{ J/kg})(1.75)}\right]^3 (2.77 \times 10^{-4} \text{ kg/m s}) \\ &\quad \times (2.25 \times 10^6 \text{ J/kg}) \left[\sqrt{\frac{962 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)}{58.8 \times 10^{-3} \text{ N/m}}}\right] \\ &= 28\,669 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

Observe que se ignoró la densidad del vapor relativa a la densidad del líquido. Para determinar el flujo de calor crítico, se utiliza la ecuación (10.4):

$$\begin{aligned} q''_{\text{máx.}Z} &= \frac{\pi}{24} \rho_v^{1/2} h_{fg} [\sigma g (\rho_l - \rho_v) g_c]^{1/4} \\ &= \frac{\pi}{24} (0.60)^{1/2} (2.25 \times 10^6) [(58.8 \times 10^{-3})(9.8)(962)]^{0.25} \\ &= 1.107 \times 10^6 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

A una temperatura en exceso de 6 °C el flujo de calor es menor que el valor crítico; por tanto existe ebullición nucleada en estanque. Si el flujo de calor crítico calculado hubiera sido menor que el flujo de calor calculado con la ecuación (10.2), existiría ebullición pelicular y las suposiciones subyacentes a la aplicación de la ecuación (10.2) no se cumplirían.

Como $q'' \sim C_{sf}^{-3}$, para la superficie de acero inoxidable recubierta con teflón se tiene

$$q'' = 29\,669 \left(\frac{0.0132}{0.0058}\right)^3 = 349\,700 \text{ W/m}^2$$

un aumento extraordinario en el flujo de calor; sin embargo, aún se encuentra debajo del valor crítico.

Al aplicar las ecuaciones teóricas para el flujo de calor crítico en la práctica, es conveniente tener en cuenta algunas precauciones. En obras sobre el tema se han presentado datos que indican flujos de calor críticos menores que los pronosticados con la ecuación (10.4) o (10.5). Berenson [12] explica esto como sigue. Aunque la ebullición es un fenómeno local, en la mayoría de los experimentos e instalaciones industriales se mide o

específica un flujo de calor promedio. Por tanto, si ubicaciones diferentes de una superficie de calentamiento tienen flujos de calor distintos o curvas de ebullición nucleada diferentes, el resultado medido representará un promedio. Pero el flujo de calor local mayor a una diferencia de temperatura dada siempre será mayor que el valor medido promedio y si el flujo de calor no es uniforme, por ejemplo, si existen diferencias considerables en el subenfriamiento o en las condiciones superficiales o si ocurren variaciones gravitacionales (como alrededor de la periferia de un tubo horizontal), puede ocurrir un quemado local incluso si el valor promedio del flujo de calor está debajo del valor crítico.

Los mecanismos de la ebullición en estanque se pueden optimizar aumentando la rugosidad de la superficie y en especial mediante salientes especialmente conformadas. Berenson [12] estudió el efecto de la rugosidad superficial en la ebullición en estanque de pentano sobre una placa de cobre. Determinó que el flujo de calor aumentó y que la temperatura en exceso disminuyó de manera apreciable al aumentar la rugosidad superficial, que mejoró el número disponible de sitios de nucleación. El flujo de calor crítico se incrementó ligeramente y el desempeño de la superficie mejorada se degradó al de un desempeño de superficie lisa ya que el vapor atrapado se fugó de las cavidades. Sin embargo, como recientemente señalaron Manglik y Jog [40], el tamaño y la forma de la rugosidad, así como su viabilidad para producir sitios de nucleación activos y estables, son muy difíciles de caracterizar definitivamente. El comportamiento humectante diferente de varios líquidos en ebullición altera el desempeño de un calentador rugoso. La rugosidad prefabricada estructurada, con geometrías conformadas especialmente, proporciona un desempeño mejorado en ebullición mejor y más predecible [40, 41].

Una optimización permanente se puede lograr con salientes conformadas especialmente como las que se muestran en la figura 10.11. De acuerdo con Webb [42], quien evaluó el desempeño de 29 superficies especiales de optimización, existen dos tipos: 1) muy porosas y 2) formadas mecánicamente con cavidades profundas y aperturas pequeñas. En el último tipo, la tensión superficial en la apertura angosta evita la desgasificación del vapor atrapado en la cavidad. Como se puede observar por los datos trazados en la figura 10.11, algunas de estas superficies especiales logran aumentos grandes en el flujo de calor en ebullición nucleada comparados con los de superficies lisas. También pueden operar en condiciones estables y alcanzar flujos de calor críticos dos o tres veces tan altos como los pronosticados por la teoría de Zuber-Kutateladze de la ecuación (10.4). Una evaluación ampliada de superficies diferentes estructuradas o producidas especialmente, así como varias otras técnicas y su desempeño en ebullición mejorado lo efectuó Manglik [41].

10.2.5 Ebullición pelicular en estanque

Este régimen de ebullición tiene menos importancia industrial debido a la temperatura superficial muy elevada encontrada. Como se muestra en la figura 10.3, la superficie está cubierta por una película de vapor. La transferencia de calor es por conducción a través de la película de vapor y, a temperaturas mayores, por radiación de la superficie a la interfaz líquido-vapor. La transferencia de calor hacia esta interfaz produce las burbujas de vapor que se observan en las fotografías. La transferencia de calor por conducción a través de la película de vapor es relativamente fácil de analizar [43, 44].

Para ebullición pelicular en tubos de diámetro D, Bromley [43] recomienda la ecuación de correlación siguiente para el coeficiente de transferencia de calor debida sólo a conducción:

$$\bar{h}_c = 0.62\left\{\frac{g(\rho_l - \rho_v)\rho_v k_v^3[h_{fg} + 0.68c_{pv}\Delta T_x]}{D\mu_v \Delta T_x}\right\}^{1/4} \tag{10.6}$$

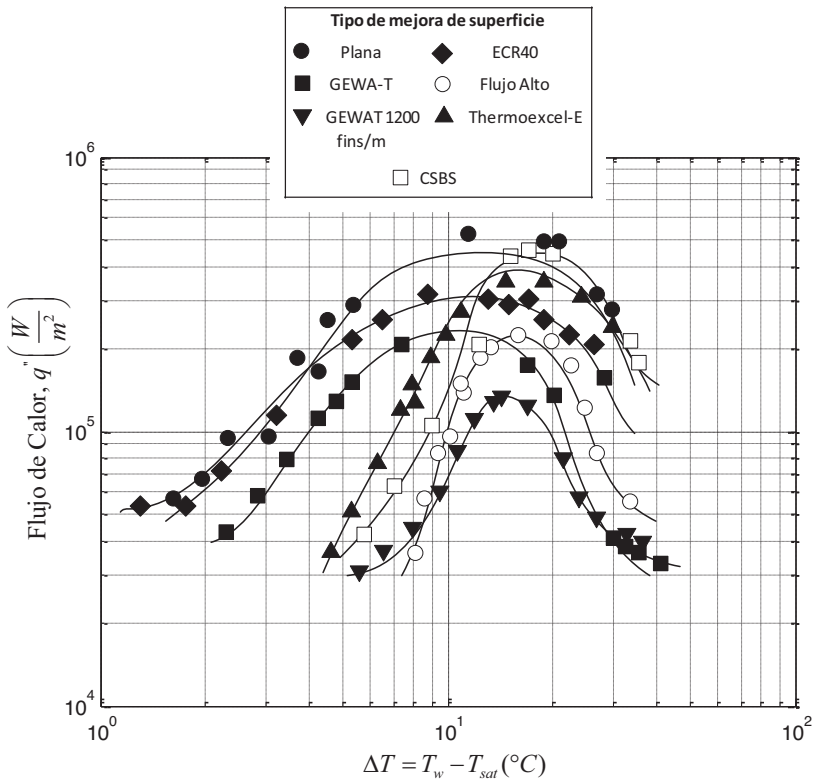
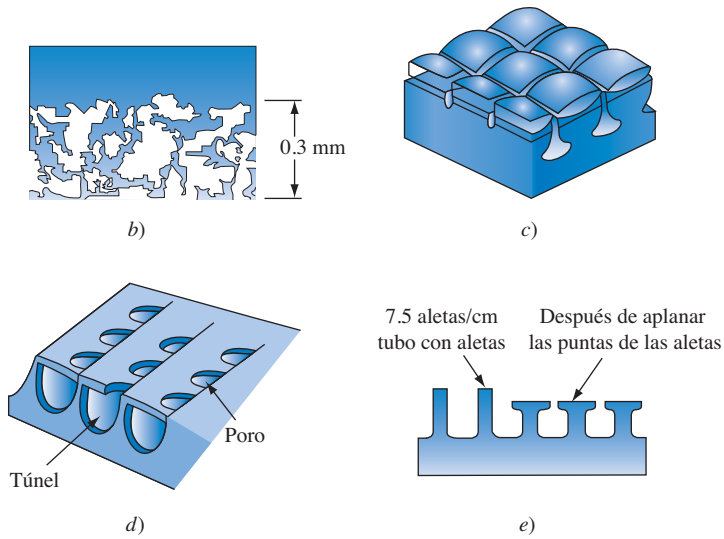


FIGURA 10.11 Superficies de optimización para ebullición nucleada, según Webb (42); *a*) comparación de resultados de ebullición en estanque de un tubo para *p*-xileno a 1 atm; *b*) superficie de alto flujo; *c*) ECR40; *d*) Thermoexcel-E; *e*) GEWA-T.



Para tubos de diámetro muy grande y superficies horizontales planas, Westwater y Breen [44] recomiendan

$$\bar{h}_c = \left(0.59 + 0.69\,\frac{\lambda}{D}\right)\left\{\frac{g(\rho_l - \rho_v)\rho_v k_v^3[h_{fg} + 0.68c_{pv}\Delta T_x]}{\lambda\mu_v\Delta T_x}\right\}^{1/4} \tag{10.7}$$

donde

$$\lambda = 2\pi\left[\frac{g_c\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}\right]^{1/2}$$

Para tomar en cuenta la radiación de la superficie, Bromley [43] sugiere combinar los dos coeficientes de transferencia de calor en la forma

$$\bar{h}_{\text{total}} = \bar{h}_c + 0.75\bar{h}_r \tag{10.8}$$

donde $\bar{h}_c$ se puede calcular con la ecuación (10.6) o (10.7). El coeficiente de transferencia de calor por radiación $\bar{h}_r$ se calcula con la ecuación (1.31) suponiendo que la interfaz líquido-vapor y el sólido son planos y paralelos y que la interfaz tiene una emisividad de 1.0:

$$\bar{h}_r = \sigma\varepsilon_s\left(\frac{T_s^4 - F_{\text{sat}}^4}{T_s - T_{\text{sat}}}\right) \tag{10.9}$$

Aquí ε_s es la emisividad superficial y T_s es la temperatura superficial absoluta.

EJEMPLO 10.2 Repita el ejemplo 10.1 utilizando una temperatura superficial de 400 °C para la superficie de acero inoxidable mecánicamente pulida.

SOLUCIÓN De la ecuación (10.2) se observa que $q'' \sim \Delta T_x^3$; por tanto:

$$q'' = 28\,669 \times \left(\frac{300}{6}\right)^3 = 3.6 \times 10^9\ \text{W/m}^2$$

Esto sobrepasa el flujo de calor crítico (1.107×10^6 W/m^2); por tanto el sistema debe estar operando en el régimen de ebullición pelicular. De la tabla 35 del apéndice 2, se obtiene $k_c = 0.0249$ W/m K, $c_{pc} = 2034$ J/kg K, $\mu_c = 12.1 \times 10^{-6}$ kg/m s. Utilizando la ecuación (10.7) cuando $D \to \infty$, se tiene

$$\lambda = 2\pi\left(\frac{58.8 \times 10^{-3}\ \text{N/m}}{(9.8\ \text{m/s}^2)(962\ \text{kg/m}^3)}\right)^{1/2} = 0.0157\ \text{m}$$

y

$$\bar{h}_c = (0.59)\left\{\frac{(9.8)(962)(0.60)(0.0249)^3[2250 + (0.68)(2034)(1\,000)(300)]}{(0.0157)(1.21 \times 10^{-6})(300)}\right\}^{1/4}$$
$$= 149.1\ \text{W/m}^2\,\text{K}$$

Como la superficie está pulida, $\varepsilon_s \approx 0.05$ y de la ecuación (10.9) se observa que $\bar{h}_r$ es insignificante. Por tanto, el flujo de calor es

$$q'' = (149.1\ \text{W/m}^2\,\text{K})(300\ \text{K}) = 44\,740\ \text{W/m}^2$$

10.3 Ebullición en convección forzada

Las características de transferencia de calor y caída de presión de la ebullición en convección forzada tienen un papel importante en el diseño de reactores nucleares con ebullición, sistemas de control medioambiental para plantas de energía de aeronaves, estaciones espaciales y en otros sistemas de producción de energía avanzados. A pesar de la gran cantidad de investigaciones experimentales y analíticas que se han realizado en el área de la ebullición en convección forzada, aún no es posible predecir cualitativamente todas las características de este proceso debido al gran número de variables sobre las que depende el proceso y de la complejidad de los varios patrones de flujo bifásico que ocurren ya que la calidad de la mezcla vapor-líquido (definida como el porcentaje de la masa total que está en la forma de vapor en una estación dada) aumenta durante la vaporización. Sin embargo, el proceso de vaporización en convección forzada se ha fotografiado [45, 46] y es posible dar una descripción cualitativa del proceso basado en estas observaciones fotográficas.

En la mayoría de las situaciones prácticas, un fluido a una temperatura menor que la de su punto de ebullición a la presión del sistema entra en un conducto en el que se calienta tal que ocurre su vaporización progresiva. En la figura 10.12 se muestra de manera esquemática lo que sucede en un conducto vertical en el cual un líquido se vaporiza con flujo de calor bajo. En la figura 10.12 también se incluye una gráfica cualitativa en la que el coeficiente de transferencia de calor a una ubicación específica está trazado como una función de la calidad local. Dado que calor se agrega de manera continua al fluido, la calidad aumentará con la distancia desde la entrada.

El coeficiente de transferencia de calor en la entrada se puede pronosticar con la ecuación (6.63) con una precisión satisfactoria. Sin embargo, conforme la temperatura global del fluido aumenta hacia su punto de saturación, lo que suele ocurrir sólo a una distancia corta de la entrada en un sistema diseñado para vaporizar el fluido, comienzan a formarse burbujas en sitios de nucleación que se transportarán en la corriente principal como en la ebullición nucleada en estanque. Este régimen, conocido como *régimen de flujo burbujeante*, se muestra de manera esquemática en la figura 10.12*a*). El flujo burbujeante ocurre con una calidad muy baja y consiste en burbujas individuales de vapor atrapadas en el flujo principal. En el intervalo de calidad muy angosto sobre el que existe el flujo burbujeante, el coeficiente de transferencia de calor se puede predecir superponiendo las ecuaciones para convección forzada en líquido y de ebullición nucleada en estanque siempre que la temperatura de la pared no sea tan grande como para producir ebullición pelicular (consulte la sección 10.3.1).

A medida que la fracción del volumen de vapor aumenta, las burbujas individuales comienzan a aglomerarse y forman tapones o glóbulos de vapor, como se muestra en la figura 10.12*b*). Aunque en este régimen, conocido como *régimen de flujo globular*, la fracción de la masa de vapor por lo general es mucho menor que 1% y hasta 50% de la fracción del volumen puede ser vapor y la velocidad del fluido en el régimen de flujo globular puede incrementarse rápidamente. Los tapones de vapor son volúmenes compresibles que también producen oscilaciones del flujo dentro del conducto aún si el flujo entrante es permanente. Las burbujas pueden continuar nucleando en la pared y es probable que el mecanismo de transferencia de calor en flujo globular sea el mismo que en el régimen burbujeante: una superposición de la convección forzada para un líquido y de la ebullición nucleada en estanque. El coeficiente de transferencia de calor aumenta debido a la velocidad aumentada del flujo de líquido, como se puede observar en la gráfica de la figura 10.12.

Aunque los dos regímenes de flujo burbujeante y globular son interesantes, se debe observar que para relaciones de densidad de importancia en evaporadores de

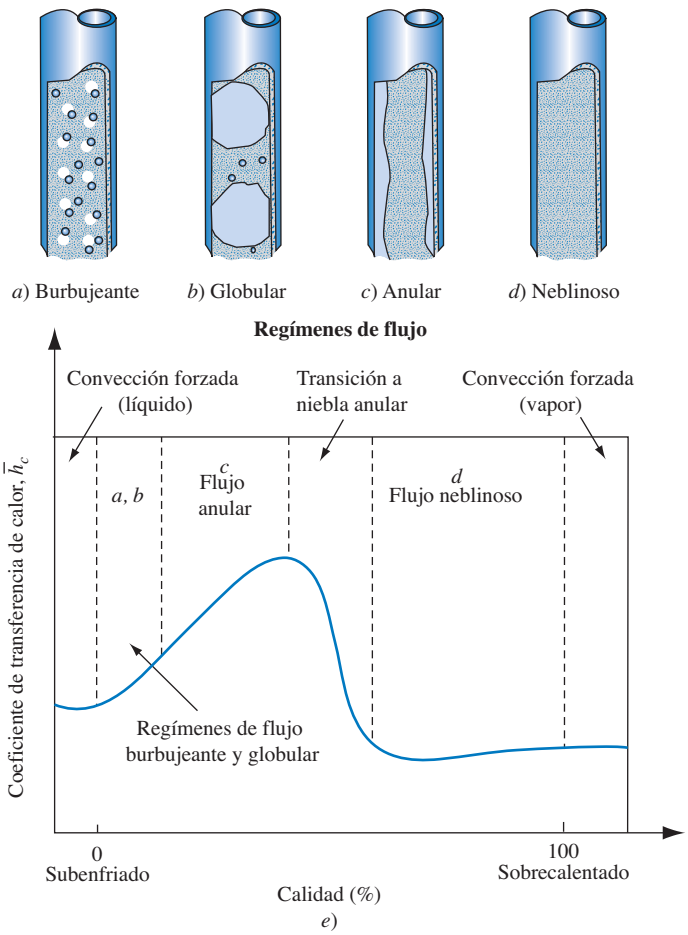


FIGURA 10.12
Características de vaporización por convección forzada en un tubo vertical: coeficiente de transferencia de calor contra calidad y tipo de régimen de flujo.

convección forzada, la calidad en estos dos regímenes es demasiado baja para producir una vaporización apreciable. Estos regímenes se vuelven importantes en la práctica sólo si la diferencia de temperatura es tan grande como para causar ebullición pelicular o si las oscilaciones del flujo producidas en el régimen de flujo globular ocasionan inestabilidad en un sistema.

Conforme el fluido circula más hacia dentro a lo largo del tubo y la calidad aumenta, se desarrolla un tercer régimen de flujo, comúnmente conocido como *flujo anular* [consulte la figura 10.12*c*)]. En este régimen la pared del tubo está cubierta por una película delgada de líquido y el calor se transfiere a través de esta película de líquido. En el centro del tubo fluye vapor a una velocidad mayor y aunque puede haber un cierto número de sitios activos de nucleación de burbujas en la pared, el vapor se genera principalmente por vaporización de la interfaz líquido-vapor dentro del tubo y no por la formación de burbujas dentro de la región anular de líquido a menos de que el flujo de calor sea alto. Además del líquido en la región anular en la pared, puede haber una cantidad significativa de líquido dispersado por todo el núcleo de vapor en forma de gotitas. El intervalo de calidad para este tipo de flujo se afecta en gran medida por las propiedades y la geometría del fluido. Pero en general se considera que la transición al siguiente régimen de flujo, que se muestra en la figura 10.12*d*), conocido como *régimen de flujo neblinoso*, ocurre a calidades de aproximadamente 25% o mayores.

La transición de flujo anular a neblinoso es de gran interés ya que éste es presuntamente el punto en el que el coeficiente de transferencia de calor experimenta una disminución pronunciada, como se muestra en la gráfica de la figura 10.12. En sistemas con flujo de calor fijo resulta un aumento considerable en la temperatura de la pared, en tanto que en sistemas con temperatura de pared fija presentarán una caída aguda en el flujo de calor. En general, a este punto se le refiere como *flujo de calor crítico*. En específico, para flujo de calor bajo la condición se denomina *secado* debido a que la pared del tubo ya no está humedecida por líquido. Un cambio importante tiene lugar en la transición entre flujo anular y neblinoso: en el primero la pared está cubierta por un líquido de conductividad relativamente alta, en tanto que el último, debido a la vaporización completa de la película de líquido, la pared está cubierta por un vapor de baja conductividad. Berenson y Stone [45] observaron que el proceso de secado de la pared ocurre de la manera siguiente: de repente se forma una zona seca pequeña en la pared y crece en todas las direcciones conforme el líquido se vaporiza debido a la transferencia de calor a través del líquido. Las franjas pequeñas de líquido restantes en la pared están casi estacionarias relativas al vapor a alta velocidad y a las gotitas de líquido en el núcleo de vapor. El mecanismo dominante de transferencia de calor es por conducción a través de la película de líquido y aunque la nucleación puede producir la zona seca inicial en la pared, sólo tiene un efecto pequeño en la transferencia de calor. Por tanto pareciera que el proceso de secado en la transición a flujo neblinoso es similar al proceso que ocurre con una película delgada de líquido en una cacerola caliente cuya temperatura no es lo suficientemente alta para ocasionar ebullición nucleada.

La mayoría de la transferencia de calor en flujo neblinoso es de la pared caliente al vapor y después de que el calor se ha transferido hacia el núcleo de vapor, se transfiere a las gotitas de líquido. La vaporización en flujo neblinoso en realidad tiene lugar en el interior del conducto, no en la pared. Por esta razón la temperatura del vapor en el régimen de flujo neblinoso puede ser mayor que la temperatura de saturación y quizá no exista equilibrio térmico en el conducto. En tanto la fracción del volumen de las gotitas de líquido sea pequeña, ellas se toman en cuenta para una fracción de masa sustancial debido a la alta relación de densidad líquido a vapor.

Estas observaciones son consistentes con el análisis de estabilidad teórico de Miles para una película de líquido [47], que pronostica que una película de líquido es estable a números de Reynolds suficientemente pequeños independientemente de la velocidad del vapor. Como el número de Reynolds de la película de líquido en un evaporador de convección forzada disminuye conforme aumenta la calidad, la región anular de líquido será estable a una calidad suficientemente alta independientemente del valor de la velocidad del vapor.

Los regímenes de ebullición en convección forzada dependen de la magnitud del flujo de calor y se pueden visualizar en la figura 10.13. A flujos de calor altos no se desarrolla el régimen de flujo anular. El flujo de calor crítico en estas condiciones ocurre debido a una transición de ebullición nucleada saturada en el régimen de flujo burbujeante/globular a ebullición pelicular saturada en el régimen de flujo neblinoso y se conoce como inicio de la ebullición nucleada (DNB, por sus siglas en inglés). A flujos de calor aún mayores, el flujo de calor crítico resulta de una transición de ebullición subenfriada en el régimen de flujo burbujeante a ebullición pelicular subenfriada en el régimen de flujo neblinoso. Esta transición también se conoce como DNB. En los flujos de calor mayores que producen DNB para la ebullición pelicular subenfriada, existen aumentos de temperatura muy grandes y el tubo puede quemarse. A menores flujos de calor, donde la transición se debe al secado, el aumento de temperatura es mucho menor y no es probable que ocurra el quemado físico.

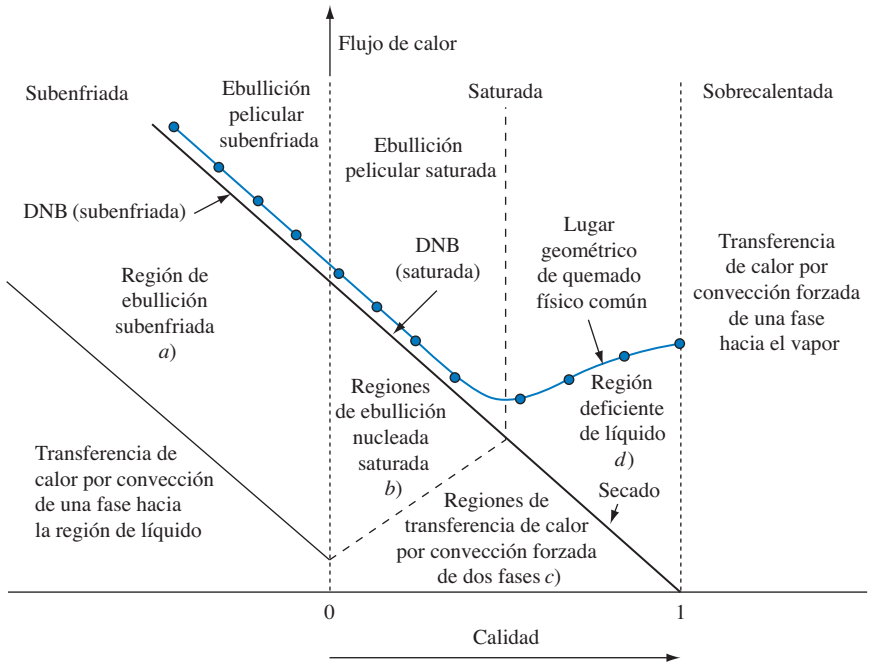


FIGURA 10.13 Regímenes de transferencia de calor por convección forzada en dos fases como una función de la calidad, con el flujo de calor creciente como la ordenada [24].

Para tubos horizontales, la situación es más compleja debido a la estratificación del vapor y a las fases líquidas por gravedad, en especial a velocidad de flujo bajas. Se dispone de mucho menos datos para la orientación horizontal que para la vertical, pero es claro que el flujo de calor crítico se afecta en gran medida. Además, la estratificación puede conducir a sobrecalentamiento de las partes superiores del tubo, donde el vapor se puede volver sobrecalentado antes de que ocurra el secado en la parte inferior del tubo.

10.3.1 Ebullición nucleada en convección forzada

El método para correlacionar datos para la ebullición nucleada en estanque descrito en la sección 10.2.2 también se ha aplicado con éxito a la ebullición de fluidos que circulan dentro de tubos o conductos por convección forzada [17] o por convección natural [25].

En la figura 10.14 se muestran las curvas de mejor ajuste a través de datos de ebullición, comunes de convección forzada subenfriada en tubos o conductos [29, 48]. El sistema en el que se obtuvieron estos datos consistió en regiones anulares verticales que contenían un tubo de acero inoxidable eléctricamente calentado colocado en el centro de tubos de varios diámetros. El calentador se enfrió por agua destilada desgasificada fluyendo hacia arriba a velocidades de 0.3 a 3.7 m/s y a presiones de 207 a 620 kPa. La escala de la figura 10.14 es logarítmica. La ordenada es el flujo de calor q/A y la abscisa es ΔT, la diferencia de temperatura entre la superficie de calentamiento y la masa del líquido. Las líneas discontinuas representan condiciones de convección forzada a varias velocidades y varios grados de subenfriamiento. Las líneas continuas indican la desviación de la convección forzada causada por ebullición superficial. Se

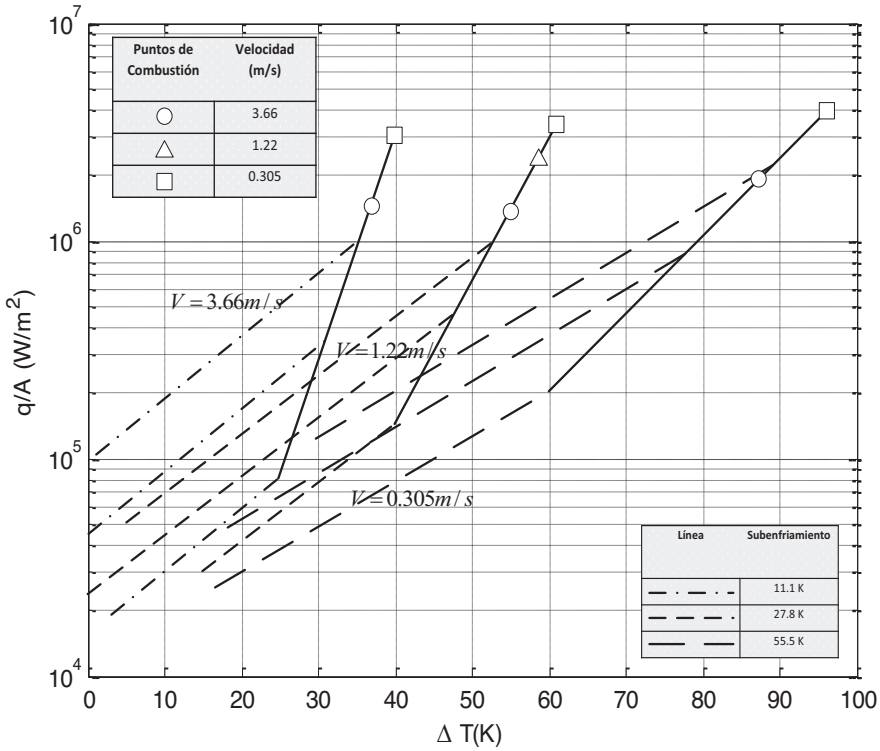


FIGURA 10.14 Datos de ebullición comunes por convección forzada subenfriada: flujo de calor contra la diferencia de temperatura entre la superficie y la masa de fluido.

observa que el inicio de la ebullición causada al incrementar el flujo de calor depende de la velocidad del líquido y del grado de subenfriamiento por debajo de su temperatura de saturación a la presión prevaleciente. A presiones menores el punto de ebullición a una velocidad dada se alcanza a flujos de calor menores. Un aumento en la velocidad aumenta la efectividad de la convección forzada, disminuye la temperatura superficial a un flujo de calor dado y así retarda el inicio de la ebullición. En la región de ebullición las curvas son pronunciadas y la temperatura de la pared prácticamente es independiente de la velocidad del fluido. Esto muestra que la agitación causada por las burbujas es mucho más efectiva que la turbulencia en convección forzada sin ebullición. Los datos de flujo de calor con ebullición superficial están trazados por separado en la figura 10.15 contra la temperatura en exceso. La curva resultante es similar a la de ebullición nucleada en un estanque saturado que se muestra en la figura 10.1 y enfatiza la similitud de los procesos de ebullición y su dependencia en la tem-

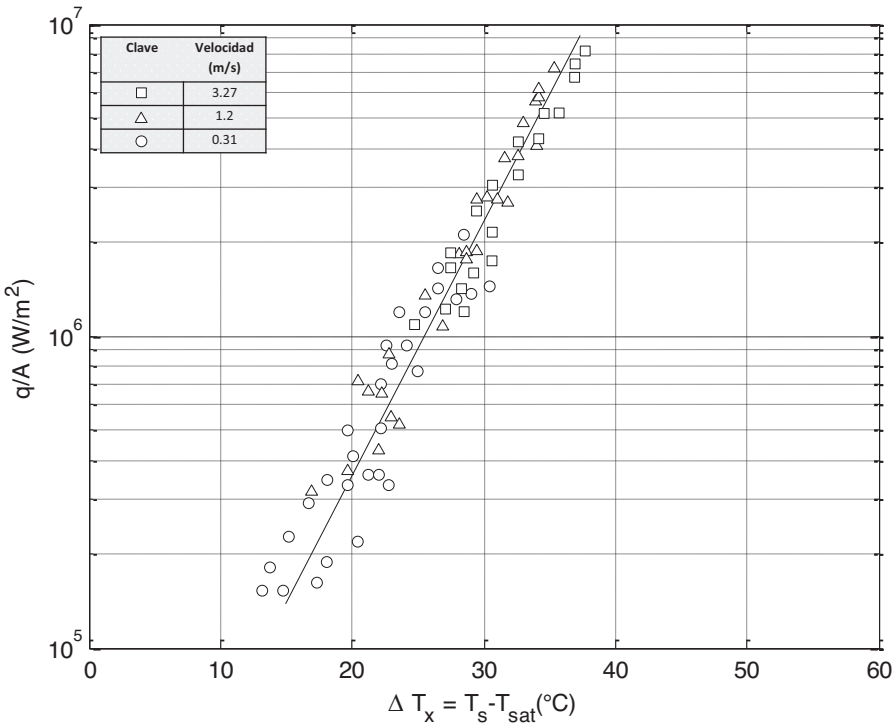


FIGURA 10.15 Correlación aproximada de los datos de ebullición nucleada con convección forzada obtenida trazando el flujo de calor contra la temperatura en exceso.

peratura en exceso; en particular, el flujo de calor aumenta aproximadamente con ΔT^3. Sin embargo, aún no existen datos suficientes que sugieran que la curva de ebullición completamente desarrollada en convección forzada siempre seguirá las correlaciones de datos para ebullición en estanque.

Para aplicar la correlación de ebullición en estanque a ebullición por convección forzada, el flujo de calor total se debe separar en dos partes, un *flujo por ebullición* q_b/A y un *flujo por convección* q_c/A, donde

$$q_{\text{total}} = q_b + q_c$$

El flujo de calor por ebullición se determina restando la tasa de flujo de calor por convección forzada al flujo total:

$$q_b = q_{\text{total}} - A\bar{h}_c(T_s - T_b) \tag{10.10}$$

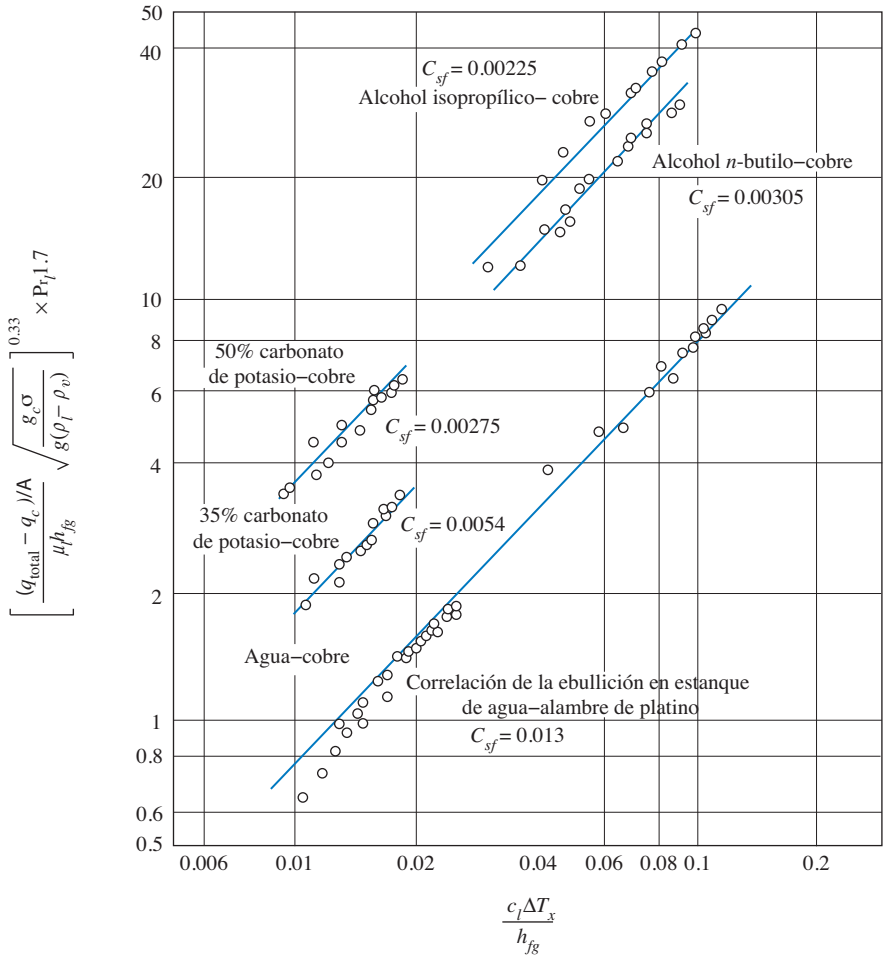


FIGURA 10.16 Correlación de datos de ebullición por convección mediante el método de Rohsenow.

Fuente: Adaptada de Jens y Leppert [49], con permiso del editor, la American Society of Naval Engineers.

donde $\overline{h}_c$ se determina con la ecuación (6.53)* utilizando valores de propiedades para la fase líquida. Este valor de q_b se determinará con la ecuación (10.2). Los resultados de este método de datos de correlación para ebullición superpuesta en convección se muestran en la figura 10.16 para una variedad de combinaciones fluido-superficie. Algunos de los datos que se muestran en la figura 10.16 se obtuvieron con líquidos subenfriados, otros con líquidos saturados conteniendo varias cantidades de vapor.

*Rohsenow [17] recomienda que el coeficiente 0.023 en la ecuación (6.63) se remplace por 0.019 en ebullición nucleada.

10.3.2 Ebullición con producción neta de vapor

Más allá del intervalo angosto de calidad en el que existe flujo burbujeante y en el que la ecuación (10.10) es válida, la masa del líquido estará a la temperatura de saturación. Aquí al mecanismo de transferencia de calor se le refiere como ebullición nucleada saturada. Más allá de ésta, en el régimen anular, el calor se transfiere a través de la película de líquido en la pared. En estos regímenes de flujo, Chen [50] propuso una correlación que supone que la convección así como los mecanismos de transferencia de calor por ebullición tienen un papel y que sus efectos son aditivos:

$$h = h_c + h_b$$

donde

$$h_c = 0.023\left[\frac{G(1-x)D}{\mu_l}\right]^{0.8} \mathrm{Pr}_l^{0.4}\frac{k_l}{D}F \tag{10.11}$$

es la contribución de la región anular y

$$h_b = 0.00122\left(\frac{k_l^{0.79}c_l^{0.45}\rho_l^{0.49}g_c^{0.25}}{\sigma^{0.5}\mu_l^{0.29}h_{fg}^{0.24}\rho_v^{0.24}}\right)\Delta T_x^{0.24}\Delta p_{\mathrm{sat}}^{0.75}S \tag{10.12}$$

es la contribución de la región de ebullición nucleada. En las ecuaciones (10.11) y (10.12), se utilizan unidades SI con Δp_{sat} (el cambio en la presión de vapor correspondiente a un cambio de temperatura ΔT_x) expresado en N/m^2. El parámetro F se puede calcular [51] con

$$F = 1.0 \qquad \text{cuando } \frac{1}{X_{tt}} < 0.1$$

$$F = 2.35\left(\frac{1}{X_{tt}} + 0.213\right)^{0.736} \qquad \text{cuando } \frac{1}{X_{tt}} > 0.1$$

donde

$$\frac{1}{X_{tt}} = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{0.9}\left(\frac{\rho_l}{\rho_v}\right)^{0.5}\left(\frac{\mu_v}{\mu_l}\right)^{0.1}$$

el parámetro S está dado por

$$S = (1 + 0.12\,\mathrm{Re}_{TP}^{1.14})^{-1} \quad \text{para } \mathrm{Re}_{TP} < 32.5$$
$$S = (1 + 0.42\,\mathrm{Re}_{TP}^{0.78})^{-1} \quad \text{para } 32.5 < \mathrm{Re}_{TP} < 70$$
$$S = 0.1 \quad \text{para } \mathrm{Re}_{TP} > 70$$

con el número de Reynolds Re_{TP} definido como

$$\mathrm{Re}_{TP} = \frac{G(1-x)D}{\mu_l}F^{1.25} \times 10^{-4}$$

Esta correlación se ha probado contra datos para varios sistemas (agua, metanol, ciclohexano, pentano, heptano y benceno) para presiones que van de 0.5 a 35 atm y calidad x que va de 1 a 0.71 con una desviación promedio de 11%. Collier y Thome [24] describen cómo se puede ampliar la correlación de Chen para la región de ebullición subenfriada.

EJEMPLO 10.3 Alcohol *n*-butilo líquido saturado, $C_4H_{10}O$, fluye a 161 kg/h a través de un tubo de cobre de 1 cm de diámetro interior a presión atmosférica. La temperatura de la pared del tubo se mantiene a 140 °C, condensando vapor a una presión de 361 kPa absoluta. Calcule la longitud de tubo requerida para lograr una calidad de 50%. Los valores de las propiedades siguientes se pueden utilizar para el alcohol:

$\sigma = 0.0183$ N/m, tensión superficial

$h_{fg} = 591\,500$ J/kg, calor de vaporización

$T_{sat} = 117.5$ °C, punto de ebullición a presión atmosférica

$P_{sat} = 2$ atm, presión de saturación correspondiente a una temperatura de saturación de 140 °C

$\rho_v = 2.3$ kg/m^3, densidad del vapor

$\mu_v = 0.0143 \times 10^{-3}$ kg/m s, viscosidad del vapor

SOLUCIÓN Los valores de las propiedades siguientes se obtuvieron de la tabla 19 del apéndice 2:

$$\rho_l = 737 \text{ kg/m}^3$$
$$\mu_l = 0.39 \times 10^{-3} \text{ kg/m s}$$
$$c_l = 3429 \text{ J/kg K}$$
$$\text{Pr}_l = 8.2$$
$$k_l = 0.163 \text{ W/m K}$$
$$C_{sf} = 0.00305 \text{ de la tabla 10.1}$$

La velocidad de la masa es

$$G = \frac{(161\,\text{kg/h})}{(3\,600\,\text{s/h})} \frac{4}{\pi(0.01\,\text{m})^2} = 569\,\text{kg/m}^2\,\text{s}$$

El número de Reynolds para el flujo de líquido es

$$\text{Re}_D = \frac{GD}{\mu_l} = \frac{(569\,\text{kg/m}^2\,\text{s})(0.01\,\text{m})}{(0.39 \times 10^{-3}\,\text{kg/m s})} = 14\,590$$

La contribución al coeficiente de transferencia de calor debida al flujo anular bifásico es

$$h_c = (0.023)(14\,590)^{0.8}(8.2)^{0.4}\left(\frac{0.163\,\text{W/m k}}{0.01\,\text{m}}\right)(1 - x)^{0.8}F$$
$$= 1865(1 - x)^{0.8}F$$

Como la presión de vapor cambia en 1 atm en el intervalo de temperatura de T_{sat} a 140 °C, se tiene $\Delta p_{sat} = 101\,300$ N/m^2. Por tanto, la contribución al coeficiente de transferencia de calor de la ebullición nucleada es

$$h_b = 0.00122\left[\frac{0.163^{0.79}3429^{0.45}737^{0.49}1^{0.25}}{0.0183^{0.5}(0.39 \times 10^{-3})^{0.29}591\,300^{0.24}2.3^{0.24}}\right]$$
$$\times (140 - 117.5)^{0.24}(101\,300)^{0.75}S$$

o $$h_b = 8393S.$$

El cálculo para $1/X_{tt}$ se vuelve

$$\frac{1}{x_{tt}} = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{0.9}\left(\frac{737}{2.3}\right)^{0.5}\left(\frac{0.0143}{0.39}\right)^{0.1} = 12.86\left(\frac{x}{1-x}\right)^{0.9}$$

Como el líquido está a temperatura de saturación, el flujo de calor sobre una longitud Δl se puede relacionar con un aumento en la calidad mediante

$$\dot{m}h_{fg}\,\Delta x = q''\pi D\,\Delta l$$

Sustituyendo las cantidades conocidas, se obtiene

$$\Delta l = 842\,031\,\frac{\Delta x}{q''}$$

donde de la ecuación (10.11) $h = h_c + h_b$ y $q'' = h\,\Delta T_x$.

Ahora se puede elaborar una tabla para mostrar los cálculos por pasos que siguen el aumento en la calidad, de $x = 0$ a $\dot{x} = 0.50$, suponiendo que los pasos Δx son lo suficientemente pequeños para que el flujo de calor y otros parámetros sean razonablemente constantes en ese paso.

x	Δx	$\frac{1}{X_{tt}}$	F	h_c (W/m² K)	Re_{TP}	S	h_b (W/m² K)	h (W/m² K)	q'' (W/m²)	Δl (m)	l (m)
0											0
0.01	0.01	0.206	1.24	2291	1.89	0.801	6728	9019	202927	0.041	0.041
0.05	0.04	0.909	2.56	4577	4.49	0.601	5045	9623	216509	0.156	0.197
0.10	0.05	1.78	3.90	6692	7.19	0.468	3922	10614	238820	0.176	0.373
0.20	0.10	3.69	6.41	9994	11.90	0.331	2780	12774	287419	0.293	0.666
0.30	0.10	6.00	9.01	12637	15.94	0.262	2197	14834	333755	0.252	0.919
0.40	0.10	8.93	11.98	14844	19.51	0.220	1846	16690	375523	0.224	1.143
0.50	0.10	12.86	15.59	16695	22.60	0.192	1616	18310	411984	0.204	1.347

La longitud de tubo requerida para alcanzar una calidad de 50% es 1.35 m.

Observe la importancia relativa de la contribución de la ebullición nucleada, h_b y la contribución del flujo bifásico, h_c, a lo largo del tubo.

10.3.3 Flujo de calor crítico

Las predicciones del flujo de calor crítico para sistemas de convección forzada son menos precisas que para ebullición en estanque, debido principalmente al número de variables implicadas y a las dificultades encontradas al tratar de efectuar experimentos controlados para medir el flujo de calor crítico o para determinar su ubicación.

Se ha propuesto una gran variedad de correlaciones del flujo de calor crítico, principalmente para agua en ebullición en tubos redondos verticales con flujo de calor constante. Una correlación empírica del flujo de calor crítico para convección forzada la desarrolló Griffith [52] y cubre un intervalo amplio de condiciones. Griffith correlacionó datos del flujo de calor crítico para agua, benceno, *n*-heptano,

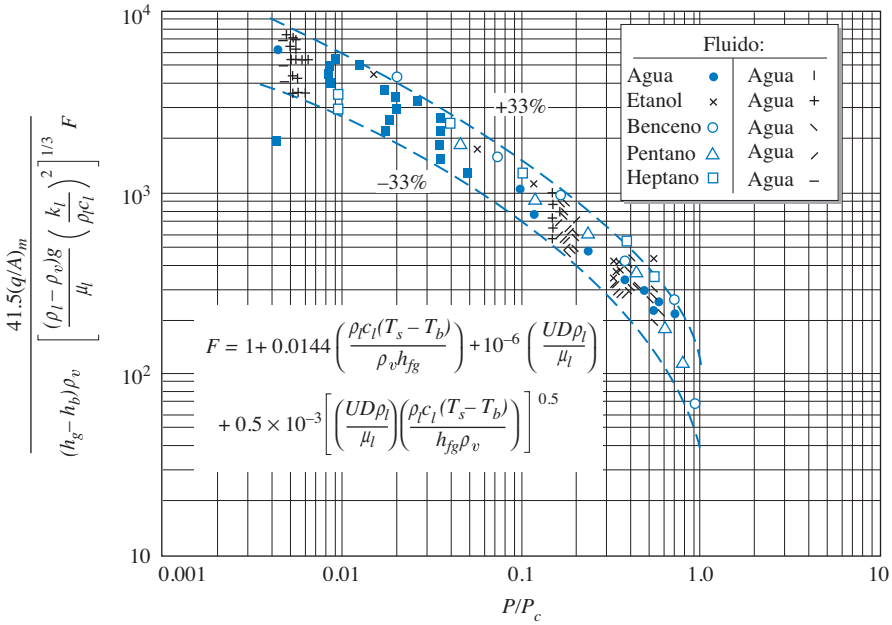


FIGURA 10.17 Correlación del flujo de calor pico para ebullición y vaporización por convección forzada.

Fuente: Cortesía de Griffith [52] y la American Society of Mechanical Engineers.

n-pentano y etanol a presiones que varían de 0.5 a 96% de la presión crítica, a velocidades de 0 a 30 m/s, en subenfriamiento de 0 a 138 °C y a calidades que varían desde 0 hasta 70%. Los datos utilizados en esta correlación se obtuvieron en tubos redondos y canales rectangulares. En la figura 10.17 se muestran los datos correlacionados y una inspección de esta figura sugiere que el flujo de calor crítico aparentemente se puede predecir hasta ±33% para las condiciones empleadas en este estudio. En la figura 10.17, h_{fg} es la entalpía de vapor saturado y h_b es la entalpía de la masa del fluido, que puede ser líquido subenfriado, líquido saturado o una mezcla de flujo bifásico a cierta calidad menor que 70%.

La caída de presión en tubos y conductos con flujo bifásico la han investigado numerosos autores. El problema es muy complejo y no se dispone de un método de cálculo completamente satisfactorio. Griffith [53] preparó un resumen muy útil del estado del arte, quien concluye, al igual que varios otros autores, que el mejor método disponible para pronosticar la pérdida de presión es el propuesto por Lockhart y Martinelli [54]. Al lector interesado en este problema se le refiere a los tratados detallados de Tong [55] y Collier y Thome [24].

Un método muy efectivo para aumentar el flujo de calor pico obtenible en ebullición en convección forzada de baja calidad es insertar cintas torcidas en un tubo para producir un patrón de flujo helicoidal que genere un campo de fuerza centrífuga correspondiente a muchas g [56]. Gambill y colaboradores [57] lograron un flujo de calor pico de 174 MW/m^2 en un sistema de torbellino con agua subenfriada a 61 °C y 5 860 kPa fluyendo a una velocidad de 30 m/s en un tubo de 0.5 cm de diámetro; esto es casi tres veces el flujo de energía que emana de la superficie del Sol.

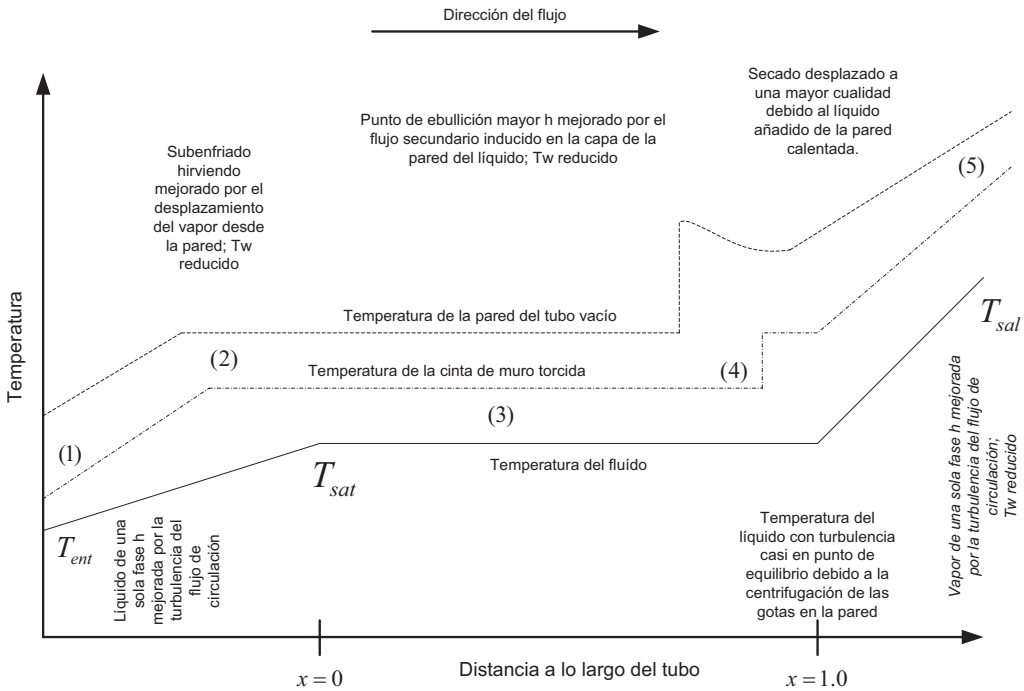


FIGURA 10.18 Influencia del torbellino inducido por cinta torcida en la evolución de las temperaturas de la masa del fluido y de la pared del tubo a lo largo de la longitud del tubo en ebullición en convección forzada con flujo de calor uniforme y flujo másico, nivel de presión y temperatura de entrada fijas [58].

Manglik y Bergles [58] realizaron una evaluación completa de las obras sobre insertos de cinta torcida y su aplicación tanto en flujos de una fase como en ebullición por convección forzada. Para comprender los efectos del torbellino generado por insertos de cinta torcida en ebullición del flujo, considere un tubo de una caldera de una pasada calentado uniformemente para generar vapor sobrecalentado; el flujo másico, el nivel de presión y la temperatura de entrada son fijas. Así pues, el objetivo de la cinta torcida es reducir la temperatura de la pared y en la figura 10.18 se representa de manera esquemática el progreso de las temperaturas de pared tanto para un tubo vacío como para un tubo dotado de una cinta torcida [58]. Un coeficiente de transferencia de calor mejorado en la región de una fase (1), seguido por una región de ebullición subenfriada un tanto pequeña (2), resulta en una reducción sustancial en la temperatura de la pared. Esto se sigue por ebullición de la masa (3) y ebullición pelicular del flujo disperso (4); cuando finalmente el líquido se vaporiza, el vapor de una fase se calienta en la región (5). Con un inserto de cinta torcida, la temperatura de la pared se reduce en todas las regiones de ebullición, como se muestra en la figura 10.18. En ebullición de la masa (3), el tubo vacío se seca (o alcanza la condición de flujo de calor crítico) a una calidad intermedia, con la temperatura de la pared aumentado agudamente. Debido al enfriamiento de gotitas en la región de ebullición pelicular del flujo disperso (4), la temperatura de la pared disminuye antes de aumentar de nuevo conforme el vapor se sobrecalienta. Después del secado y extendiéndose hacia la región de calidad (5), el fluido está en un estado sin equilibrio, es decir, el vapor está sobrecalentado y hay más líquido en la forma de gotitas a tempe-

ratura de saturación. Con un inserto de cinta torcida en la región de ebullición de la masa (3) de la figura 10.18, el líquido se centrifuga hacia la pared tal que se mantiene una película de líquido y así el secado se retrasa hasta que se logre una calidad muy alta. Las gotitas restantes se centrifugan de nuevo hacia la pared, reduciendo por consiguiente la excursión de la temperatura. Se promueve una condición de fluido en equilibrio, de manera que la temperatura de la pared rápidamente se estabiliza y sigue la temperatura del fluido (4). Más allá del secado (5), debido a la mejora generada por el torbellino del coeficiente de transferencia de calor del vapor una fase, la temperatura de la pared de nuevo se reduce relativa a la de un tubo vacío.

10.3.4 Transferencia de calor más allá del punto crítico

Como se sugiere en la figura 10.13, existen tres transiciones críticas que conducen a un aumento repentino en la temperatura de la pared para flujo de calor constante. La operación más allá de los puntos críticos comprende 1) ebullición pelicular subenfriada, 2) ebullición pelicular saturada o 3) una región deficiente de líquido (flujo neblinoso). Para sistemas en los cuales la temperatura es la variable independiente, existe una cuarta transición crítica conocida como *ebullición de transición*.

Ebullición pelicular En el régimen de ebullición pelicular un núcleo líquido central está rodeado por una película de vapor irregular. Al igual que la ebullición pelicular en estanque, la presencia de la película de vapor simplifica el análisis de este régimen de ebullición. Estos análisis por lo general son similares al de condensación pelicular como se describe en la sección 10.4. Para ebullición pelicular en tubos verticales, una correlación que concuerda razonablemente bien con los análisis es la recomendada para ebullición en estanque en el exterior de tubos horizontales de Bromley [43], es decir, la ecuación (10.6).

Región deficiente de líquido Este régimen resulta de un adelgazamiento de la película de líquido anular sobre la superficie calentada, que por último resulta en el secado de la pared. Observe en la figura 10.13 que entre mayor sea el flujo de calor la región deficiente de líquido resulta de una transición de la ebullición pelicular saturada, es decir, DNB.

En la ebullición pelicular saturada el patrón de flujo es el inverso del de régimen anular, figura 10.12. Es decir, un núcleo de líquido central está rodeado por una película de vapor. Conforme se incrementa la calidad termodinámica, el núcleo de líquido se descompone en gotitas y el flujo deficiente de líquido resultante es similar al que resulta de la transición de flujo anular.

Gotitas de líquido golpean periódicamente la pared, por lo que producen coeficientes de transferencia de calor significativamente mayores que en el régimen de ebullición pelicular saturada, así pues el quemado físico es improbable. La transferencia de calor de la pared al vapor y luego del vapor a las gotitas permite que exista un estado de desequilibrio ya que el vapor se puede volver sobrecalentado en la presencia de las gotitas. Las correlaciones desarrolladas para la transferencia de calor en este régimen son de dos tipos: 1) correlaciones puramente empíricas y 2) correlaciones empíricas que intentan tomar en cuenta el desequilibrio.

Una correlación empírica desarrollada por Groeneveld [59] es de la forma de la ecuación de Dittus-Boelter para una fase, para convección forzada:

$$\frac{hD}{k_v} = a\left\{\mathrm{Re}_v\left[x + \frac{\rho_v}{\rho_l}(1 - x)\right]\right\}^b \mathrm{Pr}_v^c\left[1 - 0.1\left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1\right)^{0.4}(1 - x)^{0.4}\right]^d \quad (10.13)$$

En la tabla 10.4 se dan los valores de *a, b, c* y *d* para varias geometrías y el intervalo de las condiciones de operación sobre el cual es válida la correlación.

TABLA 10.4 Constantes para la ecuación (10.13)

Geometría	a	b	c	d	Núm. de puntos	Error eficaz, %
Tubos	1.09×10^{-3}	0.989	1.41	−1.15	438	11.5
Regiones anulares	5.20×10^{-2}	0.668	1.26	−1.06	266	6.9
Tubos y regiones anulares	3.27×10^{-3}	0.901	1.32	−1.50	704	12.4

Intervalo de datos en el que se basan las correlaciones

	Geometría	
Parámetros y unidades	**Tubo**	**Región anular**
Dirección del flujo	Vertical y horizontal	Vertical
Diámetro interior, cm	0.25 a 2.5	0.15 a 0.63
Presión, atm	68 a 215	34 a 100
G, kg/m² s	700 a 5300	800 a 4100
x, fracción en peso	0.10 a 0.90	0.10 a 0.90
Flujo de calor, kW/m²	120 a 2100	450 a 2250
hD/k_v	95 a 1770	160 a 640
$\mathrm{Re}_v\left[x + \frac{\rho_v}{\rho_l}(1-x)\right]$	6.6×10^4 a 1.3×10^6	1.0×10^5 a 3.9×10^5
Pr	0.88 a 2.21	0.91 a 1.22
$1 - 0.1\left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1\right)^{0.4}(1-x)^{0.4}$	0.706 a 0.976	0.610 a 0.963

Rohsenow [60] advierte que todas las correlaciones puramente empíricas se deben utilizar con precaución. Collier y Thome [24] presentan ecuaciones de correlación adicionales que toman en cuenta el desequilibrio en el régimen deficiente de líquido.

Ebullición de transición El régimen de ebullición de transición es difícil de caracterizar de una manera cuantitativa [3]. Dentro de la región la cantidad de vapor generado no es suficiente para soportar una película de vapor estable, pero es demasiado grande para permitir que líquido suficiente llegue a la superficie para soportar la ebullición nucleada. Berenson [12] sugiere, por tanto, que la ebullición nucleada y la pelicular ocurren alternadamente en una ubicación dada. El proceso es inestable y existen fotografías que demuestran que oleadas de líquido en ocasiones se dirigen hacia la superficie de calentamiento y en otras se alejan de ella. A veces, este líquido turbulento se vuelve tan sobrecalentado que explota en vapor [11]. Desde un punto de vista industrial, el régimen de ebullición de transición es de poco interés; el equipo diseñado para funcionar en la región de ebullición nucleada se puede dimensionar con más seguridad y operar con resultados más predecibles. Tong y Young [61] propusieron una correlación para el flujo de calor en esta región.

10.4 Condensación

Cuando un vapor saturado entra en contacto con una superficie a temperatura menor, ocurre condensación. En condiciones normales, se forma un flujo continuo de líquido sobre la superficie y el condensado fluye hacia abajo ante la influencia de la gravedad. A menos que la velocidad del vapor sea muy alta o que la película de líquido

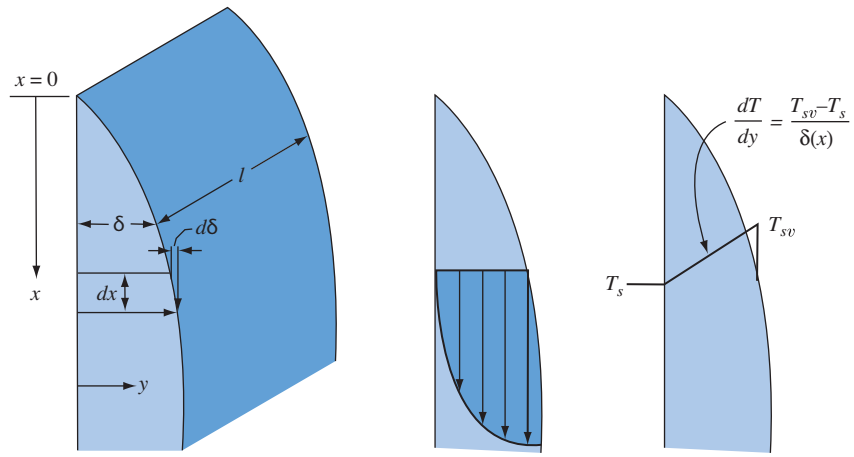


FIGURA 10.19 Condensación en forma de película sobre una superficie vertical; crecimiento de la película, perfil de velocidad y distribución de temperatura.

sea muy gruesa, el movimiento del condensado es laminar y el calor se transfiere de la interfaz vapor-líquido a la superficie solamente por conducción. Por tanto, la tasa de flujo de calor depende principalmente del espesor de la película de condensado, que a su vez depende de la tasa a la cual el vapor se condensa y de la tasa a la que el condensado se remueve. En una superficie vertical el espesor de la película aumenta continuamente de arriba hacia abajo, como se muestra en la figura 10.19. A medida que la placa se inclina a partir de la posición vertical, la tasa de drenaje disminuye y la película de líquido se vuelve más gruesa. Esto, por supuesto, causa una disminución en la tasa de transferencia.

10.4.1 Condensación en forma de película

En 1916, Nusselt [62] obtuvo por primera vez las relaciones teóricas para calcular los coeficientes de transferencia de calor para condensación en forma de película en tubos y placas. Para ilustrar el enfoque clásico, se considerará una superficie vertical plana a temperatura constante T_s sobre la que se condensa un vapor puro a temperatura de saturación T_{sv}. Como se muestra en la figura 10.19, una película continua de líquido fluye hacia abajo ante la acción de la gravedad y su espesor aumenta conforme se condensa cada vez más vapor en la interfaz líquido-vapor. A una distancia x desde la parte superior de la placa el espesor de la película es δ. Si el flujo del líquido es laminar y se ocasiona sólo por la gravedad, se puede estimar la velocidad del líquido por medio de un equilibrio de fuerzas en el elemento $dx\ \delta l$. La fuerza descendente por unidad de profundidad l que actúa en el líquido a una distancia mayor que y desde la superficie es $(\delta - y)\ dx\ \rho_l g/g_c$. Suponiendo que el vapor fuera de la capa de condensado está en equilibrio hidrostático ($dp/dx = \rho_v g/g_c$), se presentará una fuerza parcialmente equilibradora igual a $(\delta - y)\ dx\ \rho_v g/g_c$ como resultado de la diferencia de presión entre las caras superior e inferior del elemento. La otra fuerza exterior que retarda el movimiento hacia abajo es el arrastre en el límite interior del elemento. A menos de que vapor fluya a una velocidad muy alta, el cortante en la superficie libre es muy pequeño y se puede ignorar. La fuerza restante

entonces simplemente será el cortante viscoso ($\mu_l\, du/dy$) dx en el plano vertical y. En condiciones de estado permanente las fuerzas hacia arriba y hacia abajo son iguales:

$$(\delta - y)(\rho_l - \rho_v)g = \mu_l \frac{du}{dy}$$

donde los subíndices l y v denotan líquido y vapor, respectivamente. La velocidad u en y se obtiene separando las variables e integrando. Esto produce la expresión:

$$u(y) = \frac{(\rho_l - \rho_v)g}{\mu_l}\left(\delta y - \frac{1}{2}y^2\right) + \text{const}$$

La constante de integración es cero debido a que la velocidad u es cero en la superficie, es decir, $u = 0$ en $y = 0$.

El flujo másico de condensado por ancho unitario Γ_c se obtiene integrando el flujo másico local a la elevación x, $\rho u(y)$, entre los límites $y = 0$ y $y = \delta$, o

$$\Gamma_c = \int_0^\delta \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g}{\mu_l}\left(\delta y - \frac{1}{2}y^2\right)dy = \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta^3}{3\mu_l}g \qquad (10.14)$$

El cambio en el gasto de condensado Γ_c con el espesor de la capa de condensado δ es

$$\frac{d\Gamma_c}{d\delta} = \frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l}\delta^2 \qquad (10.15)$$

El calor se transfiere a través de la capa de condensado solamente por conducción. Suponiendo que el gradiente de temperatura es lineal, el cambio de entalpía promedio del vapor al condensarse a líquido y subenfriándose a la temperatura de líquido promedio de la película de condensado es

$$h_{fg} + \frac{1}{\Gamma_c}\int_0^\delta \rho_l u c_{pl}(T_{sv} - T)\,dy = h_{fg} + \frac{3}{8}c_{pl}(T_{sv} - T_s)$$

y la tasa de transferencia de calor hacia la pared es $(k/\delta)(T_{sv} - T_s)$, donde k es la conductividad térmica del condensado. En el estado permanente la tasa de cambio de entalpía del vapor que se condensa debe ser igual a la tasa de flujo de calor hacia la pared:

$$\frac{q}{A} = k\frac{T_{sv} - T_s}{\delta} = \left[h_{fg} + \frac{3}{8}c_{pl}(T_{sv} - T_s)\right]\frac{d\Gamma_c}{dx} \qquad (10.16)$$

Igualando la expresión para $d\Gamma_c$ de las ecuaciones (10.15) y (10.16) se tiene

$$\delta^3 d\delta = \frac{k\mu_l(T_{sv} - T_s)}{g\rho_l(\rho_l - \rho_c)h'_{fg}}dx$$

donde $h'_{fg} = h_{fg} + \frac{3}{8}c_{pl}(T_{sv} - T_s)$. Integrando entre los límites $\delta = 0$ en $x = 0$ y $\delta = \delta$ en $x = x$ y despejando $\delta(x)$ se obtiene

$$\delta = \left[\frac{4\mu_l k x (T_{sv} - T_s)}{g\rho_l (\rho_l - \rho_v) h'_{fg}} \right]^{1/4} \tag{10.17}$$

Como la transferencia de calor a través de la capa de condensado es por conducción, el coeficiente de transferencia de calor h_{cx} es k/δ. Sustituyendo la expresión para δ de la ecuación (10.17) da el coeficiente de transferencia de calor como

$$h_{cx} = \left[\frac{\rho_l (\rho_l - \rho_v) g h'_{fg} k^3}{4\mu_l x (T_{sv} - T_s)} \right]^{1/4} \tag{10.18}$$

y el número de Nusselt local en x es

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_{cx} x}{k} = \left[\frac{\rho_l (\rho_l - \rho_v) g h'_{fg} x^3}{4\mu_l k (T_{sv} - T_s)} \right]^{1/4} \tag{10.19}$$

Al examinar la ecuación (10.18) se observa que el coeficiente de transferencia de calor para condensación disminuye al aumentar la distancia desde la parte superior conforme la película se engruesa. El engrosamiento de la película de condensado es similar al crecimiento de una capa límite sobre una placa plana en convección. Al mismo tiempo también es interesante observar que un aumento en la diferencia de temperatura ($T_{sv} - T_s$) causa una disminución en el coeficiente de transferencia de calor. Esto se ocasiona por el aumento en el espesor de la película como resultado de la tasa de condensación aumentada. En convección simple no ocurre un fenómeno comparable.

El valor promedio del coeficiente de transferencia de calor $\bar{h}_c$ para un vapor condensándose sobre una placa de altura L se obtiene integrando el valor local h_{cx} sobre la placa y dividiendo entre el área. Para una placa vertical de ancho unitario y altura L se obtiene mediante esta operación el coeficiente de transferencia de calor promedio

$$\bar{h}_c = \frac{1}{L} \int_0^L h_{cx}\, dx = \frac{4}{3} h_{x=L} \tag{10.20}$$

o

$$\bar{h}_c = 0.943 \left[\frac{\rho_l (\rho_l - \rho_v) g h'_{fg} k^3}{\mu_l L (T_{sv} - T_s)} \right]^{1/4} \tag{10.21}$$

Es fácil demostrar que para una superficie inclinada a un ángulo ψ con respecto a la horizontal, el coeficiente promedio es

$$\bar{h}_c = 0.943 \left[\frac{\rho_l (\rho_l - \rho_v) g h'_{fg} k^3 \operatorname{sen} \psi}{\mu_l L (T_{sv} - T_s)} \right]^{1/4} \tag{10.22a}$$

Un análisis integral modificado para este problema de Rohsenow [63], que concuerda mejor con datos experimentales si $\Pr > 0.5$ y $c_{pl}(T_{sv} - T_s)/h'_{fg} < 1.0$, produce resultados idénticos a las ecuaciones (10.18) a (10.22*a*) excepto que h'_{fg} se remplaza por $[h_{fg} + 0.68 c_{pl}(T_{sv} - T_s)]$.

Chen [64] consideró los efectos cortantes interfaciales y de la cantidad de movimiento y calculó un factor de correlación para la ecuación (10.22*a*):

$$\bar{h}'_c = \bar{h}_c \left(\frac{1 + 0.68A + 0.02AB}{1 + 0.85B - 0.15AB} \right)^{1/4} \tag{10.22b}$$

donde $\overline{h}_c'$ es el coeficiente de transferencia de calor corregido, $\overline{h}_c$ es el coeficiente de transferencia de calor obtenido con la ecuación (10.22*a*) y

$$A = \frac{c_l(T_{sv} - T_s)}{h_{fg}} < 2 \quad \text{(límite superior de validez)}$$

$$B = \frac{k_l(T_{sv} - T_s)}{\mu_l h_{fg}} < 20 \quad \text{(límite superior de validez)}$$

y

$$0.05 < \text{Pr}_l < 1.0$$

Si bien el análisis anterior se hizo específicamente para una placa vertical, el desarrollo también es válido para las superficies interior y exterior de tubos verticales si éstos tienen un diámetro grande comparado con el espesor de la película. Sin embargo, estos resultados no se pueden ampliar a tubos inclinados. En esos casos el flujo pelicular no sería paralelo al eje del tubo y el ángulo de inclinación efectivo variaría con x.

El coeficiente de transferencia de calor promedio de un vapor puro saturado condensándose en el exterior de una esfera o de un tubo horizontal [consulte la

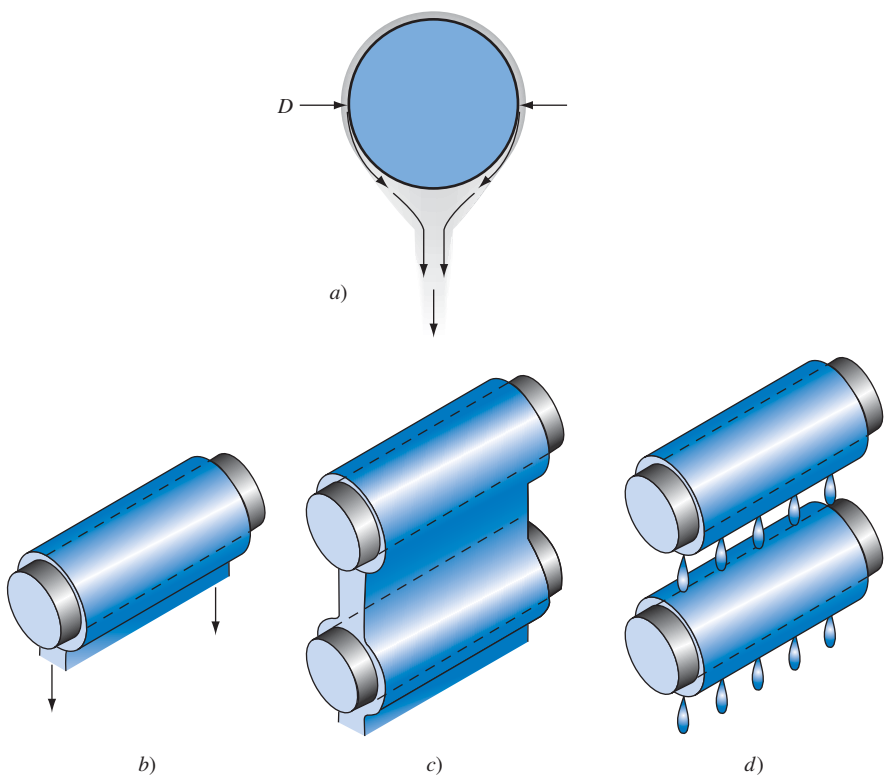


FIGURA 10.20 Condensación pelicular en *a*) una esfera, *b*) un tubo horizontal, *c*) un banco vertical de tubos horizontales con un película de condensado continua y *d*) un banco vertical de tubos horizontales con condensado goteando.

figura 10.20*a*) y *b*)] se puede evaluar mediante el método empleado para obtener la ecuación (10.21). Para un diámetro exterior D conduce a la ecuación

$$\bar{h}_c = c\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh'_{fg}k^3}{D\mu_l(T_{sv} - T_s)}\right]^{1/4} \tag{10.23}$$

donde $c = 0.815$ para una esfera y 0.725 para un tubo.

Si ocurre condensación en N tubos horizontales dispuestos de manera que la película de condensado de un tubo fluye directamente hacia el tubo de abajo [consulte la figura 10.20*c*)] el coeficiente de transferencia de calor promedio para el sistema se puede estimar remplazando el diámetro del tubo D en la ecuación (10.23) por DN. Este método en general producirá resultados conservadores debido a que el condensado no cae en láminas lisas de una fila a otra, sino que escurre de un tubo al otro, como se muestra en la figura 10.20*d*).

Chen [64] sugirió que puesto que la película de líquido está subenfriada, ocurre condensación adicional en la capa líquida entre los tubos. Suponiendo que todo el subenfriamiento se utiliza para condensación adicional, el análisis de Chen produce

$$\bar{h}_c = 0.728[1 + 0.2(N - 1)\text{Ja}]\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3h'_{fg}}{ND\mu_l(T_{sv} - T_s)}\right]^{1/4} \tag{10.24}$$

donde Ja se definió antes como $c_{pl}(T_{sv} - T_s)/h_{fg}$. Ja se denomina número de Jakob en honor del investigador alemán de transferencia de calor Max Jakob, quien realizó un trabajo innovador sobre los fenómenos de cambio de fase. Físicamente, Ja representa la relación del calor sensible máximo absorbido por el líquido al calor latente del líquido. Cuando Ja es pequeño, la absorción de calor latente domina y el factor de corrección se puede ignorar. La ecuación (10.24) concuerda razonablemente bien con resultados experimentales, siempre que $[(N - 1)\text{Ja}] < 2$.

En las ecuaciones anteriores el coeficiente de transferencia de calor estará en W/m^2 °C si las otras cantidades se evalúan en las unidades siguientes:

c_p = calor específico del vapor, J/kg °C
c_{pl} = calor específico del líquido, J/kg °C
k = conductividad térmica del líquido, W/m °C
ρ_l = densidad del líquido, kg/m^3
ρ_v = densidad del vapor, kg/m^3
g = aceleración de la gravedad, m/s^2
h_{fg} = calor latente de condensación o vaporización, J/kg
$h'_{fg} = h_{fg} + \frac{3}{8}c_{pl}(T_{sv} - T_s)$, J/kg
μ_l = viscosidad del líquido, N s/m^2
D = diámetro del tubo, m
L = longitud de la superficie plana, m
T_{sv} = temperatura del vapor saturado, °C
T_s = temperatura superficial de la pared, °C

Las propiedades físicas de la película de líquido en las ecuaciones (10.17) a (10.24) se deben evaluar a una temperatura pelicular efectiva $T_{\text{película}} = T_s + 0.25(T_{sv} - T_s)$ [19]. Cuando se utilizan de esta manera, las ecuaciones de Nusselt son satisfactorias para

estimar coeficientes de transferencia de calor para vapores en condensación. Datos experimentales concuerdan en general con la teoría de Nusselt cuando las condiciones físicas satisfacen las suposiciones inherentes en el análisis. Desviaciones de la teoría pelicular de Nusselt ocurren cuando el flujo de condensado se vuelve turbulento, cuando la velocidad del vapor es muy alta [65] o cuando se hace un esfuerzo especial para hacer la superficie no humectante. Todos estos factores tienden a incrementar los coeficientes de transferencia de calor y por tanto la teoría pelicular de Nusselt siempre produce resultados conservadores.

EJEMPLO 10.4 Se utilizará un tubo de 0.013 cm de diámetro exterior y 1.5 m de longitud para condensar vapor a 40 000 N/m^2, $T_{sv} = 349$ K. Estime los coeficientes de transferencia de calor para este tubo en *a*) la posición horizontal y *b*) la posición vertical. Suponga que la temperatura de pared del tubo promedio es 325 K.

SOLUCIÓN *a*) A la temperatura promedio de la película de condensado [$T_f = (349 + 325)/2 = 337$ K], los valores de las propiedades físicas pertinentes para el problema son:

$$k_l = 0.661 \text{ W/m K} \qquad \mu_l = 4.48 \times 10^{-4} \text{ N s/m}^2$$
$$\rho_l = 980.9 \text{ kg/m}^3 \qquad c_{pl} = 4184 \text{ J/kg K}$$
$$h_{fg} = 2.349 \times 10^6 \text{ J/kg} \qquad \rho_v = 0.25 \text{ kg/m}^3$$

Para el tubo en posición horizontal, se aplica la ecuación (10.23) y el coeficiente de transferencia de calor es

$$\bar{h}_c = 0.725\left[\frac{(980.9)(980.6)(9.81)(2.417 \times 10^6)(0.661)^3}{(0.013)(4.48 \times 10^{-4})(349 - 325)}\right]^{1/4}$$

$$= 10.680 \text{ W/m}^2\text{K}$$

b) En la posición vertical el tubo se puede tratar como una placa vertical de área πDL y de acuerdo con la ecuación (10.21), el coeficiente de transferencia de calor promedio es

$$\bar{h}_c = 0.943\left[\frac{(980.9)(980.6)(9.81)(2.417 \times 10^6)(0.661)^3}{(4.48 \times 10^{-4})(349 - 325)}\right]^{1/4}$$

$$= 4239 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Efecto de turbulencia pelicular Las correlaciones anteriores demuestran que para una diferencia de temperatura dada, el coeficiente de transferencia de calor promedio es considerablemente mayor cuando el tubo está colocado en una posición horizontal, donde la trayectoria del condensado es más corta y la película más delgada, que en una posición vertical, donde la trayectoria es más larga y la película más gruesa. Esta conclusión en general es válida cuando la longitud del tubo vertical es más de 2.87 veces el diámetro exterior, como se puede observar por una comparación de las ecuaciones (10.21) y (10.23). Sin embargo, estas ecuaciones se basan en la suposición de que el flujo de la película de condensado es laminar y en consecuencia no se aplican cuando el flujo de condensado es turbulento. El flujo turbulento difícilmente

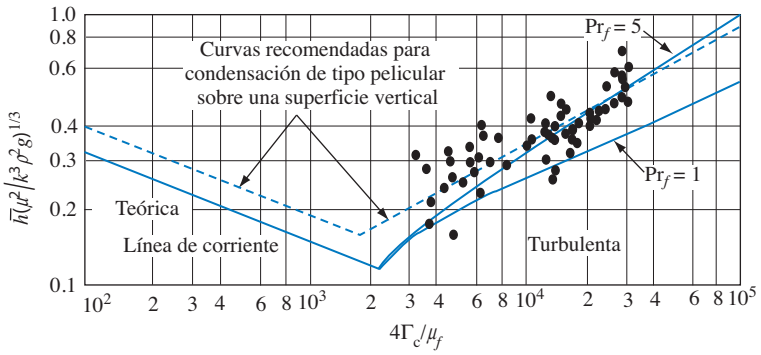


FIGURA 10.21 Efecto de la turbulencia en una película por transferencia de calor con condensación.

se alcanza en un tubo horizontal, pero se puede establecer sobre la parte inferior de una superficie vertical. Cuando ocurre, el coeficiente de transferencia de calor promedio se vuelve más grande a medida que horizontal la longitud de la superficie de condensación se aumenta debido a que el condensado ya no presenta una resistencia térmica como lo hace en flujo laminar. Este fenómeno es un tanto análogo al comportamiento de una capa límite.

Al igual que un fluido que circula sobre una superficie experimenta una transición de flujo laminar a turbulento, por lo que el movimiento del condensado se vuelve turbulento cuando su número de Reynolds excede un valor crítico de aproximadamente 2 000. El número de Reynolds de la película de condensado, Re_δ, cuando se basa en el diámetro hidráulico [ecuación (6.2)], se puede escribir como $\mathrm{Re}_\delta = (4A/P)\Gamma_c/\delta\mu_f$, donde P es el perímetro mojado, igual a πD para un tubo vertical y A es el área de la sección transversal del flujo, igual a $P\delta$. De acuerdo con un análisis de Colburn [66], el coeficiente de transferencia de calor local para flujo turbulento del condensado se puede evaluar con

$$h_{cx} = 0.056\left(\frac{4\Gamma_c}{\mu_f}\right)^{0.2}\left(\frac{k^3\rho^2 g}{\mu^2}\right)^{1/3}\mathrm{Pr}_f^{1/2} \tag{10.25}$$

Para obtener valores promedios del coeficiente de transferencia de calor, es necesaria la integración de h_x sobre la superficie utilizando la ecuación (10.18) para valores de $4\Gamma_c/\mu_f$ menores que 2 000 y la ecuación (10.25) para valores mayores que 2 000. Los resultados de esos cálculos para dos valores del número de Prandtl están trazados como líneas continuas en la figura 10.21, donde también se muestran [67] algunos datos experimentales obtenidos con difenil en flujo turbulento. La línea continua gruesa que también se muestra en la gráfica es una curva empírica recomendada por McAdams [21] para evaluar el coeficiente de transferencia de calor promedio de vapores individuales condensándose sobre superficies verticales.

EJEMPLO 10.5 Determine si el flujo de condensado del ejemplo 10.4 inciso *b*) es laminar o turbulento en el extremo inferior del tubo.

SOLUCIÓN El número de Reynolds del condensado en el extremo inferior del tubo se puede escribir con ayuda de la ecuación (10.14) con

$$\mathrm{Re}_\delta = \frac{4\Gamma_c}{\mu_l} = \frac{4\rho_l^2 g\delta^3}{3\mu_l^2}$$

Sustituyendo la ecuación (10.17) para δ se obtiene

$$\mathrm{Re}_\delta = \frac{4\rho_l^2 g}{3\mu_l^2}\left[\frac{4\mu_l k_l L(T_{sv} - T_s)}{g h_{fg}\rho_l^2}\right]^{3/4} = \frac{4}{3}\left[\frac{4k_l L(T_{sv} - T_s)\rho_l^{2/3} g^{1/3}}{\mu_l^{5/3} h'_{fg}}\right]^{3/4}$$

Insertando los valores numéricos del problema en la expresión anterior da

$$\mathrm{Re}_\delta = \frac{4}{3}\left[\frac{4(0.661)(1.5)(349 - 325)(980.9)^{2/3}(9.81)^{1/3}}{(4.48 \times 10^{-4})^{5/3}(2.417 \times 10^6)}\right]^{3/4} = 564$$

Como el número de Reynolds en el borde inferior del tubo es menor que 2 000, el flujo del condensado es laminar y el resultado obtenido con la ecuación (10.21) es válido.

Efecto de la alta velocidad del vapor Una de las aproximaciones hechas en la teoría pelicular de Nusselt es que el rozamiento friccional entre el condensado y el vapor es insignificante. Esta aproximación deja de ser válida cuando la velocidad del vapor es sustancial comparada con la velocidad del líquido en la interfaz vapor-condensado. Cuando el vapor fluye hacia arriba, agrega una fuerza de retardo al cortante viscoso y causa que aumente el espesor de la película. Con flujo de vapor hacia abajo, el espesor de la película disminuye y se pueden obtener coeficientes de transferencia de calor sustancialmente mayores que los pronosticados con la ecuación (10.21). Además, la transición de flujo laminar a turbulento ocurre a números de Reynolds del condensado del orden de 300 cuando la velocidad del vapor es alta. Carpenter y Colburn [68] determinaron los coeficientes de transferencia de calor para condensación de vapores puros y de varios hidrocarburos en un tubo vertical de 2.44 m de longitud y 1.27 cm de diámetro interior, con velocidades de entrada del vapor hasta de 152 m/s en la parte superior. Sus datos se correlacionan razonablemente bien mediante la ecuación

$$\frac{\bar{h}_c}{c_{pl}G_m}\,\mathrm{Pr}_l^{0.50} = 0.046\sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_v}f} \tag{10.26}$$

donde Pr_l = número de Prandtl del líquido
ρ_l = densidad del líquido, kg/m^3
ρ_v = densidad del vapor, kg/m^3
c_{pl} = calor específico del líquido, J/kg K
$\bar{h}_c$ = coeficiente de transferencia de calor promedio, W/m^2 K
f = coeficiente de fricción del tubo evaluado a la velocidad de vapor promedio = $\tau_w/[G_m^2/2\rho_v]$
τ_w = esfuerzo cortante en la pared, N/m^2
G_m = valor medio de la velocidad másica del vapor, kg/s m^2

El valor de G_m en la ecuación (10.26) se puede calcular con

$$G_m = \sqrt{\frac{G_l^2 + G_l G_2 + G_2^2}{3}}$$

donde G_1 = velocidad másica en la parte superior del tubo
G_2 = velocidad másica en la parte inferior del tubo

Todas las propiedades físicas del líquido en la ecuación (10.26) se tienen que evaluar a una temperatura de referencia igual a $0.25T_{sv} + 0.75T_s$. Estos resultados se pueden utilizar en general como una indicación de la influencia de la velocidad del vapor en el coeficiente de transferencia de calor de vapores en condensación cuando el vapor y el condensado fluyen en la misma dirección.

Soliman y colaboradores [69] modificaron los coeficientes numéricos en la ecuación (10.26) con base en la adición de datos:

$$\frac{\bar{h}_c}{c_{pl}G_m}\,\mathrm{Pr}_l^{0.35} = 0.036\sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_v}}f \tag{10.27}$$

El efecto de la velocidad del vapor en un tubo horizontal es complicado por la existencia de varios regímenes de flujo creados por la interacción de vapor y líquido dentro del tubo. Collier y Thome [24] tratan este problema en detalle.

Para condensación en el exterior del tubo horizontal cuando el efecto de la velocidad del vapor no se puede ignorar, Shekriladze y Gomelauri [70] desarrollaron la ecuación de correlación siguiente:

$$\bar{h}_c' = \left[\frac{1}{2}\bar{h}_s^2 + \left(\frac{1}{4}\bar{h}_s^4 + \bar{h}_c^4\right)^{1/2}\right]^{1/2} \tag{10.28}$$

donde $\bar{h}_c'$ es el coeficiente de transferencia de calor corregido por el efecto del cortante del vapor, $\bar{h}_c$ es el coeficiente de transferencia de calor sin corregir para condensación en tubos horizontales, la ecuación (10.23) y $\bar{h}_s$, la contribución del cortante del vapor al coeficiente de transferencia de calor, se calcula con

$$\frac{\bar{h}_s D}{k_l} = 0.9\left(\frac{\rho_l U_\infty D}{\mu_l}\right)^{0.5} \quad \text{para} \quad \frac{\rho_l U_\infty D}{\mu_l} < 10^6 \tag{10.29}$$

$$\frac{\bar{h}_s D}{k_l} = 0.59\left(\frac{\rho_l U_\infty D}{\mu_l}\right)^{0.5} \quad \text{para} \quad \frac{\rho_l U_\infty D}{\mu_l} > 10^6 \tag{10.30}$$

donde U_∞ es la velocidad del vapor al aproximarse al tubo.

Condensación de vapor sobrecalentado Aunque todas las ecuaciones anteriores se aplican estrictamente sólo a vapores saturados, también se pueden utilizar con precisión razonable para condensación de vapores sobrecalentados. Por tanto, la tasa de transferencia de calor de un vapor sobrecalentado a una pared a T_s será

$$q = A\bar{h}_c(T_{sv} - T_s) \tag{10.31}$$

donde $\bar{h}_c$ = valor promedio del coeficiente de transferencia de calor determinado a partir de una ecuación apropiada para la configuración geométrica con el mismo vapor en condiciones de saturación

T_{sv} = *temperatura de saturación* correspondiente a la presión prevaleciente en el sistema

10.4.2 Condensación en forma de gotas

Cuando un material superficial de condensación evita que el condensado humedezca la superficie, como en el caso para un recubrimiento metálico (no óxido), el vapor se condensará en gotas y no en una película continua [71]. Este fenómeno se conoce como *condensación en forma de gotas.* En estas condiciones, una gran

parte de la superficie no está cubierta por una película aislante y los coeficientes de transferencia de calor son de cuatro a ocho veces mayores que en la condensación en forma de película. La relación del flujo másico condensado para la condensación en forma de gotas, $\dot{m}_D$, desde el exterior de un tubo horizontal de diámetro D a la de la condensación pelicular, $\dot{m}_f$, se puede calcular [72] con

$$\frac{\dot{m}_D}{\dot{m}_f} = \left(\frac{\rho_l^2 D^2 g}{24.2 \mu_l \dot{m}_f} \right)^{1/9} \tag{10.32}$$

Para vapor a presión atmosférica y $\dot{m}_f = 0.014$ kg/m^2 s, la ecuación (10.32) pronostica una relación de 6.5.

Para calcular el coeficiente de transferencia de calor en la práctica, un enfoque conservador es suponer que se tiene condensación en forma de película ya que, incluso con vapor, la condensación en forma de gotas se puede esperar sólo en condiciones cuidadosamente controladas que no siempre se pueden mantener en la práctica [73, 74]. Sin embargo, la condensación en forma de gotas puede ser una técnica útil en el trabajo experimental cuando se desea reducir la resistencia térmica en un lado de una superficie hasta un valor despreciable.

10.5* Diseño de un condensador

La evaluación de los coeficientes de transferencia de calor de vapores en condensación, como se puede apreciar en las ecuaciones (10.21) a (10.23), presupone el conocimiento de la temperatura de la superficie de condensación. En problemas prácticos, esta temperatura en general no se conoce debido a que su valor depende de los órdenes de magnitud relativos de las resistencias térmicas en todo el sistema. El tipo de problema que suele encontrarse en la práctica ya sea el cálculo del desempeño para una pieza existente de equipo o bien el diseño de equipo para un proceso específico, requiere la evaluación simultánea de las resistencias térmicas en las superficies interior y exterior de un tubo o de la pared de un conducto. En la mayoría de los casos, la configuración geométrica se especifica, como en el caso de una pieza de equipo existente, o se supone, como en el diseño de equipo nuevo. Cuando se especifica la tasa de condensación deseada, el procedimiento habitual es estimar el área superficial total requerida y luego seleccionar una configuración adecuada para una combinación del tamaño y número de tubos que cumpla con la especificación preliminar del área. Después el cálculo del desempeño se puede hacer como si uno estuviera tratando con una pieza de equipo existente y después los resultados se pueden comparar con las especificaciones. El flujo de refrigerante suele determinarse por la caída de presión permisible o por el aumento de temperatura permisible. Una vez que se conoce el gasto, las resistencias térmicas del refrigerante y de la pared del tubo se pueden calcular sin dificultad. Sin embargo, el coeficiente de transferencia de calor del fluido en condensación depende de la temperatura superficial de condensación, que se puede calcular sólo después de conocer el coeficiente de transferencia de calor. Por tanto, se requiere una solución de prueba y error. Ya sea que se suponga una temperatura superficial o, si es más conveniente, si se estima el coeficiente de transferencia de calor en el lado en condensación y se calcula la temperatura superficial correspondiente. Con esta primera aproximación de la temperatura superficial,

después se vuelve a calcular el coeficiente de transferencia de calor y se compara con el valor supuesto. Suele ser suficiente hacer una segunda aproximación para obtener resultados satisfactorios.

Los órdenes de magnitud de los coeficientes de transferencia de calor para varios vapores que se dan en la tabla 10.5 ayudarán en las estimaciones iniciales y reducirán la cantidad de pruebas y errores. Se observa que para vapor la resistencia térmica es muy pequeña, en tanto que para vapores orgánicos es del mismo orden de magnitud que la resistencia presentada al flujo de calor por el agua a un número de Reynolds turbulento bajo. En la industria de refrigeración y en algunos procesos químicos, se han utilizado tubos con aletas para reducir la resistencia térmica en el lado en condensación. En la referencia [76] se presenta un método para tratar la condensación de tubos con aletas y bancos de tubos. Cuando se tienen que hacer cálculos repetidos del coeficiente de transferencia de calor para condensación de vapores puros, es conveniente utilizar las gráficas de alineación ideadas por Chilton, Colburn, Genereaux, Vernon y reproducidas en McAdams [21].

Mezclas de vapores y gases no condensables El análisis de un sistema de condensación que contiene una mezcla de vapores o un vapor puro mezclado con gas no condensable es considerablemente más complicado que el análisis de un sistema de vapor puro. La presencia de cantidades apreciables de un gas no condensable, en general, reducirá la tasa de transferencia de calor. Si se desean tasas altas de transferencia de calor, se considera buena práctica ventilar el gas no condensable, que de lo contrario cubrirá la superficie de enfriamiento e incrementará considerablemente la resistencia térmica. Los gases no condensables también inhiben la transferencia de masa al presentar una resistencia difusional. Un tratamiento completo de problemas que comprenden condensación de mezclas está más allá del alcance de este libro, por lo que al lector se le refiere a McAdams [21] para un resumen completo de la información disponible sobre este tema.

TABLA 10.5 Valores aproximados de coeficientes de transferencia de calor para condensación de vapores puros

Vapor	Sistema	Intervalo aproximado de $(T_{sv} - T_s)$ (K)	Intervalo aproximado del coeficiente de transferencia de calor promedio (W/m² K)
Vapor de agua	Tubos horizontales, 2.5-7.5 cm de diámetro exterior	3-22	11 400-22 800
Vapor de agua	Superficie vertical 3.1 de altura	3-22	5700-11 400
Etanol	Superficie vertical 0.15 de altura	11-55	1100-1900
Benceno	Tubos horizontales, 2.5 cm de diámetro exterior	17-44	1400-2000
Etanol	Tubos horizontales, 5 cm de diámetro exterior	6-22	1700-2600
Amoniaco	Horizontal región anular de 5 a 7.5 cm	1-4	1400-2600[a]

[a] Coeficiente de transferencia de calor global U para velocidades entre 1.2 y 24 m/s [75] dentro del tubo.

10.6* Tubos de calentamiento

Uno de los objetivos principales de los sistemas de conversión de energía es transferir energía de un receptor a alguna otra ubicación donde se puede utilizar para calentar un fluido de trabajo. El tubo de calentamiento es un dispositivo nuevo que puede transferir grandes cantidades de calor a través de áreas superficiales pequeñas con diferencias de temperatura pequeñas. El método de operación en un tubo de calentamiento se muestra en la figura 10.22. El dispositivo consiste en un tubo circular con una capa anular de material de mecha que cubre el exterior. El núcleo del sistema es hueco en el centro para permitir que el fluido de trabajo pase libremente del extremo de adición de calor a la izquierda al extremo de rechazo de calor a la derecha. El extremo de adición de calor es equivalente a un evaporador y el extremo de rechazo de calor corresponde a un condensador. El condensador y el evaporador están conectados por una sección aislada de longitud L. El líquido pasa a través del material de mecha por acción capilar y cuando el calor se agrega al extremo evaporador del tubo de calentamiento, el líquido se vaporiza en el material de mecha y se mueve a través del núcleo central hacia el extremo condensador, donde el calor se remueve. Después, el vapor se condensa de nuevo en el material de mecha y el ciclo se repite.

Una gran variedad de combinaciones de fluido y material del tubo se han utilizado en tubos de calentamiento. En la tabla 10.6 se dan algunas combinaciones comunes de fluido y material, así como los intervalos de temperatura sobre los que pueden operar. La cuarta y quinta columnas de la lista en la tabla corresponden a flujos de calor axiales medidos y flujos de calor superficiales medidos y es aparente que se pueden obtener flujos de calor muy altos [78, 79].

Con objeto de que funcione un tubo de calentamiento, la carga de bombeo capilar máxima $(\Delta p_c)_{máx}$, debe superar la caída de presión total en el tubo de calentamiento. Esta caída de presión consta de tres partes:

1. La caída de presión requerida para regresar el líquido del condensador al evaporador, Δp_e
2. La caída de presión requerida para mover el vapor del evaporador al condensador, Δp_v
3. La carga potencial debida a la diferencia en elevación entre el evaporador y el condensador, Δp_g

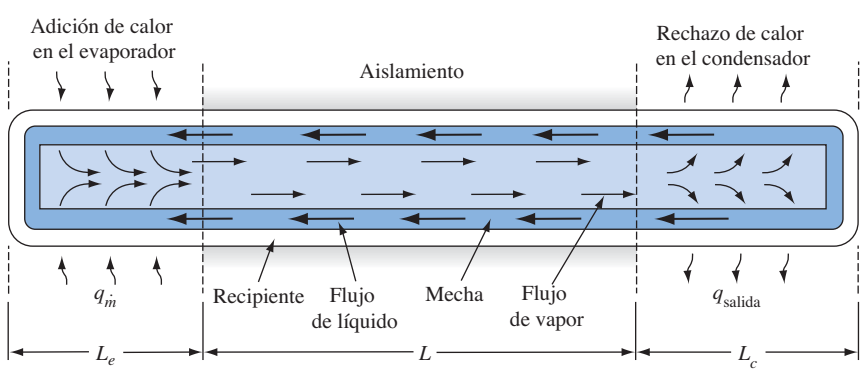


FIGURA 10.22 Diagrama esquemático de un tubo de calentamiento y los mecanismos de flujo asociados.

TABLA 10.6 Algunas características de operación comunes de tubos de calentamiento

Intervalo de temperatura (K)	Fluido de trabajo	Material del recipiente	Flujo de calor axial medido[a] (W/cm²)	Flujo de calor superficial medido[a] (W/cm²)
230-400	Metanol[b]	Cobre, níquel, acero inoxidable	0.45 a 373 K	75.5 a 373 K
280-500	Agua	Cobre, níquel	0.67 a 473 K	146 a 443 K
360-850	Mercurio[c]	Acero inoxidable	25.1 a 533 K	181 a 533 K
673-1073	Potasio	Níquel, acero inoxidable	5.6 a 1023 K	181 a 1023 K
773-1173	Sodio	Níquel, acero inoxidable	9.3 a 1123 K	224 a 1033 K

[a]Varía con la temperatura.

[b]Utilizando empaquetamiento arterial roscado.

[c]Basado en el límite sónico del tubo de calentamiento.

Fuente: Resumidas de Dutcher y Burke [77].

Por tanto, la condición para el equilibrio de presión se puede expresar en la forma

$$(\Delta p_c)_{\text{máx}} \geq \Delta p_e + \Delta p_v + \Delta p_g \tag{10.33}$$

Si esta condición no se cumple, la mecha se secará en la región del evaporador y el tubo de calentamiento dejará de funcionar.

La caída de presión en el líquido en flujo a través de una mecha homogénea se puede calcular a partir de la relación empírica

$$\Delta p_e = \frac{\mu_l L_{\text{ef}}\, \dot{m}}{\rho_l K_w A_w} \tag{10.34}$$

donde μ_l = viscosidad del líquido
$\dot{m}$ = flujo másico
ρ_l = densidad del líquido
A_w = área de sección transversal de la mecha
K_w = permeabilidad de la mecha o factor de mecha
L_{ef} = longitud efectiva entre el evaporador y el condensador, dada por

$$L_{\text{ef}} = L + \frac{L_e + L_c}{2} \tag{10.35}$$

donde L_e = longitud del evaporador
L_c = longitud del condensador

La caída de presión a través de mechas longitudinales ranuradas o de mechas compuestas se puede obtener mediante modificaciones menores de la ecuación (10.34), como se muestra en la referencia [78].

La caída de presión del vapor suele ser pequeña comparada con la pérdida de presión del líquido. En tanto que la velocidad del vapor sea pequeña comparada con la velocidad del sonido, digamos menor que 30%, se pueden ignorar los efectos de compresibilidad y calcular la pérdida de presión viscosa Δp_v de relaciones de flujo incompresible. Para flujo laminar en estado permanente (consulte el capítulo 6):

$$\Delta p_v = f\frac{L_{\text{ef}}}{D}\rho\bar{u}^2 = \frac{64\mu_v \dot{m} L_{\text{ef}}}{\rho_v \pi D_v^4} \tag{10.36}$$

donde D_v es el diámetro interior de la mecha en contacto con el vapor y el subíndice v denota propiedades del vapor.

Además de la caída viscosa, es necesaria una fuerza de presión para acelerar el vapor entrante de la sección del evaporador a su velocidad axial, pero la mayor parte de esta pérdida se vuelve a ganar en el condensador, donde el vapor se lleva al reposo. Un tratamiento más detallado de la pérdida de presión del vapor, incluyendo la recuperación de la presión en el evaporador, se puede consultar en la referencia [78].

La diferencia de presión debida a la carga hidrostática o potencial del líquido puede ser positiva, negativa o cero, dependiendo de las posiciones relativas del evaporador y del condensador. La diferencia de presión Δp_g está dada por

$$\Delta p_g = \rho_l g L \operatorname{sen} \phi \tag{10.37}$$

donde ϕ es el ángulo entre el eje del tubo de calentamiento y la horizontal (positivo cuando el evaporador está arriba del condensador).

La fuerza propulsora en la mecha es el resultado de la tensión superficial. La tensión superficial es una fuerza que resulta de un desequilibrio de las atracciones naturales entre un conjunto homogéneo de moléculas. Por ejemplo, una molécula cerca de la superficie de un líquido experimentará una fuerza dirigida hacia dentro debido a la atracción de moléculas circundantes ubicadas debajo de ella. Una de las consecuencias de la tensión superficial es que la presión sobre una superficie cóncava es menor que sobre una superficie convexa. La diferencia de presión resultante Δp está relacionada con la tensión superficial σ_l y el radio de curvatura r_c. Para una superficie hemisférica, la acción de la fuerza de tensión alrededor de la circunferencia es igual a $2\pi r_c \sigma_l$, y está equilibrada por una fuerza de presión sobre la superficie igual a $\Delta p \pi r_c^2$. De aquí,

$$\Delta p = \frac{2\sigma_l}{r_c} \tag{10.38}$$

Otra ilustración de la tensión superficial se puede observar cuando un tubo capilar se coloca verticalmente en un fluido humectante; el fluido subirá en el tubo debido a la acción capilar, como se muestra en la figura 10.23. Entonces, un balance de presión da

$$\Delta p_c = \rho_l g h = \frac{2\sigma_l}{r_c} \cos \theta \tag{10.39}$$

donde θ es el ángulo de contacto, que varía entre 0 y $\pi/2$ para fluidos humectantes. Para un fluido humectante, θ es mayor que $\pi/2$, y el nivel de líquido en el tubo

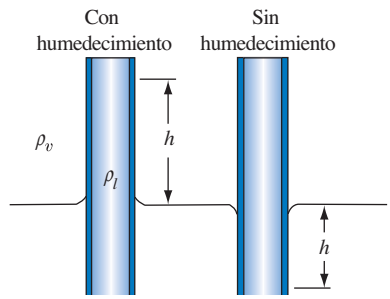


FIGURA 10.23 Ascenso capilar en un tubo.

capilar estará por debajo de la superficie. De aquí, para obtener una fuerza capilar propulsora sólo se pueden utilizar fluidos humectantes en tubos de calentamiento.

Sustituyendo las ecuaciones (10.34), (10.36), (10.37) y (10.39) para los términos de presión en la relación para el equilibrio dinámico, ecuación (10.33), se obtiene uno de los criterios clave de tubos de calentamiento:

$$\frac{2\sigma_l \cos\theta}{r_c} = \frac{\mu_l L_{\text{ef}}\ \dot{m}}{\rho_l K_w A_w} + \frac{64\mu_v \dot{m} L_{\text{ef}}}{\rho_r \pi D_v^4} + \rho_l g L_{\text{ef}}\ \text{sen}\,\phi \tag{10.40}$$

Si $(64\mu_v/\rho_v \pi D_v^4) \ll (\mu_l/\rho_l K_w A_w)$ la caída de presión del vapor es insignificante y el segundo término en la ecuación (10.33) se puede omitir en un diseño preliminar.

La capacidad de transporte de calor máxima de un tubo de calentamiento debida a limitaciones de la mecha está dada por la relación

$$q_{\text{máx}} = \dot{m}_{\text{máx}}\, h_{fg} \tag{10.41}$$

donde $\dot{m}_{\text{máx}}$ se puede obtener con la ecuación (10.40). Suponiendo que $\cos\theta = 1$ y una caída de presión del flujo de vapor insignificante, se puede despejar $\dot{m}_{\text{máx}}$ y combinar el resultado con la ecuación (10.41) para obtener la expresión siguiente para la capacidad de transporte de calor máxima:

$$q_{\text{máx}} = \left(\frac{\rho_l \sigma_l h_{fg}}{\mu_l}\right)\left(\frac{A_w K_w}{L_{\text{ef}}}\right)\left(\frac{2}{r_c} - \frac{\rho_l g L_{\text{ef}}\ \text{sen}\,\phi}{\sigma_l}\right) \tag{10.42}$$

En la ecuación anterior todos los términos entre el primer paréntesis $(\rho_l \sigma_l h_{fg}/\mu_l)$ son propiedades del fluido de trabajo. Este grupo se conoce como la figura de mérito M:

$$M = \frac{\rho_l \sigma_l h_{fg}}{\mu_l} \tag{10.43}$$

y está trazada en la figura 10.24 como una función de la temperatura para una variedad de fluidos de tubos de calentamiento.

Las propiedades geométricas de la mecha son funciones de A_w, K y r_c. En la tabla 39 del apéndice se encuentran datos para el tamaño del poro y de la permeabilidad para algunos materiales de la mecha y tamaños de malla, que se pueden utilizar para un diseño preliminar como se muestra en el ejemplo 10.6, página 682.

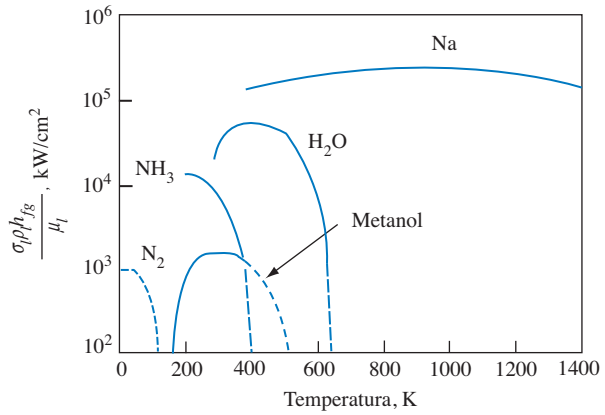


FIGURA 10.24 Figura de mérito de varios fluidos de trabajo de tubos de calentamiento como una función de la temperatura.

Una correlación muy utilizada entre la transferencia de calor máxima alcanzable por un tubo de calentamiento y sus dimensiones dominantes y parámetros de operación es

$$q_{\text{máx}} = \frac{A_w h_{fg} g \rho_l^2}{\mu_l} \left(\frac{l_w K_w}{L_{\text{ef}}} \right) \tag{10.44}$$

donde A_w = área de sección transversal de la mecha
g = aceleración de la gravedad
h_{fg} = calor de vaporización del líquido
ρ_l = densidad del líquido
μ_l = viscosidad del líquido
l_w = altura del fluido absorbido en la mecha

La altura de la mecha está dada por

$$l_w = \frac{2\sigma_l}{r_c \rho_l g} \tag{10.45}$$

donde σ_l = tensión superficial
r_c = radio efectivo del poro

La altura máxima de la mecha con sodio como el fluido de trabajo es aproximadamente de 38.5 cm, que se calcula suponiendo un diámetro efectivo del poro de 8.6×10^{-3} cm. Esto es común para una malla hecha con ocho alambres de 4.1×10^{-3} cm de diámetro por milímetro cuadrado.

Los parámetros más dominantes que afectan la capacidad de transferencia de potencia total son el área de la mecha, la altura efectiva de la mecha y la longitud del tubo de calentamiento. Para cualquier altura de mecha efectiva, se puede seleccionar un área de la mecha para lograr la transferencia de potencia total deseada si la temperatura de operación así como las caídas de temperatura en la sección del evaporador y en la sección del condensador se pueden seleccionar con libertad. Sin embargo, cuando existe un límite para la temperatura de operación superior así como para la temperatura del tubo de calentamiento en la sección del condensador, el espesor de la mecha se podría determinar mediante estas consideraciones de temperatura. En general, las caídas de temperatura y la temperatura de operación aumentan al incrementar el espesor de la mecha. Si el espesor de la mecha se basa en consideraciones de temperatura y de caída de temperatura, se determina la longitud del tubo de calentamiento máxima para una transferencia de potencia dada.

Si bien un tubo de calentamiento se comporta como una estructura de conductancia térmica muy alta, tiene limitaciones de transferencia de calor que se rigen por ciertos principios de mecánica de fluidos. Los efectos posibles de estas limitaciones en la capacidad de un tubo de calentamiento con un fluido de trabajo de metal líquido se muestran en la figura 10.25. A continuación se analizan las limitaciones individuales indicadas en la figura.

10.6.1 Limitación sónica

Cuando el calor se transfiere de la sección del evaporador de un tubo de calentamiento a la sección del condensador, la tasa de transferencia de calor q entre las dos secciones está dada por

$$q = \dot{m}_v h_{fg} \tag{10.46}$$

donde $\dot{m}_v$ es la tasa de flujo másico de vapor a la salida del evaporador y h_{fg} es el calor latente del fluido. Debido a que la energía latente del fluido de trabajo se utiliza

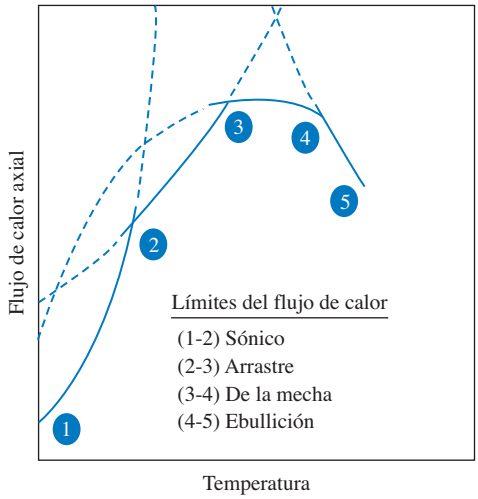


FIGURA 10.25 Limitaciones del transporte de calor en un tubo de calentamiento.

en vez de su capacidad térmica, se pueden lograr tasas de transferencia de calor grandes con un flujo másico relativamente pequeño. Además, si el calor se transfiere por un vapor de alta densidad/baja velocidad, la transferencia es casi isotérmica debido a que sólo se necesitan gradientes de presión pequeños para mover el vapor.

Para mostrar el efecto de la densidad y velocidad del vapor en la transferencia de calor, la ecuación (10.46) se puede modificar utilizando la ecuación de continuidad

$$\dot{m}_v = \bar{\rho}_v \bar{u} A_v \tag{10.47}$$

donde $\bar{\rho}_v$ es la densidad radial promedio del vapor a la salida del evaporador y A_v el área de sección transversal del pasaje de vapor. Al combinar las ecuaciones (10.46) y (10.47) y reacomodando términos, el resultado es

$$\frac{q}{A_v} = \bar{\rho}_v \bar{u} h_{fg} \tag{10.48}$$

donde q/A_v es el flujo de calor axial basado en el área de sección transversal del pasaje de vapor.

La ecuación (10.48) muestra que el flujo de calor axial en un tubo de calentamiento se puede mantener constante y que el entorno del condensador se puede ajustar para disminuir la presión, temperatura y densidad del valor hasta que el flujo a la salida del evaporador se vuelva sónico. Una vez que esto ocurre, los cambios de presión en el condensador no se transmitirán al evaporador. Esta condición limitante sónica está representada en la figura 10.25 por la curva continua entre los puntos 1 y 2. Algunos valores de los límites de flujo de calor sónico como una función de la temperatura a la salida del evaporador se dan en la tabla 10.7 para Cs, K, Na y Li.

Aunque los tubos de calentamiento no suelen operarse en flujo sónico, esas condiciones se han encontrado durante el arranque con los fluidos de trabajo que aparecen en la tabla 10.7. Las temperaturas durante esos arranques siempre son mayores al inicio del evaporador del tubo de calentamiento que a la salida del evaporador.

TABLA 10.7 Limitaciones sónicas de fluidos de trabajo en tubos de calentamiento

Temperatura a la salida del evaporador (°C)	Límites del flujo de calor (kW/cm²)			
	Cs	K	Na	Li
400	1.0	0.5		
500	4.6	2.9	0.6	
600	14.9	12.1	3.5	
700	37.3	36.6	13.2	
800			38.9	1.0
900			94.2	3.9
1000				12.0
1100				31.1
1200				71.0
1300				143.8

10.6.2 Limitación de arrastre

En general, las limitaciones sónicas justo analizadas no ocasionan secado de la mecha con el sobrecalentamiento concurrente del evaporador. De hecho, con frecuencia evitan la aparición de otras limitaciones durante el arranque. Sin embargo, si se permite que la densidad del vapor aumente sin una disminución acompañante en la velocidad, una cantidad de líquido del sistema de retorno de la mecha puede ser arrastrado. El inicio del arrastre se puede expresar en términos de un número de Weber,

$$\frac{\rho_v \bar{u}^{-2} L_c}{2\pi\sigma_l} = 1 \tag{10.49}$$

donde L_c es la longitud característica que describe el tamaño del poro. La ecuación (10.49) simplemente expresa la relación de las fuerzas inerciales del vapor a las fuerzas de tensión superficial. Cuando esta relación sobrepasa la unidad, se desarrolla una condición que es muy similar a la de un cuerpo de agua agitado por vientos a alta velocidad en olas que se propagan hasta que el líquido es arrancado de sus crestas. Una vez que inicia el arrastre en un tubo de calentamiento, la circulación del fluido aumenta hasta que la trayectoria de retorno del líquido no puede dar cabida al flujo incrementado. Esto causa secado y sobrecalentamiento del evaporador.

Puesto que la longitud de onda de las perturbaciones en la interfaz líquido-vapor en un tubo de calentamiento se determina por la estructura de la mecha, el límite de arrastre se puede estimar combinando las ecuaciones (10.48) y (10.49) para dar

$$\frac{q}{A_v} = h_{fg}\left(\frac{\lambda\pi\sigma_l\rho_v}{L_c}\right)^{1/2} \tag{10.50}$$

Luego la ecuación (10.50) se puede utilizar para obtener el tipo de curva representada por la línea continua entre los puntos 1 y 2 de la figura 10.25.

10.6.3 Limitación de la mecha

La circulación de fluido en un tubo de calentamiento se mantiene por fuerzas capilares que se desarrollan en la estructura de la mecha en la interfaz líquido-vapor. Estas fuerzas equilibran las pérdidas de presión debidas al flujo en las fases líquida y de vapor; se manifiestan como muchos meniscos que permiten que la presión en el vapor sea mayor que la del líquido adyacente en todas las partes del sistema. Cuando un menisco común

se caracteriza por dos radios de curvatura principales (r_1 y r_2), la caída de presión ΔP_c a través de la superficie del líquido está dada por

$$\Delta P_c = \sigma\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \tag{10.51}$$

Estos radios, que son más pequeños en el extremo del evaporador de un tubo de calentamiento, se vuelven aún menores conforme se aumenta la tasa de transferencia de calor. Si el líquido humedece perfectamente la mecha, los radios se definirán exactamente por el tamaño del poro de la mecha cuando se alcance un límite de transferencia de calor. Cualquier aumento en la transferencia de calor causará que el líquido se retraiga hacia la mecha y en el extremo del evaporador del sistema habrá secado y sobrecalentamiento.

Como se indica por la ecuación (10.51), la fuerza capilar en un tubo de calentamiento se puede aumentar disminuyendo el tamaño de los poros de la mecha que están expuestos al flujo de valor. Sin embargo, si el tamaño de los poros también se disminuye en el resto de la mecha, el límite de la mecha en realidad podría reducirse debido a la caída de presión aumentada en la fase líquida. Esto se muestra mediante la *ecuación de Poiseuille's* para la caída de presión a través de un tubo capilar:

$$\Delta P_e = \frac{8\mu \dot{m}_l L}{\pi r^4 \rho} \tag{10.52}$$

donde μ es la viscosidad del líquido, $\dot{m}_l$ es el flujo másico del líquido, r es el radio del tubo, ρ es la densidad del líquido y L es la longitud del tubo.

La ecuación (10.52) se puede modificar para obtener la caída de presión del líquido a una tasa de transferencia de calor particular q para varias estructuras de la mecha. Las ecuaciones en la figura 10.26 dan la caída de presión para las estructuras de la mecha que se muestran.

Aunque el sistema arterial de la mecha parece ideal, requiere una red capilar adicional para distribuir el líquido sobre superficies que se utilizan para adición y remoción de calor. Debido a esta complicación, las arterias suelen reservarse para sistemas donde la ebullición es probable que ocurra dentro de la mecha si la masa de la red de retorno de líquido se ubica en la trayectoria del calor de entrada. Las consecuencias de esa forma de ebullición se analizan más adelante.

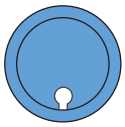
La ecuación (10.52*b*) en esencia es la misma que la ecuación (10.52*c*), excepto que comprende un número de canales, N, y un radio de canal efectivo r_e, que se obtiene a partir del diámetro hidráulico:

$$\frac{D_H}{2} = r_e = 2\left(\frac{\text{área de flujo}}{\text{perímetro mojado}}\right)$$

Aun cuando los canales abiertos se someten a una interacción de vapor y líquido que ocasiona olas, pero no arrastre de líquido, la interacción se puede suprimir cubriendo los canales con una capa de malla fina. Como la malla se ubica en la interfaz de líquido y vapor, los poros finos de la malla proporcionan fuerzas capilares grandes para la circulación del fluido, en tanto que los canales proporcionan una trayectoria de flujo menos restrictiva para el retorno del líquido. Este tipo general de estructura se denomina *mecha compuesta*.

Todas las mechas compuestas de malla se pueden hacer colocando una malla fina alrededor de un mandril, seguida de una segunda capa de malla gruesa. El ensamble se puede colocar en un tubo contenedor, cuyo diámetro se ensancha hasta

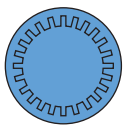
Arteria



a)

$$\Delta P_L = \frac{8\mu q L_{\text{ef}}}{\pi r^4 \rho h_{fg}} \qquad \textbf{(10.52}a\textbf{)}$$

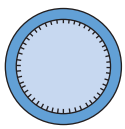
Canales



b)

$$\Delta P_L = \frac{8\mu q L_{\text{ef}}}{\pi r_e^4 \rho h_{fg}} \qquad \textbf{(10.52}b\textbf{)}$$

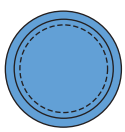
Malla



c)

$$\Delta P_L = \frac{b\mu q L_{\text{ef}}}{\pi (R_w^2 - R^2) \varepsilon r_c^2 \rho h_{fg}} \qquad \textbf{(10.52}c\textbf{)}$$

Región anular concéntrica



d)

$$\Delta P_L = \frac{12\mu q L_{\text{ef}}}{\pi D w^3 \rho h_{fg}} \qquad \textbf{(10.52}d\textbf{)}$$

Región anular en forma de cuarto creciente

e)

$$\Delta P_L = \frac{4.8\mu q L_{\text{ef}}}{\pi D w^3 \rho h_{fg}} \qquad \textbf{(10.52}e\textbf{)}$$

FIGURA 10.26
Secciones transversales de varias estructuras de mechas.

Las cantidades en las ecuaciones anteriores se definen como sigue:

L_{ef} = longitud efectiva del tubo de calentamiento
r_e = radio efectivo del canal
N = número de canales
b = factor de sinuosidad del la malla
R_w = radio exterior de la estructura de la malla
R = radio del pasaje de vapor
ε = fracción de vacíos de la malla
r_c = radio efectivo de las aberturas de la malla
D = diámetro medio de la región anular
w = ancho de la región anular

que la pared interna hace contacto con la malla gruesa. Entonces es posible determinar la cantidad $b/\varepsilon r_c^2$ en la ecuación (10.52*c*) mediante mediciones del flujo de líquido a través de la malla antes de que se remueva el mandril.

Un sistema de malla ideal para fluidos de trabajo compuestos por metales líquidos, consiste en un tubo poroso interior separado de un tubo contenedor exterior por un espacio libre que proporciona una región anular sin obstrucciones para el retorno del líquido. La caída de presión en una región anular concéntrica se obtiene derivando la ecuación de Poiseuille para flujo entre dos placas paralelas. Aunque no es tan precisa como la ecuación para el flujo entre cilindros concéntricos, es más fácil

de manejar y es muy precisa siempre que el ancho de la región anular sea pequeño comparado con su diámetro medio. La ecuación (10.52*e*) para una región anular en forma de media luna se obtiene suponiendo que el desplazamiento obedece una función coseno, el ancho de la región anular se duplica en la parte superior del tubo, se vuelve cero en la parte inferior y permanece sin cambio en los lados.

En la figura 10.25, la limitación de la malla está representada por la línea continua entre los puntos 3 y 4. Aun cuando esta limitación se muestra que ocurre a temperaturas donde esencialmente toda la caída de presión es en la fase líquida, el efecto de una caída de presión de vapor significativa se indica por la línea de extensión discontinua a temperaturas bajas.

10.6.4 Limitaciones en la ebullición

En la mayor parte de los sistemas de flujo bifásico la formación de burbujas de vapor en la fase líquida (ebullición) mejora la convección, lo que se requiere para la transferencia de calor. La ebullición con frecuencia es difícil de producir en sistemas de metal líquido debido a que el líquido tiende a llenar los sitios de nucleación necesarios para la formación de burbujas. En un tubo de calentamiento, la convección en el líquido no se requiere debido a que el calor entra al tubo por conducción a través de un empaquetamiento delgado y saturado. Además, la formación de burbujas de vapor es indeseable ya que podrían causar zonas calientes y destruir la acción de la malla. Por tanto, los tubos de calentamiento suelen calentarse isotérmicamente antes de utilizarlos para permitir que el líquido moje la pared interior del tubo de calentamiento y para llenar todos los sitios de nucleación, excepto los más pequeños.

La ebullición puede suceder a flujos de calor de entrada alta y a temperaturas de operación altas. La curva entre los puntos 4 y 5 en la figura 10.25 se basan en las ecuaciones:

$$p_i - p_l = \frac{2\sigma}{r} \tag{10.53}$$

$$\frac{q}{A} = \frac{k(T_w - T_v)}{t} \tag{10.54}$$

donde p_i es la presión de valor dentro de la burbuja, p_l la presión en el líquido adyacente, r el radio del sitio de nucleación más grande, A el área de entrada de calor, k la conductividad térmica efectiva de la mecha saturada, T_w la temperatura en la pared interior, T_v la temperatura en la interfaz líquido-vapor y t el espesor de la primera capa en la malla [78].

Como los tamaños de los sitios de nucleación en un sistema suelen desconocerse, no es posible pronosticar cuándo ocurrirá la ebullición. Sin embargo, las ecuaciones (10.53) y (10.54) muestran cómo varios factores influyen en la ebullición. Por ejemplo, si los sitios de nucleación son pequeños, se requerirá de una gran diferencia de presión para que crezcan burbujas. Para una entrada de flujo de calor dado, esta diferencia de presión dependerá del espesor y de la conductividad térmica de la mecha, de la temperatura de saturación del vapor y de la caída de presión en las fases de vapor y líquida. Esta caída de presión a menudo se pasa por alto debido a que no es un factor en el tratamiento ordinario de la ebullición.

La ebullición no es una limitación con metales líquidos, pero cuando se utiliza agua como el fluido de trabajo, la ebullición puede ser una limitante importante en la transferencia de calor ya que la conductividad térmica del fluido es baja y debido a que no llena fácilmente los sitios de nucleación. Por desgracia, se dispone de poca información con respecto a esta limitación.

EJEMPLO 10.6 Determine la capacidad de transporte de calor máxima y la tasa de flujo de calor de un tubo de calentamiento de agua que funciona a 100 °C y a presión atmosférica. La longitud del tubo de calentamiento es de 30 cm y su diámetro interior es de 1 cm. El tubo de calentamiento está inclinado a 30° con el evaporador que se encuentra arriba del condensador. La mecha consta de cuatro capas de malla 250 (diámetro del alambre de 0.045 mm) de fósforo-bronce en la superficie interna del tubo, como se muestra en la figura 10.26*a*).

SOLUCIÓN La relación del equilibrio de presión para evitar el secado es

$$(\Delta p_c)_{\text{máx}} \geq \Delta p_l + \Delta p_v + \Delta p_g$$

Como primera aproximación en el análisis se ignorará la caída de presión de vapor Δp_v. Sustituyendo de la ecuación (10.39) el valor de la carga de bombeo capilar Δp_c y de las ecuaciones (10.34) y (10.37) los valores de la caída de presión de líquido Δp_l y del calor gravitacional Δp_g, respectivamente, da

$$\frac{2\sigma_l \cos\theta}{r_c} = \frac{\mu_l q L_{\text{ef}}}{\rho_l h_{fg} A_w K_w} + \rho_l g L_{\text{ef}} \operatorname{sen}\phi$$

El área de la mecha A_w es de aproximadamente:

$$\begin{aligned} A_w &= \pi D t = \pi(1\text{ cm})(4)(0.0045\text{ cm}) \\ &= 0.057\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

donde t es el espesor de las cuatro capas de la malla de alambre. La longitud de flujo efectiva L_{ef} es de aproximadamente 0.30 m. De la tabla 39 del apéndice 2 el radio del poro r_c es 0.002 cm y la permeabilidad K es 0.3×10^{-10} m^2. Las propiedades del agua a 100 °C son, de la tabla 13 del apéndice 2 y de la tabla 10.2,

$$\begin{aligned} h_{fg} &= 2.26 \times 10^6\text{ J/kg} \\ \rho_l &= 958\text{ kg/m}^3 \\ \mu_l &= 279 \times 10^{-6}\text{ N s/m}^2 \\ \sigma_l &= 58.9 \times 10^{-3}\text{ N/m} \end{aligned}$$

El flujo másico de líquido máximo a través de la malla se puede obtener de la ecuación de equilibrio de presión. Suponiendo que se tiene un humedecimiento perfecto con $\theta - 0$, sustituyendo $\dot{m}_{\text{máx}} h_{fg}$ para $q_{\text{máx}}$, y despejando $\dot{m}_{\text{máx}}$ se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{m}_{\text{máx}} &= \left(\frac{2\sigma_l}{r_c} - \rho_l g L_{\text{ef}} \operatorname{sen}\phi\right) \frac{\rho_l h_{fg} 4_w K}{\mu_l L_{\text{ef}} h_{fg}} \\ &= \left[\frac{2 \times 58.9 \times 10^{-3}\text{ N/m}}{0.002 \times 10^{-2}\text{ m}} - (958\text{ kg/m}^3)(9.81\text{ m/s}^2)(0.30\text{ m})(0.5)\right] \\ &\quad \times \left[\frac{(958\text{ kg/m}^3)(0.057 \times 10^{-4}\text{ m}^2)(0.3 \times 10^{-10}\text{ m}^2)}{(279 \times 10^{-6}\text{ N s/m}^2)(0.30\text{ m})}\right] \\ &= 9.0 \times 10^{-6}\text{ kg/s} \end{aligned}$$

Entonces la capacidad de transporte de calor máxima es, de la ecuación (10.41),

$$\begin{aligned} q_{\text{máx}} &= \dot{m}_{\text{máx}} h_{fg} \\ &= (8.8 \times 10^{-6}\,\text{kg/s})(2.26 \times 10^{6}\,\text{J/kg}) \\ &= 19.8\,\text{W} \end{aligned}$$

Observe que la capacidad de transporte de calor se podría incrementar de manera significativa agregando dos o tres capas de malla de alambre 100.

Para un tratamiento más completo de la teoría y práctica de los tubos de calentamiento, al lector se le sugiere consultar la referencia [78-81].

10.7* Congelación y fusión

Los problemas que comprenden la solidificación o fusión de materiales son de importancia considerable en muchos campos técnicos. Ejemplos comunes en el campo de la ingeniería son la fabricación de hielo, congelación de alimentos y solidificación y fusión de metales en procesos de fundición. En geología, la tasa de solidificación de la Tierra se ha utilizado para estimar la edad de nuestro planeta. Cualquiera que sea el campo de aplicación, el problema de interés central es la tasa a la que ocurre la solidificación o la fusión.

Aquí se considerará sólo el problema de solidificación y se deja para el lector como un ejercicio demostrar que una solución para este problema es también una solución para el problema correspondiente en la fusión. En la figura 10.27 se muestra la distribución de temperatura de una capa de hielo sobre la superficie de un líquido. La cara superior está expuesta a aire a una temperatura menor que la de congelación. La formación de hielo ocurre progresivamente en la interfaz sólido-líquido como resultado de la transferencia de calor a través del hielo hacia el aire frío. El calor fluye por convección del agua al hielo, por conducción a través del hielo y por convección hacia el disipador. La capa de hielo está subenfriada, excepto para la interfaz en contacto con el líquido, que se encuentra en el punto de

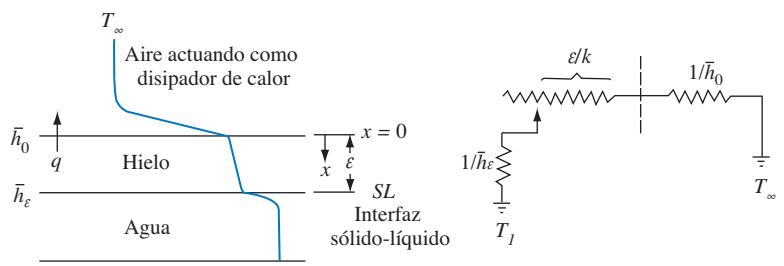


FIGURA 10.27 Distribución de temperatura en la formación de hielo en agua con el aire actuando como disipador de calor y circuito térmico simplificado para el sistema con la capacidad térmica del sólido considerada insignificante.

congelación. Una parte del calor transferido al disipador de calor se utiliza para enfriar el líquido en la interfaz *SL* hasta el punto de congelación y para remover su calor latente de solidificación. La otra parte sirve para subenfriar el hielo. Los sistemas cilíndricos o esféricos se pueden describir de una manera similar, pero la solidificación puede continuar ya sea hacia dentro (como en la congelación de agua dentro de una lata) o hacia fuera (como en agua congelándose en el exterior de un tubo).

La congelación de una losa se puede formular como un problema de valor de frontera en el que la ecuación gobernante es la ecuación general de conducción para la fase sólida:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

sujeta a la condición de frontera tal que:

$$-k\frac{\partial T}{\partial x} = \bar{h}_o(T_{x=0} - T_\infty) \qquad \text{en } x = 0$$

$$-k\frac{\partial T}{\partial x} = \rho L_f\frac{d\varepsilon}{dt} + \bar{h}_\varepsilon(T_l - T_{fr}) \quad \text{en } x = \varepsilon$$

donde ε = distancia hasta la interfaz sólido-líquido, que es una función del tiempo t
L_f = calor latente de fusión del material
α = difusividad térmica de la fase sólida ($k/\rho c$)
ρ = densidad de la fase sólida
T_l = temperatura del líquido
T_∞ = temperatura del disipador térmico
T_{fr} = temperatura del punto de congelación
$\bar{h}_o$ = coeficiente de transferencia de calor en $x = 0$, la interfaz aire-líquido
$\bar{h}_\varepsilon$ = coeficientes de transferencia de calor en $x = \varepsilon$, la interfaz agua-hielo

La solución analítica de este problema es muy difícil y se ha obtenido sólo para casos especiales. La razón de la dificultad es que la ecuación gobernante es una ecuación diferencial parcial para la cual las soluciones particulares se desconocen cuando se imponen condiciones límites físicamente realistas.

Sin embargo, una solución aproximada de valor práctico se puede obtener considerando la capacidad térmica de la fase sólida subenfriada como insignificante relativa al calor latente de solidificación. Para simplificar el análisis aún más, se supondrá que las propiedades físicas del hielo, ρ, k y c, son uniformes, que el hielo está a la temperatura de solidificación (es decir, $T_l = T_{fr}$ y $1/\bar{h}_\varepsilon = 0$), y que $\bar{h}_o$ y T_∞ son constantes durante el proceso.

La tasa de flujo de calor por unidad de área a través de la resistencia presentada por el hielo y el aire, actuando en serie, como resultado del potencial de temperatura ($T_{fr} - T_\infty$) es

$$\frac{q}{A} = \frac{T_{fr} - T_\infty}{1/\bar{h}_o + \varepsilon/k} \tag{10.55}$$

Ésta es la tasa de flujo de calor que remueve el calor latente de fusión necesario para la congelación en la superficie $x = \varepsilon$, o

$$\frac{q}{A} = \rho L_f \frac{d\varepsilon}{dt} \tag{10.56}$$

donde $d\varepsilon/dt$ es la tasa volumétrica de formación de hielo por unidad de área en la superficie de crecimiento ($m^3/hr\ m^2$) y ρL_f es el calor latente por unidad de volumen (J/m^3). Combinando las ecuaciones (10.55) y (10.56) para eliminar la tasa de flujo de calor se obtiene:

$$\frac{T_{fr} - T_\infty}{1/\bar{h}_o + \varepsilon/k} = \rho L_f \frac{d\varepsilon}{dt} \tag{10.57}$$

que relaciona la profundidad del hielo con el tiempo de congelación. Ahora las variables ε y t se pueden separar, con lo que se obtiene

$$d\varepsilon\left(\frac{1}{\bar{h}_o} + \frac{\varepsilon}{k}\right) = \frac{T_{fr} - T_\infty}{\rho L_f}\, dt \tag{10.58}$$

Para hacer adimensional a esta ecuación, sea

$$\varepsilon^+ = \frac{\bar{h}_o \varepsilon}{k}$$

y

$$t^+ = t\bar{h}_o^2 \frac{T_{fr} - T_\infty}{\rho L_f k}$$

Sustituyendo estos parámetros adimensionales en la ecuación (10.58) se obtiene:

$$d\varepsilon^+(1 + \varepsilon^+) = dt^+ \tag{10.59}$$

Si el proceso de congelación inicia en $t = t^+ = 0$ y continúa durante un tiempo t, la solución de la ecuación (10.59), obtenida por integración entre los límites especificados, es

$$\varepsilon^+ + \frac{(\varepsilon^+)^2}{2} = t^+ \tag{10.60}$$

o

$$\varepsilon^+ = -1 + \sqrt{1 + 2t^+} \tag{10.61}$$

Cuando la temperatura del líquido T_l está arriba de la temperatura de fusión y el coeficiente de transferencia de calor por convección en la interfaz líquido-sólido es $\bar{h}_c$, la ecuación adimensional correspondiente a la ecuación (10.59) en el tratamiento simplificado anterior se convierte en

$$\frac{(1 + \varepsilon^+)d\varepsilon^+}{1 + R^+T^+(1 + \varepsilon^+)} = dt^+ \tag{10.62}$$

donde $R^+ = \dfrac{\bar{h}_\varepsilon}{\bar{h}_o}$

$$T^+ = \frac{T_l - T_{fr}}{T_{fr} - T_\infty}$$

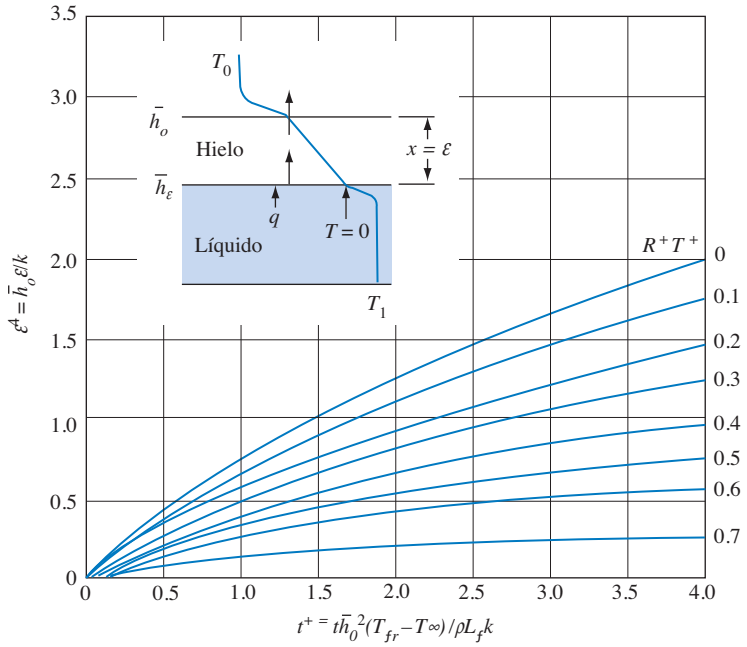


FIGURA 10.28 Solidificación de una losa: espesor contra tiempo.

Fuente: De London y Seban [82], con permiso del editor, la American Society of Mechanical Engineers.

y los otros símbolos representan las mismas cantidades adimensionales utilizadas antes en la ecuación (10.59).

Para las condiciones límites de que en $t^+ = 0$, $\varepsilon^+ = 0$ y $t^+ = t^+$, $\varepsilon^+ = \varepsilon^+$, la solución de la ecuación (10.62) se convierte en

$$t^+ = -\frac{1}{(R^+T^+)^2} \ln\left(1 + \frac{R^+T^+\varepsilon^+}{1 + R^+T^+}\right) + \frac{\varepsilon^+}{R^+T^+} \tag{10.63}$$

En la figura 10.28 se muestran los resultados gráficamente, donde el espesor generalizado ε^+ está trazada contra el tiempo generalizado t^+, con la *relación potencial-resistencia* generalizada R^+T^+ como el parámetro.

EJEMPLO 10.7

En la producción de hielo en hojuelas, el hielo se forma en capas delgadas sobre un tambor rotatorio horizontal que está parcialmente sumergido en agua (consulte la figura 10.29). El cilindro está refrigerado internamente con un rocío de salmuera a −11 °C. El hielo formado sobre la superficie exterior se desprende cuando la superficie del tambor rotatorio emerge del agua.

Para las condiciones listadas más adelante, estime el tiempo requerido para formar una capa de hielo de 0.25 cm de espesor.

temperatura líquido-agua = 4.4 °C

conductancia líquido-superficie = 57 W/m² K

conductancia entre la salmuera y el hielo (incluyendo la pared metálica) = 570 W/m² K

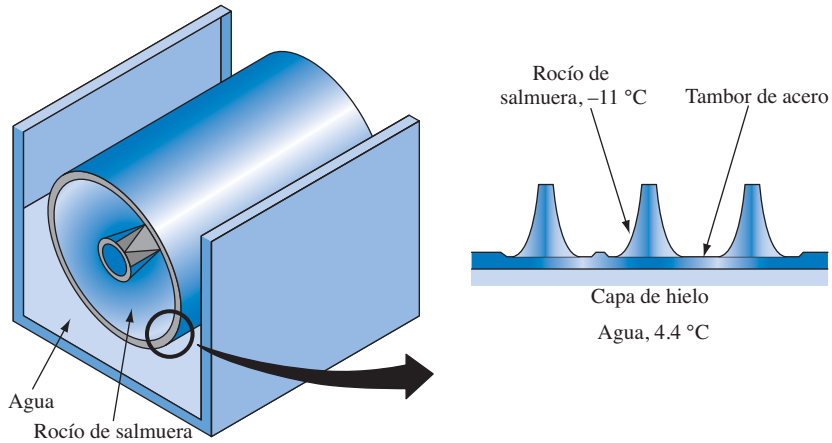


FIGURA 10.29 Diagrama esquemático del ejemplo 10.7.

Utilice las propiedades siguientes para el hielo: calor latente de fusión = 333.700 J/kg; conductividad térmica = 2.22 W/m K; densidad = 918 kg/m^3.

SOLUCIÓN Para las condiciones establecidas antes se tiene

$$R^+ = \frac{\bar{h}_\epsilon}{\bar{h}_o} = \frac{57}{570} = 0.1$$

$$T^+ = \frac{T_l - T_{fr}}{T_{fr} - T_\infty} = \frac{4.4 - 0}{0 - (-11)} = 0.4$$

$$\varepsilon^+ = \frac{\bar{h}_o \varepsilon}{k_{\text{Hielo}}} = \frac{(570\,\text{W/m}^2\,^\circ\text{C})(0.0025\,\text{m})}{2.32\,\text{W/m}\,^\circ\text{C}} = 0.614$$

Ahora se supone que el hielo es una lámina. Esta suposición se justifica debido a que el espesor del hielo es muy pequeño comparado con el radio de curvatura del tambor. Entonces las condiciones límites de este problema son las mismas que las supuestas en la solución de la ecuación (10.63). De aquí, la ecuación (10.63) es la solución del problema en turno. Sustituyendo los valores numéricos de r^+, T^+ y ε^+ en la ecuación (10.63) se obtiene

$$t^+ = -\frac{1}{(0.04)^2} \ln\left(1 + \frac{0.0246}{1 + 0.04}\right) + \frac{0.614}{0.04} = 0.739$$

De la definición de t^+, el tiempo t es

$$t = \frac{0.739\rho L_f k}{\bar{h}_o^2 (T_{fr} - T_\infty)}$$

$$= \frac{(0.739)(918\,\text{kg/m}^3)(333.700\,\text{J/kg})(2.22\,\text{W/m K})}{(570\,\text{W/m}^2\,^\circ\text{C})^2(11)(\text{K})} = 141\,\text{s}$$

Una estimación del error ocasionado al ignorar la capacidad térmica de la parte solidificada se ha obtenido por medio de un circuito eléctrico simulando la congelación de una losa originalmente a la temperatura de fusión [83]. Se determinó que el error no es apreciable cuando $\varepsilon\bar{h}_o/k$ es menor que 0.1 o cuando $L_f/(T_{fr} - T_\infty)c$ es mayor que 1.5 [84]. En el intervalo intermedio, las tasas de congelación pronosticadas por el análisis simplificado son demasiado grandes. Las soluciones presentadas aquí son válidas para hielo y otras sustancias que tienen calores de fusión grandes. Un método aproximado para predecir la tasa de congelación de acero y otros metales, donde $L_f/(T_{fr} - T_\infty)c$ puede ser menor que 1.5 lo presenta Cochran [84]. Murray y Landis [85] y Lazaridis [86] presentan métodos numéricos de solución para sistemas que comprenden un cambio de fase. La fusión y congelación de cuñas y esquinas las analizaron Budhia y Kreith [87]. Una evaluación de la fusión y congelación se da en Lion [88].

Referencias

1. A.E. Bergles, "Fundamentals of Boiling and Evaporation", en *Two-Phase Flow Heat Exchangers: Thermal-Hydraulic Fundamentals and Design*, S. Kakaç, A.E. Bergles y E.O. Fernandes, editores, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, pp. 159-200, 1988.
2. Van P. Carey, *Liquid-Vapor Phase-Change Phenomena*, Hemisphere Publ. Co., Washington, D.C., 1992, 2a. ed., Taylor & Francis, Nueva York, NY, 2007.
3. D.P. Jordan, "Film and Transition Boiling", en *Advances in Heat Transfer*, vol. 5, T.F. Irvine, Jr. y J.P. Hartnett, editores, pp. 55-125, Academic Press, Nueva York, 1968.
4. G. Leppert y C.C. Pitts, "Boiling", en *Advances in Heat Transfer*, vol. 1, T.F. Irvine, Jr., y J.P. Hartnett, editores, pp. 185-265, Academic Press, Nueva York, 1968.
5. W.M. Rohsenow, "Boiling Heat Transfer", en *Developments in Heat Transfer*, W.M. Rohsenow, editor, pp. 169-260, MIT Press, Cambridge, Mass., 1964.
6. E.A. Farber y R.L. Scorah, "Heat Transfer to Water Boiling under Pressure", *Trans. ASME*, vol. 70, pp. 369-384, 1948.
7. S. Nukiyama, "Maximum and Minimum Values of Heat Transmitted from a Metal to Boiling Water under Atmospheric Pressure", *J. Soc. Mech. Eng. Jpn.*, vol. 37, núm. 206, pp. 367-394, 1934.
8. K. Engelberg-Forster y R. Greif, "Heat Transfer to a Boiling Liquid-Mechanism and Correlations", *Trans. ASME. Ser. C.J. Heat Transfer*, vol. 81, pp. 43-53, febrero de 1959.
9. R.F. Gaertner, "Photographic Study of Nucleate Pool Boiling on a Horizontal Surface", artículo 63-WA-76 de la ASME.
10. R. Moissis y P.J. Berenson, "On the Hydrodynamic Transitions in Nucleate Boiling", *Trans. ASME. Ser. C. J. Heat Transfer*, vol. 85, pp, 221-229, agosto de 1963.
11. J.W. Westwater, "Boiling Heat Transfer", *Am. Sci.*, vol. 47, núm. 3, pp. 427-446, septiembre de 1959.
12. P.J. Berenson, "Experiments on Pool-Boiling Heat Transfer", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 5, pp. 985-999, 1962.
13. V.K. Dhir, "Numerical Simulations of Pool-Boiling Heat Transfer", *AIChE Journal*, vol. 47, núm. 4, pp. 813-834, 2001.
14. P. Stephan y J. Kern, "Evaluation of Heat and Mass Transfer Phenomena in Nucleate Boiling", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 25, pp. 140-148, 2004.
15. F.C. Gunther, "Photographic Study of Surface Boiling Heat Transfer with Forced Convection", *Trans. ASME*, vol. 73, pp. 115-123, 1951.
16. M.E. Ellion, "A Study of Boiling Heat Transfer", Memorándum 20-88 Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, Calif., marzo de 1954.
17. W.M. Rohsenow, "A Method of Correlating Heat-Transfer Data for Surface Boiling Liquids", *Trans. ASME*, vol. 74, pp. 969-975, 1952.
18. R.I. Vachon, G.H. Nix y G.E. Tanger, "Evaluation of Constants for the Rohsenow Pool-Boiling Correlation", *Trans. ASME, Ser. C. J. Heat Transfer*, vol. 90, pp. 239-247, 1968.
19. J.N. Addoms, "Heat Transfer at High Rates to Water Boiling outside Cylinders", tesis de doctorado, Dept. of Chemical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1948.

20. W. H. McAdams y colaboradores, "Heat Transfer from Single Horizontal Wires to Boiling Water", *Chem. Eng. Prog.*, vol. 44, pp. 639-648, 1948.
21. W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1954.
22. K. Cornwell y S.D. Houston, "Nucleate Pool Boiling on Horizontal Tubes: A Convection-Based Correlation", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 37, suppl. 1, pp. 303-309, 1994.
23. V. M. Wasekar y R. M. Manglik, "Pool Boiling Heat Transfer in Aqueous Solutions of an Anionic Surfactant", *Journal of Heat Transfer*, vol. 122, pp. 708-715, 2000.
24. J. G. Collier y J. R. Thome, *Convective Boiling and Condensation*, 3a. ed., Clarendon Press, Oxford, UK, 2001.
25. E. L. Piret y H. S. Isbin, "Natural Circulation Evaporation Two-Phase Heat Transfer", *Chem. Eng. Prog.*, vol. 50, p. 305, 1954.
26. M. T. Cichelli y C. F. Bonilla, "Heat Transfer to Liquids Boiling under Pressure", *Trans. AIChE*, vol. 41, pp. 755-787, 1945.
27. D. S. Cryder y A. C. Finalbargo, "Heat Transmission from Metal Surfaces to Boiling Liquids: Effect of Temperature of the Liquid on Film Coefficient", *Trans. AIChE*, vol. 33, pp. 346-362, 1937.
28. *Steam-Its Generation and Use*, Babcock & Wilcox, Co., Nueva York, 1955.
29. F. Kreith y M. J. Summerfield, "Heat Transfer to Water at High Flux Densities with and Without Surface Boiling", *Trans. ASME*, vol. 71, pp. 805-815, 1949.
30. N. Zuber y M. Tribus, "Further Remarks on the Stability of Boiling Heat Transfer", Rept. 58-5, Dept. of Engineering, Univ. of Calif., Los Angeles, 1958.
31. S. S. Kutateladze, "A Hydrodynamic Theory of Changes in a Boiling Process under Free Convection", *Izv. Akad. Nauk SSR Otd. Tekh. Nauk*, núm. 4, p. 524, 1951.
32. N. Zuber, M. Tribus y J. W. Westwater, "The Hydrodynamic Crisis in Pool Boiling of Saturated and Subcooled Liquids", en *Proceedings of the International Conference on Developments in Heat Transfer*, vol. 230-236, Am. Soc. of Mech. Eng. (ASME), Nueva York, 1962.
33. J. H. Lienhard y V. K. Dhir, "Extended Hydrodynamic Theory of the Peak and Maximum Pool Boiling Heat Fluxes", NASA Contract. Rept. CR-2270, julio de 1973.
34. C. M. Usiskin y R. Siegel, "An Experimental Study of Boiling in Reduced and Zero Gravity Fields", *Trans. ASME, Ser. C*, vol. 83, pp. 243-253, 1961.
35. J. H. Lienhard, V. K. Dhir y D. M. Riherd, "Peal Pool Boiling Heat Flux Measurements on Finite Horizontal Flat Plates", *ASME J. Heat Transfer*, vol. 95, pp. 477-482, 1973.
36. K. H. Son y J. H. Lienhard, "The Peak Pool Boiling Heat Flux on Horizontal Cylinders", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 13, pp. 1425-1439, 1970.
37. J. H. Lienhard y V. K. Dhir, "Hydrodynamic Prediction of Peak Pool-Boiling Heat Fluxes from Finite Bodies", *ASME J. Heat Transfer*, vol. 95, pp. 152-158, 1973.
38. J. S. Ded y J. H. Lienhard, "The Peak Boiling Heat Flux from a Sphere", *AIChE Journal*, vol. 18, pp. 337-342, 1972.
39. D. A. Huber y J. C. Hoehne, "Pool Boiling of Benzene, Diphenyl, and Benzene-Diphenyl Mixtures under Pressure", *Trans. ASME*, Ser. C, vol. 85, pp. 215-220, 1963.
40. R. M. Manglik y M. A. Jog, "Molecular-to-Large-Scale Heat Transfer with Multiphase Interfaces: Current Status and New Directions", *Journal of Heat Transfer*, vol. 131, núm. 12, 2009.
41. R. M. Manglik, "Heat Transfer Enhancement", en *Heat Transfer Handbook*, A. Bejan y A.D. Kraus, editores, capítulo 14, Wiley, Hoboken, NJ, 2003.
42. R. L. Webb, "The Evolution of Enhanced Surface Geometries for Nucleate Boiling", *Heat Transfer Engineering*, vol. 2, pp. 46-69, 1981.
43. L.A. Bromley, "Heat Transfer in Stable Film Boiling", *Chem Eng. Prog.*, vol. 46, pp. 221-227, 1950.
44. J. W. Westwater y B.P. Breen, "Effect of Diameter of Horizontal Tubes on Film Boiling Heat Transfer", *Chem. Eng. Prog.*, vol. 58, pp. 67-72, 1962.
45. P. J. Berenson y R.A. Stone, "A Photographic Study of the Mechanism of Forced-Convection Vaporization", AIChE Reprint No. 21, Symposium on Heat Transfer, San Juan, Puerto Rico, 1963.
46. K. Konmutsos, R. Moissis y A. Spyridonos, "A Study of Bubble Departure in Forced Convection Boiling", *Trans. ASME, Ser. C. J. Heat Transfer*, vol. 90, pp. 223-230, 1968.
47. J. W. Miles, "The hydrodynamic Stability of a Thin Film of Liquid in Uniform Shearing Motion", *J. Fluid Mech.*, vol. 8, pp. 592-610, 1961.
48. W. H. McAdams y W.E. Kennel, C. S. Minden, R. Carl, P. M. Picarnell y J. E. Drew, "Heat Transfer at High Rates to Water with Surface Boiling", *Ind. Eng. Chem.*, vol. 41, pp. 1945-1953, 1949.
49. W. H. Jens y G. Leppert, "Recent Developments in Boiling Research", y II. *J. Am. Eng.*, vol. 66, pp. 437-456, 1955; vol. 67, pp. 137-155, 1955.
50. J. C. Chen, "Correlation for Boiling Heat Transfer to Saturated Liquids in Convective Flow", *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, vol. 5, p. 332, 1966.
51. J. G. Collier, "Forced Convective Boiling", *Two Phase Flow and Heat Transfer*, capítulo 8, pp. 247-248, Hemisphere, Washington, D.C., 1981.

52. P. Griffith, "Correlation of Nucleate-Boiling Burnout Data", artículo 57-HT-21 de la ASME.
53. P. Griffith, "Two Phase Flow in Pipes", notas del curso, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1964.
54. R.W. Lockhart y R.C. Martinelli, "Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Component Flow in Pipes", *Chem. Eng. Prog.*, vol. 45, pp. 39-48, 1949.
55. L. S. Tong, *Boiling Heat Transfer and Two-Phase Flow*, Wiley, Nueva York, 1965.
56. F. Kreith y M. Margolis, "Heat Transfer and Friction in Turbulent Vortex Flow", *Appl. Sci. Res., Sec.* A, vol. 8, pp. 457-473, 1959.
57. W. R. Gambill, R.D. Bundy y R.W. Wansbrough, "Heat Transfer, Burnout, and Pressure Drop for Water in Swirl through Tubes with Internal Twisted Tapes", *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.*, núm. 32, vol. 57, pp. 127-137, 1961.
58. R. M. Manglik y A. E. Bergles, "Swirl Flow Heat Transfer and Pressure Drop with Twisted-Tape Inserts", *Advances in Heat Transfer*, vol. 36, pp. 183-266, Academic Press, Nueva York, 2002.
59. D. C. Groeneveld, "Post-Dryout Heat Transfer at Reactor Operating Correlations", artículo AECL-4513. National Topical Meeting on Water Reactor Safety, ANS, Salt Lake City, UT, 1973.
60. W. M. Rohsenow, J. P. Harnett y Y. I. Cho, editores, *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1998.
61. L. S. Tong y J.D. Young, "A Phenomenological Transition and Film Boiling Heat Transfer Correlation", *Proc. 5th Int. Heat Transfer Conf.*, Tokio, septiembre de 1974.
62. W. Nusselt, "Die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes", *Z. Ver: Dtsch. Ing.*, vol. 60, pp. 541 y 569, 1916.
63. W. M. Rohsenow, "Heat Transfer and Temperature Distribution in Laminar-Film Condensation", *Trans. ASME*, vol. 78, pp. 1645-1648, 1956.
64. M. M. Chen, "An Analytical Study of Laminar Film Condensation", parte 1, "Flat Plates", y parte 2, "Single and Multiple Horizontal Tubes", *Trans, ASME, Ser.* C, vol. 83, pp. 48-60, 1961.
65. W. M. Rohsenow, J. M. Weber y A. T. Ling, "Effect of Vapor Velocity on Laminar and Turbulent Film Condensation", *Trans. ASME*, vol. 78, pp. 1637-1644, 1956.
66. A. P. Colburn, "The Calculation of Condensation Where a Portion of the Condensate Layer Is in Turbulent Flow", *Trans. AIChE*, vol. 30, p. 187, 1933.
67. C. G. Kirkbridge, "Heat Transfer by Condensing Vapors on Vertical Tubes", *Trans. AIChE*, vol. 30, p. 170, 1933.
68. E. F. Carpenter y A. P. Colburn, "The Effect of Vapor Velocity on Condensation Inside Tubes", en *Proceedings, General Discussion on Heat Transfer*, pp. 20-26, Inst. Mech. Eng. ASME, 1951.
69. M. Soliman, J. R. Schuster y P. J. Berenson, "A General Heat Transfer Correlation for Annular Flow Condensation", *J. Heat Transfer*, vol. 90, pp. 267-276, 1968.
70. I. G. Shekriladze y V.I. Gomelauri, "Theoretical Study of Laminar Film Condensation of Steam", *Trans. Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 9, pp. 581-591, 1966.
71. T. B. Drew, W. M. Nagle y W. Q. Smith, "The Conditions for Dropwise Condensation of Steam", *Trans. AIChE*, vol. 31, pp. 605-621, 1935.
72. R. S. Silver, "An Approach to a General Theory of Surface Condensers", *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 178, parte 1, núm. 14, pp. 339-376, 1964.
73. J. W. Rose, "On the Mechanism of Dropwise Condensation", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 10, pp. 755-762, 1967.
74. P. Griffith y M.S. Lee, "The Effect of Surface Thermal Properties and Finish on Dropwise Condensation", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 10, pp. 697-707, 1967.
75. A. P. Katz, H.J. Macintire y R.E. Gould, "Heat Transfer in Ammonia Condensers", Bull. 209, Univ. Ill. Eng. Expt. Stn., 1930.
76. D. L. Katz, E.H. Young y G. Balekjian, "Condensing Vapors on Finned Tubes", *Petroleum Refiner*, vol. 175-178, noviembre de 1954.
77. C. H. Dutcher y M. R. Burke, "Heat Pipes: A Cool Way to Cool Circuits", *Electronics*, pp. 93-100, febrero 16 de 1970.
78. P. D. Dunn y D.A. Reay, *Heat Pipes*, 3a. ed., Pergamon, Nueva York, 1982.
79. S. W. Chi, *Heat Pipe Theory and Practice*, Hemisphere, Washington, D.C., 1976.
80. R. Richter, "Solar Collector Thermal Power Systems", vol. 1, Rept. AFAPL-TR-74-89-1, Xerox Corp., Pasadena, Calif.: NTIS AD/A-000-940, National Technical Information Service, Springfield, Va., 1974.
81. L. Swanson, "Heat Pipes", en *CRC Handbook of Mechanical Engineering*, F. Kreith, editor, CRC Press, Boca Raton. FL, 1998.
82. A. L. London y R.A. Seban, "Rate of Ice Formation", *Trans. ASME*, vol. 65, pp. 771-778, 1943.
83. F. Kreith y F. E. Romie, "A Study of the Thermal Diffusion Equation with Boundary Conditions Corresponding to Freezing or Melting of Materials at the Fusion Temperature", *Proc. Phys. Soc.*, vol. 68, pp. 277-291, 1955.

84. D. L. Cochran, "Solidification Application and Extension of Theory", Tech. Rept. 24, Navy Contract N6-ONR-251, Stanford Univ., 1955.
85. W. D. Murray y F. Landis, "Numerical and Machine Solutions of Transient Heat Conduction Problems Involving Melting or Freezing", *Trans. ASME*, vol. 81, pp. 106-112, 1959.
86. A. Lazaridis, "A Numerical Solution of the Multi-Dimensional Solidification (or Melting) Problem", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 13, pp. 1459-1477, 1970.
87. H. Budhia y F. Kreith, "Heat Transfer with Melting or Freezing in a Wedge", *Int. J. Heat Transfer*, vol. 16, 1973, pp. 195-211.
88. N. Lion, "Melting and Freezing", en *CRC Handbook of Thermal Engineering*, F. Kreith, editor, CRC Press, Boca Raton, FL, 2000.
89. D. Y. Goswami, F. Kreith y J. F. Kreider, *Principles of Solar Engineering*, 2a. ed., Taylor and Francis, Philadelphia, PA, fig. 3.32, 2000.

Problemas

Los problemas de este capítulo están organizados por tema como se muestra a continuación.

Tema	Número de problema
Ebullición en estanque	10.1-10.15
Ebullición pelicular	10.16-10.17
Ebullición por convección	10.18-10.19
Condensación	10.20-10.31
Congelación	10.32-10.36
Tubos de calentamiento	10.37-10.40

10.1 Agua a presión atmosférica hierve en una cacerola de cobre con fondo plano en una estufa eléctrica que mantiene la temperatura superficial a 115 °C. Calcule el coeficiente de transferencia de calor en ebullición.

10.2 Pronostique el coeficiente de transferencia de calor en ebullición nucleada a presión atmosférica en la superficie exterior de un tubo de cobre vertical de 1.5 cm de diámetro exterior y de 1.5 m de longitud. Suponga que la temperatura superficial del tubo es constante a 10 K arriba de la temperatura de saturación.

10.3 Estime el flujo de calor máximo obtenible en la ebullición en estanque nucleada sobre una superficie limpia para: *a*) agua a 1 atm sobre latón, *b*) agua a 10 atm sobre latón.

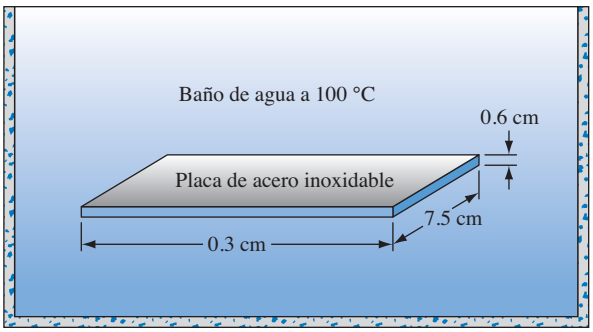
10.4 Determine la temperatura en exceso de la mitad del flujo de calor máximo para las combinaciones fluido-superficie del problema 10.3.

10.5 En un experimento de ebullición en estanque en el que se hirvió agua sobre una superficie horizontal grande a presión atmosférica, se midió un flujo de calor de 4×10^5 W/m^2 a una temperatura en exceso de 14.5 K. ¿Cuál fue el material de la superficie donde ocurrió la ebullición?

10.6 Compare el flujo de calor crítico para una superficie horizontal plana con el de un alambre horizontal sumergido de 3 mm de diámetro en agua a temperatura y presión de saturación.

10.7 Para ebullición saturada en estanque de agua sobre una placa horizontal, calcule el flujo de calor pico a presiones de 10, 20, 40, 60 y 80% de la presión crítica p_c. Trace sus resultados como $q''_{máx}/p_c$ contra p/p_c. La tensión superficial del agua se puede tomar como $\sigma = 0.0743\ (1 - 0.0026\ T)$, donde σ está en newtons por metro y T en grados centígrados. La presión crítica del agua es 22.09 MPa.

10.8 Una placa plana de acero inoxidable de 0.6 cm de espesor, 7.5 cm de ancho y 0.3 m de longitud está sumergida horizontalmente a una temperatura inicial de 980 °C en un baño de agua grande a 100 °C y a presión atmosférica. Determine el tiempo que tomará para que la placa se enfríe a 540 °C.



Problema 10.8

10.9 Calcule el flujo de calor máximo obtenible en ebullición nucleada con agua saturada a una presión de 2 atm en un campo gravitacional equivalente a un décimo del de la Tierra.

10.10 Elabore una gráfica que muestre el efecto del subenfriamiento entre 0 y 50 °C en el flujo de calor máximo calculado en el problema 10.9.

10.11 Un tubo de cobre horizontal de pared delgada de 0.5 cm de diámetro exterior se coloca en un estanque de agua a presión atmosférica y a 100 °C. Dentro del tubo se condensa un vapor orgánico y la temperatura superficial exterior del tubo es uniforme a 232 °C. Calcule el coeficiente de transferencia de calor promedio en el exterior del tubo.

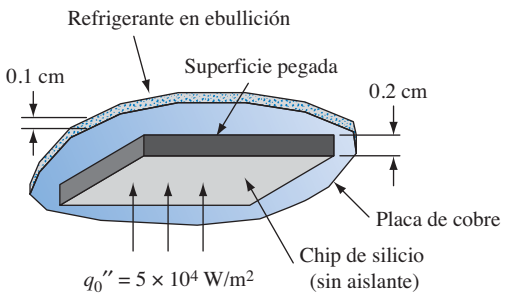
10.12 En la transferencia de calor en ebullición (y condensación), el coeficiente de transferencia de calor por convección, h_c, se espera que dependa de la diferencia entre las temperaturas superficial y de saturación, $\Delta T = (T_{\text{superficial}} - T_{\text{saturación}})$, de la fuerza del cuerpo subiendo por la diferencia de densidad entre el líquido y el vapor, $g(\rho_l - \rho_v)$, del calor latente, h_{fg}, de la tensión superficial, σ, de una longitud característica del sistema, L, y de las propiedades termofísicas del líquido o vapor, ρ, c_p, k y μ. Por tanto, se puede escribir

$$h_c = h_c\{\Delta T, g(\rho_l - \rho_v), h_{fg}, \sigma, L, \rho, c_p, k, \mu\}$$

Determine: *a*) el número de grupos adimensionales necesarios para correlacionar datos experimentales y *b*) los grupos adimensionales apropiados que debe incluir el número de Prandtl, el número de Jakob y el número de Bond ($g\,\Delta\rho L^2/\sigma$).

10.13 Preocupaciones medioambientales recientes han motivado la búsqueda de remplazos para los refrigerantes a base de clorofluorocarbonos. Se ideó un experimento para determinar la factibilidad de uno de esos remplazos. Un chip de silicio se pegó en la parte inferior de una placa de cobre delgada, como se muestra en el bosquejo siguiente. El chip tiene un espesor de 0.2 cm y tiene una conductancia térmica de 125 W/m K. La placa de cobre es de 0.1 cm de espesor y no hay resistencia por contacto entre el chip y la placa de cobre. Este montaje se enfriará por ebullición de un refrigerante de líquido saturado sobre la superficie del cobre. El circuito electrónico en la parte inferior del chip genera calor de manera uniforme a un flujo de $q_0'' = 5 \times 10^4$ W/m^2. Suponga que los lados de la parte inferior del chip están aislados.

Calcule la temperatura en estado permanente en la superficie de cobre y en la parte inferior del chip, así como el flujo de calor máximo en ebullición en estanque, suponiendo que el coeficiente en ebullición, C_{sf}, es el mismo que para *n*-pentano sobre cobre lapeado. Las propiedades físicas de este nuevo refrigerante son $c_p = 1100$ J/kg K, $h_{fg} = 8.4 \times 10^4$ J/kg, $\rho_l = 1620$ kg/m^3, $\rho_v = 13.4$ kg/m^3, $\sigma = 0.081$ N/m, $\mu_l = 4.4 \times 10^{-4}$ k/m s, $T_{\text{sat}} = 60$ °C y $\text{Pr}_l = 9.0$.

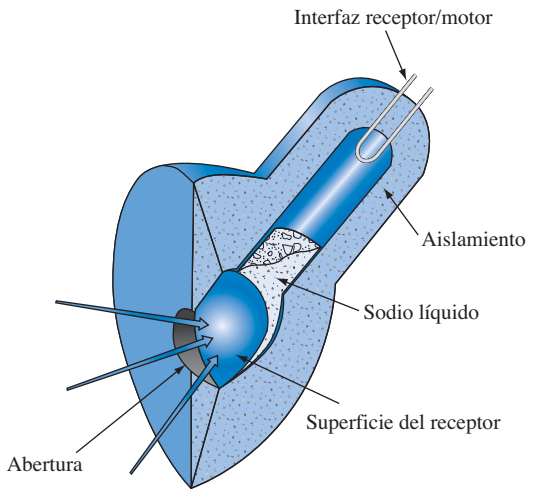


Problema 10.13

10.14 Recientemente Andraka y colaboradores de los Sandia National Laboratories Albuquerque, en *Sodium Reflux Pool-Boiler Solar Receiver On-Sun Test Results* (SAND89-2773, junio de 1992) propusieron que el flujo de calor de un concentrador solar de disco parabólico se podría suministrar efectivamente a una máquina Stirling por una caldera de estanque de metal líquido. El bosquejo siguiente muestra una sección transversal del montaje del estanque-calentador-receptor. El flujo solar se absorbe en el lado cóncavo del domo del absorbedor hemisférico, con metal de sodio fundido en ebullición en el lado convexo del domo. El vapor de sodio se condensa en el tubo calentador del motor como se muestra cerca de la parte superior del bosquejo. El sodio en condensación transfiere su calor latente al fluido de trabajo del motor que circula dentro del tubo. Los cálculos indican que se espera un flujo de calor máximo de 75 W/cm^2 suministrado por el centrador solar al domo del absorbedor.

Después de probar el receptor durante aproximadamente 50 horas, una zona pequeña sobre el domo del absorbedor de repente se fundió y el receptor falló. ¿Es posible que se sobrepasará el flujo crítico del sodio en ebullición? Utilice las propiedades siguientes para el sodio: $\rho_v = 0.056$ kg/m^3, $\rho_l = 779$ kg/m^3, $h_{fg} = 4.039 \times 10^6$ J/kg, $\sigma_l = 0.138$ N/m, $\mu_l = 1.8 \times 10^{-4}$ kg/ms.

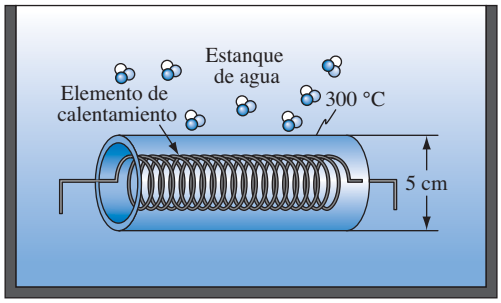
10.15 Calcule el flujo de calor pico para ebullición nucleada en estanque de agua a una presión de 3 atm y 110 °C sobre cobre limpio.



Problema 10.14

10.16 Calcule el coeficiente de transferencia de calor para ebullición pelicular de agua sobre un tubo horizontal de 1.3 cm si la temperatura del tubo es 550 °C y el sistema se somete a una presión de 0.5 atm.

10.17 Un elemento de calentamiento eléctrico revestido de metal de forma cilíndrica, como se muestra en el bosquejo siguiente, está sumergido en agua a presión atmosférica. Estime el flujo de calor en condiciones de estado permanente y la tasa de generación de calor por unidad de longitud.



Problema 10.17

10.18 Calcule el flujo de calor máximo seguro en el régimen de ebullición nucleada para agua fluyendo a una velocidad de 15 m/s a través de un tubo de 0.31 m de longitud y 1.2 cm de diámetro interior, si el agua entra a 1 atm y 100 °C.

10.19 Durante la década de 1980 se comercializó la tecnología eléctrica térmica solar con la instalación de una planta de generación de electricidad de 350 MW de capacidad en el desierto de California. La tecnología implicaba calentar un aceite de transferencia de calor en tubos receptores colocados en el foco de focos en línea a través de concentradores solares. Después el aceite de transferencia de calor se utilizó para generar vapor, que a su vez propulsaba un generador de turbina de vapor/eléctrico. Como la transferencia de calor del aceite al vapor crea una caída de temperatura y una pérdida resultante en la eficiencia térmica, se están considerando alternativas para una planta futura. En una alternativa, el vapor se generará directamente dentro de los tubos receptores. Considere una situación en la que el flujo de calor de 50 000 W/m^2 se absorbe en la superficie exterior de un tubo de acero inoxidable 316 de 12.7 mm de diámetro interior con un espesor de pared de 1.245 mm. Dentro del tubo fluye agua líquida saturada a 300 °C a una tasa de 100 kg/h. Determine la temperatura de la pared del tubo si la calidad del vapor se aumentará a 0.5. Suponga que la viscosidad del vapor a la presión de operación es $\mu_v = 2.0 \times 10^{-5}$ kg/ms. Ignore las pérdidas de calor del exterior del receptor. La descripción del sistema la puede consultar en la referencia de Goswami, Kreith y Kreider [89].

10.20 Calcule el coeficiente de transferencia de calor promedio para condensación de tipo pelicular de agua a presiones de 10 kPa y 101 kPa para: *a*) una superficie vertical de 1.5 m de altura, *b*) la superficie exterior de un tubo vertical de 1.5 cm de diámetro exterior y 1.5 m de longitud, *c*) la superficie exterior de un tubo horizontal de 1.6 cm de diámetro exterior de 1.5 m de longitud y *d*) un banco vertical de 10 tubos de 1.6 cm de diámetro exterior de tubos horizontales de 1.5 m de longitud. En todos los casos suponga que la velocidad del vapor es insignificante y que las temperaturas superficiales son constantes a 11 °C por debajo de la temperatura de saturación.

10.21 La superficie interior de un tubo de 5 cm de diámetro interior de 1 m de longitud se mantiene a 120 °C. Para vapor saturado a 350 kPa condensándose en su interior, estime el coeficiente de transferencia de calor promedio y la tasa de condensación, suponiendo que la velocidad del vapor es pequeña.

10.22 Un tubo horizontal de 2.5 cm de diámetro exterior se mantiene a una temperatura de 27 °C en su superficie exterior. Calcule el coeficiente de transferencia de calor promedio si en el tubo se condensa vapor saturado a 12 kPa.

10.23 Repita el problema 10.22 para un banco de seis tubos horizontales de 2.5 cm de diámetro exterior en condiciones térmicas similares.

10.24 Vapor saturado a 34 kPa se condensa en una placa vertical de 1 m de altura cuya temperatura superficial es uniforme a 60 °C. Compare el coeficiente de transferencia de calor promedio y el valor del coeficiente a 1/3, 2/3 y 1 m desde la parte superior. Además, determine la altura máxima para la cual la película de condensado permanecerá laminar.

10.25 A una presión de 490 kPa, la temperatura de saturación de dióxido de azufre (SO_2) es 32 °C, la densidad es 1 350 kg/m^3, el calor latente de vaporización es 343 kJ/kg, la viscosidad absoluta es 3.2×10^{-4} Ns/m^2, el calor específico es 1 445 J/kg K y la conductividad térmica es 0.192 W/m K. Si el SO_2 se condensará a 490 kPa en una superficie plana que está inclinada a un ángulo de 45° y cuya temperatura se mantiene uniformemente a 24 °C, calcule: *a*) el espesor de la película de condensado a 1.3 cm desde la parte inferior, *b*) el coeficiente de transferencia de calor promedio y *c*) la tasa de condensación en kilogramos por hora.

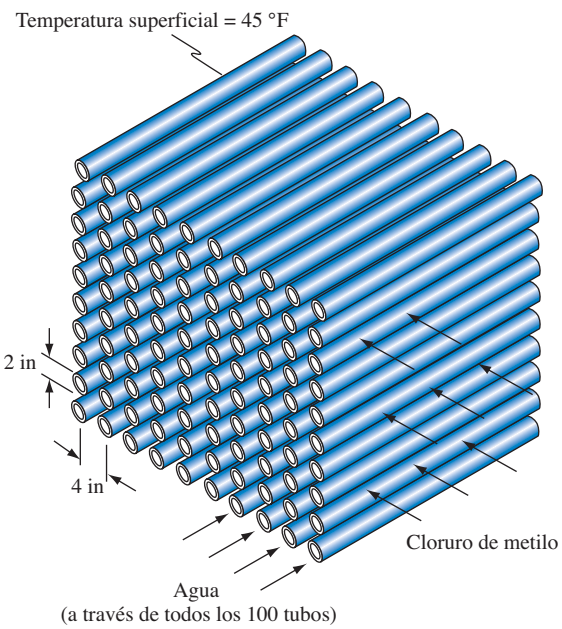
10.26 Repita los incisos *b*) y *c*) del problema 10.25, pero suponga que la condensación ocurre en un tubo horizontal de 5 cm de diámetro exterior.

10.27 En el problema 10.12 se indica que el número de Nusselt para condensación depende del número de Prandtl y de otros cuatro grupos adimensionales incluyendo el número de Jakob (Ja), el número de Bond (Bo) y un grupo sin nombre que se parece al número de Grashof $[\rho g(\rho_l - \rho_v)L^3/\mu^2]$.

Proporcione una explicación física para cada uno de estos grupos y explique cuándo espera que Bo y Ja tengan una influencia significativa y cuándo sus influencias son insignificantes.

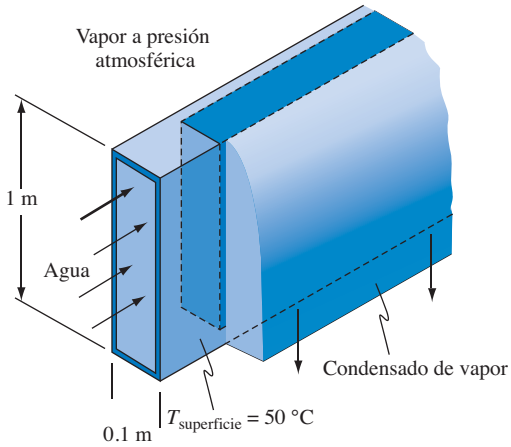
10.28 Cloruro de metilo saturado a 62 psia se condensa en un banco de 10 × 10 tubos horizontales. Los tubos de 2 in de diámetro exterior están igualmente espaciados a 4 in centro a centro en filas y columnas. Si la temperatura superficial de los tubos se mantiene a 45 °F bombeando agua a través de ellos, calcule la tasa de condensación del cloruro de metilo en lb/h ft. Las propiedades del cloruro de metilo saturado a 62 psia se muestran en la lista siguiente:

temperatura de saturación = 60 °F
calor de vaporización = 167 Btu/lb
densidad de líquido, 58.8 lb/ft^3
calor especifico de líquido = 0.38 Btu/lb °F
viscosidad absoluta de líquido = 1.344×10^{-4} lb/ft s
conductividad térmica de líquido = 0.10 Btu/h ft °F



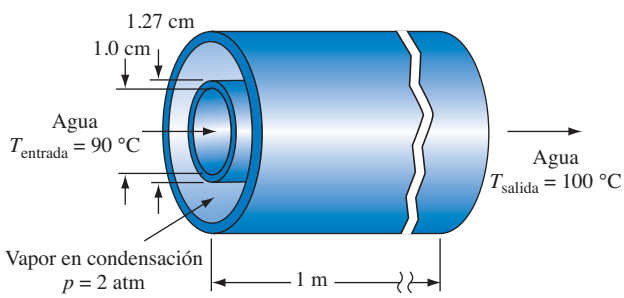
Problema 10.28

10.29 El conducto de agua rectangular y vertical de 1 m de altura y 0.10 m de profundidad que se muestra en el bosquejo siguiente está colocado en un entorno de vapor saturado a presión atmosférica. Si la superficie exterior del conducto es de aproximadamente 50 °C, estime la tasa de condensación de vapor por unidad de longitud.



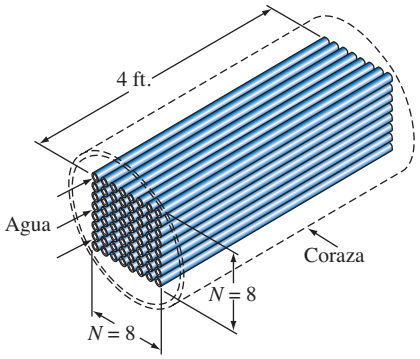
Problema 10.29

10.30 El intercambiador de calor de tubo dentro de tubo de 1 m de longitud que se muestra en el bosquejo siguiente se utiliza para condensar vapor a 2 atm en la región anular. Agua fluye en el tubo interior, entrante a 90 °C. El tubo interior está hecho de cobre con un diámetro exterior de 1.27 cm y diámetro interior de 1.0 cm. *a*) Estime el flujo de agua requerido para mantener su temperatura de salida por debajo de 100 °C. *b*) Estime la caída de presión y la potencia de bombeo para el agua en el intercambiador de calor, ignorando las pérdidas en la entrada y la salida.



Problema 10.30

10.31 El intercambiador de calor de un paso por el condensador que se muestra en el bosquejo siguiente tiene 64 tubos configurados en un arreglo cuadrado con 8 tubos por línea. Los tubos tienen una longitud de 4 m y están hechos de cobre con un diámetro exterior de 0.50 in. Están contenidos en una coraza a presión atmosférica. Agua fluye dentro de los tubos a presión atmosférica, cuya temperatura exterior de pared es 208.4 °F. Calcule: *a*) la tasa de condensación de vapor y *b*) el aumento en la temperatura del agua si el gasto por tubo es 0.1 lb/s. Responda en unidades SI e inglesas.



Problema 10.31

10.32 Demuestre que la ecuación adimensional para la formación de hielo en el exterior de un tubo de radio r_0 es

$$t^* = \frac{r^{*2}}{2} \ln r^* + \left(\frac{1}{2R^*} - \frac{1}{4}\right)(r^{*2} - 1)$$

donde

$$r^* = \frac{\varepsilon + r_0}{r_0} \qquad R^* = \frac{h_0 r_0}{k} \qquad t^* = \frac{(T_f - T_s)kt}{\rho L r_o^2}$$

Suponga que el agua está originalmente a la temperatura de congelación T_f, que el medio de enfriamiento dentro de la superficie del tubo está justo debajo de la temperatura de congelación a una temperatura uniforme T_s y que h_0 es el coeficiente de transferencia de calor entre el medio de enfriamiento y la interfaz tubo-hielo. Además, muestre el circuito térmico.

10.33 En la manufactura de latas de hielo, las latas que tienen dimensiones internas de $11 \times 22 \times 50$ in con un ahusamiento interior de 1 in se llenan con agua y se sumergen en salmuera a una temperatura de 10 °F. Para fines de un análisis preliminar, la lata de hielo real se puede considerar como un cilindro equivalente que tiene la misma área de sección transversal que las latas y los efectos de los extremos se pueden ignorar. La conductancia global entre la salmuera y la superficie interna de las latas es de 40 Btu/h ft^2 °F. Determine el tiempo necesario para congelar el agua y compárelo con el tiempo requerido si la tasa de circulación de la salmuera se aumenta para reducir la resistencia térmica de la superficie a un cuarto del valor especificado antes. El calor latente de fusión del hielo es 143.5 Btu/lb, su densidad es 57.3 lb/ft^3 y su conductividad térmica es 1.28 Btu/h ft °F.

10.34 Estime el tiempo requerido para congelar vegetales en recipientes cilíndricos de estaño delgados de 15 cm de diámetro. Sobre las latas sopla aire a −12 °C y a 4 m/s las cuales están apiladas en forma de un cilindro largo. Las propiedades físicas de los vegetales antes y después de su congelación se pueden tomar como las del agua y del hielo, respectivamente.

10.35 Estime el tiempo necesario para que la radiación nocturna congele un espesor de 3 cm de agua con aire ambiente y temperaturas iniciales del agua a 4 °C. Ignore los efectos de la evaporación.

10.36 La temperatura de un estanque de enfriamiento de 100 m de diámetro es 7 °C en un día de invierno. Si la temperatura del aire repentinamente disminuye a −7 °C, calcule el espesor del hielo formado después de tres horas.

10.37 En una tarde lluviosa de un lunes un banquero acaudalado llama a Sherlock Holmes para entrevistarse con él en el desayuno al día siguiente para discutir el cobro de un préstamo del granjero Joe. Cuando Holmes llega a la casa del banquero a las 9 a.m. del martes, encuentra el cuerpo del banquero en la cocina. La casa del grajero se ubica en el otro lado de un lago, aproximadamente a 10 km de la casa del banquero. Como no existe un camino adecuado entre la casa del granjero y la del banquero. Holmes telefonea a la policía para que interrogue al granjero.

La policía llega a la casa del granjero en una hora y lo interroga acerca de la muerte del banquero. El granjero afirma que ha estado en su casa toda la noche. Los neumáticos de su camión están secos y explica que sus botas están húmedas y sucias debido a que había estado pescando en el lago temprano en la mañana. Luego la policía telefonea a Holmes para eliminar al granjero Joe como el sospechoso del asesinato ya que él no podría haber estado en la casa del banquero puesto que Holmes habló con él.

Entonces Holmes llama al servicio meteorológico y se entera de que aunque la temperatura había estado entre 2 y 5 °C durante semanas, había disminuido a −30 °C muy rápidamente en la noche del lunes. Recordando que una capa de 3 cm de hielo puede soportar a una persona, Holmes saca su regla de cálculo y su libro de transferencia de calor, enciende su pipa, hace algunos cálculos y luego telefonea a la policía para que arreste al granjero Joe. ¿Por qué?

10.38 Estime el área de sección transversal requerida para que un tubo de calentamiento de metanol-níquel de 30 cm de longitud transporte 100 Btu/h a presión atmosférica.

10.39 Diseñe un sistema de enfriamiento de tubos de calentamiento para un satélite esférico que disipa 5000 W/m^3, que tiene un área superficial de 5 m^2 y que no puede exceder una temperatura de 120 °C. Todo el calor se debe disipar por radiación hacia el espacio. Establezca todas sus suposiciones.

10.40 Compare el flujo de calor axial obtenible por un tubo de calentamiento que utiliza agua como el fluido de trabajo con el de una barra de plata sólida. Suponga que los dos artículos tienen una longitud de 20 cm, que la diferencia de temperatura para la barra de un extremo al otro es 100 °C y que el tubo de calentamiento opera a presión atmosférica. Establezca sus suposiciones.

Problemas de diseño

10.1 **Evaporador de nitrógeno líquido** (capítulo 10) El nitrógeno líquido en general se suministra en recipientes de doble pared por los proveedores al sitio de trabajo. En muchas aplicaciones se requiere vapor de nitrógeno, por lo que se necesita proporcionar un medio para evaporar el nitrógeno líquido. Diseñe un evaporador que pueda suministrar vapor de nitrógeno a una tasa de 125 g/min. En su diseño debe considerar el costo del equipo, el área de piso y el costo de operación. También debe considerar que la mayoría de los usuarios finales no quieren que se les moleste con equipo complejo. De aquí que se requiera un sistema muy simple, pero efectivo y seguro.

10.2 **Calentador de resistencia eléctrica** (capítulos 2, 3, 6 y 10) En los capítulos 2, 3 y 6 usted determinó los coeficientes de transferencia de calor requeridos para agua fluyendo sobre la superficie exterior de un elemento de calentamiento. Estas soluciones requerían una suposición de que limitando la temperatura superficial del elemento de calentamiento a 100 °C, se podría eliminar la ebullición superficial. Dada la presión de operación del sistema y su comprensión de la transferencia de calor por convección en ebullición, determine si la constante fue demasiado conservadora. Si lo fue, refine su diseño del calentador de agua.

10.3 **Condensador para una turbina de vapor** (capítulo 10) Repita su diseño para el problema 8.2 del capítulo 8, pero calcule el coeficiente de transferencia de calor por condensación. Explique cualesquiera diferencias en los resultados.

10.4 **Generador de vapor para laboratorio** (capítulo 10) Tiene que diseñar un generador de vapor eléctrico para utilizarlo en un experimento de laboratorio. La caldera debe suministrar 1 g/s de vapor seco y saturado a 1.5 atm. Las consideraciones de diseño principales son el costo, la facilidad de uso y la seguridad. Por simplicidad, puede considerar una configuración de una caldera en un estanque, con un elemento de calentamiento de resistencia eléctrica similar al que se utiliza en una tetera. Explique cómo se dimensionaría y colocaría en el estanque el elemento de calentamiento, los aspectos de calidad y cómo controlaría el dispositivo para asegurar que pudiera producir vapor de manera continua.

APÉNDICES

Apéndice 1 Sistema internacional de unidades A3

Tabla 1 Unidades SI básicas A3
Tabla 2 Unidades SI definidas A3
Tabla 3 Unidades SI derivadas A4
Tabla 4 Prefijos SI A4
Tabla 5 Constantes físicas en unidades SI A4
Tabla 6 Factores de conversión A5

Apéndice 2 Tablas de datos A6

PROPIEDADES DE SÓLIDOS

Tabla 7 Emisividades normales de metales A7
Tabla 8 Emisividades normales de no metales A8
Tabla 9 Emisividades normales de pinturas y recubrimientos superficiales A8
Tabla 10 Aleaciones A9
Tabla 11 Aislantes y materiales de construcción A10
Tabla 12 Elementos metálicos A12

PROPIEDADES TERMODINÁMICAS DE LÍQUIDOS

Tabla 13 Agua a presión de saturación A14
Tabla 14 Freón-12 (CCL_2F_2), líquido saturado A16
Tabla 15 R-134a ($C_2H_2F_4$), líquido saturado A17
Tabla 16 Amoniaco (NH_3), líquido saturado A18
Tabla 17 Aceite para motores sin usar A19
Tabla 18 Aceite para transformadores (Norma 982-68) A20
Tabla 19 Alcohol *n*-butílico ($C_4H_{10}O$) A21
Tabla 20 Anilina comercial A21
Tabla 21 Benceno (C_6H_6) A22
Tabla 22 Compuestos orgánicos a 20 °C, 68 °F A22

FLUIDOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Tabla 23 Mobiltherm 600 A23
Tabla 24 Sal nitrada fundida (60% $NaNO_3$ 40% KNO_3, en peso) A24

METALES LÍQUIDOS
Tabla 25 Bismuto A24
Tabla 26 Mercurio (líquido saturado) A25
Tabla 27 Sodio A25

PROPIEDADES TERMODINÁMICAS DE GASES
Tabla 28 Aire seco a presión atmosférica A26
Tabla 29 Dióxido de carbono a presión atmosférica A27
Tabla 30 Monóxido de carbono a presión atmosférica A28
Tabla 31 Helio a presión atmosférica A29
Tabla 32 Hidrógeno a presión atmosférica A30
Tabla 33 Nitrógeno a presión atmosférica A31
Tabla 34 Oxígeno a presión atmosférica A32
Tabla 35 Vapor (H_2O) a presión atmosférica A33
Tabla 36 Metano a presión atmosférica A34
Tabla 37 Etano a presión atmosférica A35
Tabla 38 Atmósfera A36

PROPIEDADES DIVERSAS Y FUNCIÓN DE ERROR
Tabla 39 Tamaño del poro de la mecha de un tubo de calentamiento y datos de permeabilidad A37
Tabla 40 Absortividad solar (α_s) y emisividades térmicas hemisféricas totales (ε_h) de elementos de construcción seleccionados A38
Tabla 41 Dimensiones de tubos de acero A40
Tabla 42 Propiedades promedio de tubos A42
Tabla 43 La función de error A44

ECUACIONES DE CORRELACIÓN PARA LAS PROPIEDADES FÍSICAS
Tabla 44 Capacidades térmicas de gases ideales A45
Tabla 45 Viscosidades de gases a baja presión A45
Tabla 46 Conductividades térmicas de gases a ~1 atm A46
Tabla 47 Capacidades térmicas de líquidos saturados A46
Tabla 48 Viscosidades de líquidos saturados A47
Tabla 49 Conductividades térmicas de líquidos A48
Tabla 50 Densidades de líquidos saturados A49

Apéndice 3 Programas de cómputo para resolver matrices tridiagonales A50

Apéndice 4 Códigos de cómputo para transferencia de calor A56

Apéndice 5 Bibliografía sobre transferencia de calor A57

APÉNDICE 1

Sistema internacional de unidades

El sistema internacional de unidades (SI) evolucionó del sistema MKS, en el que el metro es la unidad de longitud, el kilogramo es la unidad de masa y el segundo es la unidad de tiempo. El sistema SI se está convirtiendo rápidamente en el sistema estándar de unidades en todo el mundo industrializado.

El sistema SI se basa en siete unidades. Otras unidades derivadas se pueden relacionar con estas siete unidades básicas mediante ecuaciones reguladoras. Las unidades básicas se incluyen en la tabla 1 junto con sus símbolos recomendados. En la tabla 2 se encuentran varias unidades definidas, en tanto que las unidades derivadas de interés en transferencia de calor y flujo de fluidos se dan en la tabla 3.

Los prefijos estándares se pueden utilizar en el sistema SI para designar múltiplos de las unidades básicas y de esta manera se ahorra espacio. Los prefijos estándares se dan en la tabla 4.

La tabla 5 contiene una lista en orden alfabético de constantes físicas de uso frecuente en problemas de transferencia de calor y de flujo de fluidos, junto con sus valores en el sistema SI de unidades.

TABLA 1 Unidades SI básicas

Cantidad	Nombre de la unidad	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	amperio	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

TABLA 2 Unidades SI definidas

Cantidad	Unidad	Ecuación definida
Capacitancia	faradio, F	$1\ F = 1\ A\ s/V$
Resistencia eléctrica	ohm, Ω	$1\ \Omega = 1\ V/A$
Fuerza	newton, N	$1\ N = 1\ kg\ m/s^2$
Diferencia de potencial	volt, V	$1\ V = 1\ W/A$
Potencia	watt, W	$1\ W = 1\ J/s$
Presión	pascal, Pa	$1\ Pa = 1\ N/m^2$
Temperatura	kelvin, K	$K = °C + 273.15$
Trabajo, calor, energía	joule, J	$1\ J = 1\ N\ m$

TABLA 3 Unidades SI derivadas

Cantidad	Nombre de la unidad	Símbolo
Aceleración	metro por segundo al cuadrado	m/s^2
Área	metro cuadrado	m^2
Densidad	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3
Viscosidad dinámica	newton-segundo por metro cuadrado	$N\ s/m^2$
Fuerza	newton	N
Frecuencia	hertz	Hz
Viscosidad cinemática	metro cuadrado por segundo	m^2/s
Ángulo plano	radián	rad
Potencia	watt	W
Intensidad radiante	watt por estereorradián	W/sr
Ángulo sólido	estereorradián	sr
Calor específico	joule por kilogramo-kelvin	J/kg K
Conductividad térmica	watt por metro-kelvin	W/m K
Velocidad	metro por segundo	m/s
Volumen	metro cúbico	m^3

TABLA 4 Prefijos SI

Multiplicador	Símbolo	Prefijo	Multiplicador	Símbolo	Prefijo
10^{12}	T	tera	10^{-2}	c	centi
10^{9}	G	giga	10^{-3}	m	mili
10^{6}	M	mega	10^{-6}	μ	micro
10^{3}	k	kilo	10^{-9}	n	nano
10^{2}	h	hecto	10^{-12}	p	pico
10^{1}	da	deca	10^{-15}	f	femto
10^{-1}	d	deci	10^{-18}	a	atto

TABLA 5 Constantes físicas en unidades SI

Cantidad	Símbolo	Valor
—	e	2.718281828
—	π	3.141592653
—	g_c	$1.00000\ kg\ m\ N^{-1}\ s^{-2}$
Constante de Avogadro	N_A	$6.022169 \times 10^{26}\ kmol^{-1}$
Constante de Boltzmann	k	$1.380622 \times 10^{23}\ J\ K^{-1}$
Primera constante de radiación	$C_1 = 2\pi hc^2$	$3.741844 \times 10^{-16}\ W\ m^2$
Constante de Planck	h	$6.626196 \times 10^{-34}\ J\ s$
Segunda constante de radiación	$C_2 = hc/k$	$1.438833 \times 10^{-2}\ m\ K$
Velocidad de la luz en el vacío	c	$2.997925 \times 10^{8}\ m\ s^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5.66961 \times 10^{-8}\ W\ m^{-2}\ K^{-4}$

TABLA 6 Factores de conversión

Cantidad física	Símbolo	Factor de conversión
Área	A	1 $ft^2 = 0.0920\ m^2$
		1 $in^2 = 6.452 \times 10^{-4}\ m^2$
Densidad	ρ	1 $lb_m/ft^3 = 16.018\ kg/m^3$
		1 $slug/ft^3 = 515.379\ kg/m^3$
Energía, calor	Q	1 Btu = 1055.1 J
		1 cal = 4.186 J
		1 $(ft)(lb_f) = 1.3558$ J
		1 $(hp)(h) = 2.685 \times 10^6$ J
Fuerza	F	1 $lb_f = 4.448$ N
Tasa de flujo de calor	q	1 Btu/h = 0.2931 W
		1 Btu/s = 1055.1 W
Flujo de calor por unidad de área	q''	1 $Btu/(h)(ft^2) = 3.1525\ W/m^2$
Generación de calor por unidad de volumen	$\dot{q}_G$	1 $Btu/(h)(ft^3) = 10.343\ W/m^3$
Coeficiente de transferencia de calor	h	1 $Btu/(h)(ft^2)(°F) = 5.678\ W/m^2\ K$
Longitud	L	1 ft = 0.3048 m
		1 in = 2.54 cm = 0.0254 m
		1 milla = 1.6093 km = 1609.3 m
Masa	m	1 $lb_m = 0.4536$ kg
		1 slug = 14.594 kg
Flujo másico	$\dot{m}$	1 $lb_m/h = 0.000126$ kg/s
		1 $lb_m/s = 0.4536$ kg/s
Potencia	P	1 hp = 745.7 W
		1 $(ft)(lb_f)/s = 1.3558$ W
		1 Btu/s = 1055.1 W
		1 Btu/h = 0.293 W
Presión	p	1 $lb_f/in^2 = 6894.8\ N/m^2$ (Pa)
		1 $lb_f/ft^2 = 47.88\ N/m^2$ (Pa)
		1 atm = 101,325 N/m^2 (Pa)
Capacidad de calor específico	c	1 $Btu/(lb_m)(°F) = 4188$ J/kg K
Temperatura	T	$T(°R) = (9/5)T(K)$
		$T(°F) = [T(°C)](9/5) + 32$
		$T(°F) = [T(K) - 273.15](9/5) + 32$
Conductividad térmica	k	1 Btu/(h)(ft)(°F) = 1.731 W/m K
Difusividad térmica	α	1 $ft^2/s = 0.0929\ m^2/s$
		1 $ft^2/h = 2.581 \times 10^{-5}\ m^2/s$
Resistencia térmica	R_t	1 (h)(°F)/Btu = 1.8958 K/W
Velocidad	U_∞	1 ft/s = 0.3048 m/s
		1 mph = 0.44703 m/s
Viscosidad, dinámica	μ	1 $lb_m/(ft)(s) = 1.488\ N\ s/m^2$
		1 centipoise = 0.00100 N s/m^2
Viscosidad, cinemática	ν	1 $ft^2/s = 0.0929\ m^2/s$
		1 $ft^2/h = 2.581 \times 10^{-5}\ m^2/s$
Volumen	V	1 $ft^3 = 0.02832\ m^3$
		1 $in^3 = 1.6387 \times 10^{-5}\ m^3$
		1 gal (E.E.U.U.) = 0.003785 m^3

APÉNDICE 2

Tablas de datos

Para facilitar la conversión de valores de propiedades de unidades SI a inglesas, en cada tabla se han incorporado factores de conversión. Para datos dependientes de la temperatura, la temperatura se da en los dos sistemas de unidades. Los valores de las propiedades se dan en unidades SI (excepto en la tabla 38); para obtener una propiedad en unidades inglesas, la propiedad en unidades SI se debe multiplicar por el factor de conversión de la parte superior de la columna. Por ejemplo, suponga que se quiere determinar la viscosidad absoluta del agua en unidades inglesas, a 95 °F. De la tabla 13 se tiene

$$\mu = \underbrace{(719.8 \times 10^{-6})}_{\text{(valor SI de la tabla)}} \times \underbrace{(0.6720)}_{\text{(factor de conversión de la parte superior de la columna)}} = 4.84 \times 10^{-4}\ \text{lb}_\text{m}/\text{ft s}$$

Las tablas 41 y 42 están sólo en unidades inglesas ya que en Estados Unidos las medidas de tubos y tuberías en general se especifican en esas dimensiones.

Propiedades de sólidos

TABLA 7 Emisividades normales de metales

Sustancia	Estado de la superficie	Temperatura (K)	Temperatura (R)	Emisividad normal ε_n[a]
Aluminio	placa pulida	296	533	0.040
		498	896	0.039
	laminada, pulida	443	797	0.039
	placa áspera	298	536	0.070
Latón	oxidada	611	1100	0.22
	pulida	292	526	0.05
		573	1031	0.032
	deslustrada	329	592	0.202
Cromo	pulida	423	761	0.058
Cobre	oxidada negra	293	527	0.780
	ligeramente deslustrada	293	527	0.037
	pulida	293	527	0.030
Oro	no pulida	293	527	0.47
	pulida	293	527	0.025
Hierro	lisa oxidada	398	716	0.78
	pulida brillante	293	527	0.24
	pulida	698	1256	0.144
Plomo	oxidada gris	293	527	0.28
	pulida	403	725	0.056
Molibdeno	filamento	998	1796	0.096
Níquel	oxidada	373	671	0.41
	pulida	373	671	0.045
Platino	pulida	498	896	0.054
		898	1616	0.104
Plata	pulida	293	527	0.025
Acero	oxidada áspera	313	563	0.94
	lámina pulida	1213	2183	0.520
Estaño	brillante	293	527	0.070
Tungsteno	filamento	3300	5940	0.39
Zinc	deslustrada	293	527	0.25
	pulida	503	905	0.045

[a]Los valores de la emisividad hemisférica se pueden aproximar mediante $\varepsilon = 1.2\varepsilon_n$ para superficies metálicas brillantes, $\varepsilon = 0.95\varepsilon_n$ para superficies lisas y $\varepsilon = 0.98\varepsilon_n$ para superficies ásperas.

Fuente: K. Raznjevič, *Handbook of Thermodynamic Tables and Charts*, McGraw-Hill, Nueva York, 1976.

TABLA 8 Emisividades normales de no metales

Sustancia	Estado de la superficie	Temperatura (K)	Temperatura (R)	Emisividad normal ε_n
Lámina de asbesto		297	535	0.96
Ladrillo	roja, áspera	293	527	0.93
Filamento de carbono		1313		0.53
Vidrio	lisa	293	527	0.93
Hielo	lisa	273	491	0.966
	áspera	273	491	0.985
Mampostería	enlucida	273	491	0.93
Papel		293	527	0.80
Enlucido, cal	blanca, áspera	293	527	0.93
Porcelana	vidriada	293	527	0.93
Cuarzo	fundida, áspera	293	527	0.93
Caucho				
suave	gris	297	535	0.86
duro	negra, áspera	297	535	0.95
Madera				
haya	cepillada	343	617	0.935
roble	cepillada	294	529	0.885

Fuente: K. Raznjevič, *Handbook of Thermodynamic Tables and Charts*, McGraw-Hill, Nueva York, 1976.

TABLA 9 Emisividades normales de pinturas y recubrimientos superficiales

Sustancia	Estado de la superficie	Temperatura (K)	Temperatura (R)	Emisividad normal ε_n
Bronce aluminio		373	671	0.20-0.40
Esmalte aluminio	áspera	293	527	0.39
Pintura alumínica	calentada a 325 °C	423-588	761-1058	0.35
Esmalte de baquelita		353	635	0.935
Esmalte				
blanco	áspera	293	527	0.90
negro	brillante	298	536	0.876
Pintura de aceite		273-473	491-851	0.885
Imprimador de				
plomo rojo		293-373	527-671	0.93
Laca, negra	brillante	294	529	0.82
	mate	348-418	626-752	0.91

Fuente: K. Raznjevič, *Handbook of Thermodynamic Tables and Charts*, McGraw-Hill, Nueva York, 1976.

TABLA 10 Aleaciones

		Propiedades a 293 K (20 °C, 68 °F)			
		ρ (kg/m^3)	c_p (J/kg K)	k (W/m K)	$\alpha \times 10^5$ (m^2/s)
Metal	**Composición (%)**	**$\times$ 6.243 $\times$ 10^{-2} = (lb$_m$/ft^3)**	**$\times$ 2.388 $\times$ 10^{-4} = (Btu/lb$_m$ °F)**	**$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)**	**$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)**
Aluminio					
duraluminio	94–96 Al, 3–5 Cu, traza Mg	2787	833	164	6.676
siluminio	87 Al, 13 Si	2659	871	164	7.099
Cobre					
aluminio bronce	95 Cu, 5 Al	8666	410	83	2.330
bronce	75 Cu, 25 Sn	8666	343	26	0.859
latón rojo	85 Cu, 9 Sn, 6 Zn	8714	385	61	1.804
latón	70 Cu, 30 Zn	8522	385	111	3.412
plata alemana	62 Cu, 15 Ni, 22 Zn	8618	394	24.9	0.733
constantano	60 Cu, 40 Ni	8922	410	22.7	0.612
Hierro					
hierro colado	~4 C	7272	420	52	1.702
hierro forjado	0.5 CH	7849	460	59	1.626
Acero					
acero al carbono	1 C	7801	473	43	1.172
	1.5 C	7753	486	36	0.970
acero al cromo	1 Cr	7865	460	61	1.665
	5 Cr	7833	460	40	1.110
	10 Cr	7785	460	31	0.867
acero al cromo níquel	15 Cr, 10 Ni	7865	460	19	0.526
	20 Cr, 15 Ni	7833	460	15.1	0.415
acero al níquel	10 Ni	7945	460	26	0.720
	20 Ni	7993	460	19	0.526
	40 Ni	8169	460	10	0.279
	60 Ni	8378	460	19	0.493
acero al cromo níquel	80 Ni, 15 C	8522	460	17	0.444
	40 Ni, 15 C	8073	460	11.6	0.305
acero al manganeso	1 Mn	7865	460	50	1.388
	5 Mn	7849	460	22	0.637
acero al silicio	1 Si	7769	460	42	1.164
	5 Si	7417	460	19	0.555
acero inoxidable	tipo 304	7817	461	14.4	0.387
	tipo 347	7817	461	14.3	0.387
acero al tungsteno	1 W	7913	448	66	1.858
	5 W	8073	435	54	1.525

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer,* McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 11 Aislantes y materiales de construcción

	Propiedades a 293 K (20 °C, 68 °F)			
	ρ (kg/m^3)	c_p (J/kg K)	k (W/m K)	$\alpha \times 10^5$ (m^2/s)
Material	$\times$ 6.243 $\times$ 10^{-2} = (lb$_m$/ft^3)	$\times$ 2.388 $\times$ 10^{-4} = (Btu/lb$_m$ °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)
Asbesto	383	816	0.113	0.036
Asfalto	2120		0.698	
Baquelita	1270		0.233	
Ladrillo				
común	1800	840	0.38-0.52	0.028-0.034
carborundo (50% SiC)	2200		5.82	
magnesita (50% MgO)	2000		2.68	
mampostería	1700	837	0.658	0.046
sílice (95% SiO_2)	1900		1.07	
zirconio (62% ZrO_2)	3600		2.44	
Cartón			0.14-0.35	
Cemento, duro			1.047	
Arcilla (48.7% de humedad)	1545	880	1.26	0.101
Carbón, antracita	1370	1260	0.238	0.013-0.015
Concreto, seco	2300	837	1.8	0.094
Corcho, tableros	150	1880	0.042	0.015-0.044
Corcho, expandido	120		0.036	
Tierra de diatomeas	466	879	0.126	0.031
Fibra de vidrio	220		0.035	
Vidrio, ventanas	2800	800	0.81	0.034
Vidrio, teñido	50		0.037	
	100		0.036	
	200	670	0.040	0.028
Granito	2750		3.0	
Hielo (0 °C)	913	1830	2.22	0.124
Kapok	25		0.035	
Linóleo	535		0.081	
Mica	2900		0.523	
Corteza de pino	342		0.080	
Enlucido	1800		0.814	
Plexiglás	1180		0.195	
Madera contrachapada	590		0.109	
Poliestireno	1050		0.157	
Caucho, Buna	1250		0.465	
duro (ebonita)	1150	2009	0.163	0.0062
esponjoso	224		0.055	
Arena, seca			0.582	
Arena, húmeda	1640		1.13	

(*Continúa*)

TABLA 11 (*Continuación*)

	Propiedades a 293 K (20 °C, 68 °F)			
	ρ (kg/m^3)	c_p (J/kg K)	k (W/m K)	$\alpha \times 10^5$ (m^2/s)
Material	$\times$ 6.243 $\times$ 10^{-2} = (lb$_m$/ft^3)	$\times$ 2.388 $\times$ 10^{-4} = (Btu/lb$_m$ °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)
Aserrín	215		0.071	
Suelo				
seco	1500	1842	~0.35	~0.0138
húmedo	1500		~2.60	0.0414
Madera				
roble	609-801	2390	0.17-0.21	0.0111-0.0121
pino, abeto, picea	416-421	2720	0.15	0.0124
Hojas de fibra de madera	200		0.047	
Lana	200		0.038	
85% de magnesia			0.059	

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972; K. Raznjevič, *Handbook of Thermodynamic Tables and Charts*, McGraw-Hill, Nueva York, 1976.

TABLA 12 Elementos metálicos[a]

	Conductividad térmica k (W/m K)[b]							Propiedades a 293 K o 20 °C o 68 °F				
	200 K −73 °C	273 K 0 °C 32 °F	400 K 127 °C 261 °F	600 K 327 °C 621 °F	800 K 527 °C 981 °F	1000 K 727 °C 1341 °F	1200 K 927 °C 1701 °F	ρ (kg/m^3)	c_p (J/kg K)	k (W/m K)	$\alpha \times 10^6$ (m^2/s)	Temperatura de fusión (K)
Elemento				× 0.5777 = (Btu/h ft °F)				× 6.243 × 10^{-2} = (lb$_m$/ft^3)	× 2.388 × 10^{-4} = (Btu/lb$_m$ °F)	× 0.5777 = (Btu/h ft °F)	3.874 × 10^4 = (ft^2/h)	
Aluminio	237	236	240	232	220			2702	896	236	97.5	933
Antimonio	30.2	25.5	21.2	18.2	16.8			6684	208	24.6	17.7	904
Berilio	301	218	161	126	107	89	73	1850	1750	205	63.3	1550
Bismuto[c]	9.7	8.2						9780	124	7.9	6.51	545
Boro[c]	52.5	31.7	18.7	11.3	8.1	6.3	5.2	2500	1047	28.6	10.9	2573
Cadmio[c]	99.3	97.5	94.7					8650	231	97	48.5	594
Cesio	36.8	36.1						1873	230	36	83.6	302
Cromo	111	94.8	87.3	80.5	71.3	65.3	62.4	7160	440	91.4	29.0	2118
Cobalto[c]	122	104	84.8					8862	389	100	29.0	1765
Cobre	413	401	392	383	371	357	342	8933	383	399	116.6	1356
Germanio	96.8	66.7	43.2	27.3	19.8	17.4	17.4	5360		61.6		1211
Oro	327	318	312	304	292	278	262	19300	129	316	126.9	1336
Hafnio	24.4	23.3	22.3	21.3	20.8	20.7	20.9	13280		23.1		2495
Indio	89.7	83.7	74.5					7300		82.2		430
Iridio	153	148	144	138	132	126	120	22500	134	147	48.8	2716
Hierro	94	83.5	69.4	54.7	43.3	32.6	28.2	7870	452	81.1	22.8	1810
Plomo	36.6	35.5	33.8	31.2				11340	129	35.3	24.1	601
Litio	88.1	79.2	72.1					534	3391	77.4	42.7	454
Magnesio	159	157	153	149	146			1740	1017	156	88.2	923
Manganeso	7.17	7.68						7290	486	7.78	2.2	1517

(*Continúa*)

TABLA 12 (*Continuación*)

	Conductividad térmica k (W/m K)[b]							Propiedades a 293 K o 20 °C o 68 °F				
	200 K −73°C	273 K 0°C 32°F	400 K 127°C 261°F	600 K 327°C 621°F	800 K 527°C 981°F	1000 K 727°C 1341°F	1200 K 927°C 1701°F	ρ (kg/m³)	c_p (J/kg K)	k (W/m K)	$\alpha \times 10^6$ (m²/s)	
Elemento	× 0.5777 = (Btu/h ft°F)							× 6.243 × 10^{-2} = (lb_m/ft³)	× 2.388 × 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	× 0.5777 = (Btu/h ft °F)	3.874 × 10^4 = (ft²/h)	Temperatura de fusión (K)
Mercurio[c]	28.9							13546				234
Molibdeno	143	139	134	126	118	112	105	10240	251	138	53.7	2883
Níquel	106	94	80.1	65.5	67.4	71.8	76.1	8900	446	91	22.9	1726
Niobio	52.6	53.3	55.2	58.2	61.3	64.4	67.5	8570	270	53.6	23.2	2741
Paladio	75.5	75.5	75.5	75.5	75.5	75.5		12020	247	75.5	25.4	1825
Platino	72.4	71.5	71.6	73.0	75.5	78.6	82.6	21450	133	71.4	25.0	2042
Potasio	104	104	52					860	741	103	161.6	337
Renio	51	48.6	46.1	44.2	44.1	44.6	45.7	21100	137	48.1	16.6	3453
Rodio	154	151	146	136	127	121	115	12450	248	150	48.6	2233
Rubidio	58.9	58.3						1530	348	58.2	109.3	312
Silicio	264	168	98.9	61.9	42.2	31.2	25.7	2330	703	153	93.4	1685
Plata	403	428	420	405	389	374	358	10500	234	427	173.8	1234
Sodio	138	135						971	1206	133	113.6	371
Tántalo	57.5	57.4	57.8	58.6	59.4	60.2	61	16600	138	57.5	25.1	3269
Estaño[c]	73.3	68.2	62.2					5750	227	67.0	51.3	505
Titanio[c]	24.5	22.4	20.4	19.4	19.7	20.7	22	4500	611	22.0	8.0	1953
Tungsteno[c]	197	182	162	139	128	121	115	19300	134	179	69.2	3653
Uranio[c]	25.1	27	29.6	34	38.8	43.9	49	19070	113	27.4	12.7	1407
Vanadio	31.5	31.3	32.1	34.2	36.3	38.6	41.2	6100	502	31.4	10.3	2192
Zinc	123	122	116	105				7140	385	121	44.0	693
Zirconio[c]	25.2	23.2	21.6	20.7	21.6	23.7	25.7	6570	272	22.8	12.8	2125

[a]La pureza de todos los elementos excede 99%.

[b]Los errores porcentuales esperados en los valores de la conductividad térmica, están aproximadamente dentro de ±5% de los valores reales cerca de la temperatura ambiente y dentro de casi ±10% a otras temperaturas.

[c]Para materiales cristalinos, los valores dados son para materiales policristalinos.

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972; K. Raznjevič, *Handbook of Thermodynamic Tables and Charts*, 3a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1976; Y.S. Touloukian, 3a. ed., *Thermophysical Properties of Matter*, IFI/Plenum, Nueva York, 1970.

Propiedades termodinámicas de líquidos

TABLA 13 Agua a presión de saturación

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica $\beta \times 10^4$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^6$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$ (N s/m⁶)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-9}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times 6.243 \times 10^{-2}$ = (lb_m/ft^3)	$\times 0.5556$ = (1/R)	$\times 2.388 \times 10^{-4}$ = (Btu/lb_m °F)	$\times 0.5777$ = (Btu/h ft °F)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)	$\times 0.6720$ = (lb_m/ft s)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)		$\times 1.573 \times 10^{-2}$ = (1/R ft^3)
32	273	0	999.9	−0.7	4226	0.558	0.131	1794	1.789	13.7	—
41	278	5	1000	—	4206	0.568	0.135	1535	1.535	11.4	—
50	283	10	999.7	0.95	4195	0.577	0.137	1296	1.300	9.5	0.551
59	288	15	999.1	—	4187	0.585	0.141	1136	1.146	8.1	—
68	293	20	998.2	2.1	4182	0.597	0.143	993	1.006	7.0	2.035
77	298	25	997.1	—	4178	0.606	0.146	880.6	0.884	6.1	—
86	303	30	995.7	3.0	4176	0.615	0.149	792.4	0.805	5.4	4.540
95	308	35	994.1	—	4175	0.624	0.150	719.8	0.725	4.8	—
104	313	40	992.2	3.9	4175	0.633	0.151	658.0	0.658	4.3	8.833
113	318	45	990.2	—	4176	0.640	0.155	605.1	0.611	3.9	—
122	323	50	988.1	4.6	4178	0.647	0.157	555.1	0.556	3.55	14.59
167	348	75	974.9	—	4190	0.671	0.164	376.6	0.366	2.23	—
212	373	100	958.4	7.5	4211	0.682	0.169	277.5	0.294	1.75	85.09
248	393	120	943.5	8.5	4232	0.685	0.171	235.4	0.244	1.43	140.0
284	413	140	926.3	9.7	4257	0.684	0.172	201.0	0.212	1.23	211.7
320	433	160	907.6	10.8	4285	0.680	0.173	171.6	0.191	1.10	290.3
356	453	180	886.6	12.1	4396	0.673	0.172	152.0	0.173	1.01	396.5
392	473	200	862.8	13.5	4501	0.665	0.170	139.3	0.160	0.95	517.2
428	493	220	837.0	15.2	4605	0.652	0.167	124.5	0.149	0.90	671.4
464	513	240	809.0	17.2	4731	0.634	0.162	113.8	0.141	0.86	848.5
500	533	260	779.0	20.0	4982	0.613	0.156	104.9	0.135	0.86	1076
536	553	280	750.0	23.8	5234	0.588	0.147	98.07	0.131	0.89	1360
572	573	300	712.5	29.5	5694	0.564	0.132	92.18	0.128	0.98	1766

(*Continúa*)

TABLA 13 (*Continuación*)

Temperatura de saturación T			Presión de saturación $p \times 10^{-5}$ (N/m²)	Volumen específico de vapor v_g (m³/kg)	Entalpía		
					h_f (kJ/kg)	h_g (kJ/kg)	h_{fg} (kJ/kg)
°F	K	°C	× 1.450 × 10^{-4} = (psi)	× 16.02 = (ft^3/lb_m)	× 0.430 = (Btu/lb_m)	× 0.430 = (Btu/lb_m)	× 0.430 = (Btu/lb_m)
32	273	0	0.0061	206.3	−0.04	2501	2501
50	283	10	0.0122	106.4	41.99	2519	2477
68	293	20	0.0233	57.833	83.86	2537	2453
86	303	30	0.0424	32.929	125.66	2555	2430
104	313	40	0.0737	19.548	167.45	2574	2406
122	323	50	0.1233	12.048	209.26	2591	2382
140	333	60	0.1991	7.680	251.09	2609	2358
158	343	70	0.3116	5.047	292.97	2626	2333
176	353	80	0.4735	3.410	334.92	2643	2308
194	363	90	0.7010	2.362	376.94	2660	2283
212	373	100	1.0132	1.673	419.06	2676	2257
248	393	120	1.9854	0.892	503.7	2706	2202
284	413	140	3.6136	0.508	589.1	2734	2144
320	433	160	6.1804	0.306	675.5	2757	2082
356	453	180	10.027	0.193	763.1	2777	2014
392	473	200	15.551	0.127	852.4	2791	1939
428	493	220	23.201	0.0860	943.7	2799	1856
464	513	240	33.480	0.0596	1037.6	2801	1764
500	533	260	46.940	0.0421	1135.0	2795	1660
536	553	280	64.191	0.0301	1237.0	2778	1541
572	573	300	85.917	0.0216	1345.4	2748	1403

Fuente: K. Raznjevič, *Handbook of Thermodynamic Tables and Charts,* McGraw-Hill, Nueva York, 1976.

TABLA 14 Freón-12 (CCL_2F_2), líquido saturado

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^8$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^4$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-10}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times$ 6.243 $\times 10^{-2}$ = (lb_m/ft^3)	$\times$ 0.5556 = (1/R)	$\times$ 2.388 $\times 10^{-4}$ = (Btu/lb_m °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times 10^4$ = (ft^2/h)	$\times$ 0.6720 = (lb_m/ft s)	$\times$ 3.874 $\times 10^4$ = (ft^2/h)		$\times$ 1.573 $\times 10^{-2}$ = (1/R ft^3)
−58	223	−50	1547	2.63	875.0	0.067	5.01	4.796	0.310	6.2	26.84
−40	233	−40	1519		884.7	0.069	5.14	4.238	0.279	5.4	
−22	243	−30	1490		895.6	0.069	5.26	3.770	0.253	4.8	
−4	253	−20	1461		907.3	0.071	5.39	3.433	0.235	4.4	
14	263	−10	1429		920.3	0.073	5.50	3.158	0.221	4.0	
32	273	0	1397	3.10	934.5	0.073	5.57	2.990	0.214	3.8	6.68
50	283	10	1364		949.6	0.073	5.60	2.769	0.203	3.6	
68	293	20	1330		965.9	0.073	5.60	2.633	0.198	3.5	
86	303	30	1295		983.5	0.071	5.60	2.512	0.194	3.5	
104	313	40	1257		1001.9	0.069	5.55	2.401	0.191	3.5	
122	323	50	1216		1021.6	0.067	5.45	2.310	0.190	3.5	

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 15 R-134a ($C_2H_2F_4$), líquido saturado

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^8$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^4$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-10}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times$ 6.243 $\times 10^{-2}$ = (lb_m/ft^3)	$\times$ 0.5556 = (1/R)	$\times$ 2.388 $\times 10^{-4}$ = (Btu/lb_m °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times 10^4$ = (ft^2/h)	$\times$0.6720 = (lb_m/ft s)	$\times$ 3.874 $\times 10^4$ = (ft^2/h)		$\times$ 1.573 $\times 10^{-2}$ = (1/R ft^3)
−58	223	−50	1446	1.96	1238	0.116	6.46	5.551	0.384	5.9	13.03
−40	233	−40	1418	2.05	1255	0.111	6.21	4.722	0.333	5.4	18.11
−22	243	−30	1388	2.14	1273	0.106	5.99	4.064	0.293	4.9	24.45
−4	253	−20	1358	2.28	1293	0.101	5.76	3.53	0.260	4.5	33.03
14	263	−10	1327	2.43	1316	0.097	5.53	3.086	0.233	4.2	43.99
32	273	0	1295	2.59	1341	0.092	5.30	2.711	0.209	4.0	57.98
50	283	10	1261	2.81	1370	0.088	5.07	2.388	0.189	3.7	76.73
68	293	20	1225	3.08	1405	0.083	4.84	2.107	0.172	3.6	102.00
86	303	30	1188	3.43	1446	0.079	4.60	1.858	0.156	3.4	137.52
104	313	40	1147	3.91	1498	0.075	4.35	1.634	0.142	3.3	189.00
122	323	50	1102	4.59	1566	0.070	4.08	1.431	0.130	3.2	266.92

Fuente: ASHRAE Handbook, ASHRAE Inc., Atlanta, GA, 2007.

TABLA 16 Amoniaco (NH_3), líquido saturado

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^8$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^4$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-10}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times 6.243 \times 10^{-2}$ = (lb_m/ft^3)	$\times 0.5556$ = (1/R)	$\times 2.388 \times 10^{-4}$ = (Btu/lb_m °F)	$\times 0.5777$ = (Btu/h ft °F)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)	$\times 0.6720$ = (lb_m/ft s)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)		$\times 1.573 \times 10^{-2}$ = (1/R ft^3)
−58	223	−50	703.7		4463	0.547	17.42	3.061	0.435	2.60	
−40	233	−40	691.7		4467	0.547	17.75	2.808	0.406	2.28	
−22	243	−30	679.3		4476	0.549	18.01	2.629	0.387	2.15	
−4	253	−20	666.7		4509	0.547	18.19	2.540	0.381	2.09	
14	263	−10	653.6		4564	0.543	18.25	2.471	0.378	2.07	
32	273	0	640.1	2.16	4635	0.540	18.19	2.388	0.373	2.05	1.51
50	283	10	626.2		4714	0.531	18.01	2.304	0.368	2.04	
68	293	20	611.8	2.45	4798	0.521	17.75	2.196	0.359	2.02	18.64
86	303	30	596.4		4890	0.507	17.42	2.081	0.349	2.01	
104	313	40	581.0		4999	0.493	17.01	1.975	0.340	2.00	
122	323	50	564.3		5116	0.476	16.54	1.862	0.330	1.99	

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 17 Aceite para motores sin usar

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^{10}$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^3$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times 6.243 \times 10^{-2}$ = (lb_m/ft^3)	$\times 0.5556$ = (1/R)	$\times 2.388 \times 10^{-4}$ = (Btu/lb_m °F)	$\times 0.5777$ = (Btu/h ft °F)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)	$\times 0.6720$ = (lb_m/ft s)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)		$\times 1.573 \times 10^{-2}$ = (1/R ft^3)
32	273	0	899.1		1796	0.147	911	3848	4280	471	
68	293	20	888.2	0.648	1880	0.145	872	799	900	104	7.85×10^3
104	313	40	876.1	0.691	1964	0.144	834	210	240	28.7	1.18×10^5
140	333	60	864.0	0.697	2047	0.140	800	72.5	83.9	10.5	9.72×10^5
176	353	80	852.0	0.704	2131	0.138	769	32.0	37.5	4.90	4.91×10^6
212	373	100	840.0	0.684	2219	0.137	738	17.1	20.3	2.76	1.63×10^7
248	393	120	829.0	0.697	2307	0.135	710	10.3	12.4	1.75	4.44×10^7
284	413	140	816.9	0.706	2395	0.133	686	6.54	8.0	1.16	1.08×10^8
320	433	160	805.9		2483	0.132	663	4.51	5.6	0.84	—

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 18 Aceite para transformadores (Norma 982-68)

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m^3)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^{10}$ (m^2/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^3$ (N s/m^2)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m^2/s)	Número de Prandtl, Pr $\times 10^{-2}$
°F	K	°C	$\times$ 6.243 $\times 10^{-2}$ = (lb$_m$/ft^3)	$\times$ 0.5556 = (1/R)	$\times$ 2.388 $\times 10^{-4}$ = (Btu/lb$_m$ °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times 10^4$ = (ft^2/h)	$\times$ 0.6720 = (lb$_m$/ft s)	$\times$ 3.874 $\times 10^4$ = (ft^2/h)	
−58	223	−50	922		1700	0.116	742	29 320	31 800	4286
−40	233	−40	916		1680	0.116	750	3 866	4 220	563
−22	243	−30	910		1650	0.115	764	1 183	1 300	170
−4	253	−20	904		1620	0.114	778	365.6	404	52
14	263	−10	898		1600	0.113	788	108.1	120	15.3
32	273	0	891		1620	0.112	778	55.24	67.5	8.67
50	283	10	885		1650	0.111	763	33.45	37.8	4.95
68	293	20	879		1710	0.111	736	21.10	24.0	3.26
86	303	30	873		1780	0.110	707	13.44	15.4	2.18
104	313	40	867		1830	0.109	688	9.364	10.8	1.57

Fuente: N.B. Vargaftik, *Tables on the Thermophysical Properties of Liquids and Gases*, 2a. ed., Hemisphere, Washington, D.C., 1975.

TABLA 19 Alcohol *n*-butílico ($C_4H_{10}O$)

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^4$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^{10}$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^3$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	× 6.243 × 10^{-2} = (lb_m/ft^3)	× 0.5556 = (1/R)	× 2.388 × 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	× 0.5777 = (Btu/h ft °F)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)	× 0.6720 = (lb_m/ft s)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)		× 1.573 × 10^{-2} = (1/R ft^3)
60	289	16	809		2258	0.168	901	3.36	4.16	45.2	
100	311	38	796	8.1	2542	0.166	816	1.92	2.41	29.4	1367
150	339	66	777	8.6	2852	0.164	743	1.00	1.29	17.4	5086
200	366	93	756		3166	0.163	666	0.57	0.76	11.1	
243.5	390.7	117.5	737		3429	0.163	769	0.39	0.53	8.2	
300	422	149						0.28			

TABLA 20 Anilina comercial

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^4$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^{10}$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^3$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	× 6.243 × 10^{-2} = (lb_m/ft^3)	× 0.5556 = (1/R)	× 2.388 × 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	× 0.5777 = (Btu/h ft °F)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)	× 0.6720 = (lb_m/ft s)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)		× 1.573 × 10^{-2} = (1/R ft^3)
60	289	16	1025		2011	0.173	839	4.84	4.72	56.0	
100	311	38	1009	8.82	2052	0.173	837	2.53	2.51	30.0	1373
150	339	66	985	8.86	2115	0.170	816	1.44	1.46	18.0	4100
200	366	93	961		2157	0.166	803	0.91	0.947	11.8	
300	422	149	921		2261	0.161	775	0.48	0.521	6.8	

TABLA 21 Benceno (C_6H_6)

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^{10}$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^3$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	× 6.243 × 10^{-2} = (lb_m/ft^3)	× 0.5556 = (1/R)	× 2.388 × 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	× 0.5777 = (Btu/h ft °F)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)	× 0.6720 = (lb_m/ft s)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)		× 1.573 × 10^{-2} = (1/R ft^3)
60	239	16	883	1.08	1675	0.161	1089	0.685	0.776	7.2	19072
80	300	27	875		1759	0.159	1035	0.589	0.673	6.5	
100	311	38	865		1843	0.151	911	0.522	0.604	5.1	
150	339	66	857		1926			0.387	0.452	4.5	
200	366	93						0.302		4.0	

TABLA 22 Compuestos orgánicos a 20 °C, 68 °F

Líquido	Fórmula química	Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^4$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^9$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^4$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-8}$ (1/K m³)
		× 6.243 × 10^{-2} = (lb_m/ft^3)	× 0.5556 = (1/R)	× 2.388 × 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	× 0.5777 = (Btu/h ft °F)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)	× 0.6720 = (lb_m/ft s)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)		× 1.573 × 10^{-2} = (1/R ft^3)
Ácido acético	$C_2H_4O_2$	1049	10.7	2031	0.193	90.6				
Acetona	C_3H_6O	791	14.3	2160	0.180	105.4	3.31	0.418	3.97	802.6
Cloroformo	$CHCl_3$	1489	12.8	967	0.129	89.6	5.8	0.390	4.35	825.3
Acetato etílico	$C_4H_8O_2$	900	13.8	2010	0.137	75.7	4.49	0.499	6.59	543.5
Alcohol etílico	C_2H_6O	790	11.0	2470	0.182	93.3	12.0	1.52	16.29	46.7
Glicol etileno	$C_2H_6O_2$	1115		2382	0.258	97.1	199	17.8	183.7	
Glicerol	$C_3H_8O_3$	1260	5.0	2428	0.285	93.2	14 800	1175	12 609	0.0000355
n-heptano	C_7H_{16}	684	12.4	2219	0.140	92.2	4.09	0.598	6.48	340.1
n-hexano	C_6H_{14}	660	13.5	1884	0.137	11.02	3.20	0.485	4.40	562.8
Alcohol isobutílico	$C_4H_{10}O$	804	9.4	2303	0.134	72.4	39.5	4.91	67.89	3.82
Alcohol metílico	CH_4O	792	11.9	2470	0.212	108.4	5.84	0.737	6.80	214.9
n-octano	C_8H_{18}	720	11.4	2177	0.147	93.8	5.4	0.750	8.00	198.8
n-pentano	C_5H_{12}	626	16.0	2177	0.136	99.8	2.29	0.366	3.67	1171
Tolueno	C_7H_8	866	10.8	1675	0.151	104.1	5.86	0.677	6.50	231.1
Turpentina	$C_{10}H_{16}$	855	9.7	1800	0.128	83.2	14.87	1.74	20.91	31.4

Fuente: K. Raznjevič, *Handbook of Thermodynamic Tables and Charts*, McGraw-Hill, Nueva York, 1976.

Fluidos de transferencia de calor

TABLA 23 Mobiltherm 600

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^{10}$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^3$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times$ 6.243 $\times$ 10^{-2} = (lb_m/ft^3)	$\times$ 0.5556 = (1/R)	$\times$ 2.388 $\times$ 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)	$\times$ 0.6720 = (lb_m/ft s)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)		$\times$ 1.573 $\times$ 10^{-2} = (1/R ft^3)
50	283	10	953	0.621	1549	0.123	833				
122	323	50	929	0.637	1680	0.120	769	30.28	32.60	424	5.9
212	373	100	899	0.658	1859	0.116	694	5.48	6.10	87.9	173
302	423	150	870	0.680	2031	0.113	640	2.04	2.34	36.6	1 218
392	473	200	839	0.705	2209	0.110	594	1.05	1.25	21.0	4 425
482	523	250	810	0.730	2386	0.106	545	0.64	0.790	14.5	11 470

Fuente: P.L. Geiringer, *Handbook of Heat Transfer Media*, Kreiger, Nueva York, 1977.

TABLA 24 Sal nitrada fundida (60% $NaNO_3$, 40% KNO_3, en peso)

Temperatura, T		Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^4$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^7$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^3$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-9}$ (1/K m³)
°F	°C	× 6.243 × 10^{-2} = (lb_m/ft^3)	× 0.5556 = (1/R)	× 2.388 × 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	× 0.5777 = (Btu/h ft °F)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)	×0.6720 = (lb_m/ft s)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)		× 1.573 × 10^{-2} = (1/R ft^3)
572	300	1899	3.370	1495	0.500	1.761	3.26	1.717	9.747	1.122
662	350	1867	3.321	1503	0.510	1.817	2.34	1.253	6.896	2.074
752	400	1836	3.486	1512	0.519	1.870	1.78	0.969	5.186	3.638
842	450	1804	3.548	1520	0.529	1.929	1.47	0.815	4.224	5.241
932	500	1772	3.612	1529	0.538	1.986	1.31	0.739	3.723	6.483
1022	550	1740	3.678	1538	0.548	2.048	1.19	0.684	3.340	7.714
1112	600	1708		1546	0.557	2.109	0.99	0.580	2.748	

Fuente: Sandia National Laboratories, SAND87-8005, "A Review of the Chemical and Physical Properties of Molten Alkali Nitrate Salts and Their Effect on Materials Used for Solar Central Receivers", 1987.

Metales líquidos

TABLA 25 Bismuto

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^5$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^4$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^7$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-9}$ (1/K m³)
°F	K	°C	× 6.243 × 10^{-2} = (lb_m/ft^3)	× 0.5556 = (1/R)	× 2.388 × 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	× 0.5777 = (Btu/h ft °F)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)	× 0.6720 = (lb_m/ft s)	× 3.874 × 10^4 = (ft^2/h)		× 1.573 × 10^{-2} = (1/R ft^3)
600	589	316	10011	0.117	144.5	16.44	1.14	16.22	1.57	0.014	46.5
800	700	427	9867	0.122	149.5	15.58	1.06	13.39	1.35	0.013	65.6
1000	811	538	9739	0.126	154.5	15.58	1.03	11.01	1.08	0.011	106
1200	922	649	9611		159.5	15.58	1.01	9.23	0.903	0.009	
1400	1033	760	9467		164.5	15.58	1.01	7.89	0.813	0.008	

TABLA 26 Mercurio

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^4$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^{10}$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^4$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-10}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times 6.243 \times 10^{-2}$ = (lb_m/ft^3)	× 0.5556 = (1/R)	$\times 2.388 \times 10^{-4}$ = (Btu/lb_m °F)	× 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft²/h)	× 0.6720 = (lb_m/ft s)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft²/h)		$\times 1.573 \times 10^{-2}$ = (1/R ft³)
32	273	0	13628		140.3	8.20	42.99	16.90	0.124	0.0288	
68	293	20	13579	1.82	139.4	8.69	46.06	15.48	0.114	0.0249	13.73
122	323	50	13506		138.6	9.40	50.22	14.05	0.104	0.0207	
212	373	100	13385		137.3	10.51	57.16	12.42	0.0928	0.0162	
302	423	150	13264		136.5	11.49	63.54	11.31	0.0853	0.0134	
392	473	200	13145		157.0	12.34	69.08	10.54	0.0802	0.0134	
482	523	250	13026		135.7	13.07	74.06	9.96	0.0765	0.0103	
600	588.7	315.5	12847		134.0	14.02	81.50	8.65	0.0673	0.0083	

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 27 Sodio

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^5$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^4$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^7$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-9}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times 6.243 \times 10^{-2}$ = (lb_m/ft^3)	× 0.5556 = (1/R)	$\times 2.388 \times 10^{-4}$ = (Btu/lb_m °F)	× 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft²/h)	× 0.6720 = (lb_m/ft s)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft²/h)		$\times 1.573 \times 10^{-2}$ = (1/R ft³)
200	367	94	929	0.27	1382	86.2	6.71	6.99	7.31	0.0110	4.96
400	478	205	902	0.36	1340	80.3	6.71	4.32	4.60	0.0072	16.7
700	644	371	860		1298	72.4	6.45	2.83	3.16	0.0051	
1000	811	538	820		1256	65.4	6.19	2.08	2.44	0.0040	
1300	978	705	778		1256	59.7	6.19	1.79	2.26	0.0038	

Propiedades termodinámicas de gases

TABLA 28 Aire seco a presión atmosférica

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^6$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-8}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times 6.243 \times 10^{-2}$ = (lb_m/ft^3)	$\times 0.5556$ = (1/R)	$\times 2.388 \times 10^{-4}$ = (Btu/lb_m °F)	$\times 0.5777$ = (Btu/h ft °F)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)	$\times 0.6720$ = (lb_m/ft s)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)		$\times 1.573 \times 10^{-2}$ = (1/R ft^3)
32	273	0	1.252	3.66	1011	0.0237	19.2	17.456	13.9	0.71	1.85
68	293	20	1.164	3.41	1012	0.0251	22.0	18.240	15.7	0.71	1.36
104	313	40	1.092	3.19	1014	0.0265	24.8	19.123	17.6	0.71	1.01
140	333	60	1.025	3.00	1017	0.0279	27.6	19.907	19.4	0.71	0.782
176	353	80	0.968	2.83	1019	0.0293	30.6	20.790	21.5	0.71	0.600
212	373	100	0.916	2.68	1022	0.0307	33.6	21.673	23.6	0.71	0.472
392	473	200	0.723	2.11	1035	0.0370	49.7	25.693	35.5	0.71	0.164
572	573	300	0.596	1.75	1047	0.0429	68.9	29.322	49.2	0.71	0.0709
752	673	400	0.508	1.49	1059	0.0485	89.4	32.754	64.6	0.72	0.0350
932	773	500	0.442	1.29	1076	0.0540	113.2	35.794	81.0	0.72	0.0193
1832	1273	1000	0.268	0.79	1139	0.0762	240	48.445	181	0.74	0.00236

Fuente: K. Raznjevič, *Handbook of Thermodynamic Tables and Charts*, McGraw-Hill, Nueva York, 1976.

TABLA 29 Bióxido de carbono a presión atmosférica

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^4$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times$ 6.243 $\times$ 10^{-2} = (lb_m/ft^3)	$\times$ 0.5556 = (1/R)	$\times$ 2.388 $\times$ 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)	$\times$ 0.6720 = (lb_m/ft s)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)		$\times$ 1.573 $\times$ 10^{-2} = (1/R ft^3)
−63	220	−53	2.4733		783	0.01080	0.0592	11.105	4.490	0.818	
−9	250	−23	2.1657		804	0.01288	0.0740	12.590	5.813	0.793	
81	300	27	1.7973	3.33	871	0.01657	0.1058	14.958	8.321	0.770	472
171	350	77	1.5362	2.86	900	0.02047	0.1480	17.205	11.19	0.755	224
261	400	127	1.3424	2.50	942	0.02461	0.1946	19.32	14.39	0.738	118
351	450	177	1.1918	2.22	980	0.02897	0.2481	21.34	17.90	0.721	67.9
441	500	227	1.0732	2.00	1013	0.03352	0.3084	23.26	21.67	0.702	41.8
531	550	277	0.9739	1.82	1047	0.03821	0.3750	25.08	25.74	0.685	26.9
621	600	327	0.8938	1.67	1076	0.04311	0.4483	26.83	30.02	0.668	18.2

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 30 Monóxido de carbono a presión atmosférica

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^4$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m²)
°F	K	°C	$\times$ 6.243 $\times$ 10^{-2} = (lb_m/ft^3)	$\times$ 0.5556 = (1/R)	$\times$ 2.388 $\times$ 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)	$\times$ 0.6720 = (lb_m/ft s)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)		$\times$ 1.573 $\times$ 10^{-2} = (1/R ft^3)
−63	220	−53	2.4733		783	0.01080	0.0592	11.105	4.490	0.818	
−63	220	−53	1.554		1043	0.01906	0.1176	13.88	8.90	0.758	
−9	250	−23	0.841		1043	0.02144	0.1506	15.40	11.28	0.750	
81	300	27	1.139	3.33	1042	0.02525	0.2128	17.84	15.67	0.737	133
171	350	77	0.974	2.86	1043	0.02883	0.2836	20.09	20.62	0.728	65.9
261	400	127	0.854	2.50	1048	0.03226	0.3605	22.19	25.99	0.722	36.3
351	450	177	0.758	2.22	1055	0.04360	0.4439	24.18	31.88	0.718	21.4
441	500	227	0.682	2.00	1064	0.03863	0.5324	26.06	38.19	0.718	13.4
531	550	277	0.620	1.82	1076	0.04162	0.6240	27.89	44.97	0.721	8.83
621	600	327	0.569	1.67	1088	0.04446	0.7190	29.60	52.06	0.724	6.04

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 31 Helio a presión atmosférica

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^4$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times 6.243 \times 10^{-2}$ = (lb_m/ft^3)	$\times 0.5556$ = (1/R)	$\times 2.388 \times 10^{-4}$ = (Btu/lb_m °F)	$\times 0.5777$ = (Btu/h ft °F)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)	$\times 0.6720$ = (lb_m/ft s)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)		$\times 1.573 \times 10^{-2}$ = (1/R ft^3)
−454	3	−270			5200	0.0106		0.842			
−400	33	−240	1.466		5200	0.0353	0.04625	5.02	3.42	0.74	
−200	144	−129	3.380	6.94	5200	0.0928	0.5275	12.55	37.11	0.70	49.4
−100	200	−73	0.2435	5.00	5200	0.1177	0.9288	15.66	64.38	0.694	11.8
0	255	−18	0.1906	3.92	5200	0.1357	1.3675	18.17	95.50	0.70	4.22
200	366	93	0.1328	2.73	5200	0.1691	2.449	23.05	173.6	0.71	0.888
400	477	204	0.1020	2.10	5200	0.197	3.716	27.50	269.3	0.72	0.284
600	589	316	0.08282	1.70	5200	0.225	5.215	31.13	375.8	0.72	0.118
800	700	427	0.07032	1.43	5200	0.251	6.661	34.75	494.2	0.72	0.0574
981	800	527	0.06023	1.25	5200	0.275	8.774	38.17	634.1	0.72	0.0305
1161	900	627	0.05286	1.11	5200	0.298	10.834	41.36	781.3	0.72	0.0178

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 32 Hidrógeno a presión atmosférica

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^4$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times$ 6.243 $\times 10^{-2}$ = (lb_m/ft^3)	$\times$ 0.5556 = (1/R)	$\times$ 2.388 $\times 10^{-4}$ = (Btu/lb_m °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times 10^4$ = (ft^2/h)	$\times$ 0.6720 = (lb_m/ft s)	$\times$ 3.874 $\times 10^4$ = (ft^2/h)		$\times$ 1.573 $\times 10^{-2}$ = (1/R ft^3)
−369	50	−223	0.50955		10501	0.0362	0.0676	2.516	4.880	0.721	
−279	100	−173	0.24572	10.0	11229	0.0665	0.2408	4.212	17.14	0.712	333.8
−189	150	−123	0.16371	6.67	12602	0.0981	0.475	5.595	34.18	0.718	55.99
−100	200	−73	0.12270	5.00	13540	0.1282	0.772	6.813	55.53	0.719	15.90
−9	250	−23	0.09819	4.00	14059	0.1561	1.130	7.919	80.64	0.713	6.03
81	300	27	0.08185	3.33	14314	0.182	1.554	8.963	109.5	0.706	2.72
171	350	77	0.07016	2.86	14436	0.206	2.031	9.954	141.9	0.697	1.39
261	400	127	0.06135	2.50	14491	0.228	2.568	10.864	177.1	0.690	0.782
351	450	177	0.05462	2.22	14499	0.251	3.164	11.779	215.6	0.682	0.468
441	500	227	0.04918	2.00	14507	0.272	3.817	12.636	257.0	0.675	0.297
621	600	327	0.04085	1.67	14537	0.315	5.306	14.285	349.7	0.664	0.134
800	700	427	0.03492	1.43	14574	0.351	6.903	15.89	455.1	0.659	0.0677
981	800	527	0.03060	1.25	14675	0.384	8.563	17.40	569	0.664	0.0379
1341	1000	727	0.02451	1.00	14968	0.440	11.997	20.16	822	0.686	0.0145
2192	1200	927	0.02050	0.833	15366	0.488	15.484	22.75	1107	0.715	0.00667

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer,* McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 33 Nitrógeno a presión atmosférica

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^4$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times$ 6.243 $\times$ 10^{-2} = (lb_m/ft^3)	$\times$ 0.5556 = (1/R)	$\times$ 2.388 $\times$ 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)	$\times$ 0.6720 = (lb_m/ft s)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)		$\times$ 1.573 $\times$ 10^{-2} = (1/R ft^3)
−279	100	−173	3.4808		1072	0.00945	0.0253	6.86	1.97	0.786	
−100	200	−73	1.7108	5.00	1043	0.01824	0.1022	12.95	7.57	0.747	855.6
81	300	27	1.1421	3.33	1041	0.02620	0.2204	17.84	15.63	0.713	133.7
261	400	127	0.8538	2.50	1046	0.03335	0.3734	21.98	25.74	0.691	37.00
441	500	227	0.6824	2.00	1056	0.03984	0.5530	25.70	37.66	0.684	13.83
621	600	327	0.5687	1.67	1076	0.04580	0.7486	29.11	51.19	0.686	6.25
800	700	427	0.4934	1.43	1097	0.05123	0.9466	32.13	65.13	0.691	3.31
981	800	527	0.4277	1.25	1123	0.05609	1.1685	34.84	81.46	0.700	1.85
1161	900	627	0.3796	1.11	1146	0.06070	1.3946	37.49	91.06	0.711	1.31
1341	1000	727	0.3412	1.00	1168	0.06475	1.6250	40.00	117.2	0.724	0.714
1521	1100	827	0.3108	0.909	1186	0.06850	1.8591	42.28	136.0	0.736	0.482
	1200	927	0.2851	0.833	1204	0.07184	2.0932	44.50	156.1	0.748	0.335

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 34 Oxígeno a presión atmosférica

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^4$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times$ 6.243 $\times 10^{-2}$ = (lb$_m$/ft³)	$\times$ 0.5556 = (1/R)	$\times$ 2.388 $\times 10^{-4}$ = (Btu/lb$_m$ °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times 10^4$ = (ft²/h)	$\times$ 0.6720 = (lb$_m$/ft s)	$\times$ 3.874 $\times 10^4$ = (ft²/h)		$\times$ 1.573 $\times 10^{-2}$ = (1/R ft³)
−279	100	−173	3.992		948	0.00903	0.0239	7.768	1.946	0.815	
−189	150	−123	2.619	6.67	918	0.01367	0.0569	11.49	4.387	0.773	3398
−100	200	−73	1.956	5.00	913	0.01824	0.1021	14.85	7.593	0.745	850.5
−9	250	−23	1.562	4.00	916	0.02259	0.1579	17.87	11.45	0.725	299.2
80	300	27	1.301	3.33	920	0.02676	0.2235	20.63	15.86	0.709	129.8
171	350	77	1.113	2.86	929	0.03070	0.2968	23.16	20.80	0.702	64.8
261	400	127	0.9755	2.50	942	0.03461	0.3768	25.54	26.18	0.695	35.8
351	450	177	0.8682	2.22	957	0.03828	0.4609	27.77	31.99	0.694	21.3
441	500	227	0.7801	2.00	972	0.04173	0.5502	29.91	38.34	0.697	13.3
531	550	277	0.7096	1.82	988	0.04517	0.6441	31.97	45.05	0.700	8.79
621	600	327	0.6504	1.67	1004	0.04832	0.7399	33.92	52.15	0.704	6.02

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 35 Vapor (H_2O) a presión atmosférica

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^4$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times 6.243 \times 10^{-2}$ = (lb$_m$/ft³)	$\times 0.5556$ = (1/R)	$\times 2.388 \times 10^{-4}$ = (Btu/lb$_m$ °F)	$\times 0.5777$ = (Btu/h ft °F)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft²/h)	$\times 0.6720$ = (lb$_m$/ft s)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft²/h)		$\times 1.573 \times 10^{-2}$ = (1/R ft³)
212	373	100	0.5977		2034	0.0249	0.204	12.10	20.2	0.987	
225	380	107	0.5863		2060	0.0246	0.204	12.71	21.6	1.060	
261	400	127	0.5542	2.50	2014	0.0261	0.234	13.44	24.2	1.040	41.86
351	450	177	0.4902	2.22	1980	0.0299	0.307	15.25	31.1	1.010	22.51
441	500	227	0.4405	2.00	1985	0.0339	0.387	17.04	38.6	0.996	13.16
531	550	277	0.4005	1.82	1997	0.0379	0.475	18.84	47.0	0.991	8.08
621	600	327	0.3652	1.67	2026	0.0422	0.573	20.67	56.6	0.986	5.11
711	650	377	0.3380	1.54	2056	0.0464	0.666	22.47	66.4	0.995	3.43
800	700	427	0.3140	1.43	2085	0.0505	0.772	24.26	77.2	1.000	2.35
891	750	477	0.2931	1.33	2119	0.0549	0.883	26.04	88.8	1.005	1.65
981	800	527	0.2739	1.25	2152	0.0592	1.001	27.86	102.0	1.010	1.18
1071	850	577	0.2579	1.18	2186	0.0637	1.130	29.69	115.2	1.019	0.872

Fuente: E.R.G. Eckert y R.M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

TABLA 36 Metano a presión atmosférica

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^4$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times 6.243 \times 10^{-2}$ = (lb_m/ft^3)	$\times 0.5556$ = (1/R)	$\times 2.388 \times 10^{-4}$ = (Btu/lb_m °F)	$\times 0.5777$ = (Btu/h ft °F)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)	$\times 0.6720$ = (lb_m/ft s)	$\times 3.874 \times 10^4$ = (ft^2/h)		$\times 1.573 \times 10^{-2}$ = (1/R ft^3)
−112	193	−80	1.014	5.18		0.0207		7.4	7.30		954
−76	213	−60	0.9187	4.69		0.0230		8.1	8.82		592
−40	233	−40	0.8399	4.29		0.0260		8.8	10.48		383
−4	253	−20	0.7735	3.95		0.0278		9.5	12.28		257
32	273	0	0.7168	3.66	2165	0.0302	0.195	10.35	14.43	0.74	174
68	293	20	0.6679	3.41	2222	0.0332	0.224	10.87	16.27	0.73	126
122	323	50	0.6058	3.10	2307	0.0372	0.266	11.80	19.48	0.73	80.1
212	373	100	0.5246	2.68	2448			13.31	25.37		40.8
302	423	150	0.4626	2.36	2628			14.71	31.80		22.9
392	473	200	0.4137	2.11	2807			16.05	38.80		13.8
482	523	250	0.3742	1.91	2991			17.25	46.10		8.8
572	573	300	0.3415	1.75	3175			18.60	54.47		5.8

Fuente: N.B. Vargaftik, *Tables on the Thermophysical Properties of Liquids and Gases*, 2a. ed., Hemisphere, Washington, D.C., 1975.

TABLA 37 Etano a presión atmosférica

Temperatura, T			Densidad, ρ (kg/m³)	Coeficiente de dilatación térmica, $\beta \times 10^3$ (1/K)	Calor específico, c_p (J/kg K)	Conductividad térmica, k (W/m K)	Difusividad térmica, $\alpha \times 10^4$ (m²/s)	Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$ (N s/m²)	Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$ (m²/s)	Número de Prandtl, Pr	$\frac{g\beta}{\nu^2} \times 10^{-6}$ (1/K m³)
°F	K	°C	$\times$ 6.243 $\times$ 10^{-2} = (lb_m/ft^3)	$\times$ 0.5556 = (1/R)	$\times$ 2.388 $\times$ 10^{-4} = (Btu/lb_m °F)	$\times$ 0.5777 = (Btu/h ft °F)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)	$\times$ 0.6720 = (lb_m/ft s)	$\times$ 3.874 $\times$ 10^4 = (ft^2/h)		$\times$ 1.573 $\times$ 10^{-2} = (1/R ft^3)
−103	198	−75	1.870	5.05		0.0114		6.52	3.49		4066
32	273	0	1.356	3.66	1647	0.0183	0.0819	8.55	6.31	0.77	901
68	293	20	1.263	3.41	1731	0.0207	0.0947	9.29	7.36	0.78	617
104	313	40	1.183	3.19	1815	0.0235	0.109	9.86	8.33	0.76	451
140	333	60	1.112	3.00	1899	0.0265	0.126	10.50	9.44	0.75	330
176	353	80	1.049	2.83	1983	0.0296	0.142	11.11	10.66	0.75	244
212	373	100	0.992	2.68	2067	0.0328	0.160	11.67	11.76	0.74	190
248	393	120	0.942	2.54	2152			12.30	13.06		146
302	423	150	0.875	2.36	2279			12.78	14.61		108
392	473	200	0.783	2.11	2490			14.09	17.99		63.9
482	523	250	0.708	1.91	2680			15.26	21.55		40.3

Fuente: N.B. Vargaftik, *Tables on the Thermophysical Properties of Liquids and Gases*, 2a. ed., Hemisphere, Washington, D.C., 1975.

TABLA 38 Atmósfera[a]

Altitud, (ft)	Altitud, (m)	Temperatura absoluta (R) $\times \frac{5}{9} = (K)$	Presión absoluta (lb_f/ft^2) $\times 47.88 = (N/m^2)$	Relación de presión	Densidad (lb/ft^3) $\times 16.02 = (Kg/m^3)$	Relación de densidad	Velocidad del sonido (ft/s) $\times 0.3048 = (m/s)$
0	0	518	2 116	1.00	7.65×10^{-2}	1.00	1 120
5 000	1 524	500	1 758	8.32×10^{-1}	6.60×10^{-2}	8.61×10^{-1}	1 100
10 000	3 048	483	1 456	6.87×10^{-1}	5.66×10^{-2}	7.38×10^{-1}	1 080
20 000	6 096	447	972	4.59×10^{-1}	4.08×10^{-2}	5.33×10^{-1}	1 040
30 000	9 144	411	628	2.97×10^{-1}	2.88×10^{-2}	3.76×10^{-1}	997
40 000	12 192	392	392	1.85×10^{-1}	1.88×10^{-2}	2.45×10^{-1}	973
50 000	15 240	392	243	1.15×10^{-1}	1.16×10^{-2}	1.52×10^{-1}	973
60 000	18 288	392	151	7.13×10^{-2}	7.32×10^{-3}	9.45×10^{-2}	973
70 000	21 336	392	94.5	4.47×10^{-2}	4.51×10^{-3}	5.90×10^{-2}	974
80 000	24 384	392	58.8	2.78×10^{-2}	2.80×10^{-3}	3.67×10^{-2}	974
90 000	27 432	392	36.6	1.73×10^{-2}	1.67×10^{-3}	2.28×10^{-2}	974
100 000	30 480	392	22.8	1.08×10^{-3}	1.1×10^{-3}	1.4×10^{-2}	975
150 000	45 720	575	3.2	1.5×10^{-3}	9.7×10^{-4}	1.3×10^{-3}	1 190
200 000	60 960	623	0.73	3.6×10^{-4}	2.2×10^{-5}	2.9×10^{-4}	1 240
300 000	91 440	487	0.017	9.0×10^{-6}	6.9×10^{-7}	9.0×10^{-6}	1 110
400 000	121 920	695	0.0011	5.2×10^{-7}	2.7×10^{-8}	3.5×10^{-7}	1 430
500 000	152 400	910	1.2×10^{-4}	8.5×10^{-8}	3.1×10^{-9}	4.1×10^{-8}	
600 000	182 880	1 130	4.1×10^{-5}	1.9×10^{-8}	5.7×10^{-10}	7.5×10^{-9}	
700 000	213 360	1 350	1.3×10^{-5}	6.2×10^{-9}	1.5×10^{-10}	1.9×10^{-9}	
800 000	243 840	1 570	4.6×10^{-6}	2.2×10^{-9}	4.6×10^{-11}	6.0×10^{-10}	
900 000	274 320	1 800	1.9×10^{-6}	9.0×10^{-10}	1.7×10^{-11}	2.2×10^{-10}	

[a]Fuentes de datos de propiedades atmosféricas: C.N. Warfield, "Tentative Tables for the Properties of the Upper Atmosphere", *NACATN* 1200, 1947; H.A. Johnson, M. W. Rubsein, F.M. Sauer, E.G. Slack y L. Fossner, "The Thermal Characteristics of High Speed Aircraft", AAF, AMC, Wright Field, TR 5632, 1947; J.P. Sutton, *Rocket Propulsion Elements*, 2a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1957.

Propiedades diversas y función de error

TABLA 39 Tamaño del poro de la mecha de un tubo de calentamiento y datos de permeabilidad[a]

Materiales y tamaño de malla	Altura capilar[b] (cm)	Radio del poro (cm)	Permeabilidad (m^2)	Porosidad (%)
Fibra de vidrio	25.4		0.061×10^{-11}	
Gránulos de monel				
30-40	14.6	0.052[c]	4.15×10^{-10}	40
70-80	39.5	0.019[c]	0.78×10^{-10}	40
100-140	64.6	0.013[c]	0.33×10^{-10}	40
140-200	75.0	0.009	0.11×10^{-10}	40
Fieltro metálico				
FM1006	10.0	0.004	1.55×10^{-10}	
FM1205		0.008	2.54×10^{-10}	
Polvo de níquel				
200 μm	24.6	0.038	0.027×10^{-10}	
500 μm	>40.0	0.004	0.081×10^{-11}	
Fibra de níquel				
0.01 de diámetro	>40.0	0.001	0.015×10^{-11}	68.9
Fieltro de níquel		0.017	6.0×10^{-10}	89
Espuma de níquel		0.023	3.8×10^{-9}	96
Espuma de cobre		0.021	1.9×10^{-9}	91
Polvo de cobre (sinterizado)	156.8	0.0009	1.74×10^{-12}	52
45-56 μm		0.0009		28.7
100-125 μm		0.0021		30.5
150-200 μm		0.0037		35
Níquel 50	4.8	0.0305	6.635×10^{-10}	62.5
Cobre 60	3.0		8.4×10^{-10}	
Níquel				
100 (3.23)		0.0131	1.523×10^{-10}	
120 (3.20)	5.4		6.00×10^{-10}	
120[d] (3.20)	7.9	0.019	3.50×10^{-10}	
2[e] $\times$ 120 (3.25)			1.35×10^{-10}	
Níquel				
200	23.4	0.004	0.62×10^{-10}	
2 $\times$ 200			0.81×10^{-10}	
Níquel[d]				
2 $\times$ 250		0.002		
4[e] $\times$ 250		0.002		
325		0.0032		
Fósforo/bronce		0.0021	0.296×10^{-10}	

[a]Extraídos de P.D. Dunn y D.A. Reay, *Heat Pipes*, 3a. ed., Pergamon, Nueva York, 1982.
[b]Obtenida con agua, a menos que se indique lo contrario.
[c]Diámetro de la partícula.
[d]Oxidado.
[e]Denota número de capas.

TABLA 40 Absortividad solar (α_s) y emisividades térmicas hemisféricas totales (ε_h) de elementos de construcción seleccionados

Material	Color	Tratamiento superficial/ Condición superficial	Absorbencia solar (α_s)	Emisividad térmica hemisférica total (ε_h)
Aluminio	plata mate	como se recibe	0.28 ± 0.02	0.07 ± 0.01
	plata brillante	acabado espejo	0.24 ± 0.03	0.04 ± 0.01
Pintura de aluminio	plata brillante	recubierto a mano	0.35 ± 0.02	0.56 ± 0.01
Aluminio anodizado	verde claro	anodizado en ácido oxálico al 2-4% durante 20 min a una densidad de corriente de 2.20 amp/dm^2 a 5-12 V	0.55 ± 0.02	0.29 ± 0.01
Asbesto	gris	superficie seca	0.73 ± 0.02	0.89 ± 0.02
		superficie húmeda	0.92 ± 0.02	0.92 ± 0.02
Acero inoxidable austenítico	plata mate	sin pulir	0.42 ± 0.02	0.23 ± 0.01
AISI 321	gris plata	acabado espejo	0.38 ± 0.01	0.15 ± 0.01
	azul claro	pulido a espejo y químicamente oxidado durante 12 min en solución acuosa 0.6 M de ácido crómico y sulfúrico a 90 °C	0.85 ± 0.01	0.18 ± 0.01
	azul claro	oxidado térmicamente durante 10 min a 1043 K en condiciones atmosféricas normales	0.85 ± 0.03	0.14 ± 0.01
Ladrillos	rojo brillante	con recubrimiento y alisados; superficie seca	0.65 ± 0.02	0.85 ± 0.02
		superficie húmeda	0.88 ± 0.02	0.91 ± 0.02
Cemento	gris claro	un recubrimiento delgado secado en una placa de aluminio con acabado a espejo con ε_h de 0.04	0.67 ± 0.02	0.88 ± 0.02
Arcilla	gris oscuro	un recubrimiento delgado en una placa de aluminio con acabado a espejo con ε_h de 0.04	0.76 ± 0.02	0.92 ± 0.02
Concreto	rosa claro	superficie lisa no reflejante	0.65 ± 0.02	0.87 ± 0.02
Cobre	rojo claro	acabado espejo	0.27 ± 0.03	0.03 ± 0.01
Esmaltes	blanco	aplicados a mano en una placa de aluminio acabada a espejo con ε_h de 0.04	0.28 ± 0.02	0.90 ± 0.01
	negro		0.93 ± 0.02	0.90 ± 0.01
	azul		0.68 ± 0.02	0.87 ± 0.01
	rojo		0.65 ± 0.02	0.87 ± 0.01
	amarillo		0.46 ± 0.02	0.88 ± 0.01
	verde		0.78 ± 0.02	0.90 ± 0.01
Hierro galvanizado	gris plata	acabado brillante	0.39 ± 0.03	0.05 ± 0.01
	marrón oscuro	muy intemperizada y oxidada	0.90 ± 0.02	0.90 ± 0.02
Laca	sin color y transparente	película aplicada a mano en una placa de aluminio con acabado a espejo con ε_h de 0.04	transparente	0.88 ± 0.01
"Makrolon"	sin color y transparente	plástico comercialmente disponible	transparente ($\tau_s = 0.88 \pm 0.02$)	0.88 ± 0.02

(*Continúa*)

TABLA 40 (*Continuación*)

Material	Color	Tratamiento superficial/ Condición superficial	Absorbencia solar (α_s)	Emisividad térmica hemisférica total (ε_h)
Mármol	blanco desteñido	no reflejante	0.40 ± 0.03	0.88 ± 0.02
Losetas de mosaico	chocolate	no reflejante	0.82 ± 0.02	0.82 ± 0.02
Papel	blanco	—	0.27 ± 0.03	0.83 ± 0.03
Madera contrachapada	marrón oscuro	como se recibe	0.67 ± 0.03	0.80 ± 0.02
Losetas de porcelana	blanco	superficie vidriada reflejante	0.26 ± 0.03	0.85 ± 0.02
Tejas	rojo brillante	como se recibe; superficie seca	0.65 ± 0.02	0.85 ± 0.02
		superficie húmeda	0.88 ± 0.02	0.91 ± 0.02
Arena	blanco desteñido	seca	0.52 ± 0.02	0.82 ± 0.03
	rojo mate	seca	0.73 ± 0.02	0.86 ± 0.03
Acero	gris brillante	acabado espejo	0.41 ± 0.03	0.05 ± 0.01
	marrón oscuro	intemperizado y muy oxidado	0.89 ± 0.02	0.92 ± 0.02
Piedra	rosa claro	superficie lisa no reflectante	0.65 ± 0.02	0.87 ± 0.02
Fibra de vidrio "Sun-lite"	sin color y transparente	como entrega Kalwall, USA	transparente ($\tau_s = 0.88 \pm 0.02$)	0.87 ± 0.02
Estaño	plata brillante	acabado espejo	0.30 ± 0.03	0.04 ± 0.01
Barniz	sin color y transparente	película aplicada a mano en una placa de aluminio acabada a espejo con ε_h de 0.04	transparente	0.90 ± 0.02
Vidrio de ventana	sin color y transparente	sin ningún tratamiento	transparente ($\tau_s = 0.88 \pm 0.02$)	0.86 ± 0.02
Lechada de cal	blanco	una capa gruesa de lechada de cal depositada sobre un placa de aluminio acabada a espejo con ε_h de 0.04	0.19 ± 0.02	0.80 ± 0.02
Madera	marrón claro	cepillada y con recubrimiento	0.59 ± 0.03	0.90 ± 0.02

Fuente: V.C. Sharma y A. Sharma, "Solar Properties of Some Building Elements", *Energy*, vol. 14, pp. 805-810, 1989.

TABLA 41 Dimensiones de tubos de acero[a]

Tamaño nominal del tubo (in)	Diámetro exterior (in)	Cédula núm.	Espesor de pared (in)	Diámetro interior (in)	Área de sección transversal de metal (in^2)	Área de sección transversal interior (ft^2)
$\frac{1}{8}$	0.405	40[b]	0.068	0.269	0.072	0.00040
		80[c]	0.095	0.215	0.093	0.00025
$\frac{1}{4}$	0.540	40[b]	0.088	0.364	0.125	0.00072
		80[c]	0.119	0.302	0.157	0.00050
$\frac{3}{8}$	0.675	40[b]	0.091	0.493	0.167	0.00133
		80[c]	0.126	0.423	0.217	0.00098
$\frac{1}{2}$	0.840	40[b]	0.109	0.622	0.250	0.00211
		80[c]	0.147	0.546	0.320	0.00163
		160	0.187	0.466	0.384	0.00118
$\frac{3}{4}$	1.050	40[b]	0.113	0.824	0.333	0.00371
		80[c]	0.154	0.742	0.433	0.00300
		160	0.218	0.614	0.570	0.00206
1	1.315	40[b]	0.133	1.049	0.494	0.00600
		80[c]	0.179	0.957	0.639	0.00499
		160	0.250	0.815	0.837	0.00362
$1\frac{1}{4}$	1.660	40[b]	0.140	1.380	0.699	0.01040
		80[c]	0.191	1.278	0.881	0.00891
		160	0.250	1.160	1.107	0.00734
$1\frac{1}{2}$	1.900	40[b]	0.145	1.610	0.799	0.01414
		80[c]	0.200	1.500	1.068	0.01225
		160	0.281	1.338	1.429	0.00976
2	2.375	40[b]	0.154	2.067	1.075	0.02330
		80[c]	0.218	1.939	1.477	0.02050
		160	0.343	1.689	2.190	0.01556
$2\frac{1}{2}$	2.875	40[b]	0.203	2.469	1.704	0.03322
		80[c]	0.276	2.323	2.254	0.02942
		160	0.375	2.125	2.945	0.02463
3	3.500	40[b]	0.216	3.068	2.228	0.05130
		80[c]	0.300	2.900	3.016	0.04587
		160	0.437	2.626	4.205	0.03761
$3\frac{1}{2}$	4.000	40[b]	0.226	3.548	2.680	0.06870
		80[c]	0.318	3.364	3.678	0.06170
4	4.500	40[b]	0.237	4.026	3.173	0.08840
		80[c]	0.337	3.826	4.407	0.07986
		120	0.437	3.626	5.578	0.07170
		160	0.531	3.438	6.621	0.06447
5	5.563	40[b]	0.258	5.047	4.304	0.1390
		80[c]	0.375	4.813	6.112	0.1263
		120	0.500	4.563	7.953	0.1136
		160	0.625	4.313	9.696	0.1015

(*Continúa*)

TABLA 41 (*Continuación*)

Tamaño nominal del tubo (in)	Diámetro exterior (in)	Cédula núm.	Espesor de pared (in)	Diámetro interior (in)	Área de sección transversal de metal (in^2)	Área de sección transversal interior (ft^2)
6	6.625	40[b]	0.280	6.065	5.584	0.2006
		80[c]	0.432	5.761	8.405	0.1810
		120	0.562	5.501	10.71	0.1650
		160	0.718	5.189	13.32	0.1469
8	8.625	20	0.250	8.125	6.570	0.3601
		30[b]	0.277	8.071	7.260	0.3553
		40[b]	0.322	7.981	8.396	0.3474
		60	0.406	7.813	10.48	0.3329
		80[c]	0.500	7.625	12.76	0.3171
		100	0.593	7.439	14.96	0.3018
		120	0.718	7.189	17.84	0.2819
		140	0.812	7.001	19.93	0.2673
		160	0.906	6.813	21.97	0.2532
10	10.75	20	0.250	10.250	8.24	0.5731
		30[b]	0.307	10.136	10.07	0.5603
		40[b]	0.365	10.020	11.90	0.5475
		60[c]	0.500	9.750	16.10	0.5185
		80	0.593	9.564	18.92	0.4989
		100	0.718	9.314	22.63	0.4732
		120	0.843	9.064	26.24	0.4481
		140	1.000	8.750	30.63	0.4176
		160	1.125	8.500	34.02	0.3941
12	12.75	20	0.250	12.250	9.82	0.8185
		30[b]	0.330	12.090	12.87	0.7972
		40	0.406	11.938	15.77	0.7773
		60	0.562	11.626	21.52	0.7372
		80	0.687	11.376	26.03	0.7058
		100	0.843	11.064	31.53	0.6677
		120	1.000	10.750	36.91	0.6303
		140	1.125	10.500	41.08	0.6013
		160	1.312	10.126	47.14	0.5592
14	14.0	10	0.250	13.500	10.80	0.9940
		20	0.312	13.376	13.42	0.9750
		30	0.375	13.250	16.05	0.9575
		40	0.437	13.126	18.61	0.9397
		60	0.593	12.814	24.98	0.8956
		80	0.750	12.500	31.22	0.8522
		100	0.937	12.126	38.45	0.8020
		120	1.062	11.876	43.17	0.7693
		140	1.250	11.500	50.07	0.7213
		160	1.406	11.188	55.63	0.6827

[a]Basada en las normas A.S.A. B36.10.
[b]Designa tamaños "estándares" anteriores.
[c]"Extra fuerte" anterior.

TABLA 42 Propiedades promedio de tubos

Diámetro		Espesor		Exterior			Interior				
Exterior (in)	Interior (in)	Calibre BWG	Pared nominal (in)	Circunferencia (in)	Superficie por pie lineal (ft^2)	Pie lineal de tubo por pie cuadrado de superficie	Área transversal (in^2)	Volumen o capacidad por pie lineal (in^3)	Volumen o capacidad por pie lineal (ft^3)	Volumen o capacidad por pie lineal Gal (U.S.)	Longitud de tubo que contiene 1 ft^3 (ft)
	0.527	18	.049	1.9635	0.1636	6.1115	0.218	2.616	0.0015	0.011	661
$\frac{5}{8}$	0.495	16	.065	↓	↓	↓	0.193	2.316	0.0013	0.010	746
	0.459	14	.083				0.166	1.992	0.0011	0.009	867
	0.652	18	.049	2.3562	0.1963	5.0930	0.334	4.008	0.0023	0.017	431
$\frac{3}{4}$	0.620	16	.065	↓	↓	↓	0.302	3.624	0.0021	0.016	477
	0.584	14	.083				0.268	3.216	0.0019	0.014	537
	0.560	13	.095				0.246	2.952	0.0017	0.013	585
	0.902	18	.049	3.1416	0.2618	3.8197	0.639	7.668	0.0044	0.033	225
1	0.870	16	.065	↓	↓	↓	0.595	7.140	0.0041	0.031	242
	0.834	14	.083				0.546	6.552	0.0038	0.028	264
	0.810	13	.095				0.515	6.180	0.0036	0.027	280
	1.152	18	.049	3.9270	.3272	3.0558	1.075	12.90	0.0075	0.056	134
	1.120	16	.065	↓	↓	↓	0.985	11.82	0.0068	0.051	146
$1\frac{1}{4}$	1.084	14	.083				0.923	11.08	0.0064	0.048	156
	1.060	13	.095				0.882	10.58	0.0061	0.046	163
	1.032	12	.109				0.836	10.03	0.0058	0.043	172

(*Continúa*)

TABLA 42 (*Continuación*)

Diámetro		Espesor		Exterior			Interior				
								Volumen o capacidad por pie lineal			
Exterior (in)	Interior (in)	Calibre BWG	Pared nominal (in)	Circunferencia (in)	Superficie por pie lineal (ft^2)	Pie lineal de tubo por pie cuadrado de superficie	Área transversal (in^2)	(in^3)	(ft^3)	Gal (U.S.)	Longitud de tubo que contiene 1 ft^3 (ft)
	1.402	18	.049	4.7124	.3927	2.5465	1.544	18.53	0.0107	0.080	93
	1.370	16	.065	↓	↓	↓	1.474	17.69	0.0102	0.076	98
$1\frac{1}{2}$	1.334	14	.083				1.398	16.78	0.0097	0.073	103
	1.310	13	.095				1.343	16.12	0.0093	0.070	107
	1.282	12	.109				1.292	15.50	0.0090	0.067	111
	1.620	16	.065	5.4978	.4581	2.1827	2.061	24.73	0.0143	0.107	70
	1.584	14	.083	↓	↓	↓	1.971	23.65	0.0137	0.102	73
$1\frac{3}{4}$	1.560	13	.095				1.911	22.94	0.0133	0.099	75
	1.532	12	.109				1.843	22.12	0.0128	0.096	78
	1.490	11	.120				1.744	20.92	0.0121	0.090	83
	1.870	16	.065	6.2832	.5236	1.9099	2.746	32.96	0.0191	0.143	52
	1.834	14	.083	↓	↓	↓	2.642	31.70	0.0183	0.137	55
2	1.810	13	.095				2.573	30.88	0.0179	0.134	56
	1.782	12	.109				2.489	29.87	0.0173	0.129	58
	1.760	11	.120				2.433	29.20	0.0169	0.126	59

TABLA 43 La función de error

x	*erf(x)*	*x*	*erf(x)*	*x*	*erf(x)*
0.00	0.00000	0.76	0.71754	1.52	0.96841
0.02	0.02256	0.78	0.73001	1.54	0.97059
0.04	0.04511	0.80	0.74210	1.56	0.97263
0.06	0.06762	0.82	0.75381	1.58	0.97455
0.08	0.09008	0.84	0.76514	1.60	0.97635
0.10	0.11246	0.86	0.77610	1.62	0.97804
0.12	0.13476	0.88	0.78669	1.64	0.97962
0.14	0.15695	0.90	0.79691	1.66	0.98110
0.16	0.17901	0.92	0.80677	1.68	0.98249
0.18	0.20094	0.94	0.81627	1.70	0.98379
0.20	0.22270	0.96	0.82542	1.72	0.98500
0.22	0.24430	0.98	0.83423	1.74	0.98613
0.24	0.26570	1.00	0.84270	1.76	0.98719
0.26	0.28690	1.02	0.85084	1.78	0.98817
0.28	0.30788	1.04	0.85865	1.80	0.98909
0.30	0.32863	1.06	0.86614	1.82	0.98994
0.32	0.34913	1.08	0.87333	1.84	0.99074
0.34	0.36936	1.10	0.88020	1.86	0.99147
0.36	0.38933	1.12	0.88679	1.88	0.99216
0.38	0.40901	1.14	0.89308	1.90	0.99279
0.40	0.42839	1.16	0.89910	1.92	0.99338
0.42	0.44749	1.18	0.90484	1.94	0.99392
0.44	0.46622	1.20	0.91031	1.96	0.99443
0.46	0.48466	1.22	0.91553	1.98	0.99489
0.48	0.50275	1.24	0.92050	2.00	0.99532
0.50	0.52050	1.26	0.92524	2.10	0.997020
0.52	0.53790	1.28	0.92973	2.20	0.998137
0.54	0.55494	1.30	0.93401	2.30	0.998857
0.56	0.57162	1.32	0.93806	2.40	0.999311
0.58	0.58792	1.34	0.94191	2.50	0.999593
0.60	0.60386	1.36	0.94556	2.60	0.999764
0.62	0.61941	1.38	0.94902	2.70	0.999866
0.64	0.63459	1.40	0.95228	2.80	0.999925
0.66	0.64938	1.42	0.95538	2.90	0.999959
0.68	0.66378	1.44	0.95830	3.00	0.999978
0.70	0.67780	1.46	0.96105	3.20	0.999994
0.72	0.69143	1.48	0.96365	3.40	0.999998
0.74	0.70468	1.50	0.96610	3.60	1.000000

Ecuaciones de correlación para las propiedades físicas

La fuente de estas tablas es de C. L. Yaws, *Physical Properties–A Guide to the Physical Thermodynamic and Transport Property Data of Industrially Important Chemical Compounds*, McGraw-Hill, Nueva York, 1977. Una edición más reciente de este libro (C.L. Yaws, *Chemical Properties Handbook: Physical Thermodynamic Environmental, Transport, Safety, and Health Related Properties for Organic and Inorganic Chemicals*, McGraw-Hill, Nueva York, 1999) contiene ecuaciones con términos adicionales en las ecuaciones polinomiales. Sin embargo, para cálculos en ingeniería las versiones más simples de las tablas siguientes son suficientes.

TABLA 44 Capacidades térmicas de gases ideales

	$c_p = A + BT + CT^2 + DT^3$, cal/(g-mol K) para T en K[a]					
Compuesto	A	$B \times 10^3$	$C \times 10^6$	$D \times 10^9$	c_p a 298 K, cal/(g-mol)(K)	Intervalo, K
Dióxido de carbono, CO_2	5.14	15.4	−9.94	2.42	8.91	298-1500
Monóxido de carbono, CO	6.92	−0.65	2.80	−1.14	6.94	298-1500
Helio, He	4.97	—	—	—	4.97	298-1500
Hidrógeno, H_2	6.88	−0.022	0.21	0.13	6.90	298-1500
Nitrógeno, N_2	7.07	−1.32	3.31	−1.26	6.94	298-1500
Oxígeno, O_2	6.22	2.71	−0.37	−0.22	6.99	298-1500
Agua, H_2O	8.10	−0.72	3.63	−1.16	8.18	298-1500
Metano, CH_4	5.04	9.32	8.87	−5.37	8.53	298-1500
Etano, C_2H_6	2.46	36.1	−7.0	−0.46	12.57	298-1500
Propano, C_3H_8	−0.58	69.9	−32.9	6.54	17.50	298-1500
Dióxido de nitrógeno, NO_2	5.53	13.2	−7.96	1.71	8.80	298-1500
Amoniaco, NH_3	6.07	8.23	−0.16	−0.66	8.49	298-1500

[a] $\frac{\text{cal}}{\text{g-mol K}} \times \frac{4186}{\mathcal{M}} = \frac{J}{\text{kg K}}$ donde $\mathcal{M}$ es el peso molecular.

TABLA 45 Viscosidades de gases a baja presión

	$\mu_G = A + BT + CT^2$, micropoise para T en K				
Compuesto	A	$B \times 10^2$	$C \times 10^6$	μ_G a 25 °C, micropoise[a]	Intervalo, °C
Dióxido de carbono, CO_2	25.45	45.49	−86.49	153.4	−100 a 1400
Monóxido de carbono, CO	32.28	47.47	−96.48	165.2	−200 a 1400
Helio, He	54.16	50.14	−89.47	195.7	−160 a 1200
Hidrógeno, H_2	21.87	22.2	−37.51	84.7	−160 a 1200
Nitrógeno, N_2	30.43	49.89	−109.3	169.5	−160 a 1200
Oxígeno, O_2	18.11	66.32	−187.9	199.2	−160 a 1000
Agua, H_2O	−31.89	41.45	−8.272	90.14	0 a 1000
Metano, CH_4	15.96	34.39	−81.40	111.9	−80 a 1000
Etano, C_2H_6	5.576	30.64	−53.07	92.2	−80 a 1000
Propano, C_3H_8	4.912	27.12	−38.06	82.4	−80 a 1000
Dióxido de nitrógeno, NO_2	Ecuación no aplicable				
Amoniaco, NH_3	−9.372	38.99	−44.05	103	−200 a 1200

[a] micropoise $\times 10^{-7}$ = kg/m s

TABLA 46 Conductividades térmicas de gases a ~1 atm

	$k_G = A + BT + CT^2 + DT^3$, micro cal/(cm s K) para T en K					
Compuesto	A	$B \times 10^2$	$C \times 10^4$	$D \times 10^8$	k_G en 25 °C micro cal/(s)(cm)(K)[a]	Intervalo, °C
Dióxido de carbono, CO_2	−17.23	19.14	0.1308	−2.514	40.3	−90 a 1400
Monóxido de carbono, CO	1.21	21.79	−0.8416	1.958	59.3	−160 a 1400
Helio, He	88.89	93.04	−1.79	3.09	351.20	−160 a 800
Hidrógeno, H_2	19.34	159.74	−9.93	37.29	417.22	−160 a 1200
Nitrógeno, N_2	0.9359	23.44	−1.21	3.591	61.02	−160 a 1200
Oxígeno, O_2	−0.7816	23.8	−0.8939	2.324	62.8	−160 a 1200
Agua, H_2O	17.53	−2.42	4.3	−21.73	42.8	0 a 800
Metano, CH_4	−4.463	20.84	2.815	−8.631	80.4	0 a 1000
Etano, C_2H_6	−75.8	52.57	−4.593	39.74	51.1	0 a 750
Propano, C_3H_8	4.438	−1.122	5.198	−20.08	42	0 a 1000
Dióxido de nitrógeno, NO_2	−33.52	26.46	−0.755	1.071	38.9	25 a 1400
Amoniaco, NH_3	0.91	12.87	2.93	−8.68	63.03	0 a 1400

[a] $\frac{\text{micro cal}}{\text{cm s K}} \times 4.186 \times 10^{-4} = \text{W/m K}$

TABLA 47 Capacidades térmicas de líquidos saturados

	$c_p = A + BT + CT^2 + DT^3$, cal/g K para T en K					
Compuesto	A	$B \times 10^3$	$C \times 10^6$	$D \times 10^9$	c_p, cal/(g)(K)[a]	Intervalo, °C
Dióxido de nitrógeno, NO_2	−1.625	18.99	−61.72	68.77	0.37 @ 21.2 °C	−11.2 a 140
Monóxido de carbono, CO	0.5645	4.798	−143.7	911.95	0.515 @ −191.5 °C	−205 a −150
Dióxido de carbono, CO_2	−19.30	254.6	−1095.5	1573.3	0.46 @ −30 °C	−56.5 a 20
Metanol, CH_3OH	0.8382	−3.231	8.296	−0.1689	0.608 @ 25 °C	−97.6 a 220
Etanol, C_2H_5OH	−0.3499	9.559	−37.86	54.59	0.58 @ 25 °C	−114.1 a 180
n-propanol, C_3H_7OH	−0.2761	8.573	−34.2	49.85	0.57 @ 25 °C	−126.2 a 200
n-butanol, C_4H_9OH	−0.7587	12.97	−46.12	58.59	0.56 @ 25 °C	−89.3 a 200
Amoniaco, NH_3	−1.923	31.1	−110.9	137.6	1.05 @ −33.43 °C	−77.4 a 100
Agua, H_2O	0.6741	2.825	−8.371	8.601	1.0 @ 25 °C	0 a 350
Hidrógeno, H_2	3.79	−329.8	12170.9	−2434.8	2.1 @ −252.8 °C	−259.4 a −245
Nitrógeno, N_2	−1.064	59.47	−768.7	3357.3	0.49 @ −195.8 °C	−209.9 a −160
Oxígeno, O_2	−0.4587	32.34	−395.1	1575.7	0.405 @ −183.0 °C	−218.4 a −130
Helio, He	−1.733	1386.0	−293133	27280000	0.96 @ −268.9 °C	−270 a −268.5
Metano, CH_4	1.23	−10.33	72.0	−107.3	0.824 @ −161.5 °C	−182.6 a −110
Etano, C_2H_6	0.1388	8.481	−56.54	126.1	0.583 @ −88.2 °C	−183.2 a 20
Propano, C_3H_8	0.3326	2.332	−13.36	30.16	0.532 @ −42.1 °C	−187.7 a 80

[a] $\frac{\text{cal}}{\text{g K}} \times 4186 = \frac{J}{\text{kg K}}$

TABLA 48 Viscosidades de líquidos saturados

	$\log \mu_L = A + \frac{B}{T} + CT + DT^2$, centipoise para T en K					
Compuesto	***A***	***B***	***C* × 10²**	***D* × 10⁶**	**μ_L, centipoise[a]**	**Intervalo, °C**
Dióxido de nitrógeno, NO_2	−8.431	932.6	2.759	−37.54	0.39 @ 25 °C	−11.2 a 158.0
Monóxido de carbono, CO	−2.346	105.2	0.4613	−19.64	0.21 @ −200 °C	−205.0 a 140.1
Dióxido de carbono, CO_2	−1.345	21.22	1.034	−34.05	0.06 @ 25 °C	−56.5 a 31.1
Metanol, CH_3OH	−99.73	7317	46.81	−745.3	0.53 @ 25 °C	−97.6 a −40.0
	−17.09	2096	4.738	−48.93		−40.0 a 239.4
	Etanol, C_2H_5OH	−2.697	700.9	0.2682	−4.917	1.04 @ 25 °C −105.0 a 243.1
n-propanol, C_3H_7OH	−5.333	1158	0.8722	−9.699	1.94 @ 25 °C	−72.0 a 263.6
n-butanol, C_4H_9OH	−4.222	1130	0.4137	−4.328	2.61 @ 25 °C	−60.0 a 289.8
Agua, H_2O	−10.73	1828	1.966	−14.66	0.90 @ 25 °C	0.0 a 374.2
Hidrógeno, H_2	−4.857	25.13	14.09	−2773	0.016 @ −256.0 °C	−259.4 a −240.2
Nitrógeno, N_2	−12.14	376.1	12.00	−470.9	0.18 @ −200.0 °C	−209.9 a −195.8
Oxígeno, O_2	−2.072	93.22	0.6031	−27.21	0.47 @ −210 °C	−218.4 a −118.5
Helio, He	4.732	−2.990	−586.0	1417000	0.0034 @ −270.0 °C	−272.0 a −271.6
	−3.442	1.002	32.22	−35650		−270.5 a −268.0
	Metano, CH_4	−11.67	499.3	8.125	−226.3	0.14 @ −170.0 °C −182.6 a −82.6
Etano, C_2H_6	−4.444	290.1	1.905	−41.64	0.032 @ 25 °C	−183.2 a 32.3
Propano, C_3H_8	−3.372	313.5	1.034	−20.26	0.091 @ 25 °C	−187.7 a 96.7

[a]centipoise $\times 10^{-3}$ = kg/(m s)

TABLA 49 Conductividades térmicas de líquidos

	$k_L = A + BT + CT^2$, micro cal/(cm s K) para T en K				
Compuesto	A	$B \times 10^2$	$C \times 10^4$	k_L, (micro cal)/(s)(cm)(K)[a]	Intervalo, °C
Dióxido de nitrógeno, NO_2	519.74	6.22	−25.73	317 @ 25 °C	−11 a 142
Monóxido de carbono, CO	475.48	3.31	−214.26	360 @ −200 °C	−205 a −145
Dióxido de carbono, CO_2	972.06	−201.53	−22.99	184 @ 25 °C	−56 a 26
Metanol, CH_3OH	770.13	−114.28	2.79	459.2 @ 25 °C	−97.6 a 210.0
Etanol, C_2H_5OH	628.0	−91.88	5.28	404 @ 25 °C	−114.1 a 190
n-propanol, C_3H_7OH	442.74	−8.04	−5.29	368 @ 25 °C	−126.2 a 220
n-butanol, C_4H_9OH	546.51	−64.42	0.316	361 @ 25 °C	−89.3 a 230.0
Agua, H_2O	−916.62	1254.73	−152.12	1452 @ 25 °C	0 a 350
Hidrógeno, H_2	−20.41	2473.70	−5347.26	268 @ −250 °C	−259 a −241
Nitrógeno, N_2	627.99	−368.91	−22.57	275 @ −182.5 °C	−209 a −152
Oxígeno, O_2	583.79	−210.49	−48.31	355 @ −183 °C	−218 a −135
Helio, He	−954.21	1.55×10^5	-5.0×10^6	200 @ −271.3 °C	−271.3 a −271.0
	98.35	−4376.85	9.05×10^4	50 @ −270.0 °C	−271.0 a −268.3
Metano, CH_4	722.72	−144.42	−76.36	325 @ −120 °C	−182.6 a −90.0
Etano, C_2H_6	699.31	−165.88	−4.87	170 @ 25 °C	−183.2 a 20
Propano, C_3H_8	623.51	−126.79	−2.12	234 @ 25 °C	−187.7 a 80.0

[a] $\frac{\text{micro cal}}{\text{cm s K}} \times 4.186 \times 10^{-4} = \frac{\text{W}}{\text{m K}}$

TABLA 50 Densidades de líquidos saturados

	$\rho = AB^{(1-Tr)^{2/T}}$, g/cm³, $Tr = T(\text{K})/(T_c + 273.15)$ [T(K) = temperatura del líquido en kelvin]				
Compuesto	***A***	***B***	T_c, °C	ρ, g/cm³	**Intervalo, °C**
Dióxido de nitrógeno, NO_2	0.5859	0.2830	158.0	1.43 @ 25 °C	−11.2 a 158.00
Monóxido de carbono, CO	0.2931	0.2706	−140.1	0.79 @ −191.52 °C	−205.0 a −140.1
Dióxido de carbono, CO_2	0.4576	0.2590	31.1	0.71 @ 25 °C	−56.5 a 31.1
Metanol, CH_3OH	0.2928	0.2760	239.4	0.79 @ 25 °C	−97.6 a 239.4
Etanol, C_2H_5OH	0.2903	0.2765	243.1	0.79 @ 25 °C	−114.1 a 243.1
n-propanol, C_3H_7OH	0.2915	0.2758	263.6	0.80 @ 25 °C	−126.2 a 263.6
n-butanol, C_4H_9OH	0.2633	0.2477	289.8	0.80 @ 25 °C	−89.3 a 289.8
Amoniaco, NH_3	0.2312	0.2471	132.4	0.60 @ 25 °C	−77.74 a 132.4
Agua, H_2O	0.3471	0.2740	374.2	1.00 @ 25 °C	0.0 a 374.2
Hidrógeno, H_2	0.0315	0.3473	−240.2	0.07 @ −252.78 °C	−259.4 a −240.2
Nitrógeno, N_2	0.3026	0.2763	−146.8	0.81 @ −195.81 °C	−209.9 a −146.8
Oxígeno, O_2	0.4227	0.2797	−118.5	1.14 @ −183.16 °C	−218.4 a −118.5
Helio, He	0.0747	0.4406	−268.0	0.12 @ −268.9 °C	−271 a −268.0
Metano, CH_4	0.1611	0.2877	−82.6	0.42 @ −161.5 °C	−182.6 a −82.6
Etano, C_2H_6	0.2202	0.3041	32.3	0.33 @ 25 °C	−183.2 a 32.3
Propano, C_3H_8	0.2204	0.2753	96.7	0.49 @ 25 °C	−187.7 a 96.7

APÉNDICE 3

Programas de cómputo para resolver matrices tridiagonales

Solución de un sistema tridiagonal de ecuaciones

Los programas de cómputo que muestran un algoritmo de uso común para resolver sistemas de ecuaciones, que pueden estar escritos en forma de una matriz tridiagonal, son los siguientes. La deducción del algoritmo se encuentra en S. V. Patankar en *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow* (Hemisphere Publishing Corporation, Washington, D.C., 1980). En estos programas se considera una matriz de 10 elementos de muestra y están escritos para: *a*) MATLAB; en *b*) lenguajes de programación C++ y *c*) FORTRAN. De los dos lenguajes, C++ es el lenguaje de programación científico de uso actual y se incluye el programa en el lenguaje FORTRAN que es muy anterior debido a que varios códigos comerciales y de fuente abierta que se utilizan en la actualidad se escribieron en este lenguaje.

a) Programa de cómputo para MATLAB

```
% Programa Matlab que muestra la solución de una matriz tridiagonal
  con
% Una función definida por el usuario
% TRIDIAG con N = 10

clc;
clear all;

% Declaración de variables
N = 10;          % N es la dimensión de la matriz cuadrada
I = 1:N;         % I es para una variable en bucle
A = [1 0.9 0.8 1.1 .95 .85 1.15 .7 .75 1.2];
% A es el vector de los elementos diagonales

B = [-0.6 -0.5 -0.4 -0.7 -0.6 -0.4 -0.6 -0.4 -0.8 0];
% B es el vector de los elementos de la super-diagonal

C = [0 -0.3 -0.2 -0.7 -0.5 -0.1 -0.3 -0.2 -0.1 -0.5];
% C es el vector de los elementos de la sub-diagonal

D = [0.1666 0.2022 0.2177 0.5155 0.5906 0.5489 1.075 0.8755 1.4728
    1.6056];
% D es el vector del lado derecho
```

```
% Llamado a la función definida por el usuario "tridiag"

tridiag (N, A, B, C, D);

% Fin del programa
% Función definida por el usuario "tridiag"

function z = tridiag (N, A, B, C, D)

% La función definida por el usuario "tridiag" resuelve un sistema
  TRIDIAGONAL:

% | A(1)  -B(1)                                    | |T(1)  |    |D(1)  |
% |-C(2)   A(2)  -B(2)                             | |T(2)  |    |D(2)  |
% |.        .      .       .        .              | |  .   |    | .    |
% |.        .    -C(i)    A(i)    -B(i)            | |T(i)  | = |D(i)  |
% |.        .      .       .        .              | |  .   |    | .    |
% |.        .      .    -C(N-1)  A(N-1)  -B(N-1)  | |T(N-1)|    |D(N-1)|
% |.        .      .       .     -C(N)    A(N)    | |T(N)  |    |D(N)  |

% donde N es el tamaño del sistema

%% Formación de la matriz tridiagonal para los coeficientes A, B y C
I = 1:N;
A1 = diag (A); % A1 es la matriz cuadrada de orden N con el vector A
     en la diagonal.

B1 = diag (B, 1);
B1 (:, N+1) = [];
B1 (N+1, :) = []; % B1 es una matriz cuadrada de orden N con el vec-
              tor B en la super-diagonal.

C1 = diag (C, -1);
C1 (1, :) = [];
C1 (:, 1) = []; % C1 es la matriz cuadrada de orden N con el vector
            C en la sub-diagonal.

P = A1 + (-B1) + (-C1) ; % Estableciendo los valores negativos de la
    matriz de la sub-diagonal y de la super-diagonal y sumando a la matriz
    diagonal.
% P es la matriz tridiagonal de coeficientes requerida.

T = inv (P)*D' ; % T es la matriz solución que se obtiene mediante el
    método de inversión matricial.

%% Comandos de impresión de salida del programa

fprintf ('I\t  A\t  B\t  C\t  D\t\t  T  \n');
fprintf ('-------------------------------------------------- \n');

Y = [I;A;B;C;D;T'];
fprintf ('%2.0i \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.4f \t %2.4f \n', Y);

% Fin de la función "tridiag".
```

```
Output:
```

I	A	B	C	D	T
1	1.00	−0.60	0.00	0.1666	0.0999
2	0.90	−0.50	−0.30	0.2022	0.1112
3	0.80	−0.40	−0.20	0.2177	0.1444
4	1.10	−0.70	−0.70	0.5155	0.1999
5	0.95	−0.60	−0.50	0.5906	0.2779
6	0.85	−0.40	−0.10	0.5489	0.3778
7	1.15	−0.60	−0.30	1.0750	0.5001
8	0.70	−0.40	−0.20	0.8755	0.6443
9	0.75	−0.80	−0.10	1.4728	0.8111
10	1.20	0.00	−0.50	1.6056	1.0000

b) Programa de cómputo en C++

Este programa primero define y establece los coeficientes de la matriz, luego llama una subrutina "tridiag" para realizar la inversión matricial real, o solución. La subrutina tridiag se puede incorporar en cualquier programa de simulación en computadora escrito en C++ que requiera la solución de un sistema tridiagonal de ecuaciones.

```
/*C++ programa para resolver una matriz tridiagonal dada utilizando
  el algoritmo Thomas*/
/*El tamaño de la matriz tridiagonal en este ejemplo se tomó igual
  a 10*/
/*Incluyendo los archivos de entrada necesarios*/
#include<stdio.h>
#include<iostream>
#include<conio.h>
#include<math.h>
#include<fstream>
using namespace std;


/*Definición de una función que toma los elementos de la diagonal,
  super-diagonal y sub-diagonal de la matriz tridiagonal junto con los
  elementos del arreglo derecho y el tamaño de la matriz para resol-
  ver la matriz*/
/*La matriz tridiagonal es de la forma general*/
/*

 | A(1)   -B(1)                                    | |T(1)  |    |D(1)  |
 |-C(2)    A(2)  -B(2)                             | |T(2)  |    |D(2)  |
 |  .       .      .       .        .              | |  .   |    |  .   |
 |  .       .    -C(i)   A(i)    -B(i)            | |T(i)  | = |D(i)  |
 |  .       .      .       .        .              | |  .   |    |  .   |
 |  .       .      .    -C(N-1)  A(N-1)  -B(N-1)  | |T(N-1)|    |D(N-1)|
 |  .       .      .       .      -C(N)    A(N)    | |T(N)  |    |D(N)  |
*/
```

```
/*N es el tamaño de la matriz*/
void tridiag(int m, double W[10], double X[10], double Y[10], double
  Z[10])
{
    /*W, X, Y y Z son los elementos del arreglo de la diagonal,
super-diagonal, sub-diagonal y derecho*/
      /*m es el tamaño de la matriz tridiagonal*/
      double P[10]={0};
      double Q[10]={0};
      double T[10]={0};
      /*P y Q son las variables de recursión*/
      /*T es la variable temperatura o el arreglo solución*/
      /* Calcula los valores iniciales de las variables de recursión*/
      P[0]=X[0]/W[0];
      Q[0]=Z[0]/W[0];
      /*Calcula los valores subsiguientes de las variables de recur-
  sión*/
      for(int i=1;i<m;i++)
      {
           P[i]=X[i]/(W[i]-(Y[i]*P[i-1]));
           Q[i]=(Z[i]+(Y[i]*Q[i-1]))/(W[i]-(Y[i]*P[i-1]));
      }
      /*Regresa a calcular T*/
      T[m-1]=Q[m-1];
      for(int j=m-2;j>>=0;j--)
      {
           T[j]=(P[j]*T[j+1])+Q[j];
      }
      /*Visualiza el arreglo solución*/
      for(int i=0;i<m;i++)
       {
     cout<<"\n";
     cout<<T[i];
       }
}
/*Fin de la función de solución tridiagonal*/
int main()
{
      ofstream outdata;
      /*Declara el tamaño de la matriz tridiagonal*/
       int n=10;
      /*Declara los elementos de la diagonal*/
       double A[] = {1,.9,.8,1.1,.95,.85,1.15,.7,.75,1.2};
      /*Establece los valores negativos de los elementos de la super-
  diagonal*/
       double B[] = {-.6,-.5,-.4,-.7,-.6,-.4,-.6,-.4,-.8,0};
      /*Establece los valores negativos de los elementos de la sub-
  diagonal*/
       double C[] = {0,-.3,-.2,-.7,-.5,-.1,-.3,-.2,-.1,-.5};
      /*Establece los elementos del arreglo derecho*/
       double D[] =
{.1666,.2022,.2177,.5155,.5906,.5489,1.075,.8755,1.4278,1.6056};
      /*Invoca los elementos del arreglo derecho*/
      tridiag(n,A,B,C,D);
}
/*Fin del programa*/
```

La salida de este programa con la solución de la matriz es la misma que la dada en el ejemplo resuelto con MATLAB anterior.

c) Programa de cómputo en FORTRAN

Al igual que en el caso anterior, este programa primero define y establece los coeficientes de la matriz, luego llama una subrutina TRIDIAG para efectuar la inversión matricial real, o solución. De nuevo, la subrutina TRIDIAG se puede incorporar en cualquier otro programa de cómputo que esté escrito en FORTRAN y que requiera la solución de un sistema tridiagonal de ecuaciones.

```
C
C   ##### PROGRAMA PATANKAR. FOR #####
C
C   UN EJEMPLO DE PROGRAMA FORTRAN QUE DEMUESTRA
C   LA SUBRUTINA DE SOLUCIÓN DE UNA MATRIZ TRIDIAGONAL
C   TRIDIAG CON N = 10.

C   DECLARACIÓN DE VARIABLES
    INTEGER I, N
    PARAMETER (N = 10)
    REAL*8 A(N), B(N), C(N), D(N), P(N), Q(N), T(N)

C   I ES UNA VARIABLE DO LOOP
C   N ES LA DIMENSIÓN DE LA MATRIZ CUADRADA
C   A ES EL VECTOR DE LOS ELEMENTOS EN LA DIAGONAL
C   B ES EL VECTOR DE LOS ELEMENTOS EN LA SUPER-DIAGONAL
C   C ES EL VECTOR DE LOS ELEMENTOS EN SUB-DIAGONAL
C   D ES EL VECTOR DEL LADO DERECHO
C   P ES UNA VARIABLE DE RECURSIÓN
C   Q ES UNA VARIABLE DE RECURSIÓN
C   T ES EL VECTOR SOLUCIÓN
C   ESTABLECE LOS ELEMENTOS EN EL ARREGLO DIAGONAL
    DATA A/ 1, .9, .8, 1.1, .95, .85, 1.15, .7, .75, 1.2/
C   ESTABLECE LOS VALORES NEGATIVOS DE LOS ELEMENTOS EN EL ARREGLO
    DE LA SUPER DIAGONAL
    DATA B/ -.6, -.5, -.4, -.7, -.6, -.4, -.6, -.4, -.8, 0/
C   ESTABLECE LOS VALORES NEGATIVOS DE LOS ELEMENTOS EN EL ARREGLO
    DE LA SUB-DIAGONAL
    DATA C/ 0, -.3, -.2, -.7, -.5, -.1, -.3, -.2, -.1, -.5/

C   ESTABLECE LOS ELEMENTOS DEL ARREGLO EN EL LADO DERECHO
    DATA D/ .1666, .2022, .2177, .5155, .5906, .5489, 1.075,
    &       .8755, 1.4728, 1.6056/

C   LLAMA LA SUBRUTINA DE SOLUCIÓN
    CALL TRIDIAG (N, A, B, C, D, P, Q, T)

C   IMPRIME LOS DATOS DE ENTRADA Y LOS RESULTADOS EN LA PANTALLA
    WRITE (6, 100)
    WRITE (6, *)
    DO 20 I=1, N, 1
          WRITE (6, 110) I, A(I), B(I), C(I), D(I), T(I)
20 CONTINUE

100 FORMAT (3X, 'I', 8X, 'A', 7X, 'B', 6X, 'C', 7X, 'D', 9X, 'T')
110 FORMAT (2X, I2, 5X, F5.2, 4X, F3.1, 4X, F3.1, 4X, F7.4, 3X, F7.4)

C   FIN DEL PROGRAMA DE EJEMPLO
    END
```

```
C
C   ***** SUBRUTINA TRIDIAG *****
C


C       LA SUBRUTINA TRIDIAG Resuelve un sistema tridiagonal :
C
C | A(1)  -B(1)                                    | |T(1)  |    |D(1)  |
C |-C(2)   A(2)  -B(2)                             | |T(2)  |    |D(2)  |
C |  .      .      .       .       .       .       | |  .   |    | .    |
C |         .    -C(i)    A(i)    -B(i)     .      | |T(i)  | = |D(i)  |
C |  .      .      .       .       .       .       | |  .   |    | .    |
C |                    -C(N-1)  A(N-1)  -B(N-1)    | |T(N-1)|    |D(N-1)|
C |                             -C(N)    A(N)     | |T(N)  |    |D(N)  |
C
C      donde N es el tamaño del sistema

   SUBRUTINA TRIDIAG (N, A, B, C, D, P, Q, T)

C   DECLARA VARIABLES
    INTEGER N, I
    REAL*8 A(N), B(N), C(N), D(N), P(N), Q(N), T(N)

C   CALCULA LAS VARIABLES DE RECURSIÓN
    P(1) = B(1)/A(1)
    Q(1) = D(1)/A(1)
    DO 10 I = 2, N, 1
       P(I) = B(I)/(A(I) -C(I) * P(I-1))
       Q(I) = (D(I)+C(I) * Q(I-1))/(A(I)-C(I) * P(I-1))
10   CONTINUE
C   REGRESA PARA SUSTITUIR PARA T(I)
    T(N) = Q(N)
    DO 20 I=N-1, 1, -1
         T(I) = P(I) *T(I+1)+Q(I)
20   CONTINUE

C   FIN DE LA SUBRUTINA TRIDIAG
    RETURN
    END
```

SALIDA DEL PROGRAMA

I	A	B	C	D	T
1	1.00	-.6	.0	.1666	.0999
2	.90	-.5	-.3	.2022	.1112
3	.80	-.4	-.2	.2177	.1444
4	1.10	-.7	-.7	.5155	.1999
5	.95	-.6	-.5	.5906	.2779
6	.85	-.4	-.1	.5489	.3778
7	1.15	-.6	-.3	1.0750	.5001
8	.70	-.4	-.2	.8755	.6443
9	.75	-.8	-.1	1.4728	.8111
10	1.20	.0	-.5	1.6056	1.0000

APÉNDICE 4

Códigos de cómputo para transferencia de calor

Una lista breve y representativa de algunos códigos de cómputo populares y de paquetes de software que están disponibles comercialmente se dan a continuación con sus URL en los sitios respectivos en la red. Estos paquetes de software con frecuencia se utilizan para resolver problemas de transferencia de calor diferentes tanto por practicantes en la industria como por investigadores académicos. Estos códigos en general tienen la finalidad de resolver problemas muy complejos que pueden incluir una geometría complicada e inusual así como varios modos de transferencia de calor, incluyendo conducción, convección, radiación, ebullición y condensación. En los casos de ebullición y condensación o flujos bifásicos, en ocasiones se requiere el modelado adicional de las interfaces de dos fases. Observe que esta lista no está completa ni es una recomendación de algún software y que muchos otros códigos y paquetes de software pueden estar disponibles comercialmente.

Nombre del código	URL del sitio en la red
ADINA-FSI	http://www.adina.com/index.shtml
ANSWER™	http://www.acricfd.com/
Ansys CFX	http://www.ansys.com/products/fluid-dynamics/cfx/
Autodesk® Algor® Simulation	http://usa.autodesk.com/
CFD2000	http://www.adaptive-research.com/
COMSOL Multiphysics®	http://www.comsol.com/
FLUENT	http://www.fluent.com/
InThermal	http://cae-net.com/v2/?page id=21
MSC Nastran	http://www.mscsoftware.com/Contents/Products/
OpenFOAM®: open source CFD	http://www.openfoam.com/
PHOENICS	http://www.cham.co.uk/
STAR-CD	http://www.cd-adapco.com/

APÉNDICE 5

Bibliografía sobre transferencia de calor

Una limitación de cualquier libro de texto es la profundidad a la cual se puede abordar el material. Los libros de texto sólo pueden proporcionar los fundamentos necesarios para comprender los principios y preparan al estudiante para manejar problemas más complejos del "mundo real".

En este libro hemos hecho un esfuerzo para presentar información actualizada, pero antes de comenzar a resolver problemas de transferencia de calor de la vida real, uno se debe familiarizar con el trabajo en el área realizado por otros expertos. Algunas horas de consulta en una biblioteca pueden ahorrar muchas horas tratando de "reinventar la rueda". Además de libros de texto y manuales especializados, varias publicaciones periódicas se ocupan de la transferencia de calor y proporcionan la información más actual disponible. Las actas de conferencias también son una fuente valiosa de información. Aunque los artículos en estas fuentes han sido revisados por especialistas en el campo antes de su publicación, es importante evaluar críticamente cada artículo y no suponer que el trabajo es infalible.

La siguiente lista incluye las revistas más importantes en inglés sobre transferencia de calor, con información sobre el editor y frecuencia de publicación:

Journal of Heat Transfer, publicado mensualmente por la American Society of Mechanical Engineers (ASME International).

International Journal of Heat and Mass Transfer, publicada en 26 números en un volumen cada año por Elsevier.

International Journal of Heat and Fluid Flow, publicada bimensualmente por Elsevier.

Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, publicada en dos volúmenes cada año, con 12 números en cada volumen por Taylor & Francis.

AIChE Journal, publicada mensualmente por Wiley InterScience (por el American Institute of Chemical Engineers).

Journal of Fluid Mechanics, publicada bisemanalmente por la Cambridge University Press.

Advances in Heat Transfer, publicada anual y/o semestralmente por Elsevier (Academic Press).

Advances in Chemical Engineering, publicada anual y/o semestralmente por Elsevier (Academic Press).

Journal of Enhanced Heat Transfer, publicada trimestralmente por Begell House.

Heat and Mass Transfer, publicada mensualmente por Springer.

Experimental Thermal and Fluid Science, publicada en ocho números en un volumen cada año por Elsevier.

International Journal of Multiphase Flow, publicada mensualmente por Elsevier.

International Journal of Transport Phenomena, publicada trimestralmente por Old City Publishing (en asociación con el Pacific Center of Thermal-Fluids Engineering).

Heat Transfer Engineering, publicada en 14 números cada año por Taylor & Francis.

Heat Transfer—Asian Research, publicada en ocho números en un volumen cada año por Wiley InterScience.

ÍNDICE

A

Absortividad
  definición, 556
  emisividad y, 565-570, 608-609
  gases y vapores, 603-604, 608-609
  monocromática, 603
  solar, A38-A39
  total, 559-560
Absortividad solar, A38-A39
Aislamiento térmico, 45-50
  celular, 46-47
  conductividad térmica del, 46-48
  efectos de la temperatura en el, 46-48
  fibroso, 45, 47
  granular, 46
  hojas reflectantes, 46-47
Aislantes, conductividad térmica y, 16-17
Aletas
  condiciones límite para, 96-97, 331-333
  conducción térmica y, 70, 95-105
  convección forzada y, 395-397, 458-461
  convección natural de, 328-333
  distribución de temperatura y, 98-99
  eficiencia de, 101-103
  espaciamiento entre, 331-333
  flujo transversal y, 458-461
  paquetes de tubos con, 458-461
  rectangulares, 330-333
  secciones transversales uniformes, 95-100
  selección y diseño de, 100-105
  superficies horizontales, 328-331
  superficies verticales, 331-333
  triangulares, 329-330
  tubos con, 328-329, 395-397
Análisis aproximado de la capa límite, 244, 261-267
Análisis dimensional, 243-252
  coeficientes de transferencia de calor por convección, evaluación de, 243-244
  datos experimentales, correlación de, 249-251
  dimensiones primarias, 245-246
  grupos adimensionales para, 247-249, 252
  principio de similitud y, 251-252
  teorema π de Buckingham, 246-247
Análisis matemático exacto, 244
Análisis numérico
  conducción, 166-229
  conducción en régimen permanente, 168-180, 195-208
  conducción transitoria (no permanente), 195-201, 208-214
  convección, 244-245
  discretización y, 167-168
  ecuación de diferencias utilizada para, 168
  introducción al, 167-168
  sistemas bidimensionales, 195-214
  sistemas cilíndricos, 215-217
  sistemas con límites irregulares, 217-221
  sistemas unidimensionales, 169-194
Analogía de Reynolds
  convección forzada, 382-386
  flujo turbulento, 272-274, 382-386
  transferencia de calor por convección, 272-274
Analogía entre la cantidad de movimiento y la
  analogía de Reynolds y, 382-386
  coeficiente de transferencia de calor para, 244
  convección forzada y, 382-386
  efectos de la rugosidad superficial en, 384-386
  flujo turbulento, 244, 267-272, 382-386
  número de Stanton (St) para, 384
  transferencia de calor, 244, 267-272, 382-386
  transferencia de calor por convección y, 244, 267-272
Anemómetro de hilo caliente, 433-436
Ángulo sólido diferencial, 550
Aproximación de Boussinesq, 301
Aproximación integral, análisis de capa límite aproximada, 261-267

C

Caída de presión
  ecuación de Poiseuille para, 679
  efecto del número de Reynolds (Re) en la, 353-355
  limitaciones del empaquetamiento por la, 678-681
  paquetes de tubos, coeficiente para, 452-453
  tubos de calentamiento y, 672-674, 678-681
Calles de vórtices de von Karman, 462
Cambiadores de calor a microescala, 524-525
Cambios de fase
  condensación, 660-671
  congelación, 683-688
  diseño de un condensador y, 670-671
  ebullición, 625-660
  fusión, 683-688
  transferencia de calor con, 624-696
  tubos de calentamiento y, 672-683
Capacidad térmica, A45-A46
  gases ideales, A45
  líquidos saturados, A46
Capas límite
  análisis de transferencia de calor por convección y, 233-235, 239-243, 253-256, 274-276
  coeficiente de fricción para, 241-242, 255-256
  definición, 234
  ecuaciones adimensionales, 239-243
  espesor, 253-256
  flujo laminar, 234
  flujo transicional, 234-235
  flujo turbulento, 234-235
  mezclado, 274-276
  número de Nusselt (Nu) para, 242-243
  parámetros de similitud y, 239-243
  perfiles de velocidad para, 234
  rozamiento (fricción) y, 274-275
Características superficiales, 561-571
Chorros confinados, 461
Chorros en una superficie libre, 462-469
Chorros libres, 461-471
  clasificación de, 461-462
  convección forzada y, 461-471
  correlaciones de transferencia de calor para, 463-471
  simples, flujo con, 462-463
  sumergidos, 462, 469-471
  superficie libre, 462-469
  y confinados, 461
Chorros sumergidos, 462, 469-471
Cilindros
  aletas colocadas a, 328-329
  convección forzada sobre superficies exteriores de, 421-433
  convección natural de, 302-310, 312-316, 321-324, 328-329
  correlación empírica para, 308-310, 312-316, 321-322
  flujo potencial sobre, 422-424
  flujo transversal sobre, 424-428
  horizontales (tubos), 302-305, 312-316, 321-322, 328-329
  número de Reynolds (Re) para, 424-433
  rotatorios, 322-324
  verticales, 305-310

Coeficiente de fricción
análisis de flujo laminar, 255-256, 261, 264-267, 362
análisis de flujo turbulento, 384-386
capas límite adimensionales y, 241-242
capas límite mezcladas y, 274-275
coeficiente de fricción y, 384-386
conductos de sección transversal no circular, 373-376
convección forzada y, 362, 373-376, 384-386
de Fanning, 362
ecuaciones empíricas para, 283
efectos de la rugosidad superficial en, 384-386
evaluación de, 264-267
rozamiento, 241-242, 274-275
superficial, 255-256, 261
Coeficiente de rozamiento (fricción)
capas límite adimensionales y, 241-242
capas límite mezcladas y, 274-275
Coeficiente global de transferencia de calor, 40-45
conducción de calor en régimen permanente y, 87-88
factores de ensuciamiento para, 496-498
intercambiadores de calor, 494-498, 527
sistemas cilíndricos, 87-88
sistemas de transferencia de calor combinados, 40-45
sistemas esféricos, 87-88
Coeficientes de transferencia de calor por convección
análisis aproximado de la capa límite, 244
análisis dimensional, 243-244
análisis matemático exacto, 244
cantidad de movimiento y transferencia de calor, analogía entre, 244
evaluación de, 243-245, 258-259, 264-267
flujo laminar, 258-259
límites de precisión en valores anticipados de, 360
métodos numéricos de análisis, 244-245
Coeficientes de transferencia de calor
ecuaciones empíricas para, 283
evaluación de, 243-245, 258-259, 264-267
global, 40-45, 87-88
por convección (h_c), 19, 243-245, 258-259, 264-267, 283
por radiación (h_r), 23
Coeficientes matriciales para condiciones límite, 175, 193
Componente fluctuante del flujo turbulento, 268-270
Condensación, 660-671
en forma de gotas, 669-670
en forma de película, 661-669
flujo turbulento, efectos de, 666-668
mezclas de vapor y gases no condensables, 671
temperatura de saturación, 669
vapor sobrecalentado, 669
velocidad alta de vapor, efectos de, 668-669
Condiciones de vacío, resistencia de contacto térmico en, 32
Condiciones de frontera
a temperatura constante, 367-369
aletas de sección transversal uniforme, 96-97
coeficientes matriciales para, 175, 193
conducción de calor y, 92-93, 96-97
conducción en régimen permanente, 172-175, 195-201
conducción multidimensional, 107-111
conducción transitoria, 130-132
conducción transitoria (no permanente), 187-191, 195-201
convección superficial, 173-175, 187-188
conservación de la energía y, 56-57
convección superficial especificada, 173-175, 187-188
espaciamiento de aletas, 96-97, 331-333
flujo a alta velocidad y, 277-282
flujo térmico, 172-175, 187-188, 195-201
flujo térmico específico, 172-175, 187-188, 195-201
formas cilíndricas, 92-93
radiación superficial, 174
radiación superficial especificada, 174
sistemas bidimensionales, 195-201
sistemas unidimensionales, 172-175, 187-191
situaciones especiales para análisis de convección, 277-282
soluciones numéricas
superficie aislada, 173
temperatura superficial, 172-175
temperatura superficial específica, 172-175
térmicas, 360
Conducción. *Véase también* Conducción térmica
aletas y, 70, 95-105
análisis numérico de, 166-229
conductancia térmica para, 12
conductividad térmica y, 9-10, 14-17, 71
constante de conversión, 10
convección en serie con, 36-38
coordenadas para, 73-75, 77-78
definición, 70-71
difusión y, 70-71
en estado permanente, 73, 75. 77-78, 105-106
flujo térmico unidimensional, 11-14, 24
forma adimensional, 76-77
generación de calor y, 79-81, 91-95
ley de Fourier para, 9-10, 14
no permanente, 75, 150
paredes planas
en paralelo, 28-31
en serie, 24-27
generación de calor y, 79-81
múltiples dimensiones de flujo térmico, 24-31
permanente, 73, 78, 105-116
resistencia térmica para, 12
sistemas biotridimensionales, 73
sistemas cilíndricos, 72, 77-78, 82-88, 91-95, 215-217
sistemas esféricos, 72, 77-78, 88-91
sistemas multidimensionales, 105-116, 145-149
sistemas rectangulares, 72-75, 78-81
sistemas unidimensionales, 73
superficies extendidas y, 95-100
temperatura y, 72-73
transferencia de calor por, 9-17, 71
en sistemas en paralelo, 28-31
en sistemas en serie, 24-27, 36-38
transitoria, 73, 116-149
unidades de, 10, 75
Conducción de calor no permanente, 73, 150. *Véase también* Conducción transitoria
Conducción en régimen permanente
análisis numérico, condiciones de frontera para, 172-175, 195-197
coordenadas cilíndricas, 78
coordenadas esféricas, 78
coordenadas rectangulares, 75
definición, 73
ecuaciones de diferencias, 168-172, 197-201
forma adimensional, 77
métodos de solución para, 175-180, 201-208
sistemas bidimensionales, 195-208
sistemas multidimensionales, 105-116
sistemas unidimensionales, 73, 75, 77-78, 82-95, 168-180
Conducción no permanente, 73
Conducción térmica. *Véase* Conducción
Conducción transitoria
análisis numérico condiciones límite para, 187-191, 197-201
condiciones de frontera, 130-132
constante de tiempo para, 118-119
cuerpos sólidos, 117-119, 121-123
definición, 73
ecuación transcendental para, 126-127
ecuaciones de diferencias, 180-187, 195-197
función de error (erf) gausiana para, 132
gráficas para, 134-145
paredes infinitas, 123-129
método de capacitancia térmica concentrada para, 116-119, 121-123

métodos de solución para, 191-195, 208-214
número de Biot (Bi) para, 117
resistencia interna insignificante, sistemas con, 117-123
sistemas bidimensionales, 195-201, 208-214
sistemas multidimensionales, 145-149
sistemas o cuerpos compuestos, 121-123
sistemas unidimensionales, 116-145
sólidos semi-infinitos, 129-134
temperaturas transitorias adimensionales y flujo térmico para, 131-133, 135-143
Conductancia térmica
transferencia de calor por conducción, 12
transferencia de calor por convección, 19
transferencia de calor por radiación, 22
Conductividad térmica
aislamiento térmico y, 46-48
aislantes y, 16-17
efectos de la temperatura en, 14-16, 46-48
gases, 14-15, A46
ley de Fourier para la, 9-10, 14
líquidos, 15, A48
orden de magnitud, 10
sólidos, 15-17
Conductos, 371-380, 386-392
analogía de Reynolds para, 382-386
circulares, 371-373, 386-391
coeficiente de fricción (factor) para, 373-376, 384-386
convección forzada en, 371-380, 382-392
correlaciones empíricas para convección forzada en, 386-391
flujo laminar en, 371-380
flujo turbulento en, 382-392
número de Nusselt (Nu) para, 386-391
rectangulares, 371-373
secciones transversales no circulares, 373-376, 391-392
Conos, convección natural y, 312-316
Constante de tiempo para conducción transitoria, 118-119
convección forzada y, 392-394, 458
Convección
análisis de transferencia de calor, 230-295
analogía de Reynolds para, 273-274
cantidad de movimiento y transferencia de calor, analogía entre, 244, 267-272
capa límite aproximada, 244, 261-267
capa límite mezclada, 274-276
capas límite y, 233-235, 239-243, 253-256
coeficientes de transferencia de calor para, 243-245, 258-259, 264-267
condiciones de frontera especiales para, 277-282
conducción en serie con, 36-38
conductancia térmica para, 19
dimensional, 243-252
ecuaciones de conservación para, 235-239
flujo a alta velocidad, 277-282
flujo laminar, 234-239, 252-261, 264-267
flujo transicional, 234-235
flujo turbulento, 234-235, 267-274
forzada
superficies exteriores, 420-483
transferencia de calor por, 18, 231-232
tubos y conductos, 350-419
matemática exacta, 244
métodos numéricos, 244-245
solución analítica para, 252-261
natural, 18, 233, 296-349
orden de magnitud de, 19
placas planas, 235-239, 252-261, 273-274
proceso de transferencia de calor, 17-20, 231-233
radiación en paralelo con, 38-40
resistencia térmica para, 20
tasa de transferencia de calor, 17
transferencia de calor de superficie a fluido, 17-20, 24
Convección forzada
anemómetro de hilo caliente para, 433-436
caída de presión y, 353-355
coeficiente de fricción (factor) para, 362, 373-376, 384-386
coeficientes de transferencia de calor, límites de precisión en valores anticipados de, 360
condiciones de frontera térmicas para, 360
conductos, 371-380, 386-392
convección natural combinada con, 325-328, 380-382
correlaciones empíricas para, 370-382, 386-394
definición, 18
diámetro hidráulico para, 351-352
distribuciones de temperatura y velocidad en, 231-232
ebullición en, 647-649
ebullición nucleada en, 650-653
efectos de compresibilidad en, 360
efectos de entrada en, 356-359
efectos del número de Prandtl (Pr) en, 356-357
enfriamiento, 403-406
enfriamiento de dispositivos electrónicos, 403-406
flujo completamente desarrollado, número de Reynolds (Re) efectos en, 353-355
flujo incompresible de líquidos y gases, 387-388, 408
flujo laminar, 360-382
flujo térmico crítico y, 656-659
flujo turbulento, 382-394
lechos empacados y, 440-443
metales líquidos y, 392-394, 458
número de Nusselt (Nu) para, 352, 367, 371-375, 386-393, 436-439
número de Reynolds (Re) para, 353-355, 424-433
producción neta de vapor, 654-656
propiedades físicas, variación de, debidas a la temperatura, 359-360
regímenes de ebullición en, 647-649
rugosidad superficial y, 384-386
sobre superficies externas, 420-483
técnicas de optimización, 395-402
temperatura crítica (punto de ebullición) y, 659-660
temperatura de referencia del fluido, 352-353
transferencia de calor por, 18, 351-352
transferencia de calor y cantidad de movimiento, analogía entre, 382-386
tubos, 360-370, 382-402, 431-432, 444-461
Convección libre. *Véase* Convección natural
Convección natural
aproximación de Boussinesq para, 301
cilindros, 302-310, 312-316, 321-324
conos, 312-316
convección forzada combinada con, 325-328, 380-382
correlaciones empíricas para, 308-321, 324-337
definición, 18
discos, 322-324
distribuciones de temperatura y velocidad en, 233
esferas, 312-316, 322-324
espacios cerrados, 316-322
flujo laminar, efecto de, 380-382
número de Grashof (Gr) para, 302, 316-317, 326-327
número de Nusselt (Nu) para, 302, 309-311, 317-319, 322-323, 328
número de Rayleigh (Ra) para, 302-307, 318-319
parámetros adimensionales para, 301-303
parámetros de similitud para, 299-308
placas, 305-312
sistemas rotatorios y, 322-324
sistemas tridimensionales, 305, 312-316
superficies con aletas, 328-333
transferencia de calor por, 18, 297-299
Coordenadas para conducción de calor
formas cilíndricas, 77-78
formas esféricas, 77-78
formas rectangulares, 73-75
Cuerpo negro
definición, 543
irradiación, 543-544

leyes, 544-546
poder emisor de, 544
poder emisor monocromático, 544-545
transferencia de calor por radiación de, 21-22
Cuerpos abultados, conversión forzada sobre, 421-422, 438-441
Cuerpos reales, radiación y, 22, 560-561
Cuerpos sólidos, conducción transitoria en, 117-119, 121-123
Cuerpos tridimensionales, convección natural, 305, 312-316

D

Datos de tamaño y permeabilidad del poro del empaquetamiento, A37
Deflectores, 487-489
Densidad de líquidos saturados, A49
Diámetro hidráulico, 351-352
Diferencia de temperatura media logarítmica (LMTD), 498-506
Difusión, conducción por, 70-71
Difusividad de calor arremolinada, 272
Difusividad térmica, 74
Dimensiones y unidades, 7
Discos, convección natural de, rotatorios, 322-324
Discretización, 167-168
Diseño de un condensador, 670-671
Dispositivos de enfriamiento mediante convección forzada, 403, 406
Distribución espectral, 542
Distribuciones de velocidad en convección, 231-232

E

Ebullición
convección forzada y, 647-660
en estanque, 625-646
flujo térmico crítico en, 626-627, 637-644, 656-659
líquido subenfriado, transferencia de calor a, 631-633
mecanismos de crecimiento de burbujas, 628-633
nucleada 626-627, 633-644, 650-653
pelicular, 644-646, 659-660
producción neta de vapor, 654-656
región con deficiencia de líquido, 659-660
superficial, 632-633
temperatura crítica en exceso (punto de), 626-627, 639-660
temperatura y, 625-628
transferencia de calor y, 625-660
transición, 660
tubos de calentamiento, limitaciones de, 681
Ebullición nucleada
coeficiente de transferencia de calor, 634
convección forzada y, 650-653
definición, 626
ecuación de Zuber para, 638
flujo crítico de calor en, 637-644
flujo de convección para, 652-653
flujo de ebullición para, 652-653
flujo térmico pico y, 638-644
número de Reynolds (Re) para, 633
optimizaciones para, 644-645
regímenes, 626-627, 638-639
superficie de calentamiento de fluido y, 634-637
Ecuación,
de capa límite de Navier-Stokes, 325
de conservación de la cantidad de movimiento, 237-238
de conservación de la energía, 239
de conservación de la masa, 236-237
de diferencias explícitas, 181-182
de diferencias finitas, 170-171
de diferencias implícitas, 186-187
de Dittus-Boelter, 386
de Poiseuille, 679
de Zuber, 638
transcendental, 126-127
Ecuación de conducción, 71-78
coordenadas cilíndricas, 77-78
coordenadas esféricas, 77-78
coordenadas rectangulares, 73-75
difusividad térmica, 74
forma adimensional, 76-77
número de Fourier (Fo) para, 76
operador laplaciano para, 75, 77
uso de, 71-73
Ecuaciones de capa límite adimensionales, 239-243
Ecuaciones de diferencias
análisis numérico utilizando, 168
aproximación del volumen de control para, 167-172, 195-197
conducción en régimen permanente, 168-172, 195-197
conducción transitoria (no permanente), 180-187, 195-197
explícitas, 181-182
finitas, 170-171
implícitas, 186-187
sistemas bidimensionales, 195-197
sistemas unidimensionales, 168-172, 180-187, 195-197
soluciones inestables, 181-182
Efectos de compresibilidad en convección forzada, 360
Efectos de congelación en transferencia de calor, 683-688
Efectos de fusión en la transferencia de calor, 683-688
Efectos de la entrada en convección forzada, 356-359
Eficiencia, intercambiador de calor, 506-515
Eficiencia de las aletas, 101-103
Emisión de banda, 546-550
Emisividad
absortividad y, 565-570, 608-609
definición, 556
factores de corrección para, 606-607
gases y vapores, 604-609
hemisférica total, A38-A39
superficies reales, 561-570
Empaquetamientos compuestos, 679-670
Enfriamiento de dispositivos electrónicos, 403-406
Esferas
convección forzada sobre superficies externas de, 421-433, 436-437
convección natural de, 312-316, 322-324
flujo potencial sobre, 422-424
flujo transversal sobre, 424-428
número de Nusselt (Nu) para, 436-437
número de Reynolds (Re) para, 424-433
rotatorias, 322-324
Espacios cerrados, convección natural en, 316-322
Espectro electromagnético, 541-542
Estado permanente, ecuación de conducción para, 73, 75, 77-78
Estereorradián (sr), unidad de, 550
Estructuras de empaquetamiento, secciones transversales de, 680

F

Factor de forma
álgebra para, 579-581
conducción en régimen permanente multidimensional, 111-113
geométrico, 575-578
radiación, 571-581
teorema de reciprocidad para, 572-573
Factores de conversión, 10, A5
Factores de ensuciamiento, 496-498
Fase (estado) termodinámica de fluidos, 493-494
Fluidos. *Véase también* Convección forzada; Cambios de fase
conducción en serie con, 36-38
conductancia térmica para, 19
convección y, 17-20, 36-40
orden de magnitud de, 19
radiación en paralelo con, 38-40
resistencia térmica para, 20
transferencia de calor, propiedades de, A23-A24
transferencia de calor entre superficie y, 18-20, 24
Flujo (térmico) por convección, 652-653
Flujo (térmico) por ebullición, 652-653
Flujo a alta velocidad, análisis de transferencia de calor por convección de, 277-282
Flujo completamente desarrollado, efectos del número de Reynolds (Re) en, 353-355
Flujo de Poiseuille, 362
Flujo incompresible de líquidos y gases, 387-388, 408
Flujo inducido por flotación con transferencia de calor. *Véase* Convección natural

Flujo laminar, 231, 233-239
capa límite y, 234, 253-256
coeficiente de fricción (superficial) para, 255-256, 264-267
coeficiente de fricción de Fanning para, 362
conductos (cortos), 371-380
convección forzada, 360-382
convección natural, efecto de en, 380-382
correlaciones empíricas para, 370-382
distribución de la velocidad en, 234
ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para, 237-238
ecuación de conservación de la energía para, 239, 256
ecuación de conservación de la masa para, 236-238
evaluación del coeficiente de transferencia de calor, 264-267
factor de fricción para, 373-376, 378
flujo térmico uniforme y, 363-367
número de Nusselt (Nu) para, 259, 261, 371-375, 377-378, 382
parámetros adimensionales para, 257-259
placas planas, sobre, 235-239, 252-261
solución analítica para, 252-261
temperatura superficial uniforme y, 367-370
transferencia de calor por convección, 256-261
tubos (largos) en, 360-370
variaciones de las propiedades, efecto de, 376-380
Flujo paralelo, eficiencia de un intercambiador de calor, 507-508
Flujo potencial sobre superficies externas, 422-424
Flujo térmico
convección forzada y, 652-653, 656-659
crítico, 626-627, 637-644, 656-659
ebullición en estanque, 626-627
ebullición nucleada, 637-644, 652-653
flujo de calor por ebullición, 652-653
flujo por convección, 652-653
pico, 638-644
transferencia de calor más allá del punto crítico, 659-660
uniforme, convección forzada y, 363-367
Flujo térmico crítico
convección forzada y, 652-653, 656-659
ebullición en estanque, 626-627, 637-644, 656-659
ebullición nucleada, 637-644, 652-653
temperatura crítica en exceso (punto) y, 626-627
transferencia de calor más allá del punto crítico, 659-660
Flujo transicional, distribución de la velocidad en, 234-235
Flujo transversal, 507-508
Flujo transversal sobre superficies exteriores
cilindros, 424-428
convección forzada y, 424-428, 444-461, 472-473
esferas, 424-428
metales líquidos en, 458
paquetes de tubos, 444-461, 472-473
paquetes de tubos con aletas, 472-473
Flujo turbulento, 234-235
analogía de Reynolds para, 272-274, 382-386
cantidad de movimiento y transferencia de calor, analogía entre, 244, 267-272, 382-386
capa límite y, 234-235
coeficiente (factor) de fricción para, 384-386
coeficiente de intercambio para temperatura, 272
componente fluctuante de, 268-270
condensación, efectos de, 666-668
conductos, 382-392
correlaciones empíricas para, 386-394
difusividad arremolinada de calor, 272
distribución de velocidad en, 234
flujo incompresible de líquidos y gases, 387-388
longitud de mezclado de Prandtl para, 270-272
metales líquidos, 392-394
número de Nusselt (Nu) para, 396-391
rugosidad superficial y, 384-386
superficies planas, sobre, 273-274
tubos, 382-391
velocidad de transferencia de calor en, 271-272
viscosidad arremolinada de, 270-271
Fuerza, unidades de, 7
Función de error (erf), 132, A44
Función de error gausiana (erf), 132, A44

G

Gases
capacidades térmicas de, A45
conductividad térmica de, 10, A46
convección forzada de, 387-388, 408
correlaciones de transferencia de calor por convección para, 387-388
ecuación de correlación para las propiedades físicas de, A45-A46
flujo incompresible en tubos y conductos, 387-388, 408
no condensables mezclados con vapor, 671
propiedades de radiación de, 602-610
propiedades termodinámicas de, A26-A36
sistemas de transferencia de calor y, 38-40
viscosidad de, A45
Generación de calor uniforme a través de paredes planas, 79-81
Generación interna de calor, 72
Gráficas para conducción transitoria, 134-149
sistemas multidimensionales, 145-149
sistemas unidimensionales, 116-145

I

Insertos de cinta torcida, convección forzada y, 397-400
Intensidad de radiación, 550-554
ángulo sólido diferencial para, 550
definición, 550
poder emisor, relación con, 552-554
Intercambiadores de calor
a microescala, 524-525
clasificación de, 493-494
coeficiente global de transferencia de calor para, 494-498, 527
compactos, 492
de contacto directo, 487-494
de contacto indirecto, 493
de lecho empacado, 440-442
de tubo dentro de tubo, 487-488
diferencia de temperatura media logarítmica (LMTD), 498-506
diseño de, 489-494
eficiencia de, 506-515
factores de ensuciamiento para, 496-498
fase termodinámica (estado) de fluidos, 493-494
formas geométricas para, 494
número de unidades de transferencia de calor (NTU), 509-510
optimización de la transferencia de calor, 516-524
radiadores, 492-493
recuperadores, 485-487, 493
regeneradores, 485-487, 493
Intercambiadores de calor de coraza y tubo
deflectores, 487-489
diseño de, 489-494
eficiencia de, 509
placas de los tubos, 487-489
Intercambiadores de calor de flujo transversal, 488-490, 515
diseño de, 488-490
eficiencia de, 509, 515
Inversión de matrices
análisis de conducción de calor, 175-176
análisis de radiación, 591-602
Irradiación
cuerpo negro, 543-544, 554-555
espectral, 554-555
isotrópica (uniforme), 543
Iteración, 176-178
de Gauss-Seidel, 177
de Jacobi, 176-177

L

Lechos empacados, convección forzada y, 440-443

Ley de conservación de la energía, 51-57
aplicaciones de, al análisis de transferencia de calor, 52-56
condiciones límite para, 56-57
primera ley de la termodinámica para, 51-52
sistema cerrado, 52
Ley de desplazamiento de Wien, 544-545
Ley de Kirchhoff y propiedades de radiación monocromática, 557-560
Ley de la conducción de Fourier, 9-10, 14
Ley de los cosenos de Lambert, 553
Ley de Planck, 544
Ley de Stefan-Boltzmann, 545-546
Limitaciones de arrastre en tubos de calor, 678
Limitaciones de flujo sónico en tubos de calentamiento, 676-678
Limitaciones del empaquetamiento en tubos de calentamiento, 678-681
Limites de precisión, convección forzada y, 560
Líneas de flujo (flujo térmico), 109-110
Líquido subenfriado, transferencia de calor a, 631-633
Líquidos
capacidad térmica de, A46
conductividad térmica de, 10, A48
convección forzada de, 387-388, 408
correlaciones de transferencia de calor por convección para, 387-388
densidad de, A49
ecuaciones de correlación para propiedades físicas, A46-A49
flujo incompresible en tubos y conductos, 387-388, 408
propiedades termodinámicas de, A14-A22
saturados, A46-A49
saturados, propiedades de, A46-A49
viscosidad de, A47
Longitud de mezclado de Prandtl, 270-272
Losas infinitas, conducción transitoria en, 123-129

M
Masa, unidades de, 7
Materiales de construcción, absortividad y emisividad de, A38-A39
Matriz tridiagonal, 176, A50-A55
Mecanismos de crecimiento de burbujas, 628-633
Medio absorbente, radiación y, 600-602
Medios de transmisión, radiación y, 600-602
Metales líquidos
Método de capacidad calorífica concentrada para conducción transitoria
constante de tiempo para, 118-119
cuerpos sólidos, 117-119, 121-123
número de Biot (Bi) para, 117
sistemas con resistencia interna insignificante, 117-119, 121-123
sistemas o cuerpos compuestos, 121-123
Método del espaciamiento variable de nodos, 171
Método gráfico para conducción en sistema multidimensional, 109-116
Métodos de solución numérica, 175-180
conducción en régimen permanente, 175-180, 201-208
conducción transitoria (no permanente), 191-194, 208-214
inversión de matrices, 176
iteración, 176-178, 201-208
multiplicación de matrices, 176
sistemas unidimensionales, 175-180, 191-194
sistemas bidimensionales, 201-214
Microcapa de evaporación, 629
Microcapa de relajación, 630
Multiplicación de matrices, 176

N
Nodos, 169
Número,
de Biot (Bi), 93, 117
de Dean (Dn), 401
de Fourier (Fo), 76
de Graetz (Gz), 382
de Grashof (Gr), 302, 316-317
de Jakob (Ja), 631
de Rayleigh (Ra), 302-307, 318-319
de Stanton (St), 261, 385
de unidades de transferencia de calor (NTU), 509-510
Número de Nusselt (Nu),
adimensional y capas límite y, 242-243
análisis de convección de calor utilizando, 242-243, 248, 259, 261
análisis de flujo a alta velocidad utilizando, 277
convección forzada, 352, 367, 371-375, 377-378, 382, 386-393, 436-439
convección natural, 302, 309-311, 317-319, 322-323
flujo laminar, 259, 261, 371-375, 377-378, 382
flujo turbulento, 386-391
medio logarítmico, 371-373
metales líquidos, 392-393
número de Rayleigh (Ra) y, 318-319
número de Reynolds (Re) y, 355
superficies externas y, 436-439
Número de Prandtl (Pr)
convección forzada, efectos en, 356-357
transferencia de calor por convección y, 248
Número de Reynolds (Re)
caída de presión y, 353-355
convección forzada y, 353-355, 424-433
ebullición nucleada y, 633
efectos del, en flujo completamente establecido, 353-355
superficies externas (cilindros y esferas), 424-433
transferencia de calor por convección y, 248
transición del flujo térmico y, 354

O
Operador laplaciano, 75, 77

P
Paquetes (bancos) de tubos escalonados, 444-448, 460-461
Paquetes de tubos
coeficiente de caída de presión para, 452-453
con aletas, 458-461
configuración de, 444
convección forzada sobre, 444-461
en línea, 444-448, 460
en línea (bancos), 444-448, 460
escalonados, 444-448, 460-461
flujo transversal sobre, 444-461
paso longitudinal, 448
paso transversal, 448
Parámetros adimensionales
análisis dimensional y, 247-249, 252
conducción transitoria, 131-133, 135-143
convección natural, 301-303
ecuación de conducción para, 76-77
número de Dean (Dn), 401
número de Grashof (Gr), 302
número de Nusselt (Nu), 242-243, 248, 302
número de Prandtl (Pr), 248
número de Rayleigh (Ra), 302-307, 318-319
número de Reynolds (Re), 248
teorema π de Buckingham para, 246-247, 301-302
Parámetros de similitud
aproximación de Boussinesq para, 301
capas límite adimensionales, 239-243
convección natural, 299-308
Paredes planas
conducción de calor a través, 11-14, 24-31
conducción de calor en régimen permanente a través de, 79-81
dimensiones múltiples de flujo térmico, 24-31
en paralelo, 28-31
en serie, 24-27
flujo térmico unidimensional, 11-14, 24
generación uniforme de calor a través, 79-81
Paso longitudinal, 448
Paso transversal, 448
Periodo de espera, de crecimiento de burbujas, 629

Peso, unidades de, 8
Placas planas
  convección natural de, 305-312
  correlación empírica para, 308-310
  flujo laminar sobre, 235-239, 252-261
  horizontales, 310-312
  verticales, 305-310
Placas reflectantes para aislamiento térmico, 46-47
Poder emisor
  intensidad de radiación, relación con, 552-554
  leyes que rigen un cuerpo negro y, 544-546
  monocromático, 544-545
  radiación de un cuerpo negro y, 544-546, 552-554
  superficies negras y, 553
Primera ley de la termodinámica, 51-52
Principio de similitud, 251-252
Producción neta de vapor, 654-656
Programas en C++, sistema de ecuaciones tridiagonal, A52-A53
Programas Fortran, sistema tridiagonal de ecuaciones, A54-A55
Programas MATLAB
  análisis de radiación, 595-598
  sistema tridiagonal de ecuaciones, A50-A52
Propiedades de la radiación, 555-571, 602-610
  absortividad, 536, 559-560, 565-570, 603
  características superficiales, 561-571
  cuerpos grises y, 560-561
  emisividad, 556, 561-570
  ley de Kirchhoff y, 557-560
  monocromática, 557-560
  reflectividad, 556, 570-571
  transmisividad, 556, 570-571
Propiedades físicas, 359-360
  ecuaciones de correlación para, A45-A49
  variación de con la temperatura, 359-360
Proporción dimensional, 316-317, 352
Punto de ebullición. *Véase* Temperatura crítica en exceso

R

Radiación de cuerpo negro, 543-555
  emisión de, 544-546
  emisión de banda, 546-550
  funciones, 546-550
  intensidad de, 550-552
  irradiación, 554-555
  ley de los cosenos de Lambert para, 553
  ley de Planck para, 544
  ley de Stefan-Boltzman para, 545-546
  ley del desplazamiento de Wien para, 544-545
  relación poder emisor-intensidad, 552-554
Radiación
  análisis, 591-602
  inversión de matrices, 175, 591-602
  medios absorbentes y de transmisión, 600-602
  programa MATLAB para, 595-598
  superficies grises, 592-598
  superficies no grises y, 598-600
  características superficiales, 561-571
  coeficientes de transferencia de calor, 22
  combinada con convección y conducción, 610-614
  conductancia térmica para, 22
  convección en paralelo con, 38-40
  cuerpo negro, 21-22, 543-555
  cuerpos reales, 22, 560-561
  espectro electromagnético de, 541-542
  factor de forma, 571-581
  gases, propiedades de, 602-610
  inversión de matrices para, 591-602
  medios absorbentes y de transmisión, 600-602
  monocromática, 542, 557-560
  programa MATLAB para, 595-598
  propiedades de, 555-571, 602-610
  recintos, 581-591, 598-602
  resistencia térmica para, 22
  superficies grises y, 560-561, 585-598
  superficies negras y, 553, 581-585
  superficies no grises y, 598-600
  térmica, 541-542
  transferencia de calor por, 21-22, 540-623
  unidades de, 21, 541
  vapores, propiedades de, 602-610
Radiadores, intercambio de calor de, 492-493
Radio crítico de aislamiento, 85-87
Radiosidad, 585
Reflectividad, 556, 570-571
Reflexión difusa, 571
Reflexión especular, 571
Régimen,
  de burbujas aisladas, 638-639
  de columna continua, 638-639
  de ebullición pelicular de transición, 627-628
  de ebullición pelicular estable, 627-628
  de flujo anular, 648-649
  de flujo burbujeante, 647-648
  de flujo globular, 647-648
  de flujo neblinoso, 648-649
Regímenes de ebullición, 625-628, 638-639, 647-649
  burbuja aislada, 638-639
  columna continua, 638-639
  convección forzada y, 647-650
  ebullición en estanque, 625-628
  ebullición pelicular de transición, 627-628
  ebullición pelicular estable, 627-628
  flujo anular, 648-649
  flujo burbujeante, 647-648
  flujo globular, 647-648
  flujo neblinoso, 648-649
  nucleada, 626-627, 638-639
Región deficiente de líquido, 659
Reirradiante, 584-585
Resistencia, sistemas con, insignificante interna, 117-123
Resistencia térmica de contacto, 31-36
Resistencia térmica
  transferencia de calor por conducción, 12
  transferencia de calor por convección, 20
  transferencia de calor por radiación, 22
Rugosidad superficial
  convección forzada y, 384-386
  ebullición nucleada y, 644

S

Sección transversal uniforme de aletas, 95-100
Segunda ley del movimiento de Newton, 7
Sistema cerrado, 52
Sistemas bi o tridimensionales. *Véase* Sistemas multidimensionales
Sistemas cilíndricos
  análisis numérico de, 215-217
  coeficiente global de transferencia de calor para, 87-88
  conducción de calor y, 72, 82-88, 91-95
  conducción en estado permanente, 77, 82-88, 91-95
  ecuación de conducción para coordenadas, 77-78
  generación de calor interna y, 91-95
  generación de calor y, 82-88, 91-95
  largos y sólidos, 91-95
  multidimensionales, 77-78, 145-149
  número de Biot (Bi) para, 93
  operador laplaciano para, 77
  radio de aislamiento crítico para, 85-87
  temperaturas transitorias adimensionales y flujo térmico en, 137-138
  tubos (huecos), 82-88
  unidimensionales (simples), 77, 82-88
Sistemas de transferencia de calor combinados. *Véase* Sistemas de transferencia de calor
Sistemas de transferencia de calor, 23-45
  coeficiente global de transferencia de calor para, 40-45
  condiciones de vacío, 32
  conducción a través de paredes planas, 24-31
  conducción y convección en serie, 36-38
  convección de superficie a fluido, 24
  convección natural y forzada combinadas, 325-328, 380-382
  convección y radiación en paralelo, 38-40
  fluidos y, 36-40
  gases y, 38-40
  paredes planas en paralelo, 28-31

paredes planas en serie, 24-27
radiación combinada con convección y conducción, 610-614
radiación neta de superficie a superficie, 24
resistencia térmica de contacto, 31-36
unidimensional estacionario (paredes o fluidos), 24-31
Sistemas esféricos
conducción de calor y, 72, 88-91
conducción en estado permanente, 77, 88-91
ecuación de conducción para coordenadas esféricas, 77-78
operador laplaciano para, 77
temperaturas transitorias adimensionales y flujo térmico en, 139-140
unidimensionales (simples), 88-91
Sistemas frontera irregular, análisis numérico de, 217-221
Sistemas multidimensionales
cilíndricos, 77-78, 145-149
condiciones de frontera para, 107-111
conducción en estado permanente, 105-116
conducción transitoria, 145-149
ecuación de conducción para, 74-75, 77-78
factor de forma para, 111-113
método gráfico para, 109-116
rectangulares, 74-75, 146-149
solución analítica para, 106-109
transferencia de calor en, 73-75
Sistemas o cuerpos compuestos, conducción transitoria en, 121-123
Sistemas rectangulares
conducción de calor en estado permanente en, 75, 79-81
conducción de calor transitoria (no permanente), en, 145-149
conducción de calor y, 72-75, 78-81
difusividad térmica, 74
ecuación de conducción en coordenadas rectangulares, 73-75
generación de calor y, 79-81
multidimensionales, 74-75, 145-149
operador laplaciano para, 75
pared plana, 79-81
temperaturas transitorias adimensionales
y flujo térmico en, 135-136
unidimensionales (simples), 74, 79-81
Sistemas rotatorios, convección natural de, 322-324
Sistemas simples. *Véase* Sistemas unidimensionales
Sistemas unidimensionales
análisis numérico, condiciones de frontera para, 172-175, 187-191
ecuaciones de diferencias, 168-172, 180-187
métodos de solución para, 175-180, 191-194
cilíndricos, 82-88, 91-95
conducción en régimen permanente, 73, 75, 77-78, 82-95, 168-180
conducción transitoria (no permanente), 116-145, 180-194
esféricos, 77, 88-91
gráficas para, 134-145
paredes planas, 11-14, 24
rectangulares, 73-74
temperatura y, 73
Sólidos
conductividad térmica de, 10
semi-infinitos, conducción transitoria en, 129-134
propiedades de, A7-A13
Soluciones analíticas
conducción en sistema multidimensional, 106-109
flujo laminar en capa límite sobre una placa plana, 252-261
Soluciones inestables, 181-182
Superficie de calentamiento de fluido, ebullición nucleada y, 634-637
Superficies extendidas. *Véase* Aletas
Superficies externas
anemómetro de hilo caliente para, 433-436
chorros libres, 461-471
cilindros, 421-433
convección forzada sobre, 420-483
correlaciones de transferencia de calor para, 472-473
cuerpos abultados, 421-422, 438-441
esferas, 421-433, 436-437
flujo potencial sobre, 422-424
flujo transversal sobre, 424-428, 444-461, 472-473
lechos empacados, 440-443
metales líquidos, 458
número de Nusselt (Nu) para, 436-439
número de Reynolds (Re) para, 424-433
paquetes de tubos, 444-461
paquetes de tubos con aletas, 458-461
tubos no circulares, 431-432
Superficies grises
análisis de inversión de matrices de, 492-598
programa MATLAB para, 595-598
propiedades de radiación de, 560-561
radiosidad para, 585
recintos con, 585-598
transferencia de calor radiante, 587-591
velocidad neta de pérdida de calor de, 586-587
Superficies negras, 553, 581-585
poder emisor y, 553
radiación y, 553, 581-585
recintos con, 581-585
reirradiantes, 584-585
Superficies no grises, radiación y, 598-600
Superficies planas, flujo turbulento sobre, 273-274

T

Tasa neta de conducción de calor, 74
Tasa neta de pérdida de calor, 586-587
Técnicas de optimización
análisis de, 519-524
aplicaciones de, 517-519
convección forzada en tubos y, 395-402
insertos de cinta torcida, 397-400
transferencia de calor y, 516-524
tubos enrollados, 400-402
tubos con aletas, 395-397
Temperatura
aislamiento térmico y, 46-48
coeficiente de intercambio turbulento para, 272
condiciones de frontera de temperatura constante, 367-369
conducción y, 72-73
conductividad térmica y, 14-16, 46-48
convección forzada y, 352-353, 359-360, 367-370
crítica en exceso (punto de ebullición), 626-627, 659-660
de copa de mezclado, 352
de película, 259
de referencia (convección forzada), 352-353
de saturación, 669
distribución en aletas de sección transversal uniforme, 98-99
distribuciones de, en convección, 231-233
fase de ebullición y, 625-628
fluidos, 352-353
parámetros adimensionales para conducción transitoria, 131-133, 135-143
global promedio de un fluido, 352-353
propiedades físicas, variación debida a la, 359, 360
superficie uniforme, 367-370
unidades de, 8
volumétrica promedio de fluido, 352-353
Temperatura crítica en exceso
flujo térmico crítico y, 626-627
transferencia de calor más allá de la, 659-660
Temperatura superficial uniforme
convección forzada y, 367-370
radiación de cuerpos negros, 584
Tensión superficial en tubos de calentamiento, 674-675
Teorema de reciprocidad, 572-573
Teorema π de Buckingham, 246-247, 301-302
Termodinámica
clásica, limitaciones de, 3
definición de, 3

primera ley de la, 51-52
transferencia de calor y, 3-7
Transferencia de calor. *Véase también* Cantidad de movimiento y transferencia de calor
aislamiento térmico, 45-50
aplicaciones de, 5
bibliografía de, A57
cambios de fase y, 624-696
cantidad de movimiento y, analogía entre, 244, 267-277
chorros libres, correlaciones para, 463-471
códigos de cómputo para, A56
conducción, 9-17, 71
convección, 17-20, 231-233
convección forzada, 18, 351-352
convección natural, 18, 297-299
definición de, 3
dimensiones de, 7
fluidos, propiedades de, A23-A24
ingeniería, 4-6
ley de conservación de la energía y, 51-57
mecanismos de, 6-7
optimización de, 516-524
radiación, 21-23
radiante, 587-591
sistemas combinados para, 23-45
superficies externas, correlaciones para, 472-473
termodinámica y, 3-7
transitoria, 52
unidades de, 7-9
velocidad de turbulencia de, 271-272
Transmisividad, 556-570-571
Tubos
aletas, 395-397
analogía de Reynolds para, 382-386
arrollados, convección forzada y, 400-402
coeficiente (factor) de fricción para, 384-386
coeficiente de fricción de Fanning para, 362
convección forzada en, 360-370, 386-402
convección forzada sobre superficies externas de, 431-432
convección natural en, 302-305, 312-316, 321-322, 328-329
correlaciones empíricas para convección forzada en, 386-391
flujo incompresible en, 387-388
flujo laminar en, 360-370
flujo térmico uniforme en, 363-367
flujo turbulento en, 382-386
insertos de cinta torcida, 397-400
metales líquidos y, 392-394, 458
no circulares, 431-432
número de Nusselt (Nu) para, 386-391
propiedades de (promedio), A42-A43
rugosidad superficial y, 384-386
serpentines, 400-402
superficies externas de, 431-432, 444-461
técnicas de optimización, 395-402
temperatura superficial uniforme de, 367-370
Tubos (huecos), 82-88. *Véase también* Tubos de calentamiento; Tubos
conducción de calor a través de, 82-88
dimensiones de acero de, A40-A41
Tubos de calentamiento, 672-683
caída de presión en, 672-674, 678-681
datos de tamaño y permeabilidad del poro del empaquetamiento, A37
funcionamiento de, 672-676
limitaciones de arrastre de, 678
limitaciones de ebullición de, 681
limitaciones del empaquetamiento en, 678-681
limitaciones sónicas de, 676-678
tensión superficial en, 674-675

U

Unidades
conducción, 10, 74
conductancia y resistencia térmica, 12, 19, 22
de energía, 8
dimensiones y, 7
factores de conversión, 10, A5
inglesas, 7-8, 10
radiación, 21, 541
SI (Système internationale d´unites), 7-10, A1-A5
transferencia de calor, 7-9

V

Valor R, 50
Vapor
alta velocidad, efectos de, 668-669
condensación y, 668-669, 671
convección forzada y ebullición, 654-656
gases no condensables mezclados con, 671
producción neta, 654-656
propiedades de radiación de, 602-610
sobrecalentado, 669
sobrecalentado, condensación y, 669
Viscosidad
arremolinada, 270-271
dinámica, 234
gases, A45
líquidos saturados, A47
Volumen de control
aproximación para ecuaciones de diferencias, 167-172
conducción bidimensional y, 195-197
conducción unidimensional y, 168-172
método de espaciamiento variable de nodos para, 171
nodos, 169
sistemas límite irregulares y, 217-221

Principios de transferencia de calor fue publicado en 1959 y desde entonces ha crecido hasta ser considerado un clásico dentro del campo, estableciendo las normas para la cobertura y la organización dentro de todos los otros textos de transferencia de calor. El libro está diseñado para un curso de un semestre en transferencia de calor en el nivel universitario o de posgrado; sin embargo, se le ha proporcionado flexibilidad en la pedagogía. Tras varias recomendaciones de la Comisión ASME de educación en transferencia de calor, Kreith, Manglik y Bohn presentan este pertinente y estimulante contenido con un enfoque fresco y completo, reconociendo que actualmente en el mundo de soluciones matemáticas clásicas los problemas de transferencia de calor son a menudo menos influyentes que el análisis computacional. Este reconocimiento se une con el énfasis con el que los estudiantes todavía deben aprender a apreciar la física y la elegancia de la matemática simple para hacer frente a fenómenos complejos, con el objetivo de presentar los principios de la transferencia de calor en el marco de las matemáticas clásicas y correlaciones empíricas.

Características

- Aborda los cambios rápidos y generalizados en tecnología, aplicaciones, herramientas de análisis y la economía y su relación con los principios de transferencia de calor.
- Presenta una apreciación por la física y la elegancia de la matemática simple para hacer frente a fenómenos complejos, al tiempo que destaca la importancia del análisis por medio de computadoras.
- Problemas de resolución abierta se utilizan para ilustrar aplicaciones prácticas de la transferencia de calor en problemas similares a los que enfrentan los ingenieros en la práctica.
- Enseña métodos para abordar los problemas del mundo real, como el que consiste en plantearlos con las propias palabras, proporcionando descripciones esquemáticas e indicando las variables conocidas y desconocidas, para tomar decisiones de ingeniería sensatas sobre el enfoque de una solución y más.

ISBN-13: 978-607481822-2
ISBN-10: 607481822-3

CENGAGE Learning™

http://latinoamerica.cengage.com